Përmbajtje

Mustafë Kadriu - Rexhep Gjergji – Islam Shehu

MATEMATIKË

LIBRI PËR MËSIMDHËNËS

10

Prishtinë

Hyrje

Qëllimi i tekstit është që të ndihmojë mësimdhënien dhe të mësuarit e matematikës për nxënësit e klasës së X. Të mësuarit duhet nxitur nga kërkesat e jetës reale. Fundja, përse nxënësit do të duhej të mësonin matematikë pa e ditur se përse duhet ajo. Prandaj, është në dorën e mësidhënësit të bëjë këtë lidhje jetësore dhe të ruajë entuziazmin e nxënësve për të mësuar, për të eksploruar, për të provuar të panjohurën.

Çfarë duhet të bëjnë nxënësit tuaj dhe si do t`i aftësoni ata?

Çfarë do t'i ndihmoni dhe si do t`i nxitni ata për të arritur synimin?

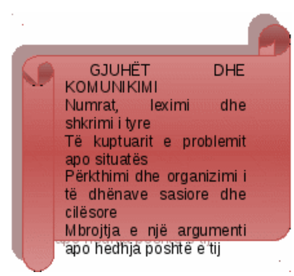
Teksti përshkruan realizimin e programit të matematikës, sistemin, rregullat dhe procedurat e të përvetësuarit të koncepteve matematike. Rregullat sigurojnë efektivitet për të mësuarit, ndërsa procedurat janë të domosdoshme për një mësim efikas, mirë të organizuar në klasë. Teksti e ndihmon mësimdhënësin që nxënësi të përmbushë kompetencat kyçe dhe kompetencat e fushës së matematikës.

Nxënësit e kësaj moshe tashmë i kanë kuptuar numrat. Ata kanë përvetësuar kuptimet matematikore dhe fillojnë të zhvillojnë kuptime të reja. Roli i mësimdhënësit bëhet më i rëndësishëm në rregullimin e mjedisit për të mësuar matematikë dhe sigurimin e mundësive që nxënësit të ndërmarrin nisma, të diskutojnë rreth ideve matematikore dhe të kërkojnë zgjidhje të reja. Sa më shumë që matematika është e lidhur me jetën e përditshme, aq më shumë nxënësit e kuptojnë nevojën e saj në botën e cila i rrethon. Metodologjia e cila në qendër të vëmendjes i ka nxënësit, tregon se nxënësit mësojnë nëpërmjet hulumtimit, vlerësimit, kontrollimit, vëzhgimit dhe konkluzionit. Për këtë shkak, theksi bie mbi të menduarit, arsyetimit dhe kuptimit të ideve. Theksi nuk duhet të vihet mbi saktësinë ose shpejtësinë. Nxënësit, derisa mësojnë matematikë, kanë nevojë t'i shohin raportet mes ideve matematikore. Çdo individ formon ide dhe raporte personale matematikore dhe të njëjtat ekzistojnë vetëm në kokën e tij. Që të munden nxënësit të mësojnë matematikë, ata duhet në vete të krijojnë kuptime për idetë dhe raportet. Nxënësit idetë matematikore i paraqesin në mënyrë të drejtpërdrejtë dhe konkretisht. Idetë nuk duhet të shqyrtohen të veçuara nga abstrakcionet. Në botën reale është e nevojshme lidhje e vazhdueshme ndërmjet të menduarit të nxënësit dhe përvojës së tij konkrete. Si zhvillohen aftësitë për të menduar, ashtu nxënësit e kësaj moshe e rrisin aftësinë e tyre që të kryejnë veprime matematikore pa mjete manipuluese. Ata bëhen më të aftë për të parashikuar dhe për të vlerësuar. Mësimdhënësit duhet të sigurojnë kohë brenda së cilës nxënësit do të mëndojnë. Nxënësit kanë mundësi ta paraqesin kuptimin e tyre për matematikën në mënyra të ndryshme: me formimin e modeleve konkrete, vizatimi i figurave, skicave ose diagrameve, duke folur ose duke shkruar në një gjuhë të përditshme ose me paraqitjen e asaj që është e treguar me simbole matematike ose me terminologji matematike. Çështje kyçe në të mësuarit e matematikës është përmbushja e kompetencave të matematikës të cilat kontribuojnë në përmbushjen e kompetencave kryesore.

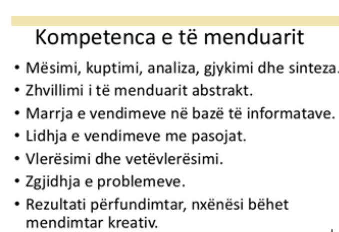
Si arrihen kompetencat përmes matematikës?

Teksti e ndihmon mësimdhënësin që nxënësi të përmbushë kompetencat:

1. **Kompetenca e komunikimit,** arrihet nëse nxënësi përmes të shprehurit të mendimit për një temë të caktuar me gojë ose me shkrim, të dëgjuarit me vëmendje të prezantimeve dhe komenteve të bëra nga të tjerët rreth një teme, duke bërë pyetje, komente, sqarime dhe propozime. Diskuton në grup në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacion për një temë të caktuar.

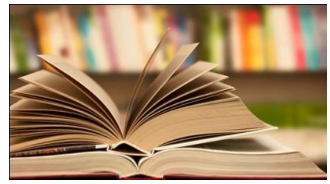


2. **Kompetenca e të menduarit** arrihet përmes zgjidhjes së problemeve, arsyetojnë përzgjedhjen e procedurave përkatëse, demonstrojnë strategji të ndryshme për zgjidhjen e një problemi, duke paraqitur rezultate të njëjta. Kjo, po ashtu, arrihet duke krijuar situata logjike



nga jeta e përditshme, që kërkon zgjidhje matematike si dhe prezanton procedurën e zgjidhjes së problemit para të tjerëve;

3. **Kompetenca e të nxënit**, arrihet nëse nxënësi përzgjedh të dhëna nga burime të ndryshme (libra, revista, udhëzues, fjalorë, enciklopedi ose internet), të cilat i shfrytëzon për realizimin e temës/detyrës së dhënë dhe i klasifikon ato burime sipas rëndësisë që kanë për temën, (shfrytëzon të dhënat për të demonstruar të kuptuarit e koncepteve numerike, grafike, simboleve, formulave në shkenca natyrore, matematikë ose arte, duke i sqaruar nëpërmjet formave të ndryshme të të shprehurit). Demonstron shkathtësi funksionale të matematikës, në jetën e përditshme, në përmbushjen e kërkesave të ndryshme për kryerjen e një detyre; parashtron pyetje dhe shfaq mendime të strukturuara për zgjidhjen e një problemi apo detyre, bën përmbledhjen

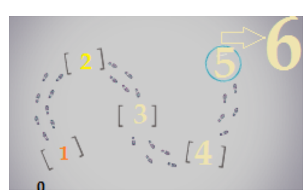


4. **Kompetenca e lidhjes** arrihet nëse nxënësi e ndërlidh temën e re ose një çështje të dhënë me njohuritë dhe përvojat paraprake, duke i paraqitur në forma të ndryshme të të shprehurit (kolona, tabela, grafike) sipas një radhitjeje logjike brenda dhe jashtë një fushe.

5. **Kompetenca për jetën** arrihet nëse nxënësi zhvillon një projekt individual ose në grup (nga fusha e matematikës) për kryerjen e një aktiviteti mjedisor apo shoqëror, arsimin e qëndrueshëm me rëndësi për shkollën ose për komunitetin, bashkëvepron në mënyrë aktive me moshatarët dhe të tjerët (pavarësisht statusit të tyre social, etnik etj.) për realizimin e një aktiviteti të përbashkët (projekti/aktiviteti në bazë klase/shkolle apo jashtë saj.

6. **Kompetenca personale** arrihet nëse nxënësi vlerëson shkaqet e një situate të mundshme konflikti midis moshatarëve ose anëtarëve të grupit dhe propozon alternativa për parandalimin dhe zgjidhjen, duke ndarë përvojat dhe mendimet në grup.

7. **Kompetenca qytetare** arrihet nëse nxënësi zbaton dhe respekton rregullat e mirësjelljes në klasë, shkollë etj., dhe



mban qëndrim aktiv ndaj personave, të cilët nuk i respektojnë ato, duke shpjeguar pasojat për veten dhe për grupin ku bën pjesë dhe duke marrë pjesë në aktivitetet që promovojnë tolerancë dhe diversitet kulturor, etnik, fetar, gjinor etj, në shkollë apo në komunitet, ku përfshihen moshatarë të të gjitha përkatësive të përmendura, që jetojnë në bashkësinë e gjerë.

8. **Kompetenca digjitale** arrihet nëse nxënësi analizon, vlerëson, menaxhon informacionin e marrë elektronikisht (p.sh., hedhin disa informacione të marra nga interneti duke i përmbledhur në një tabelë ose grafik).

Kompetencat që duhen të arrihen në fushën e matematikës:

1. Zgjidhja e problemeve matematike
2. Arsyetimi dhe dëshmitë matematike
3. Komunikimi matematik
4. Lidhjet në matematikë
5. Përfaqësimi matematik
6. Modelimi matematik
7. Të menduarit matematik
8. Përdorimi i teknologjisë në matematikë

Këto kompetenca arrihen përmes rezultateve të të nxënit për fushë të përcaktuara në Kurrikulën Bërthamë III dhe rezultatet e të nxënit për temë të përcaktuara në planin mësimor të klasës së dhjetë.

Çka përmes kompetencat të matematikës?

Përmes kompetencave të matematikës, nxënësi, përzgjedh strategjitë e duhura, përmes matematikës me qëllim të zgjidhjes së situatave problemore përmes arsyetimit për **analizat** e duhura të situatës problemore**.** Gjatë zgjidhjes së problemeve matematikore mësimdhënësi i nxit nxënësit që të kërkojnë vetë rrugën deri te zgjidhja, e jo të përcjellin verbërisht modelin, gjegjësisht algoritmin e caktuar. Është, pra, qëllimi që të paraqitet matematika si proces, si aktivitet kreativ, në të cilin marrin pjesë aktive nxënësit. Para së gjithash duhet theksuar rolin e zgjidhjes dhe hulumtimit të problemeve, gjë që do të përcaktohet më detajisht në vazhdim.

Me njohuritë matematikore mund t'i përshkruajmë dhe t'i prezantojmë numerikisht, grafikisht dhe në mënyrë tjetër, shumë dukuri dhe fenomene. Kjo ka rëndësi vendimtare për shkëmbimin e ideve dhe informatave si dhe për interpretimin e tyre. Nxënësi duhet të përdorë procedura për shqyrtim të supozimeve me qëllimi **interpretimi dhe vlerësimi** të zgjidhjes së problemeve nëse zgjidhja është e saktë. **Lidh** matematikën me konceptet brenda dhe jashtë saj për zgjidhjen e situatave problemore përmes të **menduari**t kreativ dhe konstruktiv matematik. Gjatë zgjidhjes dhe hulumtimit të problemeve duhen analizuar / kërkuar të dhënat, të zgjedhet strategjia gjegjëse, të vlerësohet në mënyrë kritike pajtueshmërinë e zgjidhjes së problemit, por nuk mjafton vetëm njohja e përmbajtjeve dhe e proceseve, duhet të dihet të projektohet dhe të mbikqyret rruga e zgjidhjes si dhe të mirren parasysh njohuritë si dhe aftësitë e veta gjatë projektimit dhe realizimit të projektit të zgjidhjes së problemit. E tëra arrihet në konsultim me mësimdhënësin me shokët për t`u bindur për rezultatin e saktë edhe duke **përdorur TIK-un** si reflektim të situatave.

Të mësuarit e matematikës nxënësit duhet t`i sigurojë dy gjëra: ngacmimin dhe ndjenjën e suksesit. Kjo do të thotë, që çdo nxënës të përfitojë sa më shumë që të jetë e mundur. Nxënësve duhet t`u ndihmojmë që në rast të zgjidhjes së suksesshme të problemit matematikor, të përfitojnë në vetëbesim dhe t'i lëshohen problemit pa frikë.

Gjatë mësimit të matematikës nxënësi duhet t'i përvetësojë konceptet dhe strukturat themelore matematikore, jo vetëm si njësi të posaçme, por edhe në ndërlidhje me koncepte dhe struktura të tjera matematikore.

Gjatë mësimit të matematikës nxënësi duhet t'i përvetësojë veprimet e njehsimit, shkathtësitë praktike (psh. matjet), bazat e komunikimit matematikor dhe të ushtrohet në përdorimin e teknologjive të ndryshme (algoritmat me gojë dhe me shkrim, përdorimi i veglave të ndryshme për njehsim).Po ashtu, gjatë mësimit të matematikës nxënësi duhet t'i zhvillojë edhe proceset matematikore si: kërkimi i modeleve, vlerësimi i rezultateve, zbërthimi i problemit kompleks në detyra të posaçme, vënia e bazave dhe formulimi i hipotezave, përgjithësimi, vërtetimi. Strategjitë mund t'i kuptojmë si varg të proceseve të të menduarit. Përveç përvetësimit të nocioneve dhe shkathtësive matematikore, njohja dhe përvetësimi i proceseve dhe strategjive matematikore janë të domosdoshme për shtjellimin e situatave të problemeve.

Gjatë mësimit të matematikës nxënësit zhvillojnë shprehi të mira të punës ata le t'i njohin dhe të jenë të vetëdijshëm, se zgjidhja e detyrave matematikore, si dhe njohuritë matematikore në përgjithësi, nuk kanë të bëjnë me fatin apo me talentin e posaçëm, por janë fryt i dijes së përparme, refleksionit, punës dhe motivacionit.

PLANI MËSIMOR

Fusha: MATEMATIKË
Lënda: MATEMATIKË
Klasa: DHJETË (10-të)

KONCEPTET	Temat	TIPI I ORËS				
		Zhvillim (Zh)	Ushtrime (U)	Vlerësim tematik (V)	Totali	
I. Numri, algjebra dhe funksioni	1. Matematika logjike	6	4	-	**10**	**100**
	2. Bashkësitë	5	3	1	**9**	
	3. Relacioni	5	2	-	**7**	
	4. Pasqyrimi	4	2	1	**7**	
	5. Fuqizimi dhe rrënjëzimi	5	4	-	**9**	
	6. Polinomet	8	6	1	**15**	
	7. Sistemet numerike	9	6	-	**15**	
	8. Kombinatorika	4	3	1	**8**	
	9. Ekuacionet kuadratike	5	4	-	**9**	
	10. Funksionet kuadratike	6	4	1	**11**	
II. Forma, hapësira, matjet dhe gjeometria;	1. Syprina e syperfaqeve të figurave të rrafshta; a. Syprina e drejtkëndshit b. Syprna e paralelogramit c. Syprina e trekëndshit d. Forma të tjera të syprinës së trekëndshit e. Syprina e trapezit f. Syprina e poligoneve	5	5	-	**10**	**20**

	2. Syprina e syperfaqeve të figurave të rrafshta a. Rrethi dhe perimetri i rrethit b. Syprina e rrethit c. Syprina e unazës rrethore d. Syprina e sektorit rrethor e. Syprina e segmentit rrethor	5	4	1	**10**	
III. Ppërpunimi i të dhënave	1. Statistika	8	7	1	**16**	**16**
IV. Vlerësimi	1. Vlerësimi sumativ i periudhës	/	/	4	**4**	**4**
Gjithsej		**74**	**55**	**11**	**140**	

PLANI VJETOR

Plani vjetor - orienton zhvillimin e mësimit për një vit shkollor (mësimor) duke i përmbushur kërkesat e shkallës kurrikulare dhe duke i ndarë apo duke i thjeshtuar ato për klasën e caktuar (brenda shkallës).

Planifikimi vjetor ka për qëllim identifikimin e rezultateve të të nxënit të kompetencave, të cilat synohen të arrihen gjatë një viti shkollor (mësimor), si dhe identifikimin e koncepteve dhe rezultateve të të nxënit të fushës kurrikulare nga të cilat do të përcaktohen temat mësimore, që do të jenë në shërbim të arritjes së këtyre rezultateve.

PLANI VJETOR : 20 /
Fusha e kurrikulës: MATEMATIKË Klasa : 10 - të

Temat	**SHPËRNDARJA E TEMAVE MËSIMORE**		Kontributi në rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës
	PERIUDHA (I)		
	Shtator - tetor	Nëntor – dhjetor	

	1. Matematika logjike (10 orë)	5. Fuqizimi dhe rrënjëzimi (9 orë)	
	2. Bashkësitë (9 orë)	6. Polinomet (15 orë)	
	3. Relacioni (7 orë)	7. Sistemet numerike (9 orë)	
	4. Pasqyrimi (7 orë)	Vlerësimi sumativ i periudhës	

Temat	SHPËRNDARJA E TEMAVE MËSIMORE		Kontributi në rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës
	PERIUDHA (II)		
	Janar - shkurt	Mars –prill	
	7. Sistemet numerike (6 orë)	8. Ekuacionet kuadratike (9 orë)	
	9. Kombinatorika (8 orë)	10. Funksionet kuadratike (11 orë)	
		11. Syprina e sipërfaqeve të figurave të rrafshta; (10 orë)	
		Vlerësimi sumativ i periudhës	

Temat	SHPËRNDARJA E TEMAVE MËSIMORE		Kontributi në rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës
	PERIUDHA (III)		
	Prill - maj	Qershor	
	12. Syprina e sipërfaqeve të figurave të rrafshta; (10 orë)	Vlerësimi sumativ i periudhës	
	13. Statistika (10 orë)		

Plani dy mujor

<table>
<tr><th rowspan="3">Temat</th><th colspan="6">SHPËRNDARJA E TEMAVE MËSIMORE</th><th rowspan="3">Kontributi në rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës</th></tr>
<tr><th colspan="2">PERIUDHA (I)
shtator - dhjetor</th><th colspan="2">PERIUDHA (II)
janar - mars</th><th colspan="2">PERIUDHA (III)
prill - qershor</th></tr>
<tr><th>IX - X</th><th>XI - XII</th><th>I - II</th><th>II - III</th><th>IV - V</th><th>V - VII</th></tr>
<tr><td>I. Numri, algjebra dhe funksioni</td><td>Matematika logjike.
Bashkësia

Fuqizimi dhe rrënjëzimi</td><td>Polinomet

Sistemet numerike</td><td>Kombinatorika
Ekuacionet dhe funksionet kuadratike</td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>II. Forma, hapësira, matjet dhe gjeometria</td><td></td><td></td><td></td><td>Syprina e sipërfaqeve të trekëndëshit
Syprina e sipërfaqeve të katërkëndshit</td><td>Syprina e sipërfaqeve të rrethit</td><td></td></tr>
<tr><td>III. Përpunimi i të dhënave</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>Statistika</td></tr>
</table>

Për vëmendjen tuaj: Ky është një orientim i shpërndarjes periodike (dymujore) e planit vjetor. Mbetet në kompetencat tuaja që të bëni shpërndarjen mujore dhe javore.

PLANI DYMUJOR

Planifikimi dymujor ka për qëllim zbërthimin e temave mësimore në njësi mësimore, të cilat kanë për synim arritjen e rezultateve të identifikuara të të nxënit të shkallës kurrikulare (kompetencave) dhe të fushës kurrikulare, për temën mësimore të caktuar. Po ashtu ka për qëllim identifikimin e rrugëve (metodologjisë), mjeteve, materialeve dhe burimeve për arritjen dhe vlerësimin e nivelit të arritjes së këtyre rezultateve.

Plani dymujor - përmban këto elemente:

- Temat mësimore,
- RNSH-të (rezultatet e kompetencave),
- RNF-të, lëndët mësimore,
- RNL, njësitë mësimore - NJM,
- Kohën e nevojshme (orët mësimore),
- Metodologjitë e mësimdhënies, metodologjitë e vlerësimit,
- Ndërlidhjen me lëndë e tjera mësimore, me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore, si dhe burimet.

PLANI DYMUJOR : shtator - tetor_

Fusha e kurrikulës: MATEMATIKË

Lënda mësimore: MATEMATIKË

Klasa: 10

Temat mësimore	Rezultatet e të nxënit për tema mësimore	Njësitë mësimore	Koha	Metodologjia e mësimdhënies	Metodologjia e vlerësimit	Ndërlidhja Çështjet ndërkurrik.	Burimet

PLANI MËSIMOR JAVOR

Meqenëse plani dymujor nuk është i ndarë në javë, **plani javor** mundëson përcaktimin e njësive mësimore, të cilat do të realizohen gjatë javës për secilën lëndë mësimore në klasën e caktuar. Njësitë mësimore merren nga plani dymujor.

Plani javor ka për qëllim lidhmërinë e njësive mësimore të lëndës mësimore në kontekst të kuptimit të situatave, problemeve, dukurive dhe ngjarjeve si çështje të ndërlidhura e jo të ndara.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Plani i orës mësimore - shërben që të gjitha planifikimet e procesit mësimor të bëhen të zbatueshme në punën e drejtpërdrejtë me nxënës në klasë dhe jashtë saj, brenda një ore mësimore.

Në këtë planifikim mësimdhënësi përcakton:

- Njësinë mësimore të cilën do ta realizojë (njësia mësimore merret nga planifikimin dymujor, përkatësisht planifikimi javor);
- Rezultatet e synuara të kompetencave (të cilat i ka përcaktuar në planifikimin dymujor të temës mësimore);
- Rezultatet e synuara të fushës kurrikulare (mund të vendosen vetëm rezultatet e lëndës mësimore që korrespondojnë me rezultatet e të nxënit të fushës kurrikulare dhe këto merren nga planifikimi dymujor);
- Rezultatet e njësisë mësimore (që duhen arritur gjatë asaj ore mësimore, që kontribuojnë në arritjen e rezultateve të shkallës apo lëndës).
- Kriteret e suksesit (të cilat duhet të caktohen në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës).

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE
Fusha kurrikulare: ____________ / Lënda: __________ Shkalla e kurrikulës: ______ / Klasa: _____

Tema (nga plani):	Rezultati i të nxënit të temës (nga plani):
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara): Barten nga plani dymujor, vetëm rezultati/et që lidhen me fokusin e orës mësimore.	
Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara) : Barten nga plani dymujor, vetëm rezultati/et që lidhen me fokusin e orës mësimore.	
ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE	
Njësia mësimore: (Merret nga plani dymujor, përkatësisht nga plani javor). Në raste të veçanta, nëse mësimdhënësi ka vendosur që për çështje praktike temën ta ruajë si formulim në kuadër të njësisë mësimore, atëherë në vend të njësisë mund të shënohet tema mësimore.	
Fjalët kyçe: Vendosen vetëm fjalët që identifikohen me njësinë mësimore që trajtohet brenda orës mësimore.	
Kriteret e suksesit: Kriteret e suksesit duhet të caktohen në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës, paraprakisht mësimdhënësi mund/duhet ta bëjë një orientim në bazë të kontekstit të klasës dhe veprimtarive të planifikuara për punë me nxënës. Kriteret e suksesit të zbërthyera për rezultatin e të nxënit të orës mësimore apo rezultatin e të nxënit të temës së lëndës duhet të jenë të formuluara mirë, nuk duhet të përsërisin rezultatin e të nxënit të orës mësimore, por rezultatin e të nxënit e zbërthejnë sipas niveleve të arritjes (nivel i ulët, nivel mesatar dhe nivel i lartë) dhe sigurojnë vlerësim të drejtë për shkallën e zotërimit të rezultatit të të nxënit të orës mësimore.	
Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore: Rezultatet e të nxënit për orë mësimore, duhet të jenë të definura qartë, të matshme, me strukturë të plotë të rezultateve të nxënit (veprim+qëllim/objekt+kusht+kriter) dhe në funksion të zotërimit të rezultateve të të nxënit të temës së lëndës dhe rezultateve të nxënit të shkallës për kompetencat kryesore, rezultatet e të nxënit të fushës sipas pritshmërive të përcaktuara për shkallën përkatëse. Në raste të caktuara, kur tema nuk është zbërthyer në njësi mësimore, rezultati i temës mund të jetë edhe rezultati i një apo më shumë orëve të mësimit. Mirëpo, në raste të tilla është e domosdoshme që rezultati të zbërthehet në kritere të suksesit për orë mësimore.	
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Ketu vendosen të detajuara burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore që mësimdhënësi dhe nxënësit i shfrytëzojnë gjatë orës mësimore (shih orientimet e përgjithshme te plani dymujor për burimet).	
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore: Përshkruhet shkurtimisht me cilën/cilat lëndë mësimore dhe/apo me çështje	

ndërkurrikulare, situata jetësore ndërlidhet ora mësimore, në mënyrë specifike me cilat tema të lëndës/lëndëve dhe me cilat aspekte të çështjes së caktuar ndërkurrikulare ndërlidhet ora mësimore dhe veprimtaritë me nxënës.
PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE
Përshkrimi duhet të përfshijë organizimin e orës së mësimit, i cili mund/duhet të përmbajë: **a.** Lidhjen e temës/njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve; **b.** Ndërtimin e njohurive të reja; **c.** Prezantimi dhe demostrimi i rezultateve të arritura;
VLERËSIMI I NXËNËSVE
Vlerësimi i nxënësve: Përshkruhet qasja që do të përdoret në vlerësimin formativ në raport me rezultatet e të nxënit për orë mësimore. Pjesë e përshkrimit të vlerësimit mund/duhet të jetë edhe përcaktimi i nxënësve që do të vëzhgohen gjatë kësaj ore mësimi duke pasur parasysh të dhënat e mbledhura nga evidencat dhe progresi i nxënësve e progresi i tij.
Detyrat dhe puna e pavarur: Këtu përshkruhen detyrat dhe puna e pavaruar që planifikohen për t`u realizuar me nxënës kur vlerësohet se disa aktivitete paraprake të orës së mësimit mund të realizohen më shpejt, apo mund të zgjatet ora e mësimit, si dhe për kohën pas orës mësimore, në mënyrë që të mos rritet ngarkesa e nxënësit në orë të mësimit. Për këtë vendos vetë mësimdhënësi. Detyrat dhe puna e pavarur jashtë orës së mësimit, duhen bërë përpjekje që sipas rastit të jenë të integruara brenda lëndëve të fushës apo ndërmjet fushave.
Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore: Kjo pjesë plotësohet pas përfundimit të orës mësimore. Mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemit të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen e kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Fusha: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla: 5
Klasa: 10
Përgatiti mësimdhënësi: X, Y
Gjimnazi: "X, Y" në Z
Temat: X
Njësia mësimore: X
Koha e realizimit: 45 minuta
Situata e të nxënit: Pyetje dhe detyra që kanë të bëjnë më njësinë mësimore.
Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore: (të marra nga programi lëndor)

1. **....**
2. **.....**
3. **......**
   .....

Nxënësi në fund të orës së mësimit:

1. ......
2. ....

Burimet: Teksti i nxënësit, tekste të tjera, kërkim i lirë në internet

Lidhja me fushat e tjera ose temat ndërkurrikulare: Shkencë, Filozofi, Ekonomi, Biologji, Kimi, etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve:

1. Punë e udhëhequr nga mësimdhënësi
2. Punë në grupe dyshe dhe katërshe
3. Pune individuale
4. Diskutim
5. Analizë
6. Njehsim
7. Ndërtim grafikësh
8. Zgjidhje problemore

Organizimi i orës së mësimit: Parashikimi i njohurive

Situata e të nxënit: Mësimdhënësi ka përgatitur situatën përgatitore të mësimit të ri duke udhëzuar nxënësit të sigurojnë lidhjen e asaj që e kanë mësuar më parë më njësinë e re. Mësimdhënësi fton nxënësit për diskutim duke shtruar pyetje, kërkesa të njohura për to. Pse është e rëndësishme që të mësohet njësia mësimore?

Nxehje matematikore. Gjatë nxehjes matematikore nxënësit angazhohen në diskutime, duke punuar në çifte në bankë, duke i angazhuar në tabelë apo edhe duke marrë mendime me një qasje frontale me diskutime konstruktive të orientuara. Për temat e reja mësimdhënësi paraprakisht mund t`u japë edhe miniprojekte për temën. Mësimdhënësi bën pyetje të cilat i orienton kah njësia mësimore, ndërsa nxënësit gjenerojnë informacione. (Kohëzgjatja 3- 5 minuta)

Ndërtimi i njohurive – Mësimdhënësi përcakton hapat që duhen ndërrmarrë gjithmonë për njësinë në kontribut të temës për t`i arritur rezultatet e të nxënit në përmbushjen e kompetencave. Gjatë ndërtimit të njohurive të reja mësimdhënësi transferon informacione e në veçanti duke bërë pyetje që nxënësit ta kuptojnë informatën, ta zbatojnë në situata reale dhe të bëjnë analizë, sintezë dhe të nxjerrin gjykim mbi problemin. Pyetjet kryesisht duhet të jenë konvergjente në mënyrë që secili nxënës të gjenerojë informata.

Mësimdhënësi gjatë orës mësimore kryesisht përqendrohet në:

- Metoda interaktive, bashkëvepruese, gjithëpërfshirëse, bashkëbiseduese dhe integruese.
- Punë në grupe, në çifte dhe punë individuale.
- Hetim dhe zbulim.
- Zbatim praktik në klasë dhe jashtë klase

(Kohëzgjatja 30 - 35 minuta)

Përforcimi i të nxënit – mësimdhënësi shtron disa pyetje që për qëllim ka se ccka nxënësit në fund të orës duhet të jenë në gjendje të bëjnë lidhur me njësinë mësimore. A e ka arritur qëllimin ora mësimore, sa janë arritur rezultatet e të nxënit të parapara për njësinë mësimore. (Kohëzgjatja 3-5 minuta)

Vlerësimi

Mësimdhënësi vlerëson nxënësit me simbolet vetjake në evidencë dhe njëkohësisht komunikon me nxënësit duke komentuar vlerësimin e bërë në lidhje me njësinë mësimore. Kuptimin e situatës problemore dhe shtrimin e problemit.

(Kohëzgjatja gjatë gjithë orës mësimore - vlerësim diagnostifikues, intervistë me një listë treguesish; vetëvlerësim, vlerësim për të nxënë – formativ, vlerësim me përgjigje me gojë, test për njësinë mësimore, test për temë, portofolio, projekte të vogla).

Detyra

Kryesisht jepen nga libri i nxënësit (ato të cilat nuk janë trajtuar në klasë) dhe detyra nga përmbledhja. Mund t`i jepet edhe ndonjë miniprojekt për temën një nxënësi apo grup nxënësish. (Kohëzgjatja 2-5 minuta).

Sa e lehtë dhe e bukur është matematika

PLANI OPERATIV

Fusha: MATEMATIKË
Lënda: MATEMATIKA
Klasa: DHJETË (10-të)

Koncepti	Temat	Rezultatet e të nxënit të lëndës për temë (RNLT-të)
Numri, algoritmet dhe algjebra	Nxënësi: 1. Zhvillon arsyetimin algjebrik për zgjerimin e konceptit për numrat realë dhe kompleksë. 2. Modelon marrëdhënie dhe situate matematike përmes simboleve algjebrike. 3. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur matematikën logjike. 4. Manifeston kuptimin e numrave në formë aksiomatike dhe zbaton ata në zgjidhje të problemeve. 5. Interpreton rregullat algjebrike dhe përdor kuptimin për funksionin për të modeluar e paraqitur marrëdhënie funksionale në disa mënyra. 6. Demonstron shkathtësi për veprimet me numra, zbaton parimet dhe procedurat e veprimeve me ta në situata numerike dhe algjebrike. 7. Demonstron kuptimin e fuqive me eksponent numër të plotë, numër racional dhe i zbaton në situata konkrete. 8. Paraqet kuptimin e polinomit si shprehje algjebrike, përdor simbolet për të modeluar forma të ndryshme dhe kryen veprimet me to. 9. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të	

	shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore. 10. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme. 11. Zhvillon arsyetimin logjik për konceptet e kombinatorikës - permutacioni, variacioni dhe kombinacioni (pa përsëritje) të klasave të dhëna për bashkësinë me n-elemente. 12. Përzgjedh strategji të përshtatshme dhe përdor formulat e kombinatorikës për zgjidhjen e problemave nga matematika dhe nga jeta reale. 13. Zbaton kombinatorikën në arsimim të qëndrueshëm dhe në fusha të tjera kurrikulare dhe ndërkurrikulare. 14. Zhvillon arsyetimin algjebrik dhe grafik për funksionet kuadratike përmes studimit të marrëdhënieve të dy ndryshoreve. 15. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike. 16. Analizon format e funksionit kuadratik dhe përcakton: domenin, kulmin, drejtimin e hapjes, zerot, pozitën dhe boshtet e simetrisë x, y. 17. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore. 18. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore. 19. Paraqet grafikun dhe analizon funksionet inverse (për funksione lineare dhe funksione kuadratike).	
	Matematika logjike. Bashkësia	Nxënësi: • Përkufizon gjykimet dhe kryen veprimet me gjykime; • Cakton saktësinë e formulave logjike; • Zbaton formulat logjike (ligjet e algjebrës së gjykimeve) në vërtetime matematike dhe situata reale; • Përdor veprimet logjike në zgjidhje të problemeve në situata reale; • Zbaton simbolet logjike për arsyetime matematike; • Interpreton kuptimet themelore me bashkësi; • Kryen veprimet me bashkësi ; • Përkufizon bashkësinë e fundme dhe të pafundme; • Përkufizon bashkësinë partitive me shembuj

		konkretë; • Zbaton ligjet e algjebrës së bashkësive; • Zbaton bashkësitë në situata të problemeve nga jeta reale; • Interpreton marrëdhënien ndërmjet bashkësive; • Përkufizon konceptin e relacionit; • Dallon relacionin e ekuivalencës dhe të renditjes; • Zbaton relacionet në matematikë dhe situata nga jeta reale; • Përkufizon konceptin e pasqyrimit; • Përkufizon disa llojet të pasqyrimeve; • Përkufizon kompozimin e pasqyrimeve; • Përkufizon pasqyrimin invers dhe zbaton në situatë konkrete; • Zbaton pasqyrimet në matematikë dhe situata nga jeta reale; • Përdor teknologjinë për zgjidhjen e problemeve nga logjika matematike.
	Fuqizimi dhe rrënjëzimi	Nxënësi: ▪ Përcakton elementet e fuqisë me eksponent numër të plotë dhe numër racional; ▪ Paraqet rrënjën si fuqi me eksponent numër racional; ▪ Përdor strategji për të kryer veprimet me fuqi dhe rrënjë; ▪ Shndërron fuqitë nga fuqia me eksponent negativ në fuqi me eksponent pozitiv dhe anasjelltas; ▪ Racionalizon thyesat me emërues me shprehje që përmban rrënjë; ▪ Zbaton vetitë e fuqizimit dhe rrënjëzimit në zgjidhjen e problemeve; ▪ Zgjidh problem duke përdorur fuqizimin dhe rrënjëzimin;
	Polinomet	Nxënësi: ▪ Paraqet shprehjet shkronjore përmes pllakëzave algjebrike në forma gjeometrike; ▪ Kryen veprime themelore të shprehjeve shkronjore; ▪ Dizajnon shprehjet shkronjore përmes pllakëzave algjebrike; ▪ Krijon modele me pllakëza algjebrike;

		▪ Paraqet katrorin e binomit; ▪ Krijon modele dhe zgjidh probleme përmes shprehjeve algjebrike; ▪ Përkufizon polinomin si shprehje e plotë racionale; ▪ Dallon shkallën e polinomit; ▪ Kryen veprime me polinome (redukton, mbledh, zbret, shumëzon dhe pjesëton), duke i përdorur edhe pllakëzat algjebrike; ▪ Përdor gjatë pjesëtimit të polinomeve metodën e Hornerit dhe pjesëtimin me mbetje - Kryen pjesëtimin me $x-c$ - Kryen pjesëtimin me $ax+b$; ▪ Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve; ▪ Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve (Katrori i Binomit) - Faktorizon shprehjen x^2+bx+c - Faktorizon shprehjen $ax^2+bx+c;\ a\neq 1$ ▪ Njehson PMP dhe ShVP të polinomeve; ▪ Kryen veprimet me shprehje racionale; ▪ Përdor teknologjinë për zgjidhjen e problemeve për polinome.
	Sistemet numerike	Nxënësi: ▪ Përkufizon numrat natyralë në mënyrë aksiomatike dhe kryen veprimet me ta; ▪ Përcakton pjesëtueshmërinë e numrave natyralë (2, 3, ...,11); ▪ Zbaton pjesëtueshmërinë (zbërthimin në fakorë, PMP , ShVP); ▪ Përkufizon numrat e plotë në mënyra aksiomatike dhe kryen veprimet me ta; ▪ Zbaton aritmetikën modulare; ▪ Përkufizon numrat racionalë në mënyra aksiomatike dhe kryen veprimet me ta; ▪ Përkufizon numrat realë në mënyra aksiomatike dhe kryen veprimet me ta; ▪ Përkufizon njësinë imagjinare si zgjidhje të ekuacionit $x^2+1=0$ dhe kryen fuqizimin e numrit *i*; ▪ Dallon pjesën reale dhe imagjinare të numrit kompleks në trajtë algjebrike;

		▪ Paraqet numrin kompleks si dyshe e renditur numrash realë; ▪ Përcakton dhe llogarit modulin e numrit kompleks; ▪ Identifikon numrin e konjuguar të numrit kompleks; ▪ Lidh kuptimin e rrënjës me tregues numër çift të vlerave negative dhe numrin kompleks; ▪ Kryen veprime me numra kompleksë (mbledhje, zbritje, shumëzim dhe pjesëtim); ▪ Paraqet numrin kompleks në rrafshin koordinativ kënddrejtë; ▪ Zbaton barazinë e numrave kompleksë në zgjidhjen e ekuacioneve; ▪ Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për të zgjidhur probleme me numra.
	Kombinato-rika	Nxënësi: ▪ Dallon hapat e parimit të induksionit matematik në raste më të thjeshta; ▪ Vërteton pohime, teorema, formula me anën e induksionit matematik; ▪ Përkufizon kuptimin e faktorielit (*n*!); ▪ Klasifikon bashkësitë apo nënbashkësitë si permutacione, variacione apo kombinacione; ▪ Njehson permutacione, variacione dhe kombinacione pa përsëritje; ▪ Zgjidh probleme të ndryshme nga përditshmëria me ndihmën e kombinatorikës; ▪ Përdor formulën e binomit për ngritje në fuqi të binomeve; ▪ Shfrytëzon trekëndëshin e Paskalit për caktimin e koeficientëve të formulës së binomit;
	Ekuacionet dhe funksionet kuadratike	Nxënësi: ▪ Identifikon formën standarde të ekuacionit kuadratike; ▪ Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionet e mangëta kuadratike; ▪ Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionin kuadratik me anë të formulës; ▪ Analizon zgjidhjet e ekuacionit kuadratik në varshmëri nga diskriminanta; ▪ Zbaton rregullat e Viet-it për zgjidhjen e detyrave të

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>ndryshme në lidhje me ekuacionet kuadratike;
▪ Zbaton strategji për të zbërthyer në faktorë të thjeshtë ekuacionet kuadratike;
▪ Zbaton ekuacionet kuadratike në zgjidhjen e problemeve praktike dhe nga jeta reale;
▪ Zbërthen trinomin kuadratik në prodhim;
▪ Përshkruan hapat për të zgjidhur ekuacionet kuadratike me vlerë absolute;
▪ Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionin bikuadratik;
▪ Identifikon ekuacionin irracional dhe përdor strategji për zgjidhje;
▪ Përkufizon domenin e funksionit kuadratik;
▪ Përshkruan formën kanonike të funksionit kuadratik;
▪ Paraqet grafikisht funksionin kuadratik dhe nga grafiku i dhënë cakton monotoninë, zerot dhe vlerat ekstreme;
▪ Përcakton formën e funksionit kuadratik në varësi të koeficientit a dhe dallorit;
▪ Zgjidh sistemet e ekuacioneve kuadratike në formë analitike dhe grafike;
▪ Zbaton sistemet e ekuacioneve kuadratike në zgjidhje të problemeve;
▪ Zgjidh inekuacionin kuadratik;
▪ Lidh kuptimin e shenjës së funksionit me bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit kuadratik;
▪ Paraqet në formë grafike zgjidhjet e inekuacioneve kuadratike;
▪ Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.</td>
</tr>
<tr>
<td>Forma, hapësira, matjet dhe gjeometria</td>
<td colspan="2">1. Zhvillon kuptimin për forma 2-D me anë të matjes së drejtpërdrejtë apo në një formë tjetër për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së tyre.
2. Demonstron kuptimin e sistemit të matjeve, përshkruan marrëdhëniet e njësive për gjatësi, syprinë, vëllim, masë, krahason njësitë dhe zbaton strategji për t'i kthyer ato në njësi standarde.
3. Zbaton arsyetimin proporcional të problemeve që përfshijnë konvertimet midis SI dhe njësive të tjera për matje.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">4. Zbaton proceset e matjes, përzgjedh teknika dhe formulat e duhura për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së formave të rregullta 2-D dhe zgjidh situata problemore të jetës së përditshme;
5. Dallon, përshkruan dhe klasifikon figurat dhe trupat gjeometrikë bazuar në vetitë e tyre.
6. Krijon modele që përmbajnë konceptet bazë të figurave gjeometrike për matjen e perimetrit dhe syprinës së sipërfaqes së figurave me forma 2-D duke përdorur teknologjinë;
7. Përdor arsyetimin, vërtetimin për të zbuluar e provuar marrëdhënie gjeometrike;
8. Analizon modele dhe lojëra që përfshijnë arsyetimin hapësinor, duke përdorur strategjitë e zgjidhjes së problemeve.
9. Ndërtojnë shëmbëllimin sipas një transformimi gjeometrik
10. Përdorin zbatime praktike të transformimeve gjeometrike</td></tr>
<tr><td></td><td>Syprina e sipërfaqeve të figurave të rrafshta</td><td>Nxënësi:
▪ Përcakton vendndodhjen e pikës me anë të koordinatave;
▪ Përkufizon konceptin e syprinës së sipërfaqes së figurave të rrafshta (2D);
▪ Përcakton zonën e shumëkëndëshave;
▪ Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit;
▪ Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së katërkëndëshave;
▪ Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së figurave të rregullta duke përfshirë sipërfaqen rrethore dhe pjesët e rrethit;
▪ Përdor teknologjinë për të zgjidhur probleme në situatë reale dhe nga jeta.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Të dhënat - statistika dhe probabiliteti</td><td colspan="2">Nxënësi:
1. Kupton rolin dhe interpretimin e të dhënave statistikore;
2. Demonstron njohuri për grumbullimin dhe interpretimin e të dhënave statistikore.
3. Formon tabelat e shpërndarjes së frekuencave për të dhënat cilësore dhe sasiore.
4. Konstrukton lloje të ndryshme të tabelave dhe diagrameve;
5. Interpreton treguesit e variacionit;
6. Përdor teknologjinë për të komunikuar dhe prezantuar të dhënat e grumbulluara.</td></tr>
<tr><td></td><td>Nxënësi :</td></tr>
</table>

	Statistika	• Përkufizon konceptet kryesore në analizën statistikore - popullimi – dukuria masive, - mostra - zgjedhja, - njësia statistikore – eksperimentale, - variabla - tipari statistikor; • Grumbullon të dhëna statistikore, i ndan në klasa, rregullon dhe i analizon ato; • Identifikon instrumentet për grumbullimin e të dhënave (vrojtimi, evidenca, eksperimenti, pyetësori, • Organizon të dhënat dhe i prezanton (bargraf, vijor, histogram, rrethor, tabelor, pikor, diagram); • Përkufizon populacionin, karakteristikat dhe vargun statistikor; • Cakton numrin e klasave ose grup-intervalet; • Cakton gjerësinë e intervaleve; • Cakton kufirin e grup-intervaleve • Vendos të dhënat në çdo grup; • Numron njësitë për çdo klasë; • Bën shpërndarjen e frekuencave relative dhe frekuencave në përqindje; • Identifikon mesin e intervalit; • Vizaton poligonin e frekuencave; • Shpërndan frekuencat komulative; • Përdor diagrame të ndryshme për shpërndarjen • Paraqet grafikët e frekuencave komulative; • Identifikon shpërndarjen e karakteristikave • Përgatit planin e vrojtimit; • Përkufizon matësit e tendencës qendrore, mesataren aritmetike, gjeometrike dhe harmonike, medianën dhe modën (vlerat pozicionale); • Njehson mesataren aritmetike për të dhënat e pagrupuara dhe të grupuara; • Njehson medianën (vlerën mesatare); • Njehson modën (vlerën dominuese); • Gjen lidhjen në mes të madhësive mesatare; • Njehson mesataren gjeometrike; • Zbaton metodat dhe ecuritë e hulumtimeve statistikore;

		• Paraqet grafikisht të dhënat duke shfrytëzuar teknologjinë. • Përkufizon shpërndarjen apo variacionin për të dhënat e pagrupuara dhe të grupuara; • Njehson gjerësin e variacionit; • Njehson variancën, koficientin e variacionit dhe devijimin standard të populacionit dhe mostrave për të dhënat e grupuara dhe pagrupuara; • Zbaton Teoremën e Chbyshoev-it për përdorimin dhe interpretimin e devijimit standard; • Përdor programet kompjuterike (Excel) për zgjidhjen e problemeve nga statistika dhe nga jeta reale.

Do të jepen module të orës mësimore që ju shërbejnë për punën tuaj. Ju jeni të lirë të vepроni në mënyrë të pavarur.

KAPITULLI 1. MATEMATIKA LOGJIKE

Tema: **1.** ***MATEMATIKA LOGJIKE***

Njësia mësimore: **1.1. Gjykimet**

<table>
<tr><th colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</th></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema: 1. MATEMATIKA LOGJIKE</td><td colspan="3"><u>Rezultati i të nxënit të temës:</u>
Nxënësi do të jetë në gjendje të:
1. Përkufizon gjykimet dhe kryen veprimet me gjykime;
2. Cakton saktësinë e formulave logjike;
3. Zbaton formulat logjike (Ligjet e algjebrës së gjykimeve) në vërtetime matematike dhe situata reale;
4. Përdor veprimet logjike në zgjidhje të problemeve në situata reale;
5. Zbaton simbolet logjike për arsyetime matematike;</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore: 1.1. Gjykimet</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>
1. Përkufizon gjykimet;
2. Merr shembuj nga gjykimet.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:</u>
1. Modelon marrëdhënie dhe situatë matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur matematikën logjike.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Qasja e të nxënit:</u>
Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për të përkufizuar gjykimet dhe të zgjidhë probleme nga jeta që kanë të bëjnë me gjykime.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Fjalët kyçe:</u> gjykim, i saktë, i pa saktë.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
1. Të përkufizojë gjykimet;
2. Të marrë shembuj gjykimesh.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:</u>
Libri i nxënësit, libri i përmbledhje me detyra, interneti, fletorja, lapsi.</td></tr>
</table>

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore dhe informatikë.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo - analizo - diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës
Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi zhvillon veprimtari me të gjithë nxënësit në klasë duke shtruar pyetje për të paraqitur qëllimin e orës për njësinë mësimore me pikënisjeje rezultatet e orës, bazuar në rezultatet e temës, kriteret e suksesit për konceptin e ri të njësisë mësimore.

Shtron disa pyetje. P.sh.

1. Të jepet një thënje ose deklaratë? (Thënia: Sot është ditë mësimi.)
2. *Shuma e këndeve të brendshme në një trekëndësh është* 180^0.
3. *Çdo num*ër i *plotë është edhe numër racional.*
4. *Sinusi i* 45^0 *është i kuq. Etj.*

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)

Mësimdhënësi përkufizon gjykimin: Fjalia (thënia, formula) deklarative, e cila është ose e saktë ose e pasaktë, quhet ***gjykim.*** Gjykimet e sakta quhen *pohime*.

Gjykimet zakonisht shënohen me shkronja të vogla të alfabetit $p, q, r, \cdots$ Nëse gjykimi p është i saktë, simbolikisht shënohet $v(p) = \mathrm{T}$ (ose $v(p) = 1$) dhe lexohet: "vlera e p është T" (T =truth nga anglishtja -i vërtetë), (ose "vlera e p është 1").
Nëse p është gjykim i pasaktë, simbolikisht shënohet $v(p) = \perp$ (ose $v(p) = 0$) dhe lexohet: "vlera e p është **jo** T" (ose zero). Simbolet 1 dhe 0 nuk duhen konsideruar si numra një dhe zero.
Nga përkufizimi vërejmë se gjykimi ka vetëm një vlerë të saktësisë dhe se ajo është një fjali deklarative që ka kuptim.

Shembulli 1. $p:$ „Çdo trekëndësh barakrahësh është trekëndësh barabrinjës".
Ky gjykim nuk është i saktë, $v(p) = \perp$.

Shembulli 2. $q:$ „Çdo trekëndësh barabrinjës është trekëndësh barakrahësh".
Ky gjykim është i saktë, $v(q) = \mathrm{T}$.

Shembulli 3. *r*: „Sinusi i kuq i 45^0 këndon këngën e luftëtarit të lirisë".
Kjo fjali nuk është gjykim, sepse nuk ka kuptim.

c. Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura *(punë e pavarur ose në grupe)*

*Nxënësit bazuar nga shembujt e librit, vet*ë *krijoj*ë *shembuj.*

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, nga momentit që bën pyetje. Po ashtu, *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Kjo veprimtari zhvillohet gjatë gjithë orës mësimore me qëllim për të parë progresin e tyre në përvetësimin e informatave dhe sa ata janë në gjendje të gjenerojnë informata të reja.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do ta punojnë në fletore ushtrimin. Libri i nxënësit shembulli 4. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Për rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet kujdes dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. vjen në përfundim se: Bashkësia G = $\{p, q, r, \ldots\}$ e të gjitha gjykimeve ndahet në dy klasë:

- klasa e gjykimeve të sakta, që përfaqësohen me simbolin $\top$, dhe
- klasa e gjykimeve të pasakta, që përfaqësohen me simbolin $\perp$.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë.

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet elementare.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen e kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **1. MATEMATIKA LOGJIKE**

Njësia mësimore: **1.2. Veprimet me gjykime**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **1. MATEMATIKA LOGJIKE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi do të jetë në gjendje të:*		

	1. Përkufizojë gjykimet dhe të kryejë veprimet me gjykime; 2. Caktojë saktësinë e formulave logjike; 3. Zbatojë formulat logjike (ligjet e algjebrës së gjykimeve) në vërtetime matematike dhe situata reale; 4. Përdorë veprimet logjike në zgjidhje të problemeve në situata reale; 5. Zbatojë simbolet logjike për arsyetime matematike;
Njësia mësimore: **1.2. Veprimet me gjykime**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Përkufizon llojet e gjykimeve; 2. Kryen veprime me gjykime.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situate matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur matematikën logjike.

Qasja e të nxënit:

Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për të kryer veprime me gjykime.

Fjalët kyçe: gjykim, i saktë, i pasaktë, negacion, konjuksioni, disjunksioni, implikacioni, ekuivalencë, veprimi Shefer, veprimi Lukasievicz.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojë llojet e gjykimeve;
2. Të kryejë veprimet me gjykime

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhje me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore dhe informatikë

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo - analizo - diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi zhvillon veprimtari me të gjithë nxënësit në klasë duke shtruar pyetje për të paraqitur qëllimin e orës për njësinë mësimore me pikënisje rezultatet e orës, bazuar në rezultatet e temës, kriteret e suksesit për konceptin e ri të njësisë mësimore.

Shtron pyetje dhe merr shembuj gjykimesh.

1. Cili është mohimi i thënies: Sot është ditë mësimi. Përgjigja: Sot nuk është ditë mësimi.
2. *Sot është ditë e hënë **dhe** kemi dy orë mësimi matemtikë.*

3. *Numri 5 është numër tek* ***ose*** *numri 9 është numër tek.*
4. Nëse numri 3 është numër i thjeshtë, atëherë katrori i tij është numër i përbërë.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)

Bazuar në shembujt e mësipërm, mësimdhënësi përkufizon:

Negacioni **($\neg$)**

Negacioni (ose *mohimi) i gjykimit* p *quhet gjykimi ,, jo* p *", i cili simbolikisht shënohet me* $\neg\ p$ *(ose* $\rceil p$ *) dhe lexohet: jo* p*, ose nuk është* p*.*

p	$\neg\ p$
$\top$	$\bot$
$\bot$	$\top$

Nëse një gjykim është i saktë, negacioni i tij është i pasaktë dhe anasjelltas. Bazuar në përkufizimin e negacionit mund të formohet *tabela e vlerave të saktësisë* për negacionin si vijon: në shtyllën e parë vendosen vlerat e saktësisë së gjykimit p, kurse në të dytën vlerat përkatëse të saktësisë së negacionit të p ($\neg\ p$).

Konjuksioni **($\wedge$)**

Gjykimi i përbërë i cili merret kur gjykimet p *e* q *i lidhim me lidhësen* ***dhe****, quhet* ***konjuksion*** *i gjykimeve* p *e* q. Gjykimi $p \wedge q$ lexohet: "*p* konjuksion *q*".

Gjykimi $p \wedge q$ është i saktë, atëherë dhe vetëm atëherë kur të dyja gjykimet p e q janë të sakta.

Tabela e vlerave të saktësisë së gjykimit $p \wedge q$ është:

p	q	$p \wedge q$
$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$
$\bot$	$\top$	$\bot$
$\bot$	$\bot$	$\bot$

Disjunksion **($\vee$)**

Në qoftë se p, q *janë gjykime, gjykimi i përbërë ,,* p *ose* q *" quhet* ***disjunksion*** *i gjykimeve* p *e* q *dhe simbolikisht shënohet* $p \vee q$.

Nga përkufizimi del qartë se gjykimi $p \vee q$ është i saktë, atëherë dhe vetëm atëherë kur të paktën njëri prej gjykimeve p ose q është i saktë.

Tabela e vlerave të saktësisë së gjykimit $p \vee q$ është:

p	q	$p \vee q$
$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\bot$

Implikacioni(rrjedhimi) **($\Rightarrow$)**

Gjykimi i përbërë ***,,nëse*** p*,* ***atëherë*** q*", ku* p *e* q *janë gjykime elementare, quhet* ***implikacion*** (ose ***rrjedhim***) *i gjykimeve* p *e* q *dhe shënohet* $p \Rightarrow q$.

Gjykimi $p \Rightarrow q$ është i pasaktë, vetëm atëherë kur p është i saktë, kurse q i pasaktë. Për të gjitha vlerat e tjera të saktësisë së gjykimeve p e q gjykimi $p \Rightarrow q$ është i saktë.

Tabela e saktësisë së gjykimit të përbërë $p \Rightarrow q$ është:

p	q	$p \Rightarrow q$
$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$
$\bot$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\top$

Implikacioni ,,$\Rightarrow$" lexohet edhe në këto mënyra: ,, p implikon q" ose ,,nga p rrjedh q" ose, ,,në qoftë se p, atëherë q" etj.

Ekuivalenca **($\Leftrightarrow$)**

Gjykimi i përbërë ,,nëse p *atëherë* q *dhe nëse* q *atëherë* p*" (ose ,,* p *atëherë dhe vetëm atëherë* q*") quhet* ***ekuivalencë*** *e gjykimeve* p *e* q *dhe simbolikisht shënohet* $p \Leftrightarrow q$.

Nga përkufizimi shihet qartë se ekuivalenca $p \Leftrightarrow q$ është rrjedhim i dyanshëm. Prandaj, ekuivalenca $p \Leftrightarrow q$ është gjykim i saktë, atëherë dhe vetëm atëherë kur të dy gjykimet p e q kanë vlera të njëjta të saktësisë.

Prandaj tabela e saktësisë së gjykimit $p \Leftrightarrow q$ është:

p	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
T	⊥	⊥
⊥	T	⊥
⊥	⊥	T

Veprimi Shefer (↑)

Veprimi Shefer i dy gjykimeve p dhe q quhet gjykimi i përbërë "p shefer q"(shënohet $p \uparrow q$ dhe lexohet: "p shefer q"), i cili është i pasaktë vetëm kur të dy gjykimet p dhe q janë të sakta njëkohësisht ,

Prandaj, tabela e vlerave të saktësisë është:

p	q	$p \uparrow q$
T	T	⊥
⊥	⊥	T
⊥	T	T
T	⊥	T

Nëse krahasojmë shtyllën e fundit të tabelës së vlerave të saktësisë së konjuksionit me shtyllën e fundit të tabelës së veprimit Shefer, vërejmë se shtylla e veprimit Shefer është negacioni i shtyllës së veprimit konjuksion.Kjo d.m.th që $p \uparrow p \Leftrightarrow \neg(p \wedge q)$

Veprimi Lukasievicz(↓)

*Veprimi Lukasievicz është gjykim i përbërë nga gjykimet **p** dhe **q** (shënohet **p ↓ q** dhe lexohet: "**p Lukasievicz q**") dhe është i saktë vetëm kur të dy gjykimet **p** dhe **q** janë të pasakta.*

Tabelat e saktësisë është:

p	q	$q \downarrow p$
⊥	T	⊥
T	⊥	⊥
T	T	⊥
⊥	⊥	T

Nëse krahasojmë shtyllën e fundit të tabelës së vlerave të saktësisë së disjunksionit me shtyllën e fundit të tabelës së veprimit Lukasievicz, vërejmë se shtylla e veprimit Lukasievicz është negacioni i shtyllës së veprimit disjunksionit. Kjo d.m.th që $p \downarrow p \Leftrightarrow \neg(p \vee q)$.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 6,8,9,12/a,13/b). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.* Kjo veprimtari zhvillohet gjatë gjithë orës mësimore me qëllim për të parë progresin e tyre në përvetësimin e informatave dhe sa ata janë në gjendje të gjenerojnë informata të reja.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Libri i nxënësit shembulli 6/a/b, 7, 11, 14, 15a/b. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt

duhet t`i kushtohet kujdes dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.
P.sh. vjen në përfundim se: Nxënësi e kupton negacionin si mohim i një gjykimi, ndërsa veprimet e tjera si lidhje e dy gjykimeve prej nga fitohet një gjykim i ri. Po ashtu, nxënësi bën zbatimin praktik të veprimeve me gjykime.
Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.
Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet elementare.
- Arsyetimi dhe vërtetimi

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po,ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.
Vërejtje: Kjo njësi mund të realizohet për dy orë bllok.

Tema: **1. MATEMATIKA LOGJIKE**
Njësia mësimore: **1.3. Formula e gjykimeve**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **1. MATEMATIKA LOGJIKE**	**Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore:** *Nxënësi/ja do të jetë në gjendje të:* 1. Përkufizojë gjykimet dhe kryejë veprimet me gjykime; 2. Caktojë saktësinë e ofrmulave logjike; 3. Zbatojë formulat logjike (ligjet e algjebrës së gjykimeve) në vërtetime matematike dhe situata reale; 4. Përdorë veprimet logjike në zgjidhje të problemeve në situata reale; 5. Zbatojë simbolet logjike për arsyetime matematike;
Njësia mësimore:	**Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore për njësinë mësimore:**

1.3. Formula e gjykimeve	1. Identifikon formulat e gjykimeve 2. Vërteton formulat e gjykimeve

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situate matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdor matematikën logjike.

Qasja e të nxënit:

Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe të nxënësve, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për vërtetimin e formulave logjike si dhe nxitjen e të menduarit për zgjidhjen e problemave që dalin nga formulat e gjykimeve.

Fjalët kyçe: gjykim, i saktë, i pasaktë, formula gjykimeve.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore si:

1. Të identifikojnë formulat e gjykimeve;
2. Të vërtetojnë formulat e gjykimeve, përmes formës tabelare.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, filozofi, informatikë etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo - analizo - diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi zhvillon veprimtari me të gjithë nxënësit në klasë duke shtruar pyetje për të paraqitur qëllimin e orës për njësinë mësimore me pikënisje rezultatet e orës, bazuar në rezultatet e temës, kriteret e suksesit për konceptin e ri të njësisë mësimore.

Shtron pyetje. P.sh.

1. Çka është gjykimi dhe të jepet një gjykim?
2. Cilat janë veprimet me gjykime dhe përsërit secilin veprim të gjykimeve?

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi:Duke vepruar në gjykimet $p,\ q,\ r,\ ...$ me veprimet logjike $\wedge, \vee,\ \neg\ ,\ \Rightarrow, \Leftrightarrow$, merren gjykime të përbëra, siç janë p.sh.:

$\neg p,\ p \wedge q,\ p \vee q, p \Rightarrow q, p \Leftrightarrow q$, $\neg(\neg p)$, $(p \wedge q) \Rightarrow (q \vee p)$, $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$, etj. të cilat quhen *formula gjykimesh.*

Në vijim, aty ku lejohet, kllapat do t'i përdorim sa më pak. P.sh. në vend të: $(p \wedge q) \Rightarrow (q \vee p)$,

do të shkruajmë $p \wedge q \Rightarrow q \vee p$ etj.

Përkufizon formulën e gjykimeve: Le të jenë $p, q, r, \cdots$ *shkronja gjykimesh, atëherë:*

1^0 *Çdo shkronjë gjykimesh, është formulë gjykimesh.*
2^0 *Në qoftë se A, B janë formula gjykimesh, edhe:*

$$A \wedge B,\ A \vee B,\ A \Rightarrow B,\ A \Leftrightarrow B,\ \rceil A$$

janë formula gjykimesh.
3^0 *Çdo formulë gjykimesh formohet me* 1^0 *dhe* 2^0 *duke zbatuar ato një numër të fundmë herësh.*

Kështu, p.sh. $\neg\ r \vee s,\ p \Rightarrow r,\ r \Rightarrow r \vee s,\ p \wedge q,\ \neg(\neg p)$,janë formula, ndërsa p.sh. $p \Rightarrow \vee q,\ \vee(p \Leftrightarrow q)$ nuk janë formula.

Po ashtu përkufizon ekuivalencën logjike të formulave: *Për dy formula* $P(p, q, \cdots)$ *dhe* $Q(p, q, \cdots)$ *thuhet se janë logjikisht ekuivalente apo shkurt ekuivalente apo të barabarta, nëse kanë tabela identike të saktësisë dhe simbolikisht i shënojmë:* $P(p, q, \cdots) \equiv Q(p, q, \cdots)$.

Shembulli 17. Vërtetoni se formula në vijim është gjithmonë e saktë:

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \vee q).$$

Zgjidhja.

p	q	$p \Rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \vee q)$
$\top$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$

c. *Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura* *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësi, formulën e dhënë e paraqet në tabelë dhe vërteton saktësinë e formulave duke i pasur parasysh veprimet me gjykime.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë që nga pyetjet dhe nga rrjedha e diskutimit për njësinë.
Kjo veprimtari zhvillohet gjatë gjithë orës mësimore me qëllim për të parë progresin e tyre në përvetësimin e informatave dhe sa ata janë në gjendje të gjenerojnë informata të reja.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën e orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet kujdes dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. vjen në përfundim se: nxënësi a është në gjendje ta bëjë lidhjen në mes veprimeve me gjykime dhe të formulave të gjykimeve, të interpretojë format analitike të formulave në formën tabelare dhe të gjejë saktësinë e veprimeve me gjykime.
Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.
Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit.
- Arsyetim dhe vërtetim

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **1. MATEMATIKA LOGJIKE**
Njësia mësimore: **1.4. Tautologjitë dhe kontradiksionet**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **1. MATEMATIKA LOGJIKE**	**Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore:** *Nxënësi/ja do të jetë në gjendje të:* 1. Përkufizojë gjykimet dhe kryejë veprimet me gjykime; 2. Caktojë saktësinë e formulave logjike; 3. Zbatojë formulat logjike (ligjet e algjebrës së gjykimeve) në vërtetime matematike dhe situata reale; 4. Përdorë veprimet logjike në zgjidhje të problemeve në situata reale; 5. Zbatojë simbolet logjike për arsyetime matematike;
Njësia mësimore: **1.4. Tautologjitë dhe**	**Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore për njësinë mësimore:** 1. Përkufizon tautologjitë dhe kontradiksionet

kontradiksionet	2. Vërteton tautologjitë dhe kontradiksionet

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur matematikën logjike.

Qasja e të nxënit:

Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për vërtetimin e saktësisë së tautologjitë dhe kontradiksionet.

Fjalët kyçe: gjykim, i saktë, i pasaktë, formula e gjykimeve, tautologji, kontradiksion.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore:

1. Të përkufizojnë tautologjitë dhe kontradiksionet
2. Të vërtetojnë tautologjitë dhe kontradiksionet.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, filozofi, informatikë etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi zhvillon veprimtari me të gjithë nxënësit në klasë duke shtruar pyetje për të paraqitur qëllimin e orës për njësinë mësimore me pikënisje rezultatet e orës, bazuar në rezultatet e temës, kriteret e suksesit për konceptin e ri të njësisë mësimore.

Shtron pyetje. P.sh.

1. Çka quajmë gjykime?
2. Çka quajmë formulë të gjikimeve?
3. Të shënohen disa formula të gjykimeve?
4. Vërtetoni formulat e gjykimeve?

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi: Disa formula marrin vlerë të saktë apo të pasaktë për të gjitha vlerat e variablave të tyre. Varësisht nga kjo, japim përkufizimet e mëposhtme.

Formula $P = P(p, q, \cdots)$ *quhet* ***tautologji****, nëse ajo merr vlerën T për të gjitha vlerat e variablave të saj.*

Formula $P = P(p, q, \cdots)$ *quhet* ***kontradiksion****, nëse ajo merr vlerë* $\perp$ *për të gjitha vlerat e variablave të saj.*

Duke u bazuar në tabelat vijuese, vërtetohet se formula $p \vee (\neg p)$ është tautologji , ndërsa formula $p \wedge (\neg p)$ është *kontradiksion*

Formula $p \vee \neg p$ është tautologji, sepse njëra prej komponentave gjithmonë është e saktë, ndërkaq formula $p \wedge \neg p$ është kontradiksion, sepse njëra prej komponentave është gjithmonë jo e saktë.

p	$\neg p$	$p \vee (\neg p)$
⊤	⊥	⊤
⊥	⊤	⊤

p	$\neg p$	$p \wedge (\neg p)$
⊤	⊥	⊥
⊥	⊤	⊥

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësi, formulën e dhënë e paraqet në tabelë dhe vërteton saktësinë apo pasaktësinë e formulave .P.sh. Nxënësit vërtetojnë disa nga ligjet logjike (tautologjitë) më të njohura.

1^0 $\vDash (p \vee \;\; p)$ (ligji i përjashtimit të së tretës),

2^0 $\vDash \neg\, (p \wedge \neg\;\; p)$ (ligji i kontradiksionit),

3^0 $\vDash \; p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ (ligji i thjeshtimit),

4^0 $\vDash \neg\neg\;\; p \Leftrightarrow p$ (ligji i negacionit të dyfishtë),

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë që nga pyetjet dhe nga vërtetimi i formulave.

Kjo veprimtari zhvillohet gjatë gjithë orës mësimore me qëllim për të parë progresin e tyre në përvetësimin e informatave dhe sa ata janë në gjendje të gjenerojnë informata të reja.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet kujdes dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. vjen në përfundim se: nxënësi a është në gjendje ta bëjë lidhjen në mes veprimeve me gjykime dhe të formulave të gjykimeve dhe të vërtetojnë saktësinë e formulave të interpretojë format analitike e formulave në formën tabelare dhe të gjejë saktësinë.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit.
- Arsyetim dhe vërtetim
- Zgjidhja e problemeve në situata reale.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar. Po ashtu, ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **1. MATEMATIKA LOGJIKE**

Njësia mësimore **1.5. Algjebra e gjykimeve**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **1. MATEMATIKA LOGJIKE**	**Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore:** *Nxënësi/ja do të jetë në gjendje të:* 1. Përkufizojë gjykimet dhe kryejë veprimet me gjykime; 2. Caktojë saktësinë e formulave logjike; 3. Zbatojë formulat logjike (ligjet e algjebrës së gjykimeve) në vërtetime matematike dhe situata reale; 4. Përdorë veprimet logjike në zgjidhje të problemeve në situata reale; 5. Zbatojë simbolet logjike për arsyetime matematike;		
Njësia mësimore: **1.5. Algjebra e gjykimeve**	**Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore për njësinë mësimore:** 1. Vërteton ligjet e algjebrës së gjykimeve		
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: 1. Modelon marrëdhënie dhe situate matematike përmes simboleve algjebrike. 2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur matematikën logjike.			
Qasja e të nxënit: Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe të nxënësve, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për vërtetimin e ligjeve të algjebrës së gjykimeve.			

Fjalët kyçe: gjykim, i saktë, i pasaktë, formula e gjykimeve, tautologji, kontradiksion.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore:

1. Të vërtetojnë ligjet e algjebrës së gjykimeve.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhje me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, filozofi, informatikë etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi zhvillon veprimtari me të gjithë nxënësit në klasë duke shtruar pyetje për të paraqitur qëllimin e orës për njësinë mësimore me pikënisje rezultatet e orës, bazuar në rezultatet e temës, kriteret e suksesit për konceptin e ri të njësisë mësimore.

Shtron pyetje. P.sh.

1. Çka quajmë formulë të gjykimeve?
2. Të shënohen disa formula të gjykimeve?
3. Vërtetoni formulat e gjykimeve?

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi: Me anë të tabelave të saktësisë vërteton se për bashkësinë e gjykimeve, në lidhje me veprimet $\neg, \wedge, \vee$ (por edhe për veprimet $\Rightarrow$ dhe $\Leftrightarrow$) formon një algjebër që quhet *algjebra e gjykimeve*, për të cilën vlejnë ligjet e mëposhtme:

LIGJET E ALGJEBRËS SË GJYKIMEVE

Ligjet e idempotencës

1a. $p \vee p \equiv p$ 1b. $p \wedge p \equiv p$

Ligjet asociative

2a. $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ 2b. $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

Ligjet komutative

3a. $p \vee q \equiv q \vee p$ 3b. $p \wedge q \equiv q \wedge p$

Ligjet distributive

4a. $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ 4b. $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Ligjet e identitetit

5a. $p \vee \perp \equiv p$ 5b. $p \wedge T \equiv p$

Ligjet e anulimit

6a. $p \vee T \equiv T$ 6b. $p \wedge \perp \equiv \perp$

Ligjet e komplementit

7a. $p \vee \neg p \equiv T$ 7b. $p \wedge \neg p \equiv \perp$

8a. $\neg T \equiv \perp$ 8b. $\neg \perp \equiv T$

Ligji i involucionit

9. $\neg \neg p = p$

Ligjet e De Morganit

10a. $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ 10b. $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

Ligji i ekuivalencës

11. $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

Ligji i implikacionit

12. $p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

*Nxënësi formulën – ligjet i paraqet në tabelë dhe vërteton saktësinë. *

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë që nga pyetjet dhe nga vërtetimi i ligjeve.

Kjo veprimtari zhvillohet gjatë gjithë orës mësimore me qëllim për të parë progresin e tyre në përvetësimin e informatave dhe sa ata janë në gjendje të gjenerojnë informata të reja.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhje detyrash.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet kujdes dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. vjen në përfundim se: nxënësi a është në gjendje të bëjë vërtetimin e ligjeve të algjebrës së gjykimeve.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit.
- Arsyetim dhe vërtetim
- Zgjidhja e problemeve në situata reale.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyre konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu, ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **1. MATEMATIKA LOGJIKE**
Njësia mësimore: **1. 6. Predikatet**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **1. MATEMATIKA LOGJIKE**	**Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore:** *Nxënësi/ja do të jetë në gjendje të:* 1. Përkufizojë gjykimet dhe kryejë veprimet me gjykime; 2. Caktojë saktësinë e formulave logjike; 3. Zbatojë formulat logjike (ligjet e algjebrës së gjykimeve) në vërtetime matematike dhe situata reale; 4. Përdorë veprimet logjike në zgjidhje të problemeve në situata reale; 5. Zbatojë simbolet logjike për arsyetime matematike;
Njësia mësimore:**1.6. Predikatet**	**Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore për njësinë mësimore:** 1. Përkufizon predikatet; 2. Zbaton predikatet në situata reale.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situate matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur matematikën logjike.

Qasja e të nxënit:
Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për të kuptuar predikatet si thënie të hapura ose si funksione logjike.

Fjalët kyçe: predikat, funksion logjik.

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore:

1. Të përkufizojnë predikatet;

2. Të zbatojnë predikatet në situata reale.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, filozofi, informatikë etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi zhvillon veprimtari me të gjithë nxënësit në klasë duke shtruar pyetje për të paraqitur qëllimin e orës për njësinë mësimore me pikënisje rezultatet e orës, bazuar në rezultatet e temës, kriteret e suksesit për konceptin e ri të njësisë mësimore.

Shtron pyetje. P.sh.

1. Çka quhet gjykim? (Gjykimet janë thënie deklarative që ose janë të sakta ose janë të pasakta.)

Po ashtu, mësimdhënësi tregon se: Ekzistojnë thënie që kanë kuptim, por për të cilat nuk mund të konstatojmë se janë të sakta apo të pasakta. P.sh. thënia: "$x^2=4$" në bashkësinë e numrave realë R është gjykim i saktë për $x=2 \vee x=-2$, por është gjykim i pasaktë për $x=3$.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi: Thëniet quhen *predikate* ose *funksione logjike* ose *thënie të hapura*. Pra, predikati në mënyrë përshkruese përkufizohet si thënie që varet nga variabla të ndryshme dhe që kthehet në gjykim për vlera konkrete të variablave.

Përkufizimi i predikatit ose funksionit logjik:

Le të jetë A një bashkësi e dhënë. ***Predikat një vendor*** *apo* ***funksion logjik*** *me një variabël i përkufizuar në A quhet thënia $p(x)$ që ka vetinë: $p(a)$ është gjykim (i saktë apo i pasaktë) për çdo $a \in A$.*

Bashkësia A quhet *domen i funksionit* $p(x)$, kurse $T_p=\{x \in A : p(x)=\mathrm{T}\}$ quhet *bashkësi e saktësisë* për $p(x)$ që shkurt shkruhet edhe $T_p=\{x : p(x)\}$.

Shpeshherë kur A është ndonjë bashkësi numerike predikati ka formën e ndonjë ekuacioni apo inekuacioni.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënës, ka arritur të kuptojë se predikati është funksion i cili kthehet në gjykim vlerash.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë që nga pyetjet dhe nga vërtetimi i ligjeve.

Kjo veprimtari zhvillohet gjatë gjithë orës mësimore me qëllim për të parë progresin e tyre në përvetësimin e informatave dhe sa ata janë në gjendje të gjenerojnë informata të reja.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Shembulli 20. Nëse me $p(x)$ shënohet predikati-fjalia "$x > 3$", i cili shqyrtohet në bashkësinë $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ si domen i funksionit $p(x)$, atëherë $p(4)$ dhe $p(5)$ janë gjykime-fjali të sakta.

Shembulli 21. Të caktohet bashkësia e saktësisë së funksionit logjik $p(x)$ të përkufizuar në bashkësinë N të numrave natyralë:

a. $p(x)$: "$x+5<3$". Bashkësia e saktësisë është: $\{x : x \in N,\ x+5<3\} = \varnothing$.

b. $p(x)$: "$x+5>1$". Bashkësia e saktësisë është: $\{x : x \in N,\ x+5>1\} = N$.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet kujdes dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. vjen në përfundim se: nxënësi a është në gjendje të paraqes predikatin si funksion logjik

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit për njësinë.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit.
- Arsyetim dhe vërtetim
- Zgjidhja e problemeve në situata reale.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu, ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemit të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **1. MATEMATIKA LOGJIKE**

Njësia mësimore: **1. 7. Kuantifikatorët**

PLANIT I ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKË	Lënda mësimore: MATEMATIKË	Shkalla e kurrikulës: V	Klasa: X

Tema: **1. MATEMATIKA LOGJIKE**	**Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore:** *Nxënësi/ja do të jetë në gjendje të:* 1. Përkufizojë gjykimet dhe kryejë veprimet me gjykime; 2. Caktojë saktësinë e formulave logjike; 3. Zbatojë formulat logjike (ligjet e algjebrës së gjykimeve) në vërtetime matematike dhe situata reale; 4. Përdorë veprimet logjike në zgjidhje të problemeve në situata reale; 5. Zbatojë simbolet logjike për arsyetime matematike;
Njësia mësimore: **1.7. Kuantifikatorët**	**Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore për njësinë mësimore:** 1. Përkufizon kuantifikatorët; 2. Zbaton kuantifikatorët në situata reale.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situate matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur matematikën logjike.

Qasja e të nxënit:

Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për të kuptuar kuantifikatorët si shndërrim i funksionit logjik në gjykim.

Fjalët kyçe: kuantifikator, funksion logjik, ekziston, për çdo.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore:

1. Të përkufizojnë kuantifikatorët;
2. Të zbatojnë kuantifikatorët në situata reale.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhje me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, filozofi, informatikë etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi zhvillon veprimtari me të gjithë nxënësit në klasë duke shtruar pyetje për të paraqitur qëllimin e orës për njësinë mësimore me pikënisje rezultatet e orës, bazuar në rezultatet e temës, kriteret e suksesit për konceptin e ri të njësisë mësimore.

Ppërkujton: Më parë kemi parë se si funksionet e gjykimeve shndërrohen në gjykime, nëse variablat zëvendësohen me vlera të caktuara.

P.sh. nëse $P(x)$ është fjalia:

$P(x):$ $3x$ është numër pozitiv.

Atëherë: $P(2), P(-3), \cdots$ janë gjykime, sepse:

$P(2)$: „ $3 \cdot 2$ është numër pozitiv", është gjykim i saktë.

$P(-3)$:„ $3 \cdot (-3)$ është numër pozitiv", është gjykim i pasaktë.

Kjo mënyrë e shndërrimit të funksionit logjik $P(x)$ në gjykim quhet *metoda e zëvendësimit.*

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi: Funksionet e gjykimeve bëhen gjykime duke përdorur të ashtuquajturit kuantifikatorë (përcaktim i saktësisë), $\forall$ dhe $\exists$, të cilëve në të folur të zakonshëm u përgjigjen fjalët „*çdo*" dhe „*ekziston*" (*ndonjë*).

Të shohim domethënien e simboleve $\forall$ dhe $\exists$. P.sh. shqyrtojmë fjalinë:

Çdo njëri nga numrat 3, 4, 6 *është faktor i numrit* 12.

Duke përdorur fjalën *çdo* me simbolin $\forall$ (*A* mbrapsht, nga anglishtja *all* – të gjithë), fjalinë e shprehim: $(\forall x \in \{3,4,6\})$ $(12 \vdots x)$, e cila lexohet: për çdo x nga bashkësia $\{3,4,6\}$, 12 plotpjesëtohet me x.

Fjala ***çdo***, (që ka edhe kuptimin: *cilido, secili, të gjithë* dhe quhet ***kuantifikator i përgjithshëm*** (u*niversal* ose *i gjatë*).

Fjalia: " Ndonjë nga numrat 4, 6, 7, 8 është faktor i 12", duke përdorur fjalën ndonjë, mund shprehet:

$(\exists x \in \{4,6,7,8\})$ $(12 \vdots x)$ dhe lexohet: "Ekziston numri x nga bashkësia $\{4,6,7,8\}$, i tillë që 12 plotpjesëtohet me x".

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënës, ka arritur të kuptojë se funksionet e gjykimeve bëhen gjykime duke përdorur të ashtuquajturit kuantifikatorë (përcaktim i saktësisë), $\forall$ dhe $\exists$, të cilëve në të folur të zakonshëm u përgjigjen fjalët „çdo" dhe „ekziston" (ndonjë).

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë që nga përcaktimi dhe përdorimi i kuantifikatorit.

Kjo veprimtari zhvillohet gjatë gjithë orës mësimore me qëllim për të parë progresin e tyre në përvetësimin e informatave dhe sa ata janë në gjendje të gjenerojnë informata të reja.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

18. Formuloni negacionin për pohimet e detyrës 17.

19. Të shkruhet negacioni i gjykimit: $(\forall x)(p(x)) \wedge (\exists y)(q(y))$.

20. Le të jetë $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Të gjendet vlera e saktësisë:

a. $(\exists x \in A) \quad (x+3=10)$;

b. $(\forall x \in A) \quad (x+3<10)$;

c. $(\exists x \in A) \quad (x+3<5)$;

d. $(\forall x \in A) \quad (x+3 \le 7)$.

21. Cila është vlera e saktësisë së shprehjeve në rastet vijuese:

a. $\exists x \forall y, \quad x^2 < y+1$;

b. $\forall x \exists y, \quad x^2 + y^2 < 12$;

c. $\forall x \forall y, \quad x^2 + y^2 < 12$;

d. $\exists x \forall y \exists z, \; x^2 + y^2 < 2z^2$;

e. $\exists x \exists y \forall z, \; x^2 + y^2 < 2z^2$.

Nëse bashkësia universale është $A = \{1, 2, 3\}$.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t\`i kushtohet kujdes dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. vjen në përfundim se: nxënësi a është në gjendje të përvetësojë kuantifikatorin si mundësi që funksionet e gjykimeve bëhen gjykime duke përdorur të ashtuquajturit kuantifikatorë (përcaktim i saktësisë), $\forall$ dhe $\exists$, të cilëve në të folur të zakonshëm u përgjigjen fjalët „*çdo*" dhe „*ekziston*" (*ndonjë*). Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit për njësinë. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit.
- Arsyetim dhe vërtetim
- Zgjidhja e problemeve në situata reale.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

KAPITULLI 2. BASHKËSITË

Tema: **2. BASHKËSITË**
Njësia mësimore: **2.1. Kuptimet themelore të bashkësisë**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **2. BASHKËSITË**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi do të jetë në gjendje të:* 1. Interpretojë kuptimet themelore me bashkësi; 2. Kryejë veprimet me bashkësi ; 3. Përkufizojë bashkësinë e fundme dhe të pafundme; 4. Përkufizojë bashkësinë partitive me shembuj konkretë; 5. Zbatojë ligjet e algjebrës së bashkësive; 6. Zbatojë bashkësitë në situata të problemeve nga jeta reale; 7. Interpretojë marrëdhënien ndërmjet bashkësive;
Njësia mësimore: **2.1. Kuptimet themelore të bashkësisë**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Përkufizon konceptin e bashkësisë; 2. Përkufizon nënbashkësinë, bashkësinë partitive, bashkësinë universale dhe bashkësinë boshe; 3. Interpreton bashkësinë në formë analitike dhe diagrame.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situate matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësitë.

Qasja e të nxënit:

Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për të përkufizuar kuptimin e bashkësisë, nënbashkësisë, bashkësinë partitive, bashkësinë universale dhe bashkësinë boshe.

Fjalët kyçe: bashkësi, nënbashkësi, bashkësi universle, bashkësi boshe.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojnë konceptin e bashkësisë;
2. Të përkufizojnë nënbashkësinë, bashkësinë partitive, bashkësinë universale dhe bashkësinë

boshe.
3. Të interpretojnë bashkësinë në formë analitike dhe diagrame.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore dhe në shkenca teknike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi zhvillon veprimtari me të gjithë nxënësit në klasë duke shtruar pyetje për të paraqitur qëllimin e orës për njësinë mësimore me pikënisje rezultatet e orës, bazuar në rezultatet e temës, kriteret e suksesit për konceptin e ri të njësisë mësimore.

Mësimdhënësi:Me konceptin e bashkësisë veç jeni njohur edhe më parë. Bëhen pyetjet:

1. Pse bashkësia merret si kuptim themelor? (Bashkësia merret si kuptim themelor sepse nuk ka kuptime më të thjeshta të cilat do të mund të shërbenin për përkufizimin e saj.)
2. Të merren disa shembuj bashkësish. (P.sh. Bashkësia e nxënësve të shkollës "Sami Frashëri"; Bashkësia e qyteteve të Kosovës, Bashkësia e shteteve të Europës etj.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi shënon: Bashkësitë shënohen me shkronja të mëdha të alfabetit $A, B, \ldots$ kurse elementet e tyre shënohen me shkronja të vogla $a, b, \ldots$. Bashkësia A me elementet $a, b, \ldots$ shënohet: $A=\{a,b,\cdots\}$.

Nëse elementet e bashkësitë kanë një veti të përbashkët, atëherë bashkësia mund të paraqitet me përshkrim të vetisë së elementeve të saj: $A = \{x \mid x \text{ ka vetinë } P\}$ ose $A = \{x \mid P(x)\}$.

Lexohet : "Bashkësia A e të gjithë elementeve x që kanë vetinë P".

Shembulli 1. A = {Nxënësit e klasave të dhjeta të shkollave të Prishtinës}.
Bashkësia $A = \{x \mid x = 2k, k\text{–numër i plotë}\}$ paraqet bashkësinë e numrave çift;

Po ashtu mësimdhënësi përkufizon:

Nënbashkësia

Bashkësia A quhet nënbashkësi e bashkësisë B, simbolikisht shënohet $A \subseteq B$, nëse çdo element i bashkësisë A njëkohësisht është edhe element i bashkësisë B. Pra, $A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$.

Shembulli 2. Nëse $A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{1,3,4\}$, $C=\{2,4,6\}$ kemi: $B \subset A$, por $C \not\subseteq A$ sepse $\exists 6 \in C$ dhe $6 \notin A$.

Nga përkufizimi i nënbashkësisë rrjedh se çdo bashkësi është nënbashkësi e vetvetes. Pra, për çdo bashkësi A, vlen $A \subseteq A$.

Përkufizim:Nëse A është nënbashkësi e bashkësisë B, por $A \neq B$, atëherë A quhet *nënbashkësi e vërtetë (e mirëfilltë)* e B, dhe shënohet $A \subset B$.

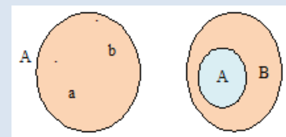
Dy bashkësi A dhe B quhen të të barabarta, shënohet A=B, atëherë dhe vetëm atëherë kur secili element i njërës bashkësi është njëkohësisht element edhe i bashkësisë tjetër. Pra,
$A = B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Leftrightarrow x \in B)$.

Shembulli 3. Shohim se:

a. $A = \{x : x + 3 = 0\} = \{-3\}$.

b. $B = \{x : x \in N \wedge x < 3\} \neq \{x : x \in Z \wedge x < 3\}$.

Shpeshherë për krahasimin e bashkësive ose për kryerjen e veprimeve me bashkësi është e përshtatshme të përdoren të ashtuquajturat diagrame të Venit.



Bashkësia boshe

Bashkësia e cila nuk ka elemente quhet *bashkësi boshe* (ose *e zbrazët*) dhe shënohet me: $\varnothing$. Pra, $\varnothing = \{\ \}$.

Bashkësia boshe është nënbashkësi e çdo bashkësie.

Shembull: 1. Bashkësia $\{x : x \in N \wedge x + 2 = 0\}$ është boshe;

2. Bashkësia e njerëzve më të vjetër se 200 vjet është boshe, etj.

Bashkësia universale

Në shumë raste shqyrtohen vetëm nënbashkësitë e ndonjë bashkësie *U*. Pra, bashkësitë jashtë bashkësisë *U* nuk janë objekt shqyrtimi; ato lihen sikur të mos ekzistonin fare. Prandaj: Bashkësia U ka kuptim universal, dhe për atë quhet bashkësi universale, dhe prandaj si e tillë është relative, ndërron nga problemi në problem.

Bashkësia partitive

Përkufizimi: Bashkësia e të gjitha pjesëve (nënbashkësive) të bashkësisë M, duke përfshirë dhe $\varnothing$, quhet bashkësi partitive ose bashkësi e pjesëve të M. Pra, $\mathrm{P}(M) = \{X \mid \forall X \subseteq M\}$.

Shembulli 5. Të gjendet bashkësia partitive për $M = \{a, b, c\}$.

Zgjidhja. $\mathrm{P}(M) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$. Bashkësia partitive $\mathrm{P}(M)$ e bashkësisë $M = \{a, b, c\}$ ka 8 elemente, pra 2^3.

Si të aplikojmë matematikën – modelimi matematikor

"Aplikimi i matematikës" nënkupton përdorimin e "mjeteve matematike" për të përshkruar, sqaruar dhe zgjidhur problemet reale ose shkencore.

Paraqitja matematike e një situate praktike quhet *model matematik.*
Procesi i transformimit të problemit real në problem matematik të zgjidhshëm quhet modelim matematik.

c. *Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura* *(punë e pavarur ose në grupe)*

*Nxënësit udhëzohen që nga shembujt e librit vet*ë të
krijojnë shembuj.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Kjo veprimtari zhvillohet gjatë gjithë orës mësimore me qëllim për të parë progresin e tyre në përvetësimin e informatave dhe sa ata janë në gjendje të gjenerojnë informata të reja.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet kujdes dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. vjen në përfundim se: bashkësia kuptohet si koncept fillestar, paraqitet me përshkrim të vetisë së elementeve të saj: $A = \{x \mid x \text{ ka vetinë } P\}$ ose $A = \{x \mid P(x)\}$.

Nënbashkësia kuptohet si një bashkësi që përmbahet në një bashkësi tjetër. Bashkësia boshe është bashkësi pa elemente, bashkësi partitive kuptohet si një bashkësi që formohet nga nënbshkësitë e mundshme të një bashkësie. Bashkësia universitare kuptohet si një bashkësi që përmban bashkësi të tjera.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit.
- Modelim matematikë;
- Zgjidhje të problemeve.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu, ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **2. BASHKËSITË**

Njësia mësimore: **2.2. Veprimet me bashkësi**

PLANIT I ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKË	Lënda mësimore: MATEMATIKË	Shkalla e kurrikulës: V	Klasa: X

Tema: **2. BASHKËSITË**

Rezultati i të nxënit të temës:

Nxënësi do të jetë në gjendje të:

1. Interpretojë kuptimet themelore me bashkësi;
2. Kryejë veprimet me bashkësi;
3. Përkufizojë bashkësinë e fundme dhe të pafundme;
4. Përkufizojë bashkësinë partitive me shembuj konkretë;
5. Zbatojë ligjet e algjebrës së bashkësive;
6. Zbatojë bashkësitë në situata të problemeve nga jeta reale;
7. Interpretojë marrëdhënien ndërmjet bashkësive;

Njësia mësimore: **2.2. Veprimet me bashkësi**

Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:

1. Kryen veprime me bashkësi.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësitë.

Qasja e të nxënit:

Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për kryer veprime me bashkësi.

Fjalët kyçe: bashkësi, union, prerje, diferencë imetrike, komplement.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të kryejnë veprimet me gjykime (union, prerje, diferencë dhe komplement)

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore dhe informatikë dhe me fusha të tjera

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi zhvillon veprimtari me të gjithë nxënësit në klasë duke shtruar pyetje për të paraqitur qëllimin e orës për njësinë mësimore me pikënisje rezultatet e orës, bazuar në rezultatet e temës, kriteret e suksesit për konceptin e ri të njësisë mësimore.

Mësimdhënsi:Me cilat veprime të bashkësive jeni njohur më parë?

1. Me cilat veprime të bashkësive jeni njohur më parë? (union, prerje, diferencë)

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Bazuar në informatat paraprake:

Union (ose **bashkim)**

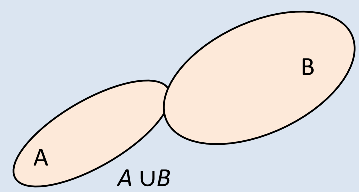
Union (ose bashkim) i bashkësisë A me bashkësinë B quhet bashkësia e të gjitha elementeve që i takojnë së paku njërës prej këtyre bashkësive. Simbolikisht shënohet $A \cup B$. Pra:

$$A \cup B \overset{përk.}{\Leftrightarrow} \{x \mid x \in A \vee x \in B\}.$$

Shembulli 7. Janë dhënë bashkësitë: $A = \{1,2,3,4,5\}$ dhe $B = \{2,3,6,7\}$.

Atëherë unioni i tyre është: $A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\} = \{1,2,3,4,5,6,7\}$.

Me diagramin e Venit unioni i bashkësive paraqitet në fig.



Prerja ose pjesa e përbashkët

Prerja ose pjesa e përbashkët e bashkësive A dhe B, që shënohet A $\cap$ B, është bashkësia

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}.$$

D.m.th. një element x i takon prerjes se bashkësive A dhe B, nëse ai i takon njëkohësisht që të dy atyre bashkësive.

Shembulli 8.

Janë dhënë bashkësitë si në shembullin 7. Gjeni prerjen e tyre.

Zgjidhja. Nga bashkësitë e dhëna shihet se prerja e tyre është:

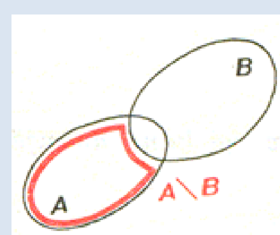
$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\} = \{2,3\}$.

Bashkësitë që nuk kanë elemente të përbashkëta quhen *bashkësi disjunkte*.

Diferenca (ose **ndryshimi**)

Diferenca (ose ndryshimi) e bashkësive A dhe B, simbolikisht shënohet me: $A \setminus \mathrm{B}$ (lexohet: A pa B), është bashkësia e elementeve që i takojnë bashkësisë A dhe jo bashkësisë B. D.m.th $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$.

Prerja e bashkësive grafikisht është dhënë në fig.



Shembulli 9.

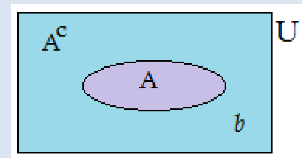
Të gjendet ndryshimi i bashkësive $A = \{1,2,3,4,5\}$ dhe $B = \{3,6,8,9\}$.

Zgjidhja. $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} = \{1,2,3,4,5\} \setminus \{3,6,8,9\} = \{1,2,4,5\}$.

Komplementi (plotësimi)

Le të jetë A nënbashkësi e bashkësisë universale U. Komplementi (plotësimi) i bashkësisë A ndaj bashkësisë U, shënohet $C_U A$, quhet bashkësia e të gjitha elementeve b nga bashkësia U, të cilat nuk janë elemente të A, fig. Pra, $C_U A = \{x : x \in U \wedge x \notin A\}$.

Komplementi i bashkësisë shkurt shkruhet edhe si: $A^c = \{b \in U : b \notin A\}$ apo $A^c = \{b \in U : P(b)\}$.



Nëse është e njohur bashkësia universale, nuk është e domosdoshme të shënohet bashkësia universale. Në këtë rast komplementi i bashkësisë A shënohet A^c ose $\overline{A}$. Në bazë të përkufizimit është e qartë se komplementi A^c i bashkësisë A shpesh shprehet me $A^c = U \setminus A$.

Në bazë të përkufizimit është qartë se komplementi A^c i bashkësisë A shpesh shprehet me $A^c = U \setminus A$.
Ngjashëm përkufizohen komplementi i bashkësisë A në bashkësinë B nëse $A \subseteq B$ dhe e shënojmë $C_B A$.Pra $C_B A = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$. Pra është e qartë se $C_B A = B \setminus A$.

Shembulli 10.

a. Për bashkësinë $A = \{a, b\}$, komplementet e nënbashkësive të ndryshme të saj janë:

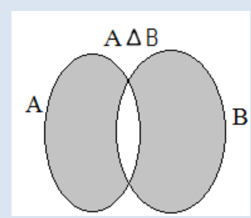
$$\varnothing^c = \{a, b\},\ \{a\}^c = \{b\},\ \{b\}^c = \{a\},\ \{a, b\}^c = \varnothing.$$

b. Nëse $N = \{1, 2, \cdots\}$ dhe $A = \{2, 4, 6, \cdots\}$, atëherë $A^c = \{1, 3, 5, \cdots\}$.

c. Në bashkësinë U e të gjithë banorëve të Prishtinës, nëse A paraqet bashkësinë e banorëve meshkuj, atëherë komplementi A^c janë të gjithë banorët femra të Prishtinës.

***Diferenca** (ose **ndryshimi**)*

***Diferenca** (ose **ndryshimi**) **simetrike** e bashkësive A dhe B është bashkësia e elementeve që i takojnë A dhe nuk takojnë B ose i takojnë B dhe nuk i takojnë A. Pra, $A\Delta B$ është unioni i ndryshimeve $A \setminus B$ dhe $B \setminus A$. Prandaj $A\Delta B = (A\setminus B)(B\setminus A)$.*



Shembulli 11. Le të shqyrtojmë sindikatën e punëtorëve për tri kompanitë e njohura: Coca-Cola, Schweppes e Mercedes. Konsiderojmë se këto kompani kanë këta punëtorë: Coca-Cola $= \{a, b, c, d, e, f\}$; Schweppes $= \{e, f, g, h, a, m\}$ dhe Mercedes $= \{a, h, j, i, k, l, x\}$.

a. Të shënohen të gjithë punëtorët e sindikatës për këto tri kompani (me kusht që secili punëtor i punësuar konsiderohet anëtar i sindikatës).
b. Të tregohet se cilët punëtorë punojnë në më tepër se një kompani.
c. Të tregohet se cilët punëtorë punojnë në Coca-Cola, por jo në Schweppes.
d. Të gjenden të gjithë punëtoret nga Coca-Cola dhe Schweppes që punojnë vetëm në njërën nga këto kompani (jo në dy).

Zgjidhja.

a. Nga parashtrimi i detyrës shihet se anëtarë të sindikatës së këtyre kompanive në realitet fitohen me unionin e këtyre kompanive, d.m.th. anëtarët e tërësishëm të sindikatës janë:

$$S=\{a,b,c,d,e,f,g,h,m,j,i,k,l,x\}$$

(punëtorët që punojnë në dy kompani në kuadër të sindikatës janë llogaritur një herë, d.m.th. te dhënat që përsëriten paraqiten vetëm një herë).

b. E dimë se punëtorët që punojnë në më tepër se në një kompani fitohen me prerjen e atyre bashkësive dhe në bazë të kësaj kemi:

Coca-Cola $\cap$ Schweppess $=\{a, f\}$,

Njësoj gjenden edhe punëtorët e tjerë që punojnë në më shumë se në një kompani.

c. Në ketë rast shihet se merren të gjithë punëtorët që janë në Coca-Cola por jo në Schweppes, e kjo d.m.th. se duhet të merret ndryshimi i këtyre bashkësive:

Coca-Cola , Schweppes $=\{b,c,d\}$.

d. Ky problem i parashtruar realizohet me diferencën simetrike në mes të atyre bashkësive, d.m.th.:

Coca-Cola Δ Schweppes $=\{b,c,d\}\cup\{g,h,m\}=\{b,c,d,g,h,m\}$.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet12). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.* Kjo veprimtari zhvillohet gjatë gjithë orës mësimore me qëllim për të parë progresin e tyre në përvetësimin e informatave dhe sa ata janë në gjendje të gjenerojnë informata të reja.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Libri i nxënësit shembulli 6/a/b, 7, 11, 14, 15a/b. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet vëmendje dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. vjen në përfundim se: Nxënësit janë në gjendje të kryejnë veprimet me bashkësi. Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit;
- Arsyetimi dhe vërtetimi;
- Modelimi matematik.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës. Vërejtje: Kjo njësi mund të realizohet për dy orë bllok

Tema: **2. BASHKËSITË**

Njësia mësimore: **2.3. Algjebra e bashkësive. Parimi i dualitetit**

<table>
<tr><td colspan="4">PLANI I ORËS MËSIMORE</td></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema: 2. BASHKËSITË</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore:</u>
Nxënësi/ja do të jetë në gjendje të:
1. Interpretojë kuptimet themelore me bashkësi;
2. Kryejë veprimet me bashkësi;
3. Përkufizojë bashkësinë e fundme dhe të pafundme;
4. Përkufizojë bashkësinë partitive me shembuj konkretë;
5. Zbatojë ligjet e algjebrës së bashkësive;
6. Zbatojë bashkësitë në situata të problemeve nga jeta reale;
7. Interpretojë marrëdhënien ndërmjet bashkësive;</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore: 2.3. Algjebra e bashkësive. Parimi i dualitetit</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore për njësinë mësimore:</u>
1. Identifikon formulat e algjebrës së bashkësive
2. Vërteton formulat e algjebrës së bashkësive</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:</u>
1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësitë.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Qasja e të nxënit:</u>
Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për vërtetimin e formulave të algjebrës së bashkësive si dhe nxitjen e</td></tr>
</table>

të menduarit për zgjidhjen e problemave që dalin nga formulat e algjebrës së bashkësive.

Fjalët kyçe: Veprimet me bashkësi, parimi i dualitetit, ligjet e Morganit.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore si:

1. Të identifikojnë formulat e algjebrës së bashkësive;
2. Të vërtetojnë formulat e algjebrës së bashkësive.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, filozofi, informatikë etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi zhvillon veprimtari me të gjithë nxënësit në klasë duke shtruar pyetje për të paraqitur qëllimin e orës për njësinë mësimore me pikënisje rezultatet e orës, bazuar në rezultatet e temës, kriteret e suksesit për konceptin e ri të njësisë mësimore.

Mësimdhënsi: Shtron pyetje. P.sh.

1. Cilat janë veprimet me bashkësi?
2. Të përsëriten veprimet me bashkësi?

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi: Bashkësitë në lidhje me veprimet $\cup$, $\cap$ dhe ^{c} formojnë një algjebër që i plotëson këto veti të cilat mund të vërtetohen duke e zbatuar përkufizimin e barazisë së bashkësive ose me diagramin e Venit.

Ligjet e idempotencës

1a. $A\cup A=A$ 1b. $A\cap A=A$

Ligjet asociative

2a. $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$ 2b. $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

Ligjet komutative

3a. $A\cup B=B\cup A$ 3b. $A\cap B=B\cap A$

Ligjet distributive

4a. $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ 4b. $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

Ligjet e identitetit

5a. $A\cup\varnothing=A$ 5b. $A\cap U=A$

6a. $A\cup U=U$ 6b. $A\cap\varnothing=\varnothing$

Ligji i involucionit

7. $\left(A^c\right)^c = A$

Ligjet e komplementit

8a. $A \cup A^c = U$ 8b. $A \cap A^c = \varnothing$

9a. $U^c = \varnothing$ 9b. $\varnothing^c = U$

Ligjet e DeMorganit

10a. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ 10b. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Për ilustrim po vërtetojmë barazimin 4*b*, d.m.th. vetinë distributive të prerjes ndaj unionit:

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Gjatë vërtetimit aplikojmë përkufizimet e unionit dhe prerjes, duke marrë një varg pohimesh ekuivalente:

$$\begin{aligned} x \in A \cap (B \cup C) &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \cup C \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \in C) \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \vee x \in A \cap C \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap C). \end{aligned}$$

Të theksojmë se vetitë e mësipërme mund të vërtetohen edhe me ndihmën e tabelave të saktësisë.
Sa për ilustrim vërtetojmë ligjin e parë të De Morganit, d.m.th. 10a.

$x \in A$	$x \in B$	$x \in A \cup B$	$x \in (A \cup B)^c$	$x \in A^c$	$x \in B^c$	$x \in A^c \cap B^c$
T	T	T	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$
T	$\perp$	T	$\perp$	$\perp$	T	$\perp$
$\perp$	T	T	$\perp$	T	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	T	T	T	T

Meqë shtylla e katërt dhe e shtatë janë identike, vërtetohet ekuivalenca:

$(\forall x) \quad [x \in (A \cup B)^c \Leftrightarrow x \in (A^c \cap B^c)]$.

Ligjet e algjebrës së bashkësive në tabelën e mësipërme janë dhënë edhe nën a) edhe nën b). Në qoftë se në 1-10 i zëvendësojmë $\cup, \cap, \varnothing, U$ përkatësisht me $\cap, \cup, U, \varnothing$ nga formulat a) do të fitohen formulat b) dhe anasjelltas. Ky fakt i rëndësishëm tregon se në algjebrën e bashkësive vlen i ashtuquajturi *parim i dualitetit*.

c. *Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura* *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësi formulën e dhënë e paraqet edhe në formën analitike dhe tabelare.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë që nga pyetjet dhe nga rrjedha e diskutimit për njësinë sa ka përvetësuar veprimet me bashkësi. Kjo veprimtari zhvillohet gjatë gjithë orës mësimore me qëllim për të parë progresin e tyre në përvetësimin e informatave dhe sa ata janë në gjendje të gjenerojnë informata të reja.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen nga libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet vëmendje dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. vjen në përfundim se: nxënësi a është në gjendje të bëjë vërtetimin e formulave të algjebrës së bashkësive, sa është në gjendje të bëjë lidhjen në mes veprimeve me bashkësi dhe të formulave të algjebrës së bashkësive, të interpretojë format analitike e formulave në formën tabelare dhe të gjejë saktësinë e veprimeve me bashkësi.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit.
- Arsyetim dhe vërtetim
- Modulimet matematike
- Lidhjen e matematikës me tema të tjera dhe fusha të tjera.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu, ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **2. BASHKËSITË**

Njësia mësimore: **2.4. Numri kardinal i bashkësisë së fundme**

PLANIT I ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **2. BASHKËSITË**

Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore:

Nxënësi/ja do të jetë në gjendje të:

1. Interpretojë kuptimet themelore me bashkësi;
2. Kryejë veprimet me bashkësi;
3. Përkufizojë bashkësinë e fundme dhe të pafundme;
4. Përkufizojë bashkësinë partitive me shembuj konkretë;
5. Zbatojë ligjet e algjebrës së bashkësive;
6. Zbatojë bashkësitë në situata të problemeve nga jeta reale;
7. Interpretojë marrëdhënien ndërmjet bashkësive;

Njësia mësimore: **2.4. Numri kardinal i bashkësisë së fundme**

Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore për njësinë mësimore:

1. Përkufizon numrin kardinal të bashkësisë së fundme
2. Vërteton se për bashkësi të fundme atëherë edhe veprimet me to janë bashkësi të fundme.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësitë.

Qasja e të nxënit:

Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për numrin kardinal të bashkësive të fundme dhe vërtetimin se për bashkësi të fundme edhe veprimet me to janë të fundme.

Fjalët kyçe: numër kardinal, bashkësi e fundme dhe e pafundme,

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore:

1. Të përkufizojnë numrin kardinal të bashkësisë së fundme
2. Të vërtetojnë se për bashkësi të fundme atëherë edhe veprimet me to janë të fundme.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, filozofi, informatikë etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. *Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve* *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi zhvillon veprimtari me të gjithë nxënësit në klasë duke shtruar pyetje për të paraqitur qëllimin e orës për njësinë mësimore me pikënisje rezultatet e orës, bazuar në rezultatet e temës, kriteret e suksesit për konceptin e ri të njësisë mësimore.

Mësimdhënsi: Shtron pyetje. P.sh.

1. Kur thuhet se një bashkësi është e fundme?
2. Të merren shembuj të bashkësive të fundme.
3. Të merren shembuj me veprime me bashkësi dhe të gjendet numri i elementeve të tyre.

b. *Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)*

Mësimdhënësi: Siç është thënë edhe në fillim, bashkësia që ka n elemente të ndryshme, ku n është numër i plotë jonegativ quhet *bashkësi e fundme*. Përndryshe bashkësia, quhet *e pafundme*.

Bashkësia boshe $\varnothing$ dhe bashkësia G e germave të alfabetit tonë janë bashkësi të fundme, kurse bashkësia e numrave natyralë çift $\{2, 4, 6, \cdots, 2n, \cdots\}$ është e pafundme.

Me $k(A)$ zakonisht shënohet numri i elementeve të bashkësisë së fundme A dhe quhet *numër kardinal* i bashkësisë $A-$së. Përdoren edhe simbolet $n(A)$, $|A|$ apo $card(A)$.

Po ashtu mësimdhënësi interpreton:

Pohimi 1. Në qoftë se A dhe B janë bashkësi të fundme, atëherë edhe $A\cup B$, $A\cap B$ janë bashkësi të fundme dhe vlen barazimi

$$k(A\cup B)=k(A)+k(B)-k(A\cap B).$$

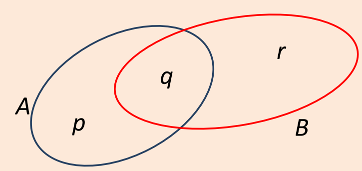
Vërtetimi. Meqë A, B janë bashkësi të fundme, kur mblidhen numrat kardinalë të bashkësive A dhe B, elementet e prerjes numërohen dy herë, prandaj nga $k(A)+k(B)$ duhet zbritur numrin $k(A\cap B)$.

Rrjedhimi. Nëse A, B janë bashkësi të fundme disjunkte, atëherë

$k(A\cup B)=k(A)+k(B)$.

Shembulli 13. Bashkimi i dy bashkësive A dhe B ka 15 elemente. Bashkësia ka 8 elemente, ndërsa prerja e tyre $A\cap B$,ka 5 elemente. Sa elemente ka bashkësia B?

Zgjidhja. Për zgjidhjen e detyrës është e përshtatshme të shfrytëzohen diagramet e Venit, shih figurën. Shënojmë me p, q, r numrat kardinalë të bashkësive:



$$A\setminus B,\ A\cap B,\ B\setminus A.$$

Meqë bashkësitë $A\setminus B$, $A\cap B$, $B\setminus A$ janë disjunkte dhe $A\cup B = (A\setminus B)\cup(A\cap B)\cup(B\setminus A)$, atëherë: $p+q+r=15$, $p+q=8$, $q=5$.

Duke zgjidhur sistemin e fundit të ekuacioneve lineare sipas p, q dhe r marrim $p=3$, $q=5$, $r=7$. Rrjedhimshit, B ka 12 elemente.

c. *Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura* *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësi, për bashkësi të dhënë vërteton numrin kardinal dhe për veprime me bashkësi cakton numrin kardinal.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë në verifikimin e saktësisë së informatës që ka të bëjë me numrin kardinal.

Kjo veprimtari zhvillohet gjatë gjithë orës mësimore me qëllim për të parë progresin e tyre në përvetësimin e informatave dhe sa ata janë në gjendje të gjenerojnë informata të reja.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit shembull 14, dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet vëmendje dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. vjen në përfundim se: nxënësi a është në gjendje të përcaktojë numrin kardinal të bashkësisë dhe numrin kardinal të veprimeve me bashkësi.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit.
- Arsyetim dhe vërtetim
- Zgjidhja e problemeve në situata reale.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemit dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **2. BASHKËSITË**

Njësia mësimore: **2. 5. Produkti kartezian i bashkësive**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **2. BASHKËSITË**	**Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore sipas temës mësimore:** 1. Interpretojë kuptimet themelore me bashkësi; 2. Kryejë veprimet me bashkësi; 3. Përkufizojë bashkësinë e fundme dhe të pafundme; 4. Përkufizojë bashkësinë partitive me shembuj konkretë; 5. Zbatojë ligjet e algjebrës së bashkësive; 6. Zbatojë bashkësitë në situata të problemeve nga jeta reale; 7. Përkufizojë dhe zbatojë prodhimin kartezian të bashkësive 8. Interpretojë marrëdhënien ndërmjet bashkësive;
Njësia mësimore: **2. 5. Produkti kartezian i bashkësive**	**Rezultatet e të nxënit të kompetencave matematikore për njësinë mësimore:** 1. Përkufizon dyshet e renditura të elementeve 2. Përkufizon produktin kartezian të bashkësive 3. Zbaton dyshet e renditura në situata reale

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:
1. Modelon marrëdhënie dhe situate matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësitë.

Qasja e të nxënit:
Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për të kuptuar dyshen e renditur, dhe produktin kartezian të bashkësive.

Fjalët kyçe: dyshe e renditur, prodhim kartezian.

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore:
1. Të përkufizojnë dyshet e renditura të elementeve
2. Të zbatojnë produktin kartezian të bashkësive
3. Të zbatojnë dyshet e renditura në situata reale

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes së detyrave, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, filozofi, informatikë etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. *Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve* (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi zhvillon veprimtari me të gjithë nxënësit në klasë duke shtruar pyetje për të paraqitur qëllimin e orës për njësinë mësimore me pikënisje rezultatet e orës, bazuar në rezultatet e temës, kriteret e suksesit për konceptin e ri të njësisë mësimore.

Mësimdhënsi përkujton: Se gjatë shkrimit të elementeve të bashkësisë renditja elementeve nuk është e rëndësishme. Pra, vlen p.sh. $\{a,b\}=\{b,a\}$. Mirëpo, shpeshherë është me rëndësi se cili nga elementet e një bashkësie prej dy elementesh është i pari e cili element është i dyti.

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo–diskuto)

Mësimdhënësi:

Bashkësia dyelementëshe e përbërë nga elementet a dhe b, ku a është elementi i parë ndërsa b është elementi i dytë, quhet dyshe (ose çift) e renditur dhe shënohet (a,b), a quhet komponenti i parë, ndërsa b quhet komponenti i dytë i dyshes.

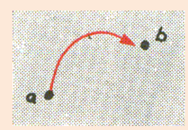
Pra, sipas këtij përkufizimit çiftet (a,b) dhe (b,a) janë të ndryshme.

Vetia themelore e çifteve të renditura:

$(a,b)=(c,d)\Leftrightarrow(a=c\wedge b=d)$.

Treshja e renditur $(a,\,b,\,c)$ e objekteve a,b,c përkufizohet me anë të çiftit të renditur $(a,\,b,\,c)=((a,\,b),\,c)$.

Ngjashëm, $n-$shja e renditur $(a_1,\,a_2,\cdots,a_n)$ e objekteve $a_1,\,a_2,\cdots,a_n$ përkufizohet me $(n-1)-$shen e renditur $(a_1,\,a_2,\cdots,a_n)=((a_1,\,a_2,\cdots,a_{n-1}),\,a_n)$.



Vlen barazia:

$$(a_1,a_2,\ldots,a_n)=(b_1,b_2,\ldots,b_n)\Leftrightarrow a_1=b_1,a_2=b_2,\ldots,a_n=b_n$$

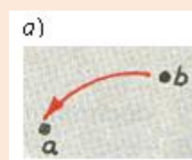
Shembulli 15.

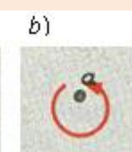
a. $(1,2)=(2-1,1+1)$.

b. $(5+1,6,8)=(7-1,8-2,6+2)$.

c. $(1,2)\neq(2,1)$ (ndërsa $\{1,2\}=\{2,1\}$).

Supozojmë se objektet a dhe b grafikisht janë paraqitur në figurë, atëherë, çifti i renditur (a,b) rëndom paraqitet si në fig.





Paraqitja grafike si në fig. Quhet *graf* i çiftit të renditur. Çiftit të renditur (b,a) i përgjigjet grafi fig.*a*), që dallohet nga grafi në fig . Çifti i renditur (a,a) paraqitet në fig. b).

Produkti katezian i bashkësive

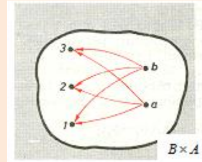
Prodhim (produkt) kartezian *ose* ***direkt*** *i bashkësive A dhe B, e shënojmë $A\times B$, quhet bashkësia e të gjithë dysheve të renditura, komponenta e parë e të cilave është nga bashkësia A, ndërsa komponenta e dytë është nga bashkësai B. Pra,*

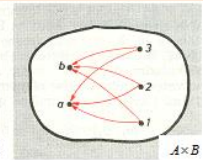
$$A\times B=\{(a,b):a\in A\wedge b\in B\},$$

Shembulli 16. Le të jetë $A=\{1,2,3\}$, $B=\{a,b\}$. Prodhimet kartetziane të bashkësive A dhe B janë:

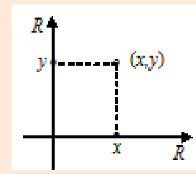
$$A\times B=\{1,2,3\}\times\{a,b\}=\{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)\}$$

$$B\times A=\{a,b\}\times\{1,2,3\}=\{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}.$$





Këto bashkësi paraqiten kështu: Figura paraqet grafet e $A\times B$ dhe $B\times A$.
Është e përshtatshme që prodhimet karteziane të paraqiten si në fig.
Këto figura të rikujtojnë sistemin koordinativ.
Duke pasur parasysh përkufizimin e prodhimit kartezian mund të vërejmë se pikat e rrafshit të një sistemi koordinativ janë dyshe të renditura të prodhimit kartezian të bashkësisë së numrave realë me vetveten (shih fig.).



Produkti kartezian i bashkësive nuk është komutativ, d.m.th.
$A\times B\neq B\times A$, përveç kur $A=B$.

Nëse $A=B$, atëherë prodhimin $A\times A$ shënojmë A^2dhe e quajmë katrori kartezian i bashkësisë A. Pra, $A\times A=A^2$.

Pohimi 2. Nëse A, B janë bashkësi të fundme, atëherë edhe $A\times B$ është bashkësi e fundme dhe vlen barazimi $k(A\times B)=k(A)\cdot k(B)$.

Ngjashëm përkufizohet prodhimi kartezian një numri të fundmë bashkësish $A_1,\ A_2,\cdots,A_n$:

$A_1\times A_2\times\cdots\times A_n=\{(a_1,\ a_2,\cdots,a_n):\ a_1\in A_1,\ a_2\in A_2,\ \cdots,\ a_n\in A_n\}$. Për $A_1=A_2=\cdots=A_n=A$ prodhimi kartezian si më sipër shënohet A^n.

Nëse $A=B$, atëherë prodhimin $A\times A$ shënojmë A^2dhe e quajmë katrori kartezian i bashkësisë A. Pra, $A\times A=A^2$.

Pohimi 2. Nëse A, B janë bashkësi të fundme, atëherë edhe $A\times B$ është bashkësi e fundme dhe vlen barazimi

$$k(A\times B)=k(A)\cdot k(B).$$

Ngjashëm përkufizohet prodhimi kartezian një numri të fundmë bashkësish $A_1,\ A_2,\cdots,A_n$:

$$A_1\times A_2\times\cdots\times A_n=\{(a_1,\ a_2,\cdots,a_n):\ a_1\in A_1,\ a_2\in A_2,\ \cdots,\ a_n\in A_n\}.$$

Për $A_1=A_2=\cdots=A_n=A$ prodhimi kartezian si më sipër shënohet A^n.

b. *Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura* *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësi, ka arritur të kuptojë se dyshe e renditur e dy elementeve të bashkësisë është lidhja e dy elementeve. Njëkohësisht nxënësit përkufizojnë produktin kartezian dhe e zbatojnë në situata reale.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë që diskutohet për dyshe të renditura dhe prodhim kartezian.

Kjo veprimtari zhvillohet gjatë gjithë orës mësimore me qëllim për të parë progresin e tyre në përvetësimin e informatave dhe sa ata janë në gjendje të gjenerojnë informata të reja.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave

Shembulli 17. Nëse është dhënë bashkësia $A=\{a,b\}$, atëherë:

$$A^2 = A\times A=\{a,b\}\times\{a,b\}=\{(a,a),(a,b),(b,a),(b,b)\},$$

$$A^3=\{(a,a,a),(a,a,b),(a,b,a),(a,b,b),(b,a,a),(b,a,b),(b,b,a),(b,b,b)\}.$$

Në fund të kësaj njësie po marrim disa shembuj praktikë.

Shembulli 18. Në një agjencion për punësim kërkojnë punë punëtorët *a, b* dhe *c*. Ndërsa oferta për punë kanë bërë katër kompani: kompania 1, 2, 3 dhe 4. Të shënohen të gjitha mundësitë për punësimin e tre punëtorëve në katër kompanitë ofertuese.

Zgjidhja. Secili nga tre punëtorët mund të punësohet në cilëndo nga katër kompanitë ofertuese. Pra, mundësitë e punësimit janë në çiftet e prodhimit kartezian të bashkësive $A=\{p_1,p_2,p_3\}$ dhe $B=\{k_1,k_2,k_3,k_4\}$:

$$\begin{aligned}A\times B=\{&(p_1,k_1),(p_1,k_2),(p_1,k_3),(p_1,k_4)\\ &(p_2,k_1),(p_2,k_2),(p_2,k_3),(p_2,k_4)\\ &(p_3,k_1),(p_3,k_2),(p_3,k_3),(p_3,k_4)\}.\end{aligned}$$

Shembulli 19. Te disa kompjuterë kodi i identifikimit të përdoruesit duhet të fillojë me tri shkronja, të vazhdojë me dy shifra dhjetore dhe të mbarojë me një shkronjë. Sa përdorues mund të kenë kodet e tyre të identifikimit në kompjuterët e tillë?

Zgjidhja. Shënojmë $A=\{a,b,c,d,\ldots\}$ bashkësinë e shkronjave të alfabetit anglez dhe $B=\{1,2,3\ldots\}$ bashkësiën e shifrave të sistemit dhjetor. Nëse një numër identifikues është për shembull i formës $abc12d$ ai është mund të shkruhet në formën $(a,b,c,1,2,d)$ prandaj ai është element nga prodhimi kartezian $A\times A\times A\times B\times B\times A$. Pra,

$$abc12d\equiv(a,\ b,\ c,\ 1,\ 2,\ d)\in A\times A\times A\times B\times B\times A,$$

Numri i kodeve identifikuese është $26^4\cdot 10^2$, sepse gjuha angleze ka 26 shkronja, kurse numri i shifrave dhjetore është 10.

Detyrat e shtëpisë jepen nga libri i nxënësit dhe nga libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet vëmendje dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit.
- Arsyetim dhe vërtetim
- Zgjidhja e problemeve në situata reale.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

KAPITULLI 3. RELACIONET

Tema: **3. RELACIONET**

Njësia mësimore: **3.1. Raportet ndërmjet bashkësive**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **3. RELACIONET**	**Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Përkufizon konceptin e relacionit; 2. Dallon relacionin e ekuivalencës dhe të renditjes; 3. Zbaton relacionet në matematikë dhe situata nga jeta reale;
Njësia mësimore: **3.1. Raportet ndërmjet bashkësive**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** (Si ta japësh mësimin?) 1. *Interpreton raportin ndërmjet bashkësive;*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur relacionet.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktiviste me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta interpretojë raportin ndërmjet bashkësive. Metodat që përdoren gjatë orës së mësimit janë kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: raport ndërmjet elementeve, dyshe e renditur, relacion

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të interpretojnë raportin ndërmjet bashkësive;

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shtron disa pyetje lidhur me bashkësitë dhe elementet e bashkësive.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Ndërmjet elementeve të një bashkësie mund të ekzistojnë *relacione, lidhje* ose *marrëdhënie* të ndryshme.

■ **Shembulli 1.**

a. Me fjalinë: *"Numri 2 është më i vogël se numri 3"* është vendosur një relacion ndërmjet dy elementeve të bashkësisë së numrave natyralë N .

b. *Kongruenca* në bashkësinë e trekëndëshave gjithashtu paraqet një relacion ndërmjet trekëndëshave.

Ndërmjet elementeve të dy apo më shumë bashkësive gjithashtu mund të vendoset ndonjë relacion.

■ **Shembulli 2.** Le të jetë dhënë bashkësia e lumenjve:

A={ Ereniku, Ibri, Valbona},

Dhe bashkësia e qyteteve:

$B=$ {Peja, Gjakova, Mitrovica, Tirana}.

Le të vendosim këtë relacion ndërmjet këtyre dy bashkësive:

"Lumi nga bashkësia A kalon nëpër qytetin e bashkësisë B ".

Të shqyrtohet marrëdhënia ndërmjet këtyre dy bashkësive.

Zgjidhja. T\`i vendosim si dyshe të renditura elementet nga bashkësia A me elementet përkatëse nga bashkësia B me të cilat janë në relacion: (Ereniku, Gjakova), (Ibri, Mitrovica)
janë elemente të relacionit në relacion, kurse, siç janë: (Ereniku, Peja), (Ibri, Gjakova), (Valbona, Tirana). Nuk janë elemente të relacionit.

Shembulli 3. Le të jetë $E=\{a,b,c,d\}$ një shoqëri prej katër personash, kurse $F=\{A,B,C\}$ një shoqëri prej tre personash. Ndërmjet këtyre dy shoqërive mund të vendoset relacioni "*njoftim* ".Le të supozojmë se:

$a\in E$ i njeh personat A e C;

$b\in E$ e njeh personin B;

$c\in E$ i njeh personat A,B e C;

$d\in E$ nuk njeh as A, as B, as C.

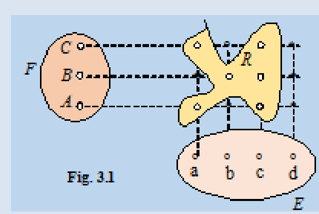


Fig. 3.1

Të shqyrtohet marrëdhënia ndërmjet këtyre dy bashkësive.

Zgjidhja. Të dhënat e mësipërme janë paraqitur në figurën në fig.3.1.
Shënojmë më R bashkësinë e "rrathëve" nga fig.3.1 dhe shohim se:

$R=\{(a,A),(a,C),(b,B),(c,A),(c,B),(c,C)\}$,

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 1). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë *në grupe ose në mënyrë të pavarur.*

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhës së orës mësimore: mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet vëmendje dhe si mund ta plotësojë atë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në interpretimin e lidhjes së elementeve të bashkësisë. Dy shembujt e parë treguan se relacioni mund të paraqitet edhe si bashkësi dyshesh të renditura. Në shembullin e parë dyshet janë elemente të prodhimit kartezian $A \times B$, ndërsa në shembullin e dytë janë elemente të prodhimit kartezian $E \times F$.

Në shembujt e mësipërm lidhja e vendosur në mes elementeve paraqitet me dyshe të renditura me komponentë nga bashkësitë të cilat shqyrtohen. Prandaj, është e natyrshme që ky kuptim i relacionit të përkufizohet me anë të dysheve të renditura.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit
- Zgjidhje e problemeve
- Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **3. RELACIONET**

Njësia mësimore: 3.2. **Relacionet binare**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **3. RELACIONET**	**Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Përkufizon konceptin e relacionit; 2. Dallon relacionin e ekuivalencës dhe të renditjes; 3. Zbaton relacionet në matematikë dhe situata nga jeta reale;
Njësia mësimore: **3.2. Relacionet binare**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Përkufizon relacionin binar dhe relacionin invers binar;* 2. *Interpreton relacionin binar nëpërmjet shembujve.*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur relacionet.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktiviste me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta përvetësojë konceptin e relacionit binar. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues dhe ushtrime.

Fjalët kyçe: relacion, relacion ekuivalence, domen relacioni, kodomen relacioni, relacion invers, graf

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të përkufizojnë relacionin binar dhe relacionin invers binar;*
2. *Të interpretojnë relacionin binar nëpërmjet shembujve.*

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi, shtron disa pyetje. Lidhur me kuptimin e bashkësisë dhe nënbashkësisë. Po ashtu, shtron pyetje lidhur me prodhimin kartizian dhe për dyshe të renditura.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi, përkufizon:

Relacion binar *përkufizuar në bashkësinë A quhet çdo nënbashkësi R e katrorit kartezian të bashkësisë A.*

Pra, relacioni është bashkësi dyshesh të renditura.

Le të jenë x dhe y elemente të çfarëdoshme të bashkësisë A. Themi se x është në relacion R me y, atëherë dhe vetëm atëherë kur dyshja e renditur (x, y) është element i bashkësisë R.

Kjo, shkurt mund të shkruhet kështu:

Nëse R është relacion binar në bashkësinë A, atëherë për $x, y \in A$

$$xRy \Leftrightarrow (x, y) \in R.$$

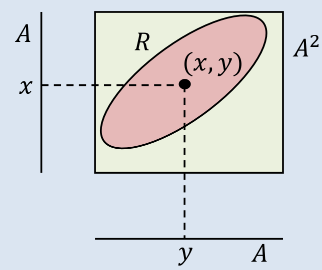


Fig. 3. 2

Bashkësia e të gjitha komponenteve të para të bashkësisë R quhet *domen* i relacionit R, kurse bashkësia e të gjitha komponenteve të dyta *kodomen* ose *rang* i relacionit R.

Shembulli 4. Shikojmë bashkësinë $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ dhe në të përkufizojmë relacionin binar R si vijon:

$$xRy \Leftrightarrow x + y = 8.$$

Të gjendet relacioni R.

Zgjidhja. Këtu $1R7,\ 2R6,\ 4R4, \dots,$ sepse $1+7=8,\ 2+6=8,\ 4+4=8, \dots$ Ndërkaq, $\rceil(1R6)$, $\rceil(2R8)$, sepse shumat $1+6,\ 2+8$ nuk bëjnë 8. Pra, relacioni R është kjo bashkësi e dysheve të renditura:

$\{(1,7),(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2),(7,1)\}$, fig.3.3 dhe fig.3.4.

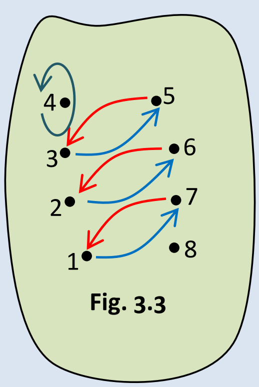


Fig. 3.3

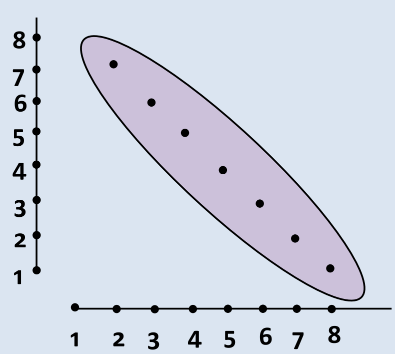


Fig. 3.4

Relacionet mund ti paraqesim edhe me anë të figurave gjeometrike që quhen *grafe*.

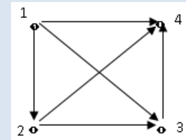


Fig. 3.5

Grafi i relacionit të dhënë në shembullin 5 është dhënë në fig. 3.5.

Po ashtu, mësimdhënësi përkufizon relacionin invers:

Le të jetë $R \subseteq A \times B$ (relacion nga A në B).

***Relacion invers** i relacionit R quhet relacioni $R^{-1} = \{(b,a) | (a,b) \in R\}$, $(R^{-1} \subseteq B \times A$ është relacion nga B në A).*

Shembulli6. Relacioni invers i relacionit $R = \{(1, y), (1, z), (3, y)\}$ nga $A = \{1, 2, 3\}$ në $B = \{x, y, z\}$ është relacioni $R^{-1} = \{(y, 1), (z, 1), (y, 3)\}$. Është e qartë se $\left(R^{-1}\right)^{-1} = R$.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (sh. 5). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet vëmendje dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në përkufizimin e relacionit binar dhe interpretimin e relacionit binar përmes shembujve

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit
- Zgjidhje e problemeve
- Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **3 RELACIONET**

Njësia mësimore: **3.3. Relacioni i ekuivalencës**

PLANIT I ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **3. RELACIONET**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi do të jetë në gjendje të:* 1. Përkufizojë konceptin e relacionit; 2. Dallojë relacionin e ekuivalencës dhe të renditjes; 3. Zbatojë relacionet në matematikë dhe situata nga jeta reale;
Njësia mësimore: **3. 3. Relacioni i ekuivalencës**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** *1. Përkufizon relacionin e ekuivalencës;* *2. Interpreton relacionin e ekuivalencës nëpërmjet shembujve.*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur relacionet.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta përvetësojë konceptin e relacionit të ekuivalencës. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues dhe ushtrime.

Fjalët kyçe: relacion, relacion i ekuivalencës, relacion i renditjes

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të përkufizojnë relacionin e ekuivalencës;*
2. *Të interpretojnë relacionin e ekuivalencës nëpërmjet shembujve.*

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkenca shoqërore, filozofi.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shtron disa pyetje. Për relacionin binar

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhanësi:

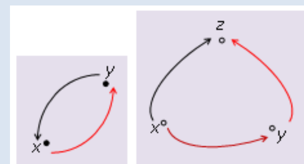
Le të jetë R relacion binar në bashkësinë $A \neq \varnothing$ (pra, $R \subseteq A^2$) që ka ndonjërën nga këto veti:

(r) $(\forall a \in A)$ aRa *vetia refleksive*

(s) $(\forall a, b \in A)$ $aRb \Rightarrow bRa$ *vetia simetrike*

(t) $(\forall a, b, c \in A)$ $aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$ *vetia transitive*

(a) $(\forall a, b \in A)$ $aRb \wedge bRa \Rightarrow a = b$ *vetia antisimetrike*



Shembulli7. Relacioni i normalitetit të drejtëzave në rrafsh shënohet me "$\perp$" ($a \perp b$ lexohet: "drejtëza a është normale mbi drejtëzën b").

Ky relacion është simetrik ($a \perp b \Rightarrow b \perp a$), por nuk është refleksiv (nuk është $a \perp a$), as transitiv.
Mësimdhënësi përkufizon relacionin e ekuivalencës:

Relacioni binar R në bashkësinë A që ka vetitë: refleksiv(r), *simetrik* (s) *dhe transitiv* (t), q*uhet* ***relacion ekuivalence*** *ose* ***ekuivalencë.***

Pra, R është relacion ekuivalence nëse plotëson vetitë:

(r) $(\forall a \in A)$ aRa *vetia refleksive*

(s) $(\forall a, b \in A)$ $aRb \Rightarrow bRa$ *vetia simetrike*

(t) $(\forall a, b, c \in A)$ $aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$ *vetia transitive*

Shembulli11. Shënojmë me A bashkësinë e të gjithë nxënësve të shkollës suaj dhe shënojmë me R relacionin: „x është në relacion R me y nëse x dhe y janë në një klasë (paralele)". D.m.th

$$\forall x, y \in A, \quad xRy \Leftrightarrow \text{„}x \text{ është në një klasë (paralele) me } y\text{"} .$$

Të shqyrtohet ky relacion në bashkësinë A.

Zgjidhja. Vërejmë se:

1^0 xRx $(\forall x \in A)$ (R është refleksiv)

2^0 $xRy \Rightarrow yRx$ $(\forall x, y \in A)$ (R është simetrik)

3^0 $(xRy \wedge yRz) \Rightarrow xRz$ $(\forall x, y, z \in A)$ (R është transitiv).

Andaj, relacioni R është ekuivalent në bashkësinë A.

Zbërthim të një bashkësie e quajmë copëtimin e saj në nënbashkësi çdo dy prej të cilave ose përputhen ose kanë prerje boshe.

Relacioni i ekuivalencës e zbërthen bashkësinë në të cilën është përkufizuar në klasë të ekuivalencës.

Ekuivalenca nga shembulli i mësipër e *zbërthen (copëton) bashkësinë e nxënësve A* në klasa (në këtë rast klasa nxënësish), në atë mënyrë që:

Çdo nxënës i shkollës suaj i përket një klase.

Asnjë nxënës nuk u përket dy klasave të ndryshme edhe

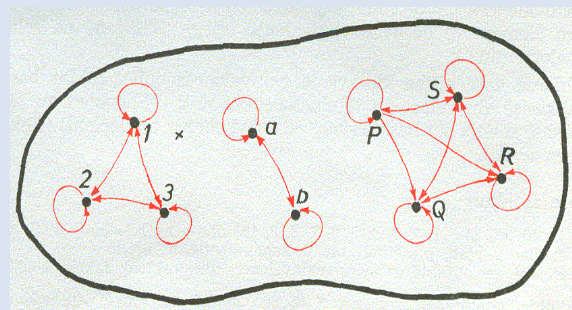
Unioni (bashkimi) i të gjitha klasave e përbën bashkësinë A (bashkësia e të gjithë nxënësve të shkollës).

Shembulli 12. Le të jetë dhënë bashkësia $A = \{1,2,3,a,b,P,Q,R,S\}$ dhe në të relacioni " ~" i paraqitur me grafin në fig. 3.11.

Vërtetoni se relacioni " ~" është ekuivalencë. Vihet re, nga figura elementet e dhëna.

Paraqitja e elementeve në graf dhe lidhja e tyre me shigjeta sipas kahes që janë në relacion, tregon qartë se " ~" është relacion ekuivalence.

Po ashtu, nga grafi shihen qartë *klasat e ekuivalencës* të cilat nuk lidhen me shigjeta në mes vete $\{1,2,3\}$, $\{a,b\}$, $\{P,Q,R,S\}$.



Fi. 11

*Bashkësia e të gjitha klasave të ekuivalencës quhet **faktor-bashkësi** e bashkësisë A në lidhje me relacionin " ~". Simbolikisht shënohet* $A/\sim$.

b. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 13). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë lidhur me relacionin e ekuivalencës.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet vëmendje dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje ta përkufizojë relacionin e ekuivalencës, të interpretojë

relacionin e ekuivalencës përmes shembujve. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit ▪ Zgjidhje e problemeve ▪ Lidhja matematike Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu, ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **3 RELACIONET**

Njësia mësimore: **3.4. Relacioni i renditjes**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **3. RELACIONET**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi do të jetë në gjendje të:* 1. Përkufizojë konceptin e relacionit; 2. Dallojë relacionin e ekuivalencës dhe të renditjes; 3. Zbatojë relacionet në matematikë dhe situata nga jeta reale;		
Njësia mësimore: **3. 4. Relacioni i renditjes**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** *1. Përkufizon relacionin e renditjes;* *2. Interpreton relacionin e renditjes nëpërmjet shembujve.*		
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: 1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike. 2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur relacionet.			
Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta përvetësojë konceptin e relacionit të renditjes. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim,			

mësimi reflektues dhe ushtrime.

Fjalët kyçe: relacion, relacion i renditjes

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të përkufizojnë relacionin e renditjes;*
2. *Të interpretojnë relacionin e renditjes nëpërmjet shembujve.*

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkenca shoqërore, filozofi.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shtron disa pyetje. Për relacionin binar dhe relacionin e ekuivalencës

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhanësi:

Relacioni binar R quhet ***relacion i renditjes****, nëse është refleksiv, antisimetrik dhe transitiv, d.m.th. nëse*

1^0 xRx $(\forall x \in A)$;

2^0 $xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y$ $(\forall x, y \in A)$;

3^0 $(xRy \wedge yRz) \Rightarrow xRz$ $(\forall x, y, z \in A)$.

Shembulli 14. Relacioni "$\leq$" (më i vogël ose i barabartë) është relacion i renditjes në bashkësinë e numrave realë R.

Shembulli 15. A është relacioni i përfshirjes së bashkësive "⊆" relacion i renditjes?

Zgjidhja. Relacioni "⊆" është relacion i renditjes ngase ky relacion i plotëson kushtet:

$$A \subseteq A; \quad A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Rightarrow A = B; \quad (A \subseteq B \wedge B \subseteq C) \Rightarrow A \subseteq C,$$

ku A, B, C janë bashkësi të çfarëdoshme.

Relacioni i renditjes shënohet me $\prec$ ose $\leq$ (edhe pse ky relacion nuk është e relacioni "më i vogël ose baras" nga bashkësitë numerike). Nëse $\leq$ është relacion i renditjes në ndonjë bashkësi A, atëherë (A, $\leq$) quhet sistem *pjesërisht i renditur*.

Nëse për dy elemente x dhe y plotësohet njëri nga kushtet: $x \leq y$ ose $y \leq x$, atëherë x dhe y quhen elemente *të krahasueshme* (në lidhje me relacionin $\leq$).

c. Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 15). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë lidhur me relacionin e renditjes.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet vëmendje dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje ta përkufizojë relacionin e renditjes, të interpretojë relacionin e renditjes përmes shembujve.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit
- Zgjidhje e problemeve
- Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu, ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

KAPITULLI 4. PASQYRIMET

Tema: **4. PASQYRIMET**

Njësia mësimore: **4.1. Koncepti i pasqyrimit**

<table>
<tr><td colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</td></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema: 4. PASQYRIMET</td><td colspan="3"><u>Rezultati i të nxënit të temës:</u>
Nxënësi:
1. Përkufizon konceptin e pasqyrimit;
2. Përkufizon disa llojet të pasqyrimeve;
3. Përkufizon kompozimin e pasqyrimeve;
4. Përkufizon pasqyrimin invers dhe zbaton në situate konkrete;</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore:
4.1. Koncepti i pasqyrimit</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>
1. Përkufizon konceptin e pasqyrimit;
2. Interpreton konceptin e pasqyrimeve përmes shembujve.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:</u>
1. Modelon marrëdhënie dhe situate matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur relacionet.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Qasja e të nxënit:</u> Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta përvetësojë konceptin e pasqyrimit. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues dhe ushtrime.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Fjalët kyçe:</u> pasqyrimi, graf</td></tr>
<tr><td colspan="4">Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
1. Të përkufizojnë konceptin e pasqyrimit;
2. Të interpretojnë konceptin e pasqyrimeve përmes shembujve.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:</u>
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:</u>
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore dhe filozofike.</td></tr>
</table>

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. **Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve** (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi, shtron disa pyetje. Lidhur me kuptimin e funksionit që e kanë mësuar më herët.

b. **Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)**

Mësimdhënësi, përkufizon:

Pasqyrim (**funksion**) i bashkësisë A në bashkësinë B quhet çdo nënbashkësi f e bashkësisë $A \times B$ që plotëson kushtin: për çdo x nga A ekziston vetëm një y nga B ashtu që $(x, y) \in f$ ose f(x)=y.

Në formulim të thjeshtë përkufizimi i mësipërm do të dukej kështu:

Pasqyrim i bashkësisë A në bashkësinë B quhet çdo rregull ose ligj sipas të cilit çdo elementi x nga bashkësia A i shoqërohet vetëm një element y nga bashkësia B. E shënojmë y = f(x).

Grafik i pasqyrimit (funksionit) $f : X \to Y$ quhet bashkësia

$G_f = \{(x, y) | x \in X, y \in Y\} \subseteq X \times Y$, ku $y = f(x)$ (shih fig. 4.1).

Shembulli 1. Nëse janë dhënë bashkësitë $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ dhe bashkësia e dysheve të renditura

$$f = \{(1, b), (2, b), (3, a), (4, c)\}.$$

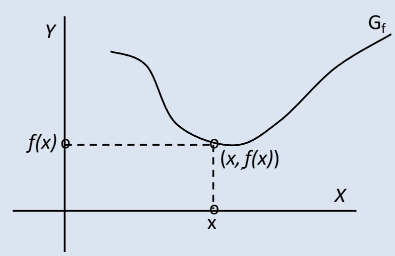


Fig. 4.1

Bashkësia f paraqet një pasqyrim të bashkësisë A në bashkësinë B, sepse:

- f është nënbashkësi e bashkësisë $A \times B$ (elementet e bashkësisë f janë dyshe të renditura, komponentët e para të të cilave janë nga A, ndërsa të dytat nga B)..
- Komponentët e para „mbulojnë" tërë bashkësinë A dhe çdo vlerë të komponentit të parë i shoqërohet vetëm nga një element i bashkësisë B si komponent i dytë.

Ky pasqyrim shihet edhe më qartë nga paraqitja përmes diagramit si në fig. 4.2:

Në vijim po japim disa kuptime dhe shenja që kanë të bëjnë me pasqyrimet:

1⁰ Fjalia: f është pasqyrim i bashkësisë A në bashkësinë B shkurt shënohet $f : A \to B$. Bashkësia A quhet

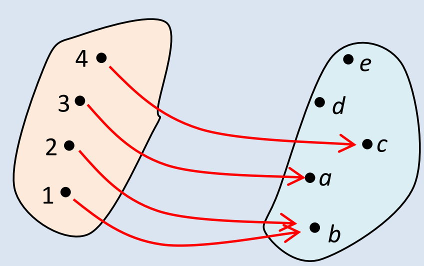


Fig.4.2

domeni (ose bashkësia e përcaktimit) i pasqyrimit f, ndërsa
bashkësia B quhet kodomeni (ose bashkësia e vlerave)
i pasqyrimit f.

2^0 Le të jetë $f : A \to B$ (lexo: le të jetë f pasqyrim i bashkësisë A në bashkësinë B) dhe le të jetë $(x, y) \in f$. Shënimin $(x, y) \in f$ zakonisht e shkruajmë: $f(x) = y$ (lexo: f prej x barazi me y).

Elementi x quhet origjinali, ndërsa y quhet fytyra (figura ose përfytyra) e origjinalit x. Për shembull,

pasqyrimin nga shembulli 1 mund ta shkruajmë:

$$f(1) = b\,,\quad f(2) = b\,,\quad f(3) = a\,,\quad f(4) = c\,.$$

3^0 Pasqyrimin $f : A \to B$ të dhënë me bashkësinë e dysheve të renditura $f = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots\}$ mund ta shkruajmë në formën:

$$f = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots \\ y_1 & y_2 & \cdots \end{pmatrix}.$$

Në rreshtin parë janë shënuar elementet e bashkësisë A, ndërsa në të dytin fytyrat e tyre përkatëse nga bashkësia B.

Shembulli 3. Ngritja në katror e numrave realë është pasqyrimi ose funksioni f i përkufizuar me:

$$f : R \to R\,,\quad f(x) = x^2\,.$$

Ky funksion çdo numri real i shoqëron katrorin e tij që është, po ashtu, numër real. (Domeni dhe kodomeni i f janë R).

Për shembull, $f(5) = 25,\quad f(-3) = 9,\quad f\left(\sqrt{2}\right) = 2$ mund ta ilustrojmë kështu:

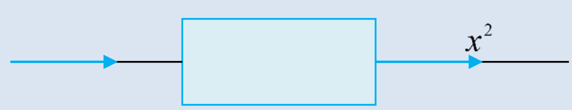


Fig. 4. 4.

c. Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (sh. 4,5,6,7). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i

përmbledhjes së detyrave.
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet vëmendje dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. P.sh. në përkufizimin e relacionit binar dhe interpretimin e relacionit binar përmes shembujve Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit ▪ Zgjidhje e problemeve ▪ Lidhja matematike Nxënësi, diskuton në grupe në mënyre konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen e kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **4. PASQYRIMET**

Njësia mësimore: **4.2. Llojet e pasqyrimeve**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **4. PASQYRIMET**	**Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Përkufizon konceptin e pasqyrimit; 2. Dallon llojet e pasqyrimeve 3. Zbaton llojet e pasqyrimeve në matematikë dhe situata nga jeta reale;

Njësia mësimore: **4.2. Llojet e pasqyrimeve**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** (Si ta japësh mësimin?) 1. Përkufizon pasqyrimet "mbi" , " në", " një-një"; 2. Përkufizon kompozimin e pasqyrimeve; 3. Interpreton konceptin e llojeve të pasqyrimeve përmes shembujve.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur pasqyrimet.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin t`i përkufizojë llojet e pasqyrimeve. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: pasqyrim "mbi" , " në", " një-një", bijektiv, identik, kompozim

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojnë pasqyrimet "mbi" , " në", " një-një";
2. Të përkufizojnë kompozimin e pasqyrimimeve;
3. Të interpretojnë konceptin e llojeve të pasqyrimeve përmes shembujve.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. **Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve** (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Shtron disa pyetje lidhur me pasqyrimin dhe merr disa shembuj që përfshihen llojet e pasqyrimeve pa i emërtuar,

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Surjeksioni

Le të jetë dhënë pasqyrimi $f: A \longrightarrow B$, ku A është domeni i funksionit. Bashkësia e përfytyrave $f(A)$ të

funksionit f paraqet kodomenin e pasqyrimit f. Pra, $f(A) = \{y \in B | \exists x \in A, y = f(x)\} \subseteq B\}$.
Mësimdhënësi përkufizon pasqyrimet "në" dhe "mbi'
Pasqyrimi $f: A \to B$ quhet **surjektiv** ose **pasqyrim mbi**, nëse çdo element i bashkësisë B është fytyrë e së paku një elementi të bashkësisë A, d.m.th. $f(A) = B$. Shënohet $f: A \xrightarrow{mbi} B$.
Pasqyrimi $f: A \to B$ quhet **në** nëse $f(A) \subseteq B$. Shënohet $f: A \overset{\text{në}}{\longrightarrow} B$.

Pasqyrimi injektiv
Pasqyrimi $f: A \to B$ quhet **injektiv** ose **një - një,** nëse $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$, për $x_1, x_2 \in A$
ose $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

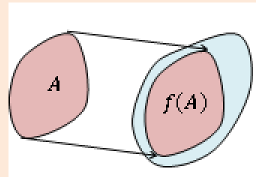


Fig. 4. 9

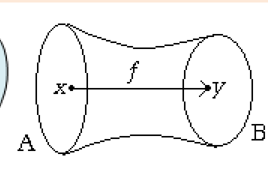


Fig. 4. 10

Shembulli 11. Janë dhënë pasqyrimet f, g të bashkësisë $A = \{1,2,3,4\}$ në bashkësinë $B = \{a,b,c\}$, me diagramet në fig. 4.11. A janë pasqyrimet f, g në apo mbi ?

Zgjidhja. Nga diagramet shihet se pasqyrimi f është pasqyrim "në", ndërsa pasqyrimi g është "mbi".

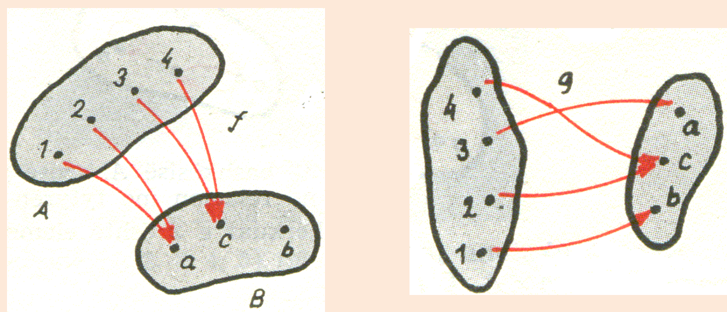


Fig. 4. 11

Shembulli 12. Vërtetoni se funksioni $f: R \to R$ i dhënë me $f(x) = x - 2$ është pasqyrim një – një.

Zgjidhja. Për $x_1 \neq x_2 \Rightarrow x_1 - 2 \neq x_2 - 2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$, që d.m.th. se f është pasqyrim $1-1$.

Pasqyrimi bijektiv
Pasqyrimi f: A → B quhet bijektiv, nëse f është injektiv dhe syrjektiv (**një-një** dhe **mbi**).

Pasqyrimi konstant
Në vazhdim japim edhe disa lloje të veçanta të funksioneve.
Pasqyrimi $f: A \to B$ i dhënë me: $\forall x \in A, f(x) = c$, ku c është element i fiksuar nga kodomeni B, quhet pasqyrim konstant.
Pra, pasqyrimi konstant çdo element të domenit të funksionit f e pasqyron në një element të vetëm të kodomeni, fig. 4.12.

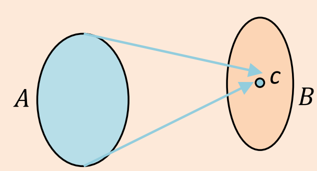


Fig. 4.12

Pasqyrimi identik

Pasqyrimi f: A → A quhet identitet ose pasqyrim identik, nëse f çdo element të A e pasqyron në vetvete. Pra, f: A → A quhet pasqyrim identik nëse

$$\forall x \in A \Rightarrow f(x) = x.$$

Pasqyrimi identik i bashkësisë A zakonisht shënohet I_A.

Funksioni karakteristik

Le të jetë $A_0 \subseteq A$, ku në nënbashkësinë A_0 gjenden të gjitha elemente të cilat kanë një veti të veçantë. Përkufizojmë funksionin që elementet e A_0 i pasqyron në numrin 1, ndërsa elementet jashtë bashkësisë A_0 i pasqyron në 0. Funksioni i tillë quhet funksioni karakteristik i bashkësisë A_0 dhe shënohet me shkronjën greke χ (lexohet: "hi"). Pra $\chi_{A_0}(x) = \begin{cases} 1, & x \in A_0 \\ 0, & x \in A - A_0. \end{cases}$

Pra, siç shihet funksioni karakteristik pasqyron bashkësinë A në bashkësinë $\{0, 1\}$, d.m.th $\chi_{A_0} : A \to \{0, 1\}$.

b. Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 3, 5,7,9,10). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtojmë vëmendje dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në interpretimin e lidhjes së elementeve të bashkësive. Shembujt tregojnë interpretimin praktik të pasqyrimi. Dy shembujt e parë treguan se relacioni mund të paraqitet edhe si bashkësi dyshesh të renditura.

Në shembujt e mësipërm lidhja e vendosur në mes elementeve paraqitet me dyshe të renditura me komponentë nga bashkësitë të cilat shqyrtohen. Prandaj është e natyrshme që ky kuptim i relacionit të përkufizohet me anë të dysheve të renditura.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bëni vete pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit

- Zgjidhje e problemeve
- Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, poashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **4. PASQYRIMET**

Njësia mësimore: **4.3. Prodhimi (kompozimi) i pasqyrimeve**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **4. PASQYRIMET**	**Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Përkufizon konceptin e pasqyrimit; 2. Dallon llojet e pasqyrimeve 3. Zbaton llojet e pasqyrimeve në matematikë dhe situata nga jeta reale;
Njësia mësimore: **4.3. Prodhimi (kompozimi) i pasqyrimeve**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Përkufizon prodhimin e pasqyrimeve; 2. Interpreton prodhimin e pasqyrimeve përmes shembujve.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur relacionet.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta përvetësojë konceptin e prodhimit të pasqyrimeve. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues dhe ushtrime.

Fjalët kyçe: pasqyrim, prodhim i pasqyrimeve.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojnë prodhimin e pasqyrimeve;
2. Të interpretojnë prodhimin e pasqyrimeve nëpërmjet shembujve.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkenca shoqërore, filozofi.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shtron disa pyetje. Për pasqyrimin dhe llojet e pasqyrimit

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi:

Le të jenë A, B, C *tri bashkësi dhe* $f: B \to C, g: A \to B$ *dhe* $h: A \to C$ *tri pasqyrime.*

Pasqyrimi $h: A \to C$ *quhet* ***prodhim*** *(ose* ***kompozim****) i pasqyrimeve* f *dhe* g *nëse* $h(x) = f(g(x)),\ (\forall x \in A)$*. Simbolikisht e shënojmë* $f \circ g$.

Grafikisht kjo duket sikur në figurën 4.13.

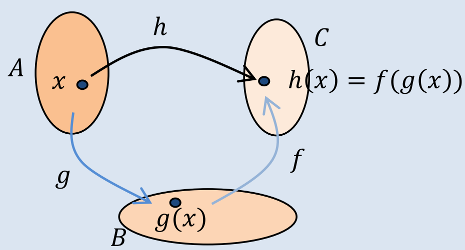


Fig. 4.13

ose

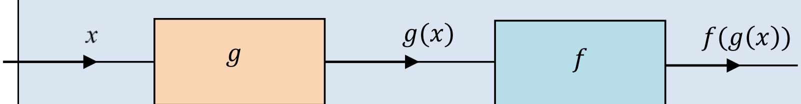


Fig. 4.13’

Shembulli 16. Le të jetë: $A = \{1,2,3\}$, $B = \{a,b,c,d\}$, $C = \{p,q,r\}$ dhe le të jenë $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ q & p & r & p \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ c & b & a \end{pmatrix}$ pasqyrime të bashkësisë B në C, përkatësisht A në B.

Kur pasqyrimet janë dhënë në formë tabele (matrice) është e përshtatshme që si faktor të parë në prodhim të vëmë pasqyrim që vepron i pari dhe në këtë mënyrë paraqitet më mirë vizualisht rendi i veprimeve të pasqyrimeve. Pra,

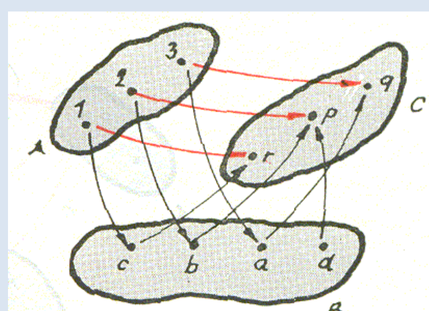


Fig. 4.14

$$gof = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ c & b & a \end{pmatrix} o \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ r & p & q \end{pmatrix}.$$

Pra, për shkak të mënyrës së dhënies së pasqyrimit është e domosdoshme që së pari të veprojë pasqyrimi g i cili elementet e bashkësisë A i "transporton" në bashkësinë B, prej nga pastaj, duke vepruar me pasqyrimin f përfytyrat e g i "transportojmë" në bashkësinë C.
Me renditje tjetër të veprimit nuk mund të formohet prodhimi.
Si arritëm te rezultati? Origjinalet e pasqyrimit $f \circ g$ janë elemente të bashkësisë A, përkatësisht $\{1,2,3\}$. Ç'është, për shembull, fytyra e elementit 1? Ajo është $f(g(1))$, përkatësisht $f(c)$, sepse $g(1)=c$.
Më tej, pasi që $f(c)=r$, përfundojmë se $(f \circ g)\cdot(1)=r$.
Zakonisht, gjatë kërkimit të fytyrave nuk përdoren të gjitha këto fjalë, por thuhet shkurt:

1 në c, c në r, prandaj 1 në r.

Po kështu veprohet edhe për elementet e tjera.

2 në b, b në p, ndaj pran 2 në p; 3 në a, a në q, prandaj 3 në q. etj.

Në shembullin e mësipërm prodhimi me renditjen tjetër të pasqyrimeve nuk mund të formohet.
Dhe në përgjithësi, çfarëdo dy pasqyrime nuk mund të shumëzohen.
Në rastin kur $A = B = C$ mund të formohen të dy prodhimet $f \circ g$ dhe $g \circ f$.

Shembulli 19. Le të jenë dhënë funksionet $f : x \to 2x$ dhe $g : x \to x^2$. Nëse domeni e $g \circ f$ është $A=\left\{2,1,\frac{1}{2},0\right\}$, të gjendet kodomeni B.

Zgjidhja. Supozojmë makinën që formon prodhimin $g \circ f$.

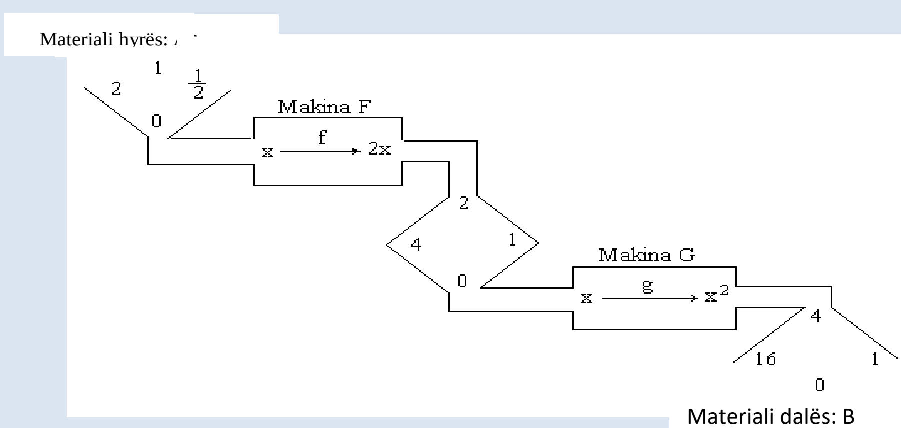


Fig. 4.16

P.sh. $1 \xrightarrow{f} 2$, $2 \xrightarrow{g} 4$, d.m.th. $1 \xrightarrow{f\circ g} 4$. Ngjashëm gjejmë $B=\{16, 4, 1,\ 0\}$.

b. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 16, 17,18, 20). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë lidhur me relacionin e ekuivalencës.
Detyrat dhe puna e pavarur Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje ta përkufizojë produktin e pasqyrimeve, të interpretojë produktin e pasqyrimeve përmes shembujve. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit ▪ Zgjidhje e problemeve ▪ Lidhja matematike Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **4. PASQYRIMET**
Njësia mësimore: **4.4. Pasqyrimi invers**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **4. PASQYRIMET**	**Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Përkufizon konceptin e pasqyrimit; 2. Dallon llojet e pasqyrimeve 3. Zbaton llojet e pasqyrimeve në matematikë dhe situata nga jeta		

	reale;
Njësia mësimore: **4.4. Pasqyrimi invers**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Përkufizon pasqyrimin invers;* 2. *Interpreton pasqyrimin invers nëpërmjet shembujve.*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur relacionet.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta përvetësojë konceptin e pasqyrimit invers. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues dhe ushtrime.

Fjalët kyçe: pasqyrim indenik**,** pasqyrim invers

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të përkufizojnë pasqyrimin invers;*
2. *Të interpretojnë pasqyrimin invers nëpërmjet shembujve.*

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkenca shoqërore, filozofi.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

c. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shtron disa pyetje. Për pasqyrimin

Në lidhje me pasqyrimin bijektiv $f=\begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, nga shembulli 14, shikojmë pasqyrimin:

$g=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ b & c & d & a & e \end{pmatrix}$ i cili është marrë nga f duke ndërruar vendet/ rreshtat e tabelës së pasqyrimit f .

Siç shihet, komponentet e dysheve të renditura $(a,4)$, $(b,1)$, $(c,2)$, $(d,3)$, $(e,5)$ që e përbëjnë pasqyrimin *f,* kanë "ndryshuar radhën". Dyshet e renditura $(4,a),(1,b),(2,c),(3,d),(5,e)$ janë elemente të pasqyrimit g.

Thënë ndryshe, fytyrat e pasqyrimit f tash janë origjinale të pasqyrimit g ndërsa fytyrat e pasqyrimit g janë origjinale të pasqyrimit f përkatësisht. Pasqyrimi i këtillë g quhet *pasqyrim invers* (*i anasjelltë*) i pasqyrimit f dhe zakonisht shënohet f^{-1}, fig. 4.18 dhe fig. 4.19.

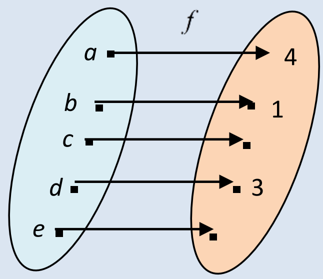


Fig. 4. 18

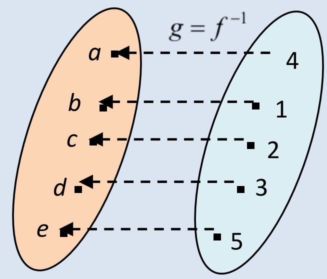


Fig. 4. 19

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhanësi: *Le të jetë $f: A \rightarrow B$ një pasqyrim bijektiv nga bashkësia A në bashkësinë B.* ***Pasqyrimi invers (anasjelltë)*** *i pasqyrimit f quhet pasqyrimi $f^{-1}: B \rightarrow A$ i cili plotëson kushtin $f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$, për çdo x nga A*, fig. 4.20.

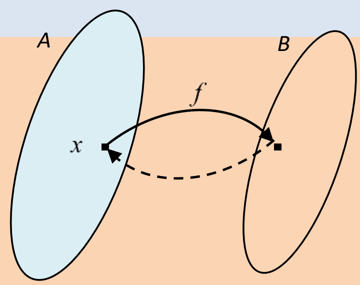


Fig. 4. 20

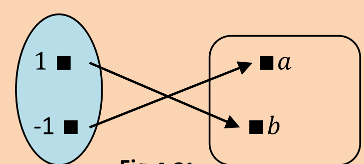


Fig.4.21

Ose, duke pasur parasysh përkufizimin e pasqyrimit si bashkësi dyshesh të renditura, pasqyrimin invers të një pasqyrimi bijektiv mund ta përkufizojmë kështu:

Pasqyrim invers i pasqyrimit $f \subseteq A \times B$ quhet pasqyrimi $f^{-1} \subseteq B \times A$, në qoftë se $(y,x) \in f^{-1} \Leftrightarrow (x,y) \in f$ dhe $B = \{y|(y,x) \in f^{-1}\}$, $x \in A, y \in B$

Shembulli 21. Nga diagrami i dhënë në fig. 4.21 kemi: $f^{-1}(a) = -1$, ndërsa $f^{-1}(b) = 1$.

Nga përkufizimi i pasqyrimit invers (dhe ilustrimi me fig. 4.20) shohim se pasqyrimi invers f^{-1} i pasqyrimit f plotëson kushtin $f^{-1}(f(x)) = x, \forall x \in A$.

d. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 23,). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu, bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë lidhur me relacionin e renditjes.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje që nga përkufizimi i funksionit invers kemi:

$$(x, y) \in f \Leftrightarrow (y, x) \in f^{-1}$$

Kjo do të thotë se grafikët e funksioneve f dhe f^{-1} janë simetrikë ndaj grafikut të drejtëzës $y = x$ (sepse pikat (x, y) dhe (y, x) janë simetrikë ndaj asaj drejtëze).

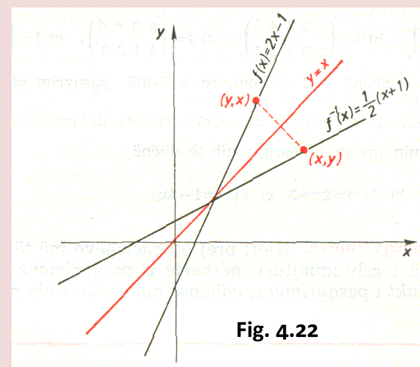


Fig. 4.22

Një raport i tillë i grafikut të një funksioni dhe inversit të tij vlen për çfarëdo funksioni real.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit
- Zgjidhje e problemeve
- Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu, ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

KAPITULLI 5. FUQIZIMI DHE RRËNJËZIMI

Tema: **5. FUQIZIMI DHE RRËNJËZIMI**
Njësia mësimore: **5.1. Fuqia me eksponent numër të plotë**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: MATEMATIKË	Lënda mësimore: MATEMATIKË	Shkalla e kurrikulës: V	Klasa: X

Tema: **5. FUQIZIMI DHE RRËNJËZIMI**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi do të jetë në gjendje të:* 1. Përcaktojë elementet e fuqisë me eksponent numër të plotë dhe numër racional; 2. Paraqesë rrënjën si fuqi me eksponent numër racional; 3. Përdorë strategji për të kryer veprimet me fuqi dhe rrënjë; 4. Shndërrojë fuqitë nga fuqia me eksponent negativ në fuqi me eksponent pozitiv dhe anasjelltas; 5. Racionalizojë thyesat me emërues me shprehje që përmbajnë rrënjë; 6. Zbatojë vetitë e fuqizimit dhe rrënjëzimit në zgjidhjen e problemeve; 7. Zgjidhë probleme duke përdorur fuqizimin dhe rrënjëzimin ;
Njësia mësimore: **5.1. Fuqia me eksponent numër të plotë**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Përkufizon fuqinë me eksponent numër të plotë* 2. *Përvetëson vetitë e fuqisë përmes shembujve*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta përkufizojë fuqinë me eksponent numër të plotë. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: fuqi, rrënjë, bazë, eksponent, produkt

Kriteret e suksesit:

1. *Të përkufizojnë fuqinë me eksponent numër të plotë*
2. *Të përvetësojnë vetitë e fuqisë përmes shembujve*

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore dhe informatikë

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo–analizo–diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënsi: Shtron disa pyetje. P.sh.

1. Si realizohet prodhimi i një numri tri herë me vetveten?
2. Si realizohet prodhimi i një variable me vetveten?
3. *Si shkruhet prodhim i variobles?*

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi përkufizon:

Në qoftë se a është numër i çfarëdoshëm, atëherë prodhimi $a \cdot a$ quhet *katrori i numrit* a dhe shënohet a^2.. Pra, $a^2 = a \cdot a$ është prodhim i dy faktorëve të barabartë me a dhe ka si rezultat një numrër b, d.m.th.

$$a^2 = a \cdot a = b\,.$$

Shembulli 1.

a. $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$.

b. $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$.

Për çdo numër real a të ndryshëm prej zeros, shprehja a^n quhet *fuqi*, ku a është *baza*, ndërsa $n -$ *eksponenti* (*treguesi*). Pra,

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n-\text{herë}} \text{ është fuqia e } n-\text{të e } a\,.$$

Shembulli 2.

a. $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$.

b. $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$.

Vetitë e fuqive

1^0 *Për çdo numër* a, *vlen:* $a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad (a \neq 0)$.

Kjo vlen sepse:

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{m-faktor} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{n-faktor} = \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{(m+n)-faktor} = a^{m+n}.$$

Shembulli 3.

a. $4^3 \cdot 4^2 = 4^{3+2} = 4^5$.

b. $(3a^3b^2)\cdot(-4a^5b^3) = 3\cdot(-4)\cdot a^{3+5}\cdot b^{2+3} = -12a^8\cdot b^5$.

2^0 *Për çfarëdo* $a,b \in R$, *vlen*: $(a\cdot b)^n = a^n \cdot b^n$,

Ky barazim vlen sepse:

$$(a\cdot b)^n = \underbrace{(ab)\cdot(ab)\cdots(ab)}_{n-herë} = \underbrace{(a\cdot a\cdots a)}_{n-faktor} \cdot \underbrace{(b\cdot b\cdots b)}_{n-faktor} = a^n \cdot b^n.$$

Sikur shihet për vërtetimin e barazimit të fundi u shfrytëzua vetia komutaive dhe ajo associative e shumëzimit në bashkësinë e numrave realë.

Shembulli 4. $9^3 \cdot 2^3 = (9\cdot 2)^3 = 18^3 = 5832$.

Për rastin kur eksponenti është numër i plotë negativ me përkufizim merret $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$. Rast i vaçantë $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$.

3^0 a. *Për çdo numër real* $a \neq 0$ *vlen*: $\dfrac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n} & \text{për } m > n \\ 1 & \text{për } m = n \\ \dfrac{1}{a^{n-m}} & \text{për } m < n. \end{cases}$

b. Ta vërtetojmë rastin kur $m > n$. Atëherë:

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a\cdot a\cdots a}^{m-faktor}}{\underbrace{a\cdot a\cdots a}_{n-faktor}} = \underbrace{a\cdot a\cdots a}_{(m-n)-faktor} = a^{m-n}.$$

Ngjashëm vërtetohet rasti për $m > n$ duke shfrytëzuar faktin $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$.

Shembulli 5.

a. $\dfrac{5^7}{5^5} = 5^{7-5} = 5^2 = 25$.

b. $\dfrac{8^x \cdot 8^y}{8^{x-y}} = \dfrac{8^{x+y}}{8^{x-y}} = 8^{x+y-x+y} = 8^{2y}$.

4^0 *Për çfarëdo* $a,b \in R,\ b \neq 0$ *vlen*: $\dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$.

Vërtet,

$$\frac{a^m}{b^m} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdots a}^{m-\text{herë}}}{\underbrace{b \cdot b \cdots b}_{m-\text{herë}}} = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdots \frac{a}{b}}_{m-\text{herë}} = \left(\frac{a}{b}\right)^m .$$

Shembulli 6. $\frac{50^4}{5^4} = \left(\frac{50}{5}\right)^4 = 10^4 .$

5⁰ *Për çdo* $a \in R$ *vlen*: $\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$.

Kjo veti është e saktë sepse:

$$\left(a^m\right)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdots a^m}_{n-\text{herë}} = a^{\overbrace{m+m+\cdots+m}^{n-\text{herë}}} = a^{m \cdot n} .$$

Shembulli 7. $\left(3x^3y^2\right)^4 = 3^4 x^{3 \cdot 4} \cdot y^{2 \cdot 4} = 3^4 x^{12} y^8 .$

Për çdo $a \in R,\ a \neq 0$ vlen $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ dhe $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m .$

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 1/b,2/2,3/b, 5/b). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

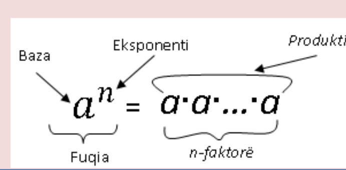
Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Libri i nxënësit shembulli 1/c,d. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Çka duhet mbajtur në mend: formën dhe elementet e fuqisë:



Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet

elementare. Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu, ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **5. FUQIZIMI DHE RRËNJËZIMI**

Njësia mësimore: **5.2. Fuqia me eksponent numër racional. Rrënja.**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **1. FUQIZIMI DHE RRËNJËZIMI**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi do të jetë në gjendje të:* 1. Përcaktojë elementet e fuqisë me eksponent numër të plotë dhe numër racional; 2. Paraqesë rrënjën si fuqi me eksponent numër racional; 3. Përdorë strategji për të kryer veprimet me fuqi dhe rrënjë; 4. Shndërrojë fuqitë nga fuqia me eksponent negativ në fuqi me eksponent pozitiv dhe anasjelltas; 5. Racionalizojë thyesat me emërues me shprehje që përmbajnë rrënjë; 6. Zbatojë vetitë e fuqizimit dhe rrënjëzimit në zgjidhjen e problemeve; 7. Zgjidhë probleme duke përdorur fuqizimin dhe rrënjëzimin ;		
Njësia mësimore: **5.2. Fuqia me eksponent numër racional. Rrënja.**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Interpretojnë fuqinë me eksponent numër racional si rrënjë 2. Përvetëson fuqinë me eksponent numër racional përmes shembujve		
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: 1. Modelon marrëdhënie dhe situate matematike përmes simboleve algjebrike.			

2. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta përkufizojë fuqinë me eksponent numër racional. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: fuqi, rrënjë, bazë, eksponent, produkt, shprehje nën rrënjë, indeks, radikant, shenja e rrënjës

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të interpretojnë fuqinë me eksponent numër racional si rrënjë;
2. Të përvetësojnë fuqinë me eksponent numër racional përmes shembujve;

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore dhe informatikë

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënsi: Shtron pyetje lidhur me fuqinë numër të plotë dhe pyetje lidhur me vetitë e fuqishme nmër të plotë. Po ashtu, mësimdhënësi: Nëse shënojmë $a^2 = b$ pyetja që shtrohet tash është: cili është numri a katrori i të cilit është numri b? Numrin a, që plotëson barazimin $a^2 = b$, e quajmë *rrënjë katrore* të numrit b dhe shënojmë $\sqrt{b}$. Meqë edhe katrori i numrit negativ është numër pozitiv, atëherë që të dy vlerat $a = \pm\sqrt{b}$ plotësojnë $a^2 = b$. Pra ,

$$a^2 = b \Rightarrow a = \pm\sqrt{b} .$$

Nga fakti se katrori i një numri është gjithnjë pozitiv, pra $a^2 \geq 0$ dhe $a^2 = b$, atëherë do të jetë $b \geq 0$.
Shenja $\sqrt{\ }$ quhet shenja e rrënjës katrore kurse b *radikanti* ose madhësia nën rrënjë.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Një veti e rëndësishme e rrënjës katrore:

Për çdo $a \in R$, vlen $\sqrt{a^2} = |a|$.

Për vërtetimin e kësaj vetie dallojmë rastet:

1. Për $a \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a^2} = a$ dhe $|a| = a$. Kështu $\sqrt{a^2} = |a|$.

2. Për $a<0 \Rightarrow \sqrt{a^2}=-a$ dhe $|a|=-a$. Kështu $\sqrt{a^2}=|a|$.

Prandaj, për çdo $a \in R$ vlen $\sqrt{a^2}=|a|$.

Për shembull:

$\sqrt{1}=\sqrt{1^2}=|1|=1$; $\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=|4|=4$;

$\sqrt{16}=\sqrt{(-4)^2}=|-4|=4$; $\sqrt{0}=\sqrt{0^2}=0$;

$\sqrt{(a-2)^2}=|a-2|$;

$\sqrt{2}\approx 1.414$; $\sqrt{15}\approx 3.873$;

$-\sqrt{11}\approx -3.317$.

Nga përkufizimi i rrënjës katrore nxjerrim këtë përfundim të rëndësishëm:

- Rrënja katrore e numrit real negativ nuk është numër real.

Kjo del saktë, sepse sikur të ishte e kundërta, pra sikur të ishte $a=\sqrt{b}$, ku $b<0$ dhe $a,b \in R$ do të kishim $a^2=b$, që është e pamundur sepse nuk ekziston numër real, katrori i të cilit është numër negativ .

- ***Mësimdhënësi përkufizon:*** Për $a^3=b \Rightarrow a=\sqrt[3]{b}$ quhet ***rrënja kubike*** e numrit b

dhe në përgjithësi **rrënja e *n*-të** e numrit real

- Për $a^n=b \Rightarrow a=\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases} a, & për\ n\ tek \\ |a|, & për\ n\ tek \end{cases}$

P.sh: $\sqrt[3]{1}=1$, $\sqrt[3]{-1}=-1$, $\sqrt[3]{8}=2$, $\sqrt[3]{125}=5$, $\sqrt[3]{-125}=-5$ etj.

P. sh. $\sqrt[4]{5^4}=5$, $\sqrt[4]{(-3)^4}=|-3|$, $\sqrt[3]{5^3}=5$, $\sqrt[3]{-27}=\sqrt[3]{(-3)^3}=-3$

$x^3=27 \Rightarrow x=\sqrt[3]{27}=3$,

$x^4=81 \Rightarrow x=\pm\sqrt[4]{3^4}=\pm 3$, pra $x=3$ dhe $x=-3$.

Rregullat të cilat vlejnë për fuqi me eksponent numër të plotë, vlejnë po ashtu edhe për eksponent numër racional:

I. $a^{\frac{p}{q}} \cdot a^{\frac{r}{s}} = a^{\frac{p}{q}+\frac{r}{s}} = a^{\frac{ps+rq}{qs}}$.

II. $\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{\frac{r}{s}} = a^{\frac{pr}{qs}}$.

II. $\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{\frac{r}{s}} = a^{\frac{pr}{qs}}$.

III. $(a \cdot b)^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{p}{q}} \cdot b^{\frac{p}{q}}$.

IV. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{p}{q}} = \frac{a^{\frac{p}{q}}}{b^{\frac{p}{q}}}$.

V. $\frac{a^{\frac{p}{q}}}{a^{\frac{r}{s}}} = a^{\frac{p}{q}-\frac{r}{s}}$.

VI. Për çdo $a \in R,\ a \neq 0$ dhe m, n numra të plotë pozitivë, vlen: $a^{-\frac{m}{n}} = \dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$.

Shembulli 9. $a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{5}{7}} = a^{\frac{3}{4}+\frac{5}{7}} = a^{\frac{21+20}{28}} = a^{\frac{41}{28}}$.

Shembulli 10. $\left(a^{\frac{3}{5}}\right)^{\frac{4}{7}} = a^{\frac{12}{35}}$.

Shembulli 11. $(a^3 \cdot b^4)^{\frac{3}{4}} = (a^3)^{\frac{3}{4}} \cdot (b^4)^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{9}{4}} \cdot b^3$.

Shembulli 12. $\left(\dfrac{a^3}{b^5}\right)^{\frac{5}{6}} = \dfrac{(a^3)^{\frac{5}{6}}}{(b^5)^{\frac{5}{6}}} = \dfrac{a^{\frac{15}{6}}}{b^{\frac{25}{6}}} = \dfrac{a^{\frac{5}{2}}}{b^{\frac{25}{6}}}$.

Shembulli 13. $\dfrac{a^{\frac{3}{7}}}{a^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{3}{7}-\frac{2}{3}} = a^{\frac{9-14}{21}} = a^{-\frac{5}{21}} = \dfrac{1}{a^{\frac{5}{21}}}$.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 14). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Libri i nxënësit. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

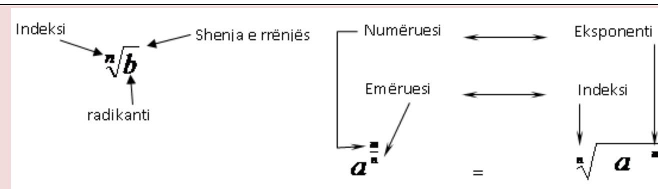
Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Çka duhet mbajtur në mend:

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: lidhen me konceptet elementare.



që Nxënësi, diskuton në grupe në mënyre konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **5. FUQIZIMI DHE RRËNJËZIMI**

Njësia mësimore: **5.3. Veprimet me rrënjë.**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **1. FUQIZIMI DHE RRËNJËZIMI**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Përcakton elementet e fuqisë me eksponent numër të plotë dhe numër racional; 2. Paraqet rrënjën si fuqi me eksponent numër racional; 3. Përdor strategji për të kryer veprimet me fuqi dhe rrënjë; 4. Shndërron fuqitë nga fuqia me eksponent negativ në fuqi me eksponent pozitiv dhe anasjelltas; 5. Racionalizon thyesat me emërues me shprehje që përmbajnë rrënjë; 6. Zbaton vetitë e fuqizimit dhe rrënjëzimit në zgjidhjen e problemeve; 7. Zgjidh probleme duke përdorur fuqizimin dhe rrënjëzimin;		

Njësia mësimore: **5.3. Veprimet me rrënja**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Kryen veprimet me rrënjë*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:
1. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
2. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin t`i kryejë veprimet me rrënjë. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: fuqi, rrënjë, bazë, eksponent, produkt, shprehje nën rrënjë, indeks, radikant, shenja e rrënjës

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
1. *Të kryejnë veprimet me rrënjë*

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhje me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore dhe informatikë

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës
Organizimi i orës së mësimit:
a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*
Mësimdhënsi: Shtron pyetje lidhur me fuqinë numër racional

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)
Edhe me rrënjë mund të veprojmë:
- Për çdo $a \geq 0,\ b \geq 0$ vlen $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

Me të vërtetë:
$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} = (a \cdot b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a \cdot b}$$

Shembulli 15.
a. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$.

b. Nëse $x, y, z \in R^+$, atëherë:

$$\sqrt{x^2y^2z^4} = \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{y^2} \cdot \sqrt{z^4} = x \cdot y\sqrt{(z^2)^2} = xyz^2.$$

Për çdo $a \geq 0,\ b \geq 0$, vlen:

- Për çdo $a \geq 0,\ a \in Z^+$ dhe $n \in Z$, vlen: $\left(\sqrt{a}\right)^n = \sqrt{a^n}$. (Vërtetoni !)

Shembulli 17. $\left(\sqrt{a^3b^2}\right)^4 = \sqrt{(a^3b^2)^4} = \sqrt{a^{12}b^8} = \sqrt{(a^6)^2 \cdot (b^4)^2} =$

$$= \sqrt{(a^6)^2} \cdot \sqrt{(b^4)^2} = a^6b^4.$$

Nëse $x, y \in R$ dhe $a > 0$, atëherë vlen:

$$x\sqrt{a} + y\sqrt{a} = (x+y)\sqrt{a}.$$

Shembulli 18. $\sqrt{50} + 4\sqrt{2} = \sqrt{25 \cdot 2} + 4\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

Me shembuj, të tregohet se vlen barazimi: $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$.

Shembulli 19. $\sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6} = \sqrt{3^2 \cdot 6} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$.

Me shembuj të tregohet se vlen barazimi:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Shembulli 20. $\sqrt[3]{a^5} \cdot \sqrt[7]{a^2} = a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{2}{7}} = a^{\frac{5}{3}+\frac{2}{7}} = a^{\frac{5\cdot 7+2\cdot 3}{21}} = a^{\frac{35+6}{21}} = a^{\frac{41}{21}} = \sqrt[21]{a^{41}}$

Duke zbatuar vetitë e fuqive me eksponent numër të plotë thjesht mund të vërtetohet se vlen:

$$\sqrt[n]{x^a} \cdot \sqrt[n]{x^b} = \sqrt[n]{x^{a+b}} = x, \text{ nëse } a + b = n.$$

Shembulli 23. $\sqrt[5]{4^2} \cdot \sqrt[5]{4^3} = \sqrt[5]{4^2 \cdot 4^3} = \sqrt[5]{4^5} = 4$.

Duke shfrytëzuar formulën:

$$(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2,$$

njehsojmë:

a. $\left(5-\sqrt{3}\right)\cdot\left(5+\sqrt{3}\right) = 5^2 - \sqrt{3^2} = 25 - 3 = 22$.

b. $\left(3\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)\cdot\left(3\sqrt{5}+\sqrt{7}\right) = \left(3\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2 = 45 - 7 = 38$.

Në ushtrime praktike është e preferueshme që të eliminohet rrënja nga emëruesi. Ky veprim që zakonisht quhet *racionalizim*.

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{a}}{a}.$$

Pra: $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$.

Shembulli 24.

a. $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

b. $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\cdot\frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}}=\frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^3}}=\frac{\sqrt[3]{3^2}}{3}=\frac{\sqrt[3]{9}}{3}$.

Në zgjedhjen e shumë problemeve matematike paraqitet shprehja $\sqrt{a\pm\sqrt{b}}$ e cila mund të shkruhet në formën:

$$\sqrt{a\pm\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}\pm\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$$ (Provoni vërtetimin e kësaj formule).

Duke zbatuar këtë formulë, vërtetoni saktësinë e barazimeve të mëposhtme:

a. $\sqrt{3+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$.

b. $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

b. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 25-32). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Libri i nxënësit. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. Do të thotë se nxënësit duhet t`i përvetësojë vetitë e rrënjës.

Çka duhet mbajtur në mend: $\sqrt[n]{a\pm b}\neq\sqrt[n]{a}\pm\sqrt[n]{b}$ **.**

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet elementare. Të zgjidhë problem që ka të bëjë me rrënjë

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

KAPITULLI 6. POLINOMET

Tema: **6. POLINOMET**

Njësia mësimore: **6.1. Shprehjet algjebrike**

<table>
<tr><td colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</td></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema: 6. POLINOMET</td><td colspan="3"><u>Rezultati i të nxënit të temës:</u>
Nxënësi do të jetë në gjendje të:
1. Paraqesë shprehjet shkronjore algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike;
2. Dizajnojë shprehjet shkronjore përmes pllakave në forma gjeometrike;
3. Krijojë modele të shprehjeve algjebrike me pllaka në formë gjeometrike;
4. Paraqesë katrorin e binomit;
5. Krijojë modele dhe zgjidhë probleme përmes shprehjeve algjebrike;
6. Përkufizojë polinomin si shprehje e plotë racionale;
7. Dallojë shkallën e polinomit;
8. Kryejë veprime me polinome (redukton, mbledh, zbret, shumëzon dhe pjesëton), duke i përdorur edhe pllakat në forma gjeometrike;
9. Përdorë gjatë pjesëtimit të polinomeve metodën e Hornerit dhe pjesëtimin me mbetje
- Kryen pjesëtimin me $x-c$
- Kryen pjesëtimin me $ax+b$;
10. Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve;
11. Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve
- Faktorizon shprehjen x^2+bx+c
- Faktorizon shprehjen $ax^2+bx+c;\ a\neq 1$
12. Njehsojë PMP dhe ShVP të polinomeve;
13. Kryejë veprimet me shprehje racionale;
14. Përdorë teknologjinë për zgjidhjen e problemeve për polinome.</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore:
6.1. Shprehjet algjebrike</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>
1. Përkufizon shprehjet algjebrike, shprehjet e plota dhe racionale;
2. Dallon shprehjet e plota nga shprehjet racionale;
3. Përkufizon domenin e shprehjeve racionale</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:</u>
1. Paraqet kuptimin e polinomit si shprehje algjebrike, përdor simbolet për të modeluar forma të</td></tr>
</table>

ndryshme dhe kryen veprimet me to.
2. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
3. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin t`i kuptojë dhe dallojë shprehjet algjebrike të plota dhe ato racionale.

Fjalët kyçe: **s**hprehje algjebrike, shprehje e plotë algjebrike, shprehje racionale, domene.

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
1. Të përkufizojë *shprehjet algjebrike, të plota dhe racionale;*
2. Të dallojë llojet *shprehjet algjebrike, të plota dhe racionale;*
3. Të arsyetojë (përmes shembujve) domenin e shprehjeve racionale.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës
Organizimi i orës së mësimit:
a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*
Mësimdhënsi: Shtron disa pytje. P.sh.
1. Çka quhet shprehje numerike? I shënon disa shprehje numerike në tabelë.
2. Bën lidhjen e një shprehjeje numerike me një shkronjë dhe ato i shënohen në tabelë.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)
Mësimdhënësi përkufizon shprehjet e plota si: Kombinimi i ndryshoreve në mes vete apo me ndonjë konstantë të lidhura me veprimet themelore : mbledhjes, zbritjes dhe shumëzimit, fitohen **shprehje të plota**. P.sh. $2x+5$, $3x^3-7$ etj.

Po ashtu ai përkufizon edhe shprehjet e plota racionale si herës të dy shprehjeve të plota
Shprehje racionale quhet shprehja algjebrike e trajtës thyesore $\frac{P}{Q}$, ku $Q\neq 0$, P dhe Q janë shprehje

algjebrike. P.sh. Shprehjet e dhëna janë shprehje racionale $\frac{3x}{5}$, $\frac{x-2}{x^2-3x+2}$, $3x^3-2x+5$ etj. Mandej mësimdhënësi përkufizon edhe domenin e shprehjeve racionale si: Bashkësia e vlerave të ndryshores x, për të cilat vlera e shprehjes racionale është e përkufizuar dhe ekziston, quhet domen e shprehjes racionale. P.sh. **Shembull 1.** Cila është domeni e shprehjes $\frac{2x-5}{x-3}$? Përgjigja: $Domena=\{\forall x, x\in R, x\neq 3\}$

c. *Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura* *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 2,3 dhe 4). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes me detyra.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet vëmendje dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në përkufizimin e koncepteve *shprehjet algjebrike, të plota dhe racionale* dhe interpretimi i tyre i drejtë përmes shembujve adekuatë.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet elementare.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyre konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu, ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **6. POLINOMET**
Njësia mësimore: **6.2. Paraqet shprehjet algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike**

<table>
<tr><td colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</td></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema: 6. POLINOMET</td><td colspan="3"><u>Rezultati i të nxënit të temës:</u>
Nxënësi do të jetë në gjendje të:
1. Paraqesë shprehjet shkronjore algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike;
2. Dizajnojë shprehjet shkronjore përmes pllakave në forma gjeometrike;
3. Krijojë modele të shprehjeve algjebrike me pllaka në formë gjeometrike;
4. Paraqesë katrorin e binomit;
5. Krijojë modele dhe zgjidhë probleme përmes shprehjeve algjebrike;
6. Përkufizojë polinomin si shprehje e plotë racionale;
7. Dallojë shkallën e polinomit;
8. Kryejë veprime me polinome (redukton, mbledh, zbret, shumëzon dhe pjesëton), duke i përdorur edhe pllakat në forma gjeometrike;
9. Përdorë gjatë pjesëtimit të polinomeve metodën e Hornerit dhe pjesëtimin me mbetje
- Kryen pjesëtimin me $x-c$
- Kryen pjesëtimin me $ax+b$;
10. Zbërthejë polinomet në faktorë përmes grupimeve;
11. Zbërthejë polinomet në faktorë përmes grupimeve
- Faktorizon shprehjen x^2+bx+c
- Faktorizon shprehjen $ax^2+bx+c;\ a\neq 1$
12. Njehsojë PMP dhe ShVP të polinomeve;
13. Kryejë veprimet me shprehje racionale;
14. Përdorë teknologjinë për zgjidhjen e problemeve për polinome.</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore:
6.2. Paraqet shprehjet algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>

1. Paraqet shprehjet algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike dhe anasjelltas</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:</u></td></tr>
</table>

1. Paraqet kuptimin e polinomit si shprehje algjebrike, përdor simbolet për të modeluar forma të ndryshme dhe kryen veprimet me to.
2. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
3. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin t`i interpretojë shprehjet algjebrike përmes pllakave të formave gjeometrike.

Fjalët kyçe: pllaka , forma algjebrike, forma gjeometrike.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të paraqesë *shprehjet algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike dhe anasjelltas*
2. Të arsyetojë (përmes shembujve).

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhje me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore dhe fushën e artit.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

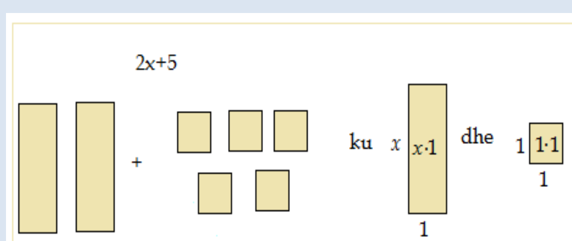
Mësimdhënësi bën pyetje Se çka paraqet x^2? Përgjigja shprehje algjebrike

Pyetja tjetër si është syprina e katrorit? Përgjigjja $S= a^2$.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

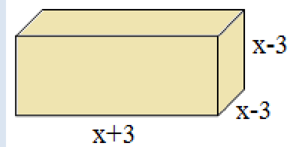
D.m.th se shprehja x^2 po paraqet katror dhe e vizaton në tabelë që në fakt është një pllakëz. Tani kërkohet që të paraqitet me pllaka shprehja $2x+5$.

Shprehja 2x paraqet dy drejtkëndësha me përmasa $1\times x$, ndërsa 5 paraqet pesë katrorë njësi $5\cdot(1\times1)$ që në formë gjeometrike duket:



c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Po ashtu nxënësve u jepen në forma gjeometrike t`i shënojnë shprehjet algjebrike. Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit. Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.



Shembull 11. Cilin polinom e paraqet vëllimi i trupit?

Rezultati. $V(x)=x^3-3x^2-18x+36$

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Sa ata janë në gjendje të paraqesin shprehjet shkronjore në formë gjeometrike dhe anasjelltas. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtojë rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në paraqitjen shprehjeve e koncepteve dhe interpretimi i tyre i drejtë përmes shembujve adekuatë.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet elementare.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyre konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **6. POLINOMET**

Njësia mësimore: **6.3. Koncepti i polinomit**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **6. POLINOMET**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi do të jetë në gjendje të:* *Paraqesë shprehjet shkronjore algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike;* *Dizajnojë shprehjet shkronjore përmes pllakave në forma gjeometrike;* 3. *Krijojë modele të shprehjeve algjebrike me pllaka në formë gjeometrike;* 4. *Paraqesë katrorin e binomit;* 5. *Krijojë modele dhe zgjidhë probleme përmes shprehjeve algjebrike;* 6. *Përkufizojë polinomin si shprehje e plotë racionale;* 7. *Dallojë shkallën e polinomit;* 8. *Kryejë veprime me polinome (redukton, mbledh, zbret, shumëzon dhe pjesëton), duke i përdorur edhe pllakat në forma gjeometrike;* 9. *Përdorë gjatë pjesëtimit të polinomeve metodën e Hornerit dhe pjesëtimin me mbetje* - *Kryen pjesëtimin me* $x-c$ - *Kryen pjesëtimin me* $ax+b$; 10. *Zbërthejë polinomet në faktorë përmes grupimeve;* 11. *Zbërthejë polinomet në faktorë përmes grupimeve* - *Faktorizon shprehjen* x^2+bx+c - *Faktorizon shprehjen* $ax^2+bx+c;\ a\neq 1$ 12. *Njehsojë PMP dhe ShVP të polinomeve;* 13. *Kryejë veprimet me shprehje racionale;* 14. *Përdorë teknologjinë për zgjidhjen e problemeve për polinome.*
Njësia mësimore: **6.2. Koncepti i polinomit**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Përkufizon polinomin si shprehje racionale pa pjesëtim me ndryshore; 2. Përkufizon shkallën e polinomit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:
1. Paraqet kuptimin e polinomit si shprehje algjebrike, përdor simbolet për të modeluar forma të

ndryshme dhe kryen veprimet me to.

2. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
3. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta përkufizojë polinomin dhe shkallën e tij.

Fjalët kyçe: shprehje racionale , polinome, monom, binom, shkallë e polinomit.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përvetësojë polinomin *si shprehje racionale pa pjesëtim me ndryshore*;
2. Të arsyetojë polinomet (përmes shembujve) dhe të përcaktojë shkallën e polinomit.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi bën pyetje Se çka quajmë shprehje racionale. Shënoni disa shprehje racionale në dërrasën e zezë.
Mandej i shënoni disa shprehje racionale algjebrike të cilat nuk kanë pjesëtim me ndryshore. P.sh.
$2x,\ -3xyz+xy+z,\ 2x^2-\frac{1}{2}x-3,\ x+y+z,\ x^2-2x+1,$ etj. Kërkoni nga nxënësit që edhe ata në mënyrë të pavarur të shkruajnë shprehje të tilla.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Nga shembujt e mësipërm përkufizon: Shprehjet racionale algjebrike të cilat formohen pa pjesëtim me ndryshore quhen polinome ose shprehje të plota algjebrike.

Po ashtu përkufizon edhe konceptin e polinomit:

Përkufizimi 1. Shprehja

$$P(x)=a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1 x + a_0,$$

ku $a_0, a_1, \ldots, a_n$ janë numra realë, x numër real, quhet *polinom* (realë) i shkallës n.

Po ashtu përkufizon shkallën e polinomit

Përkufizimi 2. Nëse $a_n \neq 0,$ numri n – quhet *shkallë e polinomit* $P(x).$ Simbolikisht shënohet

$$\deg P(x) = n.$$

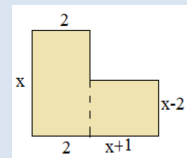
Në këtë rast themi se polinomi p është i shkallës së n – të sipas x – it.

Mandej përkufizohen edhe monomi dhe binomi

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen shembujt nga libri i nxënësit si sh. 3, 4, 6, 7. *Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.*

Shembull 10. Cilin polinom e paraqet syprina e figurës?



Zgjidhje: $S(x) = x \cdot 2 + [(x+3)-2] \cdot (x-2) \Rightarrow S(x) = x \cdot 2 + [(x+3)-2] \cdot (x-2) \Rightarrow$

$\Rightarrow S(x) = 2x + (x+1) \cdot (x-2) \Rightarrow S(x) = 2x + x^2 - 2x + x - 2 \Rightarrow S(x) = x^2 + x - 2$

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje.

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit (ato të cilat nuk janë zgjidhur në klasë) dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Sa nxënësit janë në gjendje të identifikojnë polinomin si shprehje e plotë algjebrike. Të bëjnë dallimin në mes shprehjeve racionale dhe polinomeve. Dhe sa ata po përcaktojnë shkallën e polinomit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me koncepte të tjera.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu, ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **6. POLINOMET**

Njësia mësimore: **6.3.** 1. **Veprimet me polinome (mbledhja dhe zbritja)**

<table>
<tr><th colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</th></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema: 6. POLINOMET</td><td colspan="3"><u>Rezultati i të nxënit të temës:</u>
Nxënësi:

1. Paraqet shprehjet shkronjore algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike;
2. Dizajnon shprehjet shkronjore përmes pllakave në forma gjeometrike;
3. Krijon modele të shprehjeve algjebrike me pllaka në formë gjeometrike;
4. Paraqet katrorin e binomit;
5. Krijon modele dhe zgjidh probleme përmes shprehjeve algjebrike;
6. Përkufizon polinomin si shprehje e plotë racionale;
7. Dallon shkallën e polinomit;
8. Kryen veprime me polinome (redukton, mbledh, zbret, shumëzon dhe pjesëton), duke i përdorur edhe pllakat në forma gjeometrike;
9. Përdor gjatë pjesëtimit të polinomeve metodën e Hornerit dhe pjesëtimin me mbetje
- Kryen pjesëtimin me $x-c$
- Kryen pjesëtimin me $ax+b$;
10. Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve;
11. Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve
- Faktorizon shprehjen x^2+bx+c
- Faktorizon shprehjen $ax^2+bx+c;\ a\neq 1$
12. Njehson PMP dhe ShVP të polinomeve;
13. Kryen veprimet me shprehje racionale;
14. Përdor teknologjinë për zgjidhjen e problemeve për polinome.</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore:
6.3.1. Veprimet me polinome (mbledhja dhe zbritja)</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>

1. Kryen veprimin e mbledhjes dhe zbritjes me polinome;</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:</u></td></tr>
</table>

1. Paraqet kuptimin e polinomit si shprehje algjebrike, përdor simbolet për të modeluar forma të ndryshme dhe kryen veprimet me to.
2. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
3. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijes dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin për të kryer veprimet me polinome.

Fjalët kyçe: Mbledhja e polinomeve, zbritja e polinomeve.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të kryejë veprimet e mbledhjes dhe zbritjes së polinomeve.
2. Të arsyetojë veprimin (+) dhe (-) ë polinomeve (përmes shembujve).

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Fillimisht merren dy polinome dhe mësimdhënësi i veçon termat me shkallë të njëjtë të dy polinomeve, pastaj duke i grupura në një polinom. P.sh $P(x)=3x^3+2x^2+4x+1$ dhe $Q(x)=2x^3+x^2+4x+3$. Te P(x) veçon $3x^3$, $2x^2$, $4x$, 1 ndërsa te Q(x) veçon $2x^3$, x^2, $4x$, 3, Andaj shkruan P(x) + Q(x)= $3x^3+2x^2+4x+1+ +2x^3+x^2+4x+3=3x^3+2x^3+2x^2+x^2+4x+4x+1+3$ *kemi* $P(x)+Q(x)=5x^3+3x^2+8x+4$.

Veprimi i mbledhjes së polinomeve bëhet duke kombinuar termat e shkallës së njëjtë dhe duke zbatuar vetinë komutative, asociative dhe distributive. Rezultati është polinom i shkallës më të vogël ose të barabartë me shkallën e të mbledhshmit me shkallë më të madhe.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Nga shembulli i mësipërm përkufizon: Veprimi i mbledhjes së polinomeve bëhet duke kombinuar termat e shkallës së njëjtë dhe duke zbatuar vetinë komutative, asociative dhe distributive. Rezultati është polinom i shkallës më të vogël ose të barabartë me shkallën e të mbledhshmit me shkallë më të madhe.

Pra: Le të jetë $m > n$, $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ dhe $Q(x) = b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + ... + b_1 x + b_0$.

Shumë polinomeve $P(x)$ dhe $Q(x)$ është $P(x) + Q(x) = (a_n + b_n)x^n + ... + (a_2 + b_2)x^2 + (a_1 + b_1)x + (a_0 + b_0)$

Po ashtu përkufizon edhe zbritjen:

Zbritja e polinomeve $P(x)$ dhe $Q(x)$ është

$P(x) - Q(x) = P(x) + [-Q(x)] = (a_n - b_n)x^n + ... + (a_2 - b_2)x^2 + (a_1 - b_1)x + (a_0 - b_0)$

Mandej përkufizohen edhe monomi dhe binomi

c. *Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura* *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve iu jepen shembujt nga libri i nxënësit si sh. 2, 3,4 . *Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.*

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve dhe aktivitetin e tyre në realizimin e zgjidhje së detyrave që iu parashtrohen.

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit (ato të cilat nuk janë zgjidhur në klasë) dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Këtu është shumë me rëndësi se sa nxënësit i kanë përvetësuar **vetitë e mbledhjes dhe zbritjes për polinome**

1. $P(x) + Q(x) = Q(x) + P(x)$
2. $P(x) + [Q(x) + R(x)] = [P(x) + Q(x)] + R(x)$
3. $P(x) - Q(x) \neq Q(x) - P(x)$

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me koncepte të tjera.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen e kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **6. POLINOMET**

Njësia mësimore: **6.3.2. Veprimet me polinome (shumëzimi i polinomeve)**

<table>
<tr><td colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</td></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema: 6. POLINOMET</td><td colspan="3"><u>Rezultati i të nxënit të temës:</u>
Nxënësi:
1. Paraqet shprehjet shkronjore algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike;
2. Dizajnon shprehjet shkronjore përmes pllakave në forma gjeometrike;
3. Krijon modele të shprehjeve algjebrike me pllaka në formë gjeometrike;
4. Paraqet katrorin e binomit;
5. Krijon modele dhe zgjidh probleme përmes shprehjeve algjebrike;
6. Përkufizon polinomin si shprehje e plotë racionale;
7. Dallon shkallën e polinomit;
8. Kryen veprime me polinome (redukton, mbledh, zbret, shumëzon dhe pjesëton), duke i përdorur edhe pllakat në forma gjeometrike;
9. Përdor gjatë pjesëtimit të polinomeve metodën e Hornerit dhe pjesëtimin me mbetje
- Kryen pjesëtimin me $x-c$
- Kryen pjesëtimin me $ax+b$;
10. Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve;
11. Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve
- Faktorizon shprehjen x^2+bx+c
- Faktorizon shprehjen $ax^2+bx+c;\ a\neq 1$
12. Njehson PMP dhe ShVP të polinomeve;
13. Kryen veprimet me shprehje racionale;
14. Përdor teknologjinë për zgjidhjen e problemeve për polinome.</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore:
6.3.2. Veprimet me polinome (shumëzimi)</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>

2. Kryen veprimin e shumëzimit të polinomeve</td></tr>
<tr><td colspan="4">1. Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:</td></tr>
</table>

2. Paraqet kuptimin e polinomit si shprehje algjebrike, përdor simbolet për të modeluar forma të ndryshme dhe kryen veprimet me to.
3. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
4. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijes dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësit që të jenë në gjendje t`i kryejë veprimin e shumëzimit me polinome.

Fjalët kyçe: Shumëzim i polinomeve.

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
1. Të kryejë veprimet të shumëzimit të polinomeve.
2. Të arsyetojë veprimin ($\cdot$) polinomeve (përmes shembujve).

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Fillimisht merreni dy polinome. P.sh. $P(x)=3x^3+2x^2+4x+1$ dhe $Q(x)=2x^3+x^2+4x+3$. Te polinomi i parë P(x) veçon $3x^3$, $2x^2$, $4x$, 1 ndërsa polinomin e dytë e përsërit. Mandej çdo term të veçuar të polinomit të parë e shumëzon polinomin e tytë, pastaj i redukton termat e ngjashëm duke i renditur nga shkalla më ulët kah shkalla më e lartë apo anasjelltas.

$$P(x)\cdot Q(x)=(x^3+2x^2+4x+1)\cdot\ (2x^3+x^2+4x+3)=3x^3(x^3+2x^2+4x+1)\cdot+2x^2(2x^3+x^2+4x+3)+$$
$$+4x\cdot(2x^3+x^2+4x+3)+1\cdot(2x^3+x^2+4x+3).$$
$$P(x)\cdot Q(x)=(6x^6+3x^5+12x^4+9x^3)+(4x^5+2x^4+8x^3+6x^2)+(8x^4+4x^3+16x^2+12x)+(2x^3+x^2+4x+3)$$
$$P(x)\cdot Q(x)=6x^6+7x^5+24x^4+23x^3+23x^2+16x+3$$

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

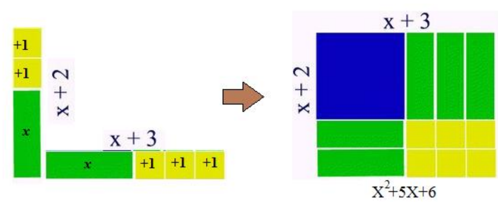
Nga shembulli i mësipër përkufizon: Shumëzimi i polinomit me polinom bëhet duke shumëzuar çdo term të njërit polinom me të gjitha termat e polinomit tjetër mandej duke reduktuar termat e ngjashëm ndërmjet veti.

$$P(x)\cdot Q(x)=(a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0)\cdot(b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+...+b_1x+b_0)=$$
$$a_nx^n\cdot(b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+...+b_1x+b_0)+\ a_{n-1}x^{n-1}\cdot(b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+...+b_1x+b_0)+$$
$$\cdots+a_1x\cdot(b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+...+b_1x+b_0)+\ +a_0\cdot(b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+...+b_1x+b_0)$$

Pra: $P(x)\cdot Q(x)=a_nb_mx^{n+m}+...+(a_0b_2+b_0a_2+a_2b_1)x^2+(a_0b_1+b_0a_1)+a_0b_0$

Shembull 10. Të shumëzohen polinomet $P(x)=x+2$, $Q(x)=x+3$ dhe të paraqitet me pllaka gjeometrike.

Zgjidhje**.** $P(x)\cdot Q(x)=(x+2)\cdot(x+3)=x^2+5x+6$



c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen shembujt nga libri i nxënësit si sh. 5, 6 . *Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.*

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve dhe aktivitetin e tyre në realizimin e zgjidhje së detyrave që iu parashtrohen.

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit (ato të cilat nuk janë zgjidhur në klasë) dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Këtu është shumë me rëndësi sa sa nxënësit i kanë përvetësuar që shkalla $deg[P(x)]=n$ dhe shkalla $deg[Q(x)]=m$, janë $deg[P(x)\cdot Q(x)]=deg[P(x)]+deg[Q(x)]=n+m$

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me koncepte të tjera.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyre konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **6. POLINOMET**

Njësia mësimore: **6.3. 3. Veprimet me polinome (pjesëtimi i polinomeve)**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **6. POLINOMET**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. *Paraqet shprehjet shkronjore algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike;* 2. *Dizajnon shprehjet shkronjore përmes pllakave në forma gjeometrike;* 3. *Krijon modele të shprehjeve algjebrike me pllaka në formë gjeometrike;* 4. *Paraqet katrorin e binomit;* 5. *Krijon modele dhe zgjidh probleme përmes shprehjeve algjebrike;* 6. *Përkufizon polinomin si shprehje e plotë racionale;* 7. *Dallon shkallën e polinomit;* 8. *Kryen veprime me polinome (redukton, mbledh, zbret, shumëzon dhe pjesëton), duke i përdorur edhe pllakat në forma gjeometrike;* 9. *Përdor gjatë pjesëtimit të polinomeve metodën e Hornerit dhe pjesëtimin me mbetje* - *Kryen pjesëtimin me* $x-c$ - *Kryen pjesëtimin me* $ax+b$; 10. *Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve;* 11. *Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve* - *Faktorizon shprehjen* x^2+bx+c - *Faktorizon shprehjen* $ax^2+bx+c;\ a\neq 1$ 12. *Njehson PMP dhe ShVP të polinomeve;* 13. *Kryen veprimet me shprehje racionale;* 14. *Përdor teknologjinë për zgjidhjen e problemeve për polinome.*
Njësia mësimore: **6.3.3. Veprimet me polinome (pjesëtimi)**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Kryen veprimin e pjesëtimit të polinomeve të polinomeve*

1. Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:
2. Paraqet kuptimin e polinomit si shprehje algjebrike, përdor simbolet për të modeluar forma të ndryshme dhe kryen veprimet me to.
3. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
4. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësit që të jenë në gjendje t`i kryejnë veprimet e pjesëtimit me polinome.

Fjalët kyçe: Pjesëtim i polinomeve.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënis, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të kryejë veprimet të pjesëtimit të polinomeve.
2. Të arsyetoj veprimiën (:) polinomeve (përmes shembujve).

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi fillimisht merr pjesëtimin e dy numrave. D.m.th përkujton procedurën e pjesëtimit të numrave. Pastaj pyet për shumëzimin e polinomeve dhe lidh procedurën e pjesëtimit të numrave dhe shumëzimit të një monomi me polinom.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi: Pjesëtimi i polinomit me monom bëhet në atë mënyrë duke ndarë dhe thjeshtuar secilin term të polinomit me monomin dhe duke i shkruar koeficientët që rezultojnë pas pjesëtimit.

Shembulli 17. Të pjesëtohet polinomi $\mathrm{P}(x) = 4x^6 + 16x^4 - 6x$ me monomin $\mathrm{m}(x) = 4x$

Zgjidhja:

$$\frac{P(x)}{m(x)} = \frac{4x^6 + 16x^4 - 6x}{4x} = \frac{4x^6}{4x} + \frac{16x^4}{4x} - \frac{6x}{4x} = x^5 + 4x^3 - \frac{3}{2}$$

Pjesëtimi i dy polinomeve: Le të jenë dhënë dy polinomeve $P(x)$ dhe $Q(x)$ të tilla që

$$deg[P(x)] \geq deg[Q(x)] \geq 1$$

Polinomi $H(x)$ *plotëson kushtin*

$$P(x) = Q(x) \cdot H(x) + R(x)$$

quhet herësi i polinomit $P(x)$ *me polinomin* $Q(x)$. $P(x)$ *quhet i pjesëtueshmi,* $Q(x)$ *quhet pjesëtuesi ndërsa* $R(x)$ *quhet mbetja e pjesëtimit.*

Nëse shkalla $deg[P(x)] = n$ dhe shkalla $deg[Q(x)] = m$.

Atëherë

$$deg[P(x):Q(x)] = deg[P(x)] - deg[Q(x)] = n - m$$

I pjesëtueshmi - P(x)	Q(x) - Pjestuesi
	H(x) - Hersi
Mbetja - R(x)	

Shembulli 18. Shkallët e polinomeve $P(x)$ dhe $Q(x)$ plotësojnë kushtet:

$$deg[P(x) \cdot Q(x)] = 10 \ \wedge \ deg[P(x):Q(x)] = 6$$

Njehsoni $deg[P(x) + Q(x)]$.

Zgjidhje. Meqë shkalla $deg[P(x)] = n$, $deg[Q(x)] = m$,

$$deg[P(x) \cdot Q(x)] = deg[P(x)] + deg[Q(x)] = n + m \quad \text{dhe}$$

$$deg[P(x):Q(x)] = deg[P(x)] - deg[Q(x)] = n - m$$

Nga kushti i detyrës kemi $n + m = 10 \wedge n - m = 6$. Pas zgjidhjes së sistemit kemi $n = 8 \wedge m = 2$. Pra kemi $deg[P(x)] = 8$ dhe $deg[Q(x)] = 2$, andaj

$$deg[P(x)] + deg[Q(x)] = 8$$

Shembulli 19: Të pjesëtohet polinomi $P(x) = 2x^2 - x - 6$ me polinomin $Q(x) = x - 2$.

$2x^2 - x - 6 \mid x - 2$	**Hapi 1.** Pjesëtojmë gjymtyrën më të vjetër të polinomit $2x^2 - x - 6$ me gjymtyrën më të vjetër të polinomit $x - 2$, që nga marrim $\frac{2x^2}{x} = 2x$
$2x^2 - x - 6$ $(x-2) \cdot 2x$ $-/\ 2x^2 - 4x$ $3x - 6$	**Hapi 2.** Shumëzojmë pjesëtuesin $(x-2)$ me herësin $2x$ dhe rezultatin $2x^2 - 4x$ e zbresim nga $2x^2 - x - 6$ dhe marrim mbetjen $3x - 6$.
$3x - 6$ $-/\ 3x - 6 \mid (x-2) \cdot 3$ 0	**Hapi 3.** Mbetjen $3x - 6$ e pjesëtojmë me termin e parë të $x - 2$ dhe marrim herësin $\frac{3x}{x} = 3$.
	Hapi 4. Pjesëtuesin $(x-2)$ e shumëzojmë me herësin 3 dhe rezultatin e zbresim dhe marrim mbetjen e fundit 0.

Shembulli 22. Të caktohet herësi dhe mbetja gjatë pjesëtimit të polinomeve: $(2x^2-11x+15):(x-3)$

Zgjidhja.

$$(2x^2-11x+15):(x-3)=2x-5$$
$$\underline{-2x^2 \mp 6x}$$
$$0-5x+15$$
$$\underline{-5x \mp 15}$$
$$0$$

Pra $\mathrm{H}(x)=2x-5;\ R(x)=0.$

Teorema Bezu: Gjatë pjesëtimit të polinomit $P(x)$ me $x-a$, ku është a është konstante, mbetja është e barabartë me $P(a)$. Nëse $P(a)=0$, atëherë polinomi $P(x)$ plotpjesëtohet me $x-a$..

Kjo për faktin se nga $P(x)=Q(x)(x-a)+R(x)$, për $x=a$ marrim $P(a)=R(a)$.

Shembulli 24. Duke zbatuar *Teoremën Bezu* të njehsohet mbetja gjatë pjesëtimit të polinomeve: $(3x^4-2x^3+2x^2-x-7):(x+2)$;

Zgjidhja:

Meqë polinomin $P(x)=3x^4-2x^3+2x^2-x-7$ duhet ta pjesëtojmë me $x+2$, (duke krahasuar me $x-a$) gjejmë se $a=-2$. Prandaj që të gjejmë mbetjen e pjesëtimit gjejmë $P(-2)$.

Kemi $P(a)=P(-2)=3(-2)^4-2(-2)^3+2(-2)^2-(-2)-7=67.$

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve iu jepen shembujt nga libri i nxënësit si sh. 5, 6 . *Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.*

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve dhe aktivitetin e tyre në realizimin e zgjidhje së detyrave që iu parashtrohen.

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit (ato të cilat nuk janë zgjidhur në klasë) dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Këtu është shumë me rëndësi sa sa nxënësit i kanë përvetësuar pjesëtimin e dy polinomeve. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me koncepte të tjera.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke

marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen e kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **6. POLINOMET**

Njësia mësimore: **6.3. 4. Skema e Hornerit ose pjesëtimi sintetik**

<table>
<tr><th colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</th></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema: **6. POLINOMET**</td><td colspan="3">**Rezultati i të nxënit të temës:**
Nxënësi:
1. *Paraqet shprehjet shkronjore algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike;*
2. *Dizajnon shprehjet shkronjore përmes pllakave në forma gjeometrike;*
3. *Krijon modele të shprehjeve algjebrike me pllaka në formë gjeometrike;*
4. *Paraqet katrorin e binomit;*
5. *Krijon modele dhe zgjidh probleme përmes shprehjeve algjebrike;*
6. *Përkufizon polinomin si shprehje e plotë racionale;*
7. *Dallon shkallën e polinomit;*
8. *Kryen veprime me polinome (redukton, mbledh, zbret, shumëzon dhe pjesëton), duke i përdorur edhe pllakat në forma gjeometrike;*
9. *Përdor gjatë pjesëtimit të polinomeve metodën e Hornerit dhe pjesëtimin me mbetje*
- *Kryen pjesëtimin me* $x-c$
- *Kryen pjesëtimin me* $ax+b$;
10. *Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve;*
11. *Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve*
- *Faktorizon shprehjen* x^2+bx+c
- *Faktorizon shprehjen* $ax^2+bx+c;\ a\neq 1$
12. *Njehson PMP dhe ShVP të polinomeve;*
13. *Kryen veprimet me shprehje racionale;*
14. *Përdor teknologjinë për zgjidhjen e problemeve për polinome.*</td></tr>
</table>

Njësia mësimore: **6.3. 4. Skema e Hornerit ose pjesëtimi sintetik**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Përvetëson skemën e Hornerit për pjesëtimin e polinomeve

1. Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:
2. Paraqet kuptimin e polinomit si shprehje algjebrike, përdor simbolet për të modeluar forma të ndryshme dhe kryen veprimet me to.
3. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
4. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijes dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësit që të jenë në gjendje të kryejnë veprimin e pjesëtimit me polinome përmes skemës së Hornerit.

Fjalët kyçe: Skema e Hornerit për pjesëtimin e polinomeve.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përvetësojnë skemën e Hornerit për pjesëtimin e polinomeve

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi merr shembuj lidhur me pjesëtimin e polinomit si: Pjesëtimi i polinomit

$P(x)=15x^4-13x^2+2x-1$ me binomin $x-2$.

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi: Për $P(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0\in R$ dhe $c\in R$, ekziston polinomi $Q(x)\in R$ i tillë që

$$P(x)=(x-c)\cdot Q(x)+P(c) \qquad (3)$$

ku $Q(x)$ është polinom i shkallës $n-1$ dhe $P(c)$ është mbetja nga pjesëtimi i $P(x)$ me $x-c$. Shënojmë

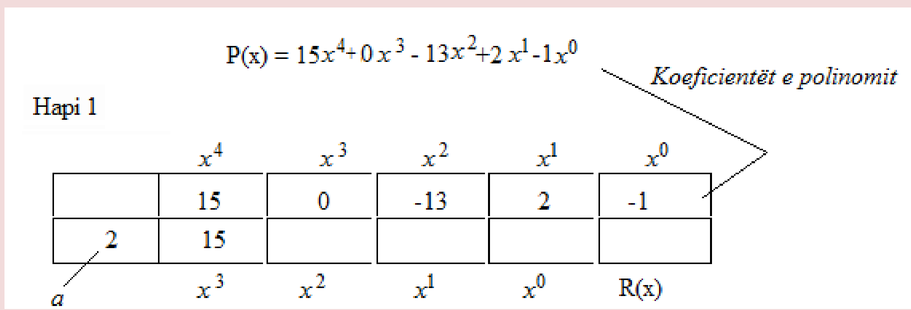
$Q(x) = b_{n-1}x^{n-1} + ... + b_1 x + b_0$.

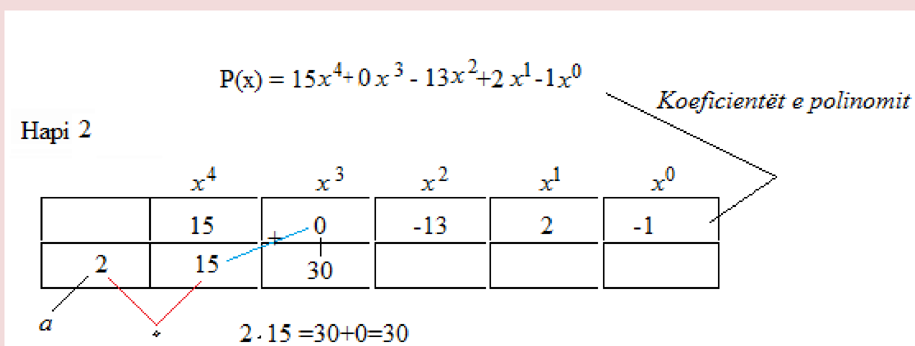
Duke zëvendësuar $P(x)$ dhe $Q(x)$ në (3) dhe duke barazuar koeficientët pranë fuqive të njëjta të x (pasi të kemi bërë shumëzimet e nevojshme) marrim Skemën e Hornerit si më poshtë:

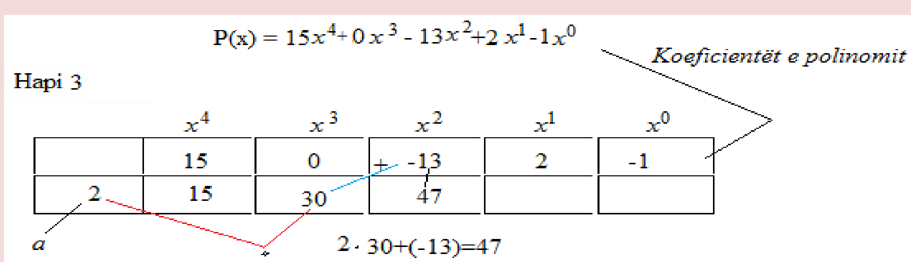
a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	a_{n-3}	...	a_1	a_0
a_n	$a_{n-1} + c\,b_{n-1}$	$a_{n-2} + c\,b_{n-2}$	$a_{n-3} + c\,b_{n-3}$	...	$a_1 + c\,b_1$	$a_0 + c\,b_0$
b_{n-1}	b_{n-2}	b_{n-3}	b_{n-4}	...	b_0	$P(c)$

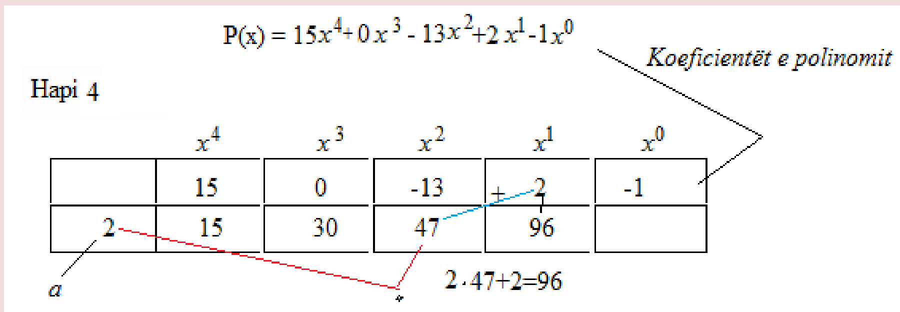
Shembulli 27. Të pjesëtohet polinomi $P(x) = 15x^4 - 13x^2 + 2x - 1$ me binomin $x - 2$ duke përdorur Skemën e Hornerit.

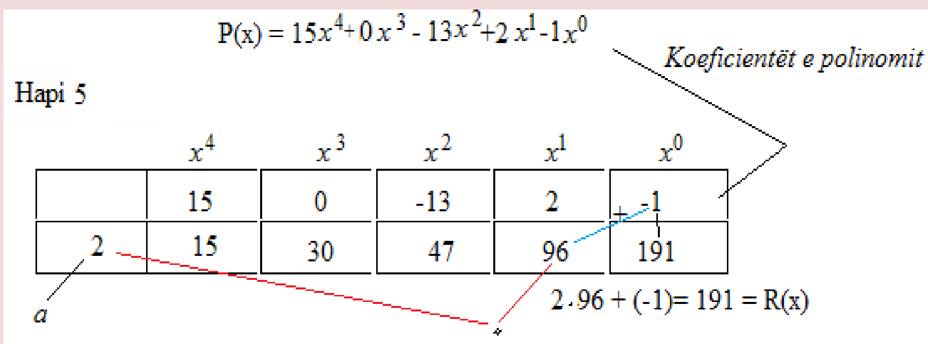
Zgjidhja: Polinomin e shkruajmë si më poshtë:











Pra, herësi i pjesëtimit është $Q(x) = 15x^3 + 30x^2 + 47x + 961$ dhe mbetja $R(x) = 191$.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve iu jepen shembujt nga libri i nxënësit si sh. 5, 6 . *Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.*

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve dhe aktivitetin e tyre në realizimin e zgjidhjes së detyrave që iu parashtrohen.

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit (ata të cilat nuk janë zgjidh në klasë) dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Këtu është shumë me rëndësi sa sa nxënësit i kanë përvetësuar pjesëtimin e dy polinomeve përmes një skeme që është shumë e përshtatshme. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me koncepte të tjera.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **6. POLINOMET**

Njësia mësimore: 6. 4. Zbërthimi i polinomeve në faktorë

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **6. POLINOMET**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. *Paraqet shprehjet shkronjore algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike;* 2. *Dizajnon shprehjet shkronjore përmes pllakave në forma gjeometrike;* 3. *Krijon modele të shprehjeve algjebrike me pllaka në formë gjeometrike;* 4. *Paraqet katrorin e binomit;* 5. *Krijon modele dhe zgjidh probleme përmes shprehjeve algjebrike;* 6. *Përkufizon polinomin si shprehje e plotë racionale;* 7. *Dallon shkallën e polinomit;* 8. *Kryen veprime me polinome (redukton, mbledh, zbret, shumëzon dhe pjesëton), duke i përdorur edhe pllakat në forma gjeometrike;* 9. *Përdor gjatë pjesëtimit të polinomeve Metodën e Hornerit dhe pjesëtimin me mbetje* - *Kryen pjesëtimin me* $x-c$

<table>
<tr>
<td></td>
<td>- Kryen pjesëtimin me $ax+b$;
10. Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve;
11. Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve
- Faktorizon shprehjen x^2+bx+c
- Faktorizon shprehjen $ax^2+bx+c;\ a\neq 1$
12. Njehson PMP dhe ShVP të polinomeve;
13. Kryen veprimet me shprehje racionale;
14. Përdor teknologjinë për zgjidhjen e problemeve për polinome.</td>
</tr>
<tr>
<td>Njësia mësimore:
6. 4. Zbërthimi i polinomeve në faktor</td>
<td><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>
1. Zbërthen polinomin në faktorë</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">1. Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:
2. Paraqet kuptimin e polinomit si shprehje algjebrike, përdor simbolet për të modeluar forma të ndryshme dhe kryen veprimet me to.
3. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
4. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2"><u>Qasja e të nxënit:</u> Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijes dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësit që të jenë në gjendje të kryejnë zbërthimin e polinomit në faktorë.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2"><u>Fjalët kyçe:</u> Zbërthim në faktorë, pjesëtuesi më i madh i përbashkët, shumëfishi më i vogël i përbashkët</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
1. Të zbërthejnë polinomin në faktorë</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2"><u>Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:</u>
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2"><u>Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:</u>
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2"><u>Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve</u>
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
<u>Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës</u></td>
</tr>
</table>

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi fillimisht zbërthen një numër në faktorë. Në këtë mënyrë e lidh me polinomin

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

. *Mësimdhënësi:* **Zbërthimi i polinomit duke faktorizuar monomin e përbashkët**

Polinomi $P(x)=35x^2+28x$ mund të zbërthehet në këtë formë:

$$P(x)=35x^2+28x=7x\cdot 5x+7x\cdot 4=7x(5x+4)$$

Shembulli 29. Të zbërthehet në faktorë polinomi

$$P(x,y)=4x(y-1)-x^2(x-1)+x(x-1)^2$$

Zgjidhja:

$$P(x,y)=4x(y-1)-x^2(x-1)+x(y-1)^2=$$
$$=x(y-1)\cdot 4-x(y-1)\cdot x+x(y-1)(y-1)$$
$$=x(y-1)(4-x+y-1)$$
$$=x(y-1)(3-x+y).$$

B. Zbërthimi duke përdorur

1. $(a+b)^1=(a+b)$
2. $(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+2ab+b^2.$
3. $(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-2ab+b^2.$
4. $a^2-b^2=(a-b)(a+b).$
5. $(a+b)^3=(a+b)(a+b)(a+b)=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3.$
6. $(a-b)^3=(a-b)(a-b)(a-b)=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3.$
7. $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
8. $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2).$
9. $(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4.$

Shembull 30. Duke zbatuar $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, njehsoni katrorin e shprehjes:

$a)\ x+4y;\ \ b)\ xy-1;\ \ c)\ x+y+z;\ d)\ x-y-z;\ \ e)\ x\sqrt{2}+y\sqrt{5};\ \ f)\ \frac{1}{4}x-\frac{3}{2}.$

Zgjidhja.

$a)\ (x+4y)^2=x^2+2x\cdot 4y+(4y)^2=x^2+8xy+16y^2.$

$b)\ (xy-1)^2=x^2y^2-2xy+1.$

$c)\ (x+y+z)^2=((x+y)+z)^2=(x+y)^2+2(x+y)z+z^2$

$$= x^2 + 2xy + y^2 + 2xz + 2yz + z^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz.$$

d) $(x - y - z)^2 = (x + (-y - z))^2 = x^2 + 2x(-y - z) + (-y - z)^2$

$$= x^2 - 2xy - 2xz + (-(y + z))^2 = x^2 - 2xy - 2xz + (y + z)^2$$

$$= x^2 - 2xy - 2xz + y^2 + 2yz + z^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz + 2yz.$$

e) $(x\sqrt{2} + y\sqrt{5})^2 = (x\sqrt{2})^2 + 2x\sqrt{2}y\sqrt{5} + (y\sqrt{5})^2 = 2x^2 + 2\sqrt{10}xy + 5y^2.$

f) $\left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}x\right)^2 - 2\cdot\frac{1}{4}x\frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{16} - \frac{3x}{4} + \frac{9}{4}.$

Shembulli 31. Njehsoni fuqinë e tretë të shprehjes:

a) $x + 3;$ *b*) $y - \frac{1}{2};$ *c*) $2x^2 + 3y.$

Zgjidhja.

a) $(x + 3)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot 3 + 3x \cdot 3^2 + 3^3 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27.$

b) $\left(y - \frac{1}{2}\right)^3 = y^3 - 3y^2 \cdot \frac{1}{2} + 3y \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = y^3 - \frac{3y^2}{2} + \frac{3y}{4} - \frac{1}{8}.$

c) $(2x^2 + 3y)^3 = (2x^2)^3 + 3(2x^2)^2 \cdot 3y + 3(2x^2)(3y)^2 + (3y)^3$

$$= 8x^6 + 3\cdot 4x^4 \cdot 3y + 3\cdot 2x^2 \cdot 9y^2 + 27y^3$$

$$= 8x^6 + 36x^4y + 54x^2y^2 + 27y^3.$$

Duke zbatuar formulën $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b),$ të zbërthehen shprehjet:

Shembulli 32. Të zbërthehen në faktorë shprehjet

a) $x^2 - 1;$ *b*) $x^2 - 16;$ *c*) $25 - y^2;$

d) $16x^2 - 1;$ *e*) $16x^2 - 3;$ *f*) $x^6y^4 - 0.01.$

Zgjidhja

a) $x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x - 1)(x + 1)$.

b) $x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4)$.

c) $25 - y^2 = 5^2 - y^2 = (5 - y)(5 + y)$.

d) $16x^2 - 1 = (4x)^2 - 1^2 = (4x - 1)(4x + 1)$.

e) $16x^2 - 3 = (4x)^2 - (\sqrt{3})^2 = (4x - \sqrt{3})(4x + \sqrt{3})$

f) $x^6y^4 - 0.01 = (x^3y^2)^2 - (0.1)^2 = (x^3y^2 - 0.1)(x^3y^2 + 0.1)$.

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve iu jepen shembujt nga libri i nxënësit.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të

nxënësve dhe aktivitetin e tyre në realizimin e zgjidhje së detyrave që iu parashtrohen.
Detyrat dhe puna e pavarura Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit (ato të cilat nuk janë zgjidhur në klasë) dhe libri i përmbledhjes së detyrave.
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. Këtu është shumë me rëndësi sa sa nxënësit e kanë përvetësuar zbërthimin në faktorë. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me koncepte të tjera. Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **6. POLINOMET**

Njësia mësimore: 6. 5. Pjesëtuesi më i madh i përbashkët (PMP) dhe shumëfishi më i vogël i përbashkët (ShVP)

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **6. POLINOMET**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. *Paraqet shprehjet shkronjore algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike;* 2. *Dizajnon shprehjet shkronjore përmes pllakave në forma gjeometrike;* 3. *Krijon modele të shprehjeve algjebrike me pllaka në formë gjeometrike;* 4. *Paraqet katrorin e binomit;* 5. *Krijon modele dhe zgjidh probleme përmes shprehjeve algjebrike;* 6. *Përkufizon polinomin si shprehje e plotë racionale;*		

	7. *Dallon shkallën e polinomit;* 8. *Kryen veprime me polinome (redukton, mbledh, zbret, shumëzon dhe pjesëton), duke i përdorur edhe pllakat në forma gjeometrike;* 9. *Përdor gjatë pjesëtimit të polinomeve Metodën e Hornerit dhe pjesëtimin me mbetje* - *Kryen pjesëtimin me* $x-c$ - *Kryen pjesëtimin me* $ax+b$*;* 10. *Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve;* 11. *Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve* - *Faktorizon shprehjen* x^2+bx+c - *Faktorizon shprehjen* $ax^2+bx+c;\ a\neq 1$ 12. *Njehson PMP dhe ShVP të polinomeve;* 13. *Kryen veprimet me shprehje racionale;* 14. *Përdor teknologjinë për zgjidhjen e problemeve për polinome.*
Njësia mësimore: 6. 5. Pjesëtuesi më i madh i përbashkët (PMP) dhe shumëfishi më i vogël i përbashkët (ShVP)	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Njehson pjesëtuesin më të madh të përbashkët (PMP) dhe shumëfishin më të vogël të përbashkët (ShVP)

1. Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:
2. Paraqet kuptimin e polinomit si shprehje algjebrike, përdor simbolet për të modeluar forma të ndryshme dhe kryen veprimet me to.
3. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
4. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.

2. **Qasja e të nxënit:** Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijes dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësit që njehsojnë pjesëtuesin më të madh të përbashkët (PMP) dhe shumëfishin më të vogël të përbashkët (ShVP)

3. **Fjalët kyçe:** pjesëtues më i madh i përbashkët (PMP), shumëfishi më i vogël i përbashkët (ShVP)

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të njehsojnë pjesëtuesin më të madh të përbashkët (PMP) dhe shumëfishin më të vogël të përbashkët (ShVP)

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore .

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi fillimisht përkujton se si njehsohet pjesëtuesin më i madh i përbashkët (PMP) dhe shumëfishin më i vogël i përbashkët (ShVP)

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)

Mësimdhënësi: Pjesëtuesi më i madh i përbashkët (PMP) i dy ose më shumë polinomeve quhet polinomi i shkallës më të madhe i cili secilin prej polinomeve e pjesëton pa mbetje.

Themi se polinomi $p(x)$ plotpjesëtohet me polinomin $g(x)$ nëse ekziston polinomi $q(x)$ i tillë që $p(x)=q(x)g(x)$. Simbolikisht shënohet $P(x) \mid Q(x)$.

Shumëfishi më i vogël i përbashkët (ShVP) i dy ose më shumë polinomeve quhet polinomi i shkallës më të vogël i cili përmban si faktor secilin nga polinomet e dhëna.

Shembull 35. Janë dhënë polinomet $P(x)=2x-2$, $Q(x)=x^3-x^2$ dhe $K(x)=x^3+x^2-2x$. Të gjenden PMP dhe ShVP.

Zgjidhje. Të zbërthejmë në faktorë polinomet e dhëna:

$$P(x)=2x-2=2(x-1)\,,\quad Q(x)=x^3-x^2=x^2(x-1)$$

$$K(x)=x^3+x^2-2x=x(x^2+x-2)=x(x+2)(x-1)$$

PMP është $(x-1)$, ndërsa SHVP është $2x^2(x+2)(x-1)$.

Shembulli 36. Janë dhënë polinomet $P(x)=2x^3-2x^2$, $Q(x)=x^3-2x^2+x$ dhe $K(x)=2x^3+x^2-3x$. Të gjenden PMP dhe ShVP.

Zgjidhje. $P(x)=2x^3-2x^2=2x^2(x-1)$

$$Q(x)=x^3-2x^2+x=x(x^2-2x+1)=x(x-1)^2$$

$$K(x)=2x^3+x^2-3x=x(2x^2+x-3)=x(x-1)(2x+3)$$

PMP është $x(x-1)$, ndërsa SHVP është $2x^2(x-1)^2(2x-3)$.

Shembulli 37. Janë dhënë polinomet

$$P(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 6 \text{ dhe } Q(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 4.$$

Të gjenden PMP dhe ShVP.

Zgjidhje. $P(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 6 = x^2(x-3) - 2(x-3) = (x-3)(x^2-2)$

$$Q(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 4 = x^3 - 2x - 2x^2 + 4 =$$

$$= x(x^2-2) - 2(x^2-2) = (x^2-2)(x-2)$$

Kemi PMP $(x^2-2)(x-2)(x-3)$ ndërsa ShVP është $(x-2)(x-3)$.

Shembulli 39. Të zbërthehet në faktorë polinomi

$$P(x) = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 4x + 4$$

Zgjidhja: Numri 4 është i plotpjesëtueshëm me numrat $\pm1, \pm2, \pm4$. Për $x=1$ kemi $P(1) = 4 \neq 0$. Pra $x=1$ nuk është rrënjë e polinomit.

Tani provojmë se $P(-1) = 0$, pra $x=-1$ është rrënjë e polinomit

$$P(x) = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 4x + 4$$

Duke pjesëtuar $P(x)$ me $x+1$ gjejmë

$$(x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 4x + 4) : (x+1) = x^3 - 3x^2 + 4 \text{ (Mbetja është zero. Pse?)}$$

Prandaj,

$$x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 4x + 4 = (x+1)\cdot(x^3 - 3x^2 + 4)$$

Tani e zbërthejmë në faktorë polinomin $P_1(x) = x^3 - 3x^2 + 4$. Pjesëtuesit e 4 janë $\pm1, \pm2, \pm4$

Provojmë me radhë:

për $x=1$ kemi $P_1(1) = 1 - 3 + 4 = 2 \neq 0$, pra $x=1$ nuk është

rrënjë e polinomit $P_1(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.

për $x=-1$ kemi $P_1(-1) = -1 - 3 + 4 = 0$, pra $x=-1$ është rrënjë e polinomit $P_1(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.

Kemi

$$(x^3 - 3x^2 + 4) : (x+1) = x^2 - 4x + 4 \ .$$

Pra

$$x^3 - 3x^2 + 4 = (x+1)\cdot(x^2 - 4x + 4)$$

Polinomi $P(x) = x^2 - 4x + 4$ mund të zbërthehet si $x^2 - 4x + 4 = (x-2)(x-2)$.

Prandaj përfundimisht mund të shkruajmë zbërthimin:

$$(x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 4x + 4) = (x+1)\cdot(x+1)\cdot(x-2)\cdot(x-2) = (x+1)^2\cdot(x-2)^2$$

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve iu jepen shembujt nga libri i nxënësit.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve dhe aktivitetin e tyre në realizimin e zgjidhje së detyrave që iu parashtrohen.

Detyrat dhe puna e pavarura Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit (ato të cilat nuk janë zgjidhur në klasë) dhe libri i përmbledhjes së detyrave.
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. Këtu është shumë me rëndësi se sa nxënësit i kanë përvetësuar njehsimin e pjesëtuesit më të madh të përbashkët (PMP) dhe shumëfishit më të vogël të përbashkët (ShVP). Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me koncepte të tjera. Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive, të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **6. POLINOMET**

Njësia mësimore: 6. 6. **Shprehjet thyesore racionale. Thyesat algjebrike**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **6. POLINOMET**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. *Paraqet shprehjet shkronjore algjebrike përmes pllakave në forma gjeometrike;* 2. *Dizajnon shprehjet shkronjore përmes pllakave në forma gjeometrike;* 3. *Krijon modele të shprehjeve algjebrike me pllaka në formë gjeometrike;* 4. *Paraqet katrorin e binomit;* 5. *Krijon modele dhe zgjidh probleme përmes shprehjeve algjebrike;* 6. *Përkufizon polinomin si shprehje e plotë racionale;* 7. *Dallon shkallën e polinomit;*		

	8. *Kryen veprime me polinome (redukton, mbledh, zbret, shumëzon dhe pjesëton), duke i përdorur edhe pllakat në forma gjeometrike;* 9. *Përdor gjatë pjesëtimit të polinomeve metodën e Hornerit dhe pjesëtimin me mbetje* - *Kryen pjesëtimin me* $x-c$ - *Kryen pjesëtimin me* $ax+b$; 10. *Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve;* 11. *Zbërthen polinomet në faktorë përmes grupimeve* - *Faktorizon shprehjen* x^2+bx+c - *Faktorizon shprehjen* $ax^2+bx+c;\ a\neq 1$ 12. *Njehson PMP dhe ShVP të polinomeve;* 13. *Kryen veprimet me shprehje racionale;* 14. *Përdor teknologjinë për zgjidhjen e problemeve për polinome.*
Njësia mësimore: 6. 6. Shprehjet thyesore racionale. Thyesat algjebrike	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Kryen veprimet me shprehje racionale; 2. Përvetëson veprimet me shprehje racionale përmes shembujve

1. Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:
2. Paraqet kuptimin e polinomit si shprehje algjebrike, përdor simbolet për të modeluar forma të ndryshme dhe kryen veprimet me to.
3. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
4. Përdor terminologjinë matematikore dhe komunikon të menduarit për të përshkruar situata të ndryshme nga matematika dhe nga jeta duke lidhur konceptet (fuqi, rrënjë, polinom) në mënyrë që të zgjidhë probleme të ndryshme.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësit për të kryer veprimet me *shprehje racionale;*

Fjalët kyçe: veprimet me shprehje racionale

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të kryejnë veprimet me shprehje racionale;
2. Të përvetësojnë veprimet me shprehje racionale përmes shembujve

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore .

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi, merr shembuj të shprehjeve racionale dhe tregon procedurën e kryerjes së veprimeve me shprehje racionale (mundet edhe përmes shembujve me shprehje numerike), gjithherë duke i zbatuar, duke i përdorur procedurat e duhur.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi: ***Shprehje racionale algjebrike*** *quhet thyesa a formës* $\frac{P(x)}{Q(x)}$, *ku* $P(x)$ *dhe* $Q(x)$ *janë polinome dhe* $Q(x)\neq 0$.

Dy thyesa $\frac{P(x)}{Q(x)}$ *dhe* $\frac{R(x)}{S(x)}$ *janë të barabarta nëse*

$$P(x)S(x)=Q(x)R(x)$$

Pra,

$$\frac{P(x)}{Q(x)}=\frac{R(x)}{S(x)} \Leftrightarrow P(x)S(x)=Q(x)R(x)$$

Shembulli 40. Vërtetoni se thyesat $\frac{(x+1)(x^2-4)}{(x+2)(x^2-1)}$ dhe $\frac{x-2}{x-1}$ janë të barabarta.

Zgjidhje: Nga $\frac{(x+1)(x^2-4)}{(x+2)(x^2-1)}=\frac{x-2}{x-1} \quad \Rightarrow \quad [(x+1)(x^2-4)]\,(x-1)=[(x+2)(x^2-1)](x-2)$

$$\Rightarrow \quad x^4-5x^2+4=x^4-5x^2+4$$

Shumë të thyesave algjebrike $\frac{P(x)}{Q(x)}$ dhe $\frac{R(x)}{S(x)}$ ku $Q(x)\neq 0$ dhe $S(x)\neq 0$, e quajmë shprehjen

$$\frac{P(x)}{Q(x)}+\frac{R(x)}{S(x)}=\frac{P(x)\cdot S(x)+Q(x)\cdot R(x)}{Q(x)\cdot S(x)}$$, ku $Q(x)\cdot S(x)\neq 0$ dhe $Q(x)\cdot S(x)$ është emëruesi i përbashkët (ShVP i emëruesve) i thyesave të dhëna.

Shembulli 45. Gjeni shumën e shprehjeve $\frac{2}{x+2}$ dhe $\frac{3}{x-2}$.

Zgjidhja:

$$\frac{2}{x+2}+\frac{3}{x-2}=\frac{2\cdot(x-2)+3\cdot(x+2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{2x-4+3x+6}{x^2-4}=\frac{5x+2}{x^2-4}.$$

Ndryshim të thyesave algjebrike $\frac{P(x)}{Q(x)}$ dhe $\frac{R(x)}{S(x)}$ ku $Q(x)\neq 0$ dhe $S(x)\neq 0$, e quajmë shprehjen

$\frac{P(x)}{Q(x)}-\frac{R(x)}{S(x)}=\frac{P(x)\cdot S(x)-Q(x)\cdot R(x)}{Q(x)\cdot S(x)}$, ku $Q(x)\cdot S(x)\neq 0$ dhe $Q(x)\cdot S(x)$ është emëruesi i përbashkët (ShVP i emëruesve) i thyesave të dhëna.

Prodhim të thyesave algjebrike $\frac{P(x)}{Q(x)}$ dhe $\frac{R(x)}{S(x)}$ ku $Q(x)\neq 0$ dhe $S(x)\neq 0$ e quajmë shprehjen

$\frac{P(x)}{Q(x)}\cdot\frac{R(x)}{S(x)}=\frac{P(x)\cdot R(x)}{Q(x)\cdot S(x)}$, ku $Q(x)\cdot S(x)\neq 0$.

Shembulli 48. Të thjeshtohet thyesa $\left(\frac{x+1}{x+5}\right)\cdot\left(\frac{x^2-25}{x^2-1}\right)$..

Zgjidhja: $\left(\frac{x+1}{x+5}\right)\cdot\left(\frac{x^2-25}{x^2-1}\right)=\frac{(x+1)\cdot(x^2-25)}{(x+5)(x^2-1)}=\frac{(x+1)(x-5)(x+5)}{(x+5)(x-1)(x+1)}=\frac{x-5}{x-1}.$

Herës të thyesave algjebrike $\frac{P(x)}{Q(x)}$ dhe $\frac{R(x)}{S(x)}$ ku $Q(x)\neq 0$ dhe $S(x)\neq 0$, pjesëtimi i këtyre thyesave është

$\frac{P(x)}{Q(x)}:\frac{R(x)}{S(x)}=\frac{P(x)}{Q(x)}\cdot\frac{S(x)}{R(x)}=\frac{P(x)\cdot S(x)}{Q(x)\cdot R(x)}$, ku

$Q(x)\neq 0,\ R(x)\neq 0, S(x)\neq 0$.

Shembulli 51. Të thjeshtohet thyesa $\left(\frac{(a-b)^2}{ab}+3\right)\cdot\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right):\frac{a^3-b^3}{a}$ ***Zgjidhja***:

$$\left(\frac{(a-b)^2}{ab}+3\right)\cdot\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right):\frac{a^3-b^3}{ab}=\frac{(a-b)^2+3ab}{ab}\cdot\frac{a^2-b^2}{ab}\cdot\frac{ab}{(a-b)(a^2+ab+b^2)}$$

$$=\frac{a^2-2ab+b^2+3ab}{ab}\cdot\frac{(a-b)(a+b)}{1}\cdot\frac{1}{(a-b)(a^2+ab+b^2)}=\frac{a^2+ab+b^2}{ab}\cdot\frac{a+b}{1}\cdot\frac{1}{a^2+ab+b^2}$$

$$=\frac{a+b}{ab}$$

c. *Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve iu jepen shembujt nga libri i nxënësit dhe shembujt të cilët nuk janë zgjidhur në klasë.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të

nxënësve dhe aktivitetin e tyre në realizimin e zgjidhje së detyrave që iu parashtrohen.

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit (ato të cilat nuk janë zgjidhur në klasë) dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Këtu është shumë me rëndësi se sa nxënësit i kanë përvetësuar veprimet me shprehje racionale.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me koncepte të tjera.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

KAPITULLI 7. SISTEMI NUMERIK

Tema: 7.1. BASHKËSIA E NUMRAVE NATYRORË

Njësia mësimore: 7.1.1. **Përkufizimi i numrave natyrorë**

<table>
<tr><td colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</td></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Tema: 7. 1. BASHKËSIA E NUMRAVE NATYRORË</td><td>Rezultati i të nxënit të temës:
Nxënësi:
Përkufizon numrat natyralë në mënyrë aksiomatike dhe kryen veprimet me ta;
Përcakton pjesëtueshmërinë e numrave natyralë (2, 3, ...,11);
Zbaton pjesëtueshmërinë (zbërthimin në faktorë, PMP , ShVP);</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore:
7.1.1 Përkufizimi i numrave natyrorë</td><td>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore: (Si ta japësh mësimin?)
Përkufizon numrat natyrorë në formë aksiomatike
Kryen veprimet me numra natyrorë</td></tr>
<tr><td colspan="2">Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:
Zhvillon arsyetimin algjebrik për zgjerimin e konceptit për numrat realë dhe kompleksë.
Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
Manifeston kuptimin e numrave në formë aksiomatike dhe zbaton ata në zgjidhje të problemeve.
Demonstron shkathtësi për veprimet me numra, zbaton parimet dhe procedurat e veprimeve me ta në situata numerike dhe algjebrike.
Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësinë e numrave.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Qasja e të nxënit:</u> Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin t`i përkufizojë numrat natyrorë në formën aksiometrike dhe të kryejë veprimet me numra. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Fjalët kyçe:</u> numra natyrorë, aksiomë</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore</td></tr>
</table>

Të përkufizojnë numrat natyrorë në formë aksiomatike
Të kryejnë veprimet me numra natyrorë

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:
Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Shtron disa pyetje lidhur me numra natyrorë (të njohura më herët),
Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)
Mësimdhënësi: Përkufizimi i numrave natyrorë:

Numri është njëri ndër konceptet themelore në matematikë. Numri nuk përkufizohet, mirëpo studiohen veprimet me numra, vetitë e veprimeve me numra.
Këtu do të japim një pasqyrë të zhvillimit të numrit dhe bashkësive duke filluar me bashkësia e numrave natyralë.
Bashkësia e numrave natyralë ka lindur nga nevoja e numrimit të elementeve të bashkësive të ndryshme.
Bashkësia e numrave natyralë quhet bashkësia e simboleve

$$N = \{1, 2, 3, \ldots, n, n+1, \ldots\}$$

në të cilën është përcaktuar relacionet "paraardhës" dhe "pasardhës" që plotëson këto aksioma:

Aksioma: Numri natyral 1 i cili nuk ka paraardhës,
Aksioma: Për secilin numër natyral, ekziston vetëm një pasardhës që është për 1 më i madh,
Aksioma: Secili numër natyral ka paraardhësin e vetëm për një më të vogël,
Aksioma e induksionit: Cilado bashkësi e numrave që ka këto veti përmban të gjithë numrat natyralë.

Bashkësia e numrave natyralë është bashkësi e numërueshme
Vetitë e veprimit të mbledhjes (+) në bashkësinë e numrave natyralë:

Mbyllësi: $\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{N} \Rightarrow \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{N}$

Shembull. $2 + 15 = 17 \in N$

Vetia komutative: $\forall a, b \in N \Rightarrow a + b = b + a$

Shembull. $3 + 7 = 7 + 3 \Rightarrow 10 = 10$

Vetia asociative: $\forall a, b, c \in N \Rightarrow a + (b + c) = (a + b) + c$

Shembull. $2+(8+15)=(2+8)+15 \Rightarrow 2+23=10+15 \Rightarrow 25=25$

Elementi njësi: $(\exists e \in N)(\forall a \in N)$ *me vetinë* : $a+e=e+a=a$

Shembull. $\mathbf{5+0=0+5=5}$

Vetitë e veprimit të shumëzimit $(\cdot)$ në bashkësinë e numrave natyralë dhe lidhja në mes veprimeve $(+)$ dhe $(\cdot)$:

Mbyllësia: $\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{N} \Rightarrow \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{N}$

Shembull. $2 \cdot 15=30 \in N$

2.Vetia komutative: $(\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{N})\ \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}=\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{a}$

Shembull. $\mathbf{3 \cdot 7=7 \cdot 3 \Rightarrow 21=21}$

3.Vetia asociative: $(\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{N})\ (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c}=\boldsymbol{a} \cdot(\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c})$

Shembull. $2 \cdot(8 \cdot 15)=(2 \cdot 8) \cdot 15 \Rightarrow 2 \cdot 120=16 \cdot 15 \Rightarrow 240=240$

Elementi njësi: $(\exists e \in N)(\forall a \in N)$ *e tillë që* $a \cdot e=e \cdot a=a$

Shembull. Elementi njësi lidhur me veprimin $(\cdot)$ është zero (1)

$5 \cdot 1=1 \cdot 5=5$

Shumëzimi me zero $(\exists \mathbf{0} \in \boldsymbol{N} \cup\{\mathbf{0}\})(\forall \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{N})\ \boldsymbol{a} \cdot \mathbf{0}=\mathbf{0} \cdot \boldsymbol{a}=\mathbf{0}$

Shembull. $16 \cdot 0=0 \cdot 16=0$

Vetia didtributive lidhur me veprimin e (+): $(\forall a, b, c \in N)\ \ a \cdot(b+c)=a \cdot b+a \cdot c$

Shembull. $3 \cdot(5+12)=3 \cdot 5+3 \cdot 12=15+36=51$

Vetia distributive lidhur me veprimin e (-): $(\forall a, b, c \in N)\ \ a \cdot(b-c)=a \cdot b-a \cdot c$

Shembull. Le të jenë $a, b \in N$. Nëse $a \cdot b=c$ atëherë $a=\frac{c}{b}, b \neq 0$.

Shembull. $\frac{20}{5}=4 \in N$

Nëse : $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{N}^{+} \Rightarrow \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a}}=\mathbf{1}$ **dhe** $\frac{\boldsymbol{a}}{\mathbf{1}}=\boldsymbol{a}$

Shembull. $\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{7}}=\mathbf{1},\ \ \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{1}}=\mathbf{7}$.

Nëse : $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{N}^{+} \Rightarrow \frac{\mathbf{0}}{\boldsymbol{a}}=\mathbf{0}$

Shembull. $\frac{\mathbf{0}}{\mathbf{12}}=\mathbf{0}$

Nëse : $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{N}^{+} \Rightarrow \frac{\boldsymbol{a}}{\mathbf{0}}$ nuk paraqet numër të fundmë

Shembulli 1. Gjeni shumën e numrave natyralë $1+2+3+\ldots+80$.

Zgjidhja: Shënojmë

$$\boldsymbol{S}=\mathbf{1}+\mathbf{2}+\mathbf{3}+\cdots+\mathbf{78}+\mathbf{79}+\mathbf{80}$$

Meqë në bashkësinë N vlen vetia komutative e mbledhjes shumën e mësipërme mund ta shkruajmë në formën:

$$\boldsymbol{S}=\mathbf{80}+\mathbf{79}+\mathbf{78}+\cdots+\mathbf{3}+\mathbf{2}+\mathbf{1}$$

Duke i mbledhur dy barazimet e fundit anë për anë dhe duke grumbulluar shumat në anën e djathtë sipas radhës që janë në shumë marrim:

$$\mathbf{2S} = (\mathbf{1} + \mathbf{80}) + (\mathbf{2} + \mathbf{79}) + (\mathbf{3} + \mathbf{78}) + \cdots +$$
$$+(\mathbf{78} + \mathbf{3}) + (\mathbf{79} + \mathbf{2}) + (\mathbf{80} + \mathbf{1})$$

Në anën e djathtë të të barazimit janë gjithsej 80 shprehje në kllapa me vlerë 81. Prandaj

$\mathbf{2S} = \mathbf{80} \cdot \mathbf{81}$, prej nga marrim $\boldsymbol{S} = \mathbf{40} \cdot \mathbf{81} = \mathbf{3240}$.

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepen ushtrime.

Shembull. Të kryhen veprimet

1. $3+(4:2)+2\cdot 5=3+2+10=15$
2. $(2+8):2+3\cdot 5=10:2+15=5+15=20$
3. $6+3\cdot 8-\dfrac{14\cdot 2}{7}=6+24-2\cdot 2=6+24-4=30-4=26$
4. $(6+3)\cdot 8-\dfrac{14\cdot 2}{7}=9\cdot 8-2\cdot 2=72-4=68$

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. Të kryej veprimet me numra natyrorë. (Momenti i fundit që numrat natyrorë mësohen andaj duhet që të përvetësojnë edhe në formë aksiomatike). Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

Komunikimi dhe të shprehurit

Zgjidhje e problemeve

Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen

e problemit apo detyrës.

Tema: 7.1. BASHKËSIA E NUMRAVE NATYRORË
Njësia mësimore: 7.2. Plotëpjestueshmëria e numrave natyrorë

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	**Lënda mësimore:** **MATEMATIKË**	**Shkalla e kurrikulës: V**	**Klasa: X**

Tema: 7. BASHKËSIA E NUMRAVE NATYRORË	Rezultati i të nxënit të temës: Nxënësi: Përkufizon numrat natyralë në mënyrë aksiomatike dhe kryen veprimet me ta; Përcakton pjesëtueshmërinë e numrave natyralë (2, 3, ...,11); Zbaton pjesëtueshmërinë (zbërthimin në faktorë, PMP , ShVP);
Njësia mësimore: 7.2. Plotëpjestueshmëria e numrave natyrorë	Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore: (Si ta japësh mësimin?) Gjen pjesëtueshmërinë e një numri me numrat prej 1-10 Përvetëson pjesëtueshmërinë e numrave natyrorë

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

Zhvillon arsyetimin algjebrik për zgjerimin e konceptit për numrat realë dhe kompleksë.

Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.

Manifeston kuptimin e numrave në formë aksiomatike dhe zbaton ata në zgjidhje të problemeve.

Demonstron shkathtësi për veprimet me numra, zbaton parimet dhe procedurat e veprimeve me ta në situata numerike dhe algjebrike.

Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësinë e numrave.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të gjejë pjesëtueshmërinë e numrave natyrorë. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: plotpjesëtueshmëri

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

Të gjejë plotpjesëtueshmërinë e numrave natyrorë me numrat 1-10.

Të merr shembuj për pjesëtueshmërinë e numrave natyrorë

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore: Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore, informatikë dhe filozofike

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo - analizo - diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Merr shembuj që një numër kur të pjesëtohet me një numër, mbetja të jetë zero.

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi: Përkufizimi i numrave natyrorë:

Plotpjesëtueshmëria me numrin 1

Çdo numër natyral, përveç numrit zero, është i plotpjesëtueshëm me numrin 1.

Shembulli 1: $\frac{8}{1}=\mathbf{8}$, $\frac{16}{1}=\mathbf{16}$, $\frac{19}{1}=\mathbf{1}$ etj.

Plotpjesëtueshmria me numrin 2

Numri natyral çift është i plotpjesëtueshëm me numrin 2 (numrat çift shifrën e fundit e kanë 0, 2,4,6 ose 8)

Shembulli 2. Numrat 12, 34, 120, 340, 540 janë të pjesëtueshëm me 2

Plotpjesëtueshmëria me numrin 3

Numri natyral është i plotpjesëtueshëm me tre nëse shuma e shifrave të tij është e plotpjesëtueshme me 3.

Shembulli 3. Po marrim disa numra dhe i paraqesim në tabelë. Cilët prej tyre është i plotpjesëtueshëm me 3.

Numri	Shuma e shifrave	Rezultati
15	$1+5=6$	Është i plotpjesëtueshëm me 3
159	$1+5+9=15$	Është i plotpjesëtueshëm me 3
287	$2+8+7=17$	Nuk është i plotpjesëtueshëm 3

Plotpjesëtueshmëria me numrin 4

Numri natyral është i plotpjesëtueshëm me 4 nëse numri i përbërë nga dy shifrat e fundit është i plotpjesëtueshëm me 4.

Plotpjestueshmëria me numrin 5

Numri natyral është i plotpjesëtueshëm me 5, nëse shifra e e tij e fundit është 0 ose 5.

Shembulli 7. Të tregohet se cili nga numrat:

a) 5, *b)* 50, *c)* 54, *d)* 75,

Zgjidhja: *a)* Te numri 5 dy shifra e fundit është 5. Prandaj, 5 është i plotpjesëtueshëm me 5. Po (sepse shifra e fundit është 0) *c)* Jo, *d)* Po,

Plotpjestueshmëria me numrin 6

Numri natyral është i plotpjesëtueshëm me 6, nëse ai numër plotpjesëtohet me 2 dhe me 3.

Shembulli 8. Të tregohet se cili nga numrat:

*a)*42, *b*) 144, *c*) 180, *d*) 258,

Zgjidhja: *a)* Numri 42 është i plotpjesëtueshëm me 2 sepse 42 është numër çift. Po ashtu 42 është i plotpjesëtueshëm edhe me 3 sepse shuma e shifrave është 4+2=6 që numri 6 është i plotpjesëtueshëm me 3. Andaj 42 është i plotpjesëtueshëm me 6.

b) Po, *c)* Po, *d)* Po,

Plotpjesëtueshmëria me numrin 7

Numri natyral është i plotpjesëtueshëm me 7, nëse ndryshimi i pjesës së mbetur të numrit, pasi t\`i kemi hequr shifrën e fundit, me dyfishin e shifrës së fundit plotpjesëtohet me 7.

Shembulli 9. Të tregohet se numrat: *a)*133, *b*) 273,

Zgjidhje:

*a)*Shifra e fundit e numrit 133 është 3. Ndryshimi e pjesës së
mbetur të numrit dhe dyfishit të shifrës së fundit është 13 - 6 = 7. Rezultati i fituar është i plotpjesëtueshëm me 7, prandaj numri 133 është i plotpjesëtueshëm me 7.

b) Shifra e fundit e numrit 273 është 3. Ndryshimi i pjesës së mbetur 27 të numrit dhe dyfishit të shifrës së fundit është 27 – 6 = 21. Ky rezultat, pra 21 është i plotpjesëtueshëm me 7. Prandaj numri 273 është i plotpjesëtueshëm me 7.

Plotpjesëtueshmëria me numrin 8

Numri natyror është i plotpjestueshëm me 8 nëse numri i formuar nga tri shifrat e fundit të tij është i plotpjesëtueshëm me 8

Plotpjesëtueshmëria me numrin 9

Numri natyral është i plotpjesëtueshëm me 9, nëse shuma e shifrave të tij është e plotpjesëtueshme me 9.

Plotpjesëtueshmëria me numrin 10

Numri natyral është i plotpjesëtueshëm me 10, nëse shifra e fundit e tij është zero.

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepen ushtrime rastet që nuk i keni marrë gjatë transformimit të informacioneve dhe /ose

Shembulli 14. Të gjendet vlera e shifrës a në numrin $9a45$ në mënyrë që ai të jetë i plotpjesëtueshëm me numrin 9.

Zgjidhja. Shuma e shifrave të numrit $9a45$ është $9+a+4+5=a+18$. Që shuma $a+18$ të jetë e plotpjesëtueshme me 9, duhet vlera a duhet të jetë 0 (zero) ose 9.

Shembulli 15. Të gjendet vlera e shifrës a te numri $54a4$ në mënyrë që numri $54a4$ të jetë i plotpjesëtueshëm me 4.

Zgjidhja. Numri që përbëhet nga dy shifrat e fundit, pra a4, duhet të jetë i plotpjesëtueshëm me 4. Nga ky kusht rrjedh që vlera e a është 4 ose 8.

Vlerësimi i nxënësve Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.*
Detyrat dhe puna e pavarur Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. P.sh. Të kryejë plotpjesëtueshmërinë me numra natyrorë. Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: Komunikimi dhe të shprehurit Zgjidhje e problemeve Lidhja matematike Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema:7.1. NUMRAT NATYRORË

Njësia mësimore: 7.1.3. Numrat e thjeshtë dhe numrat e përbërë

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	**Lënda mësimore:** **MATEMATIKË**	**Shkalla e kurrikulës:** **V**	**Klasa:** **X**

Tema: 2. NUMRAT E THJESHTË DHE NUMRAT E PËRBËRË	Rezultati i të nxënit të temës: Nxënësi: Përkufizon numrat natyralë në mënyrë aksiomatike dhe kryen veprimet me ta;

	Përcakton pjesëtueshmërinë e numrave natyralë (2, 3, ...,11); Zbaton pjesëtueshmërinë (zbërthimin në faktorë, PMP , ShVP);
Njësia mësimore: 2.1. Numrat e thjeshtë dhe numrat e përbërë	Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore: (Si ta japësh mësimin?) Identifikon numrat e thjeshtë dhe numrat e përbërë

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

Zhvillon arsyetimin algjebrik për zgjerimin e konceptit për numrat realë dhe kompleksë.

Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.

Manifeston kuptimin e numrave në formë aksiomatike dhe zbaton ata në zgjidhje të problemeve.

Demonstron shkathtësi për veprimet me numra, zbaton parimet dhe procedurat e veprimeve me ta në situata numerike dhe algjebrike.

Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësinë e numrave.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të gjejë numrat e thjeshtë dhe numrat e përbërë. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: numrat e thjeshtë, përbërë

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

Të gjejë numrat e thjeshtë dhe numrat e përbërë deri në 1000.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore, informatikë dhe filozofike

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Merr shembuj që janë të plotpjesëtueshëm me ndonjë numër dhe numra të cilët nuk janë të plotpjesëtueshëm.

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)
Mësimdhënësi: Numër i thjeshtë quhet numri natyral i cili ka vetëm dy pjesëtues të ndryshëm: vetveten dhe numrin 1. Të gjithë numrat e tjerë natyralë, përveç numrit 1, quhen numra të përbërë.
Shënojmë numrat natyrorë:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,…

E fshijmë numrin 1 sepse 1 nuk është numër i thjeshtë,

Rrethojmë numrin 2, dhe fshijmë shumëfishat e 2,
Rrethojmë numrin 3, dhe fshijmë shumëfishat e 3, të cilët nuk janë fshirë;
Rrethojmë numrin 5, dhe fshijmë shumëfishat e 5;

Në këtë mënyrë vazhdojmë rregullën deri sa të gjithë numra t`i rrethojmë ndërsa shumëfishat e të rrethuarve t`i kemi fshirë. Numrat e rrethuar janë numrat e thjeshtë.

Numra të thjeshtë janë nga 1 deri në 100 janë
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71,
73, 79, 83, 89, 97
Në tabelën në vijim janë dhënë numrat e thjeshtë nga 1 deri 1000:

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)
Nxënësve u jepet shembulli i tabelës.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.*

Detyrat dhe puna e pavarur
Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.
P.sh. Të identifikojnë numrat e thjeshtë dhe numrat e përbërë.
Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

Komunikimi dhe të shprehurit
Zgjidhje e problemeve
Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe

duke marrë informacione për një temë të caktuar, poashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema:7.1. NUMRAT NATYRORË

Njësia mësimore: 7.1.4. Pjesëtuesi më i madh i përbashkët dhe shumëfishi më i vogël i përbashkët

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: MATEMATIKË	Lënda mësimore: MATEMATIKË	Shkalla e kurrikulës: V	Klasa: X
Tema: 3. NUMRAT E THJESHTË DHE NUMRAT E PËRBËRË	Rezultati i të nxënit të temës: Nxënësi: Përkufizon numrat natyralë në mënyrë aksiomatike dhe kryen veprimet me ta; Përcakton pjesëtueshmërinë e numrave natyralë (2, 3, ...,11); Zbaton pjesëtueshmërinë (zbërthimin në faktorë, PMP , ShVP);		
Njësia mësimore: 3.1. Pjesëtuesi më i madh i përbashkët	Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore: (Si ta japësh mësimin?) Gjen të pjesëtueshmin në të madh të përbashkët dhe shumëfishin më të vogël të përbashkët.		
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: Zhvillon arsyetimin algjebrik për zgjerimin e konceptit për numrat realë dhe kompleksë. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike. Manifeston kuptimin e numrave në formë aksiomatike dhe zbaton ata në zgjidhje të problemeve. Demonstron shkathtësi për veprimet me numra, zbaton parimet dhe procedurat e veprimeve me ta në situata numerike dhe algjebrike. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësinë e numrave.			
Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në			

një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të gjejë pjesëtuesin më të madh të përbashkët. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: plotpjesëtuesi më i madh i përbashkët, shumëfishi më i vogël i përbashkët

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

Të gjejë pjesëtuesin më të madh të përbashkët.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore, informatikë dhe filozofike

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Merr shembuj, dy shembuj thyesash dhe gjen emëruesin e përbashkët.

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi: Pjesëtuesi më të madh të përbashkët (PMP) për dy apo më tepër numra natyralë, quhet numri më i madh natyral i cili secilin nga numrat e dhënë e pjesëton pa mbetje.

Pjesëtuesin më të madh të përbashkët të numrave a dhe b e shënojmë PMP (a, b).

Për shembull: PMP(4,8) = 4, PMP(18,24) = 6.

Që të gjejmë PMP(18, 84), së pari i zbërthejmë në faktorë të thjeshtë numrat 18 dhe 84: $18 = 2 \cdot 3^2$ dhe $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ dhe veçojmë fuqinë më të vogël të faktorëve të përbashkët $2 \cdot 3$; pra PMP(18, 84) = 6. Kjo metodë është e zbatueshme për numra të vegjël, ndërsa për numra të mëdhenj ky proces është më i gjatë.

Shumëfishi më i vogël i përbashkët (ShVP) për dy apo më tepër numra natyralë, quhet numri më i vogël natyral i cili pjesëtohet pa mbetje nga numrat e dhënë.

Shumëfishi me i vogël i përbashkët (ShVP) i dy numrave llogaritet si vijon:

a) numrat e dhënë i zbërthejmë në faktorë të thjeshtë dhe

b) nga faktorët e thjeshtë ndërtojmë prodhimin më të vogël i cili pjesëtohet pa mbetje nga të dy numrat e dhënë.

Shembulli 16. Të gjendet ShVP (120,36).

Zgjidhje: Kemi: $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ dhe $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$. Prandaj, $ShVP(120,60) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 360$

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)
Nxënësve u jepet shembuj nga libri.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjell*ë *progresin e nxënësve.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtoher rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Fokus është gjetja e PMP dhe ShVP.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

Komunikimi dhe të shprehurit

Zgjidhje e problemeve

Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: 7.2. BASKËSIA E NUMRAVE TË PLOTË (Z)

Njësia mësimore: 7.2.1. Kuptimi i numrit të plotë

PLANIT I ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare:	**Lënda mësimore:**	**Shkalla e kurrikulës:**	**Klasa:**
MATEMATIKË	**MATEMATIKË**	**V**	**X**

Tema: 7.2. BASHKËSIA E NUMRAVE TË PLOTË (Z)	Rezultati i të nxënit të temës: Nxënësi: Përkufizon numrat e plotë në mënyra aksiomatike dhe kryen veprimet me ta; Zbaton aritmetikën modulare;
Njësia mësimore: 7.2.1. Kuptimi i numrit të plotë	Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore: (Si ta japësh mësimin?) Përkufizon numrat e plotë dhe kryen veprimet me ta;

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

Zhvillon arsyetimin algjebrik për zgjerimin e konceptit për numrat realë dhe kompleksë.

Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.

Manifeston kuptimin e numrave në formë aksiomatike dhe zbaton ata në zgjidhje të problemeve.

Demonstron shkathtësi për veprimet me numra, zbaton parimet dhe procedurat e veprimeve me ta në situata numerike dhe algjebrike.

Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësinë e numrave.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të përkufizojë numrat e plotë dhe të kryejë veprimet me ta. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: numri i kundërt i numrit natyral, bashkësi e numrave të plotë,

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

Të përkufizojnë numrat e plotë dhe kryejnë veprimet me ta;

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore, informatikë dhe filozofike

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës
Organizimi i orës së mësimit:

Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Shtron pyetje lidhur me numrat natyrorë.Po ashtu pyet për numrin e kundërt të disa numrave natyrorë lidhur me veprimin e mbledhje, në atë mënyrë vjen deri te koncepti i numrit të plotë. Vjen në përfundim se ndryshimi i çdo dy numrave natyralë nuk është gjithherë numër natyral. D.m.th veprimi i zbritjes nuk është i mbyllur në bashkësinë N.

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi: Numri $\boldsymbol{b}$ quhet numër i kundërt i numrit $\boldsymbol{a}$ nëse $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\mathbf{0}$. Simbolikisht shënohet $\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{a}$. Dmth $\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\mathbf{0}$.

Bashkësia e numrave natyralë, bashkë me të kundërtit e tyre dhe me numrin 0, formon njëbashkësi të re numerike që quhet bashkësi e numrave të plotë. Simbolikisht shënohet Z. Pra,

$$Z=\{\cdots,-n,\cdots,-3,-2,-1,\ 0,1,\ 2,\ 3,\cdots,n,\cdots\}$$

Numrat e kundërt të numrave natyralë i quajmë numra të plotë negativ.

Nga përkufizimi i bashkësisë Z shihet se $N\subset Z$.

Disa veti më të rëndësishme të bashkësisë së numrave të plotë Z

Bashkësia Z është *grup abelain* në lidhje me veprimin (+) sepse .

$a)$ $\forall x,y\in Z,$ vlen $x+y\in Z$ (mbylltësia)

$b)$ $\forall x,y,z\in Z$, vlen $x+(y+z)=(x+y)+z$ (ligji asociativ)

$c)$ Ekziston $0\in Z$ i tillë që $0+x=x$, për çdo $x\in Z$

(0 është element neutral(njësi) i bashkësis Z në lidhje me +)

$d)$ Për çdo $x\in Z,$ ekziston numri i kundërt $-x\in Z$ i tillë që $(-x)+(+x)=0.$

e) $\forall \boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\in \boldsymbol{Z}$, vlen $\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}=\boldsymbol{y}+\boldsymbol{x}$ (**vetia komutative**)

Meqë veprimi i mbledhjes është i mbyllur në bashkësinë Z, atëherë shumën $\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})\in\boldsymbol{Z}$ e shënojmë $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ dhe e quajmë zbritje. Pra, veprimi i zbritjes është i mbyllur në bashkësinë Z.

Meqë në $d)$ është treguar se $\forall x\in Z$ ekziston numri i kundërt, mund të përfundojmë se:

Për çdo $\forall x,y\in N$ nëse $\boldsymbol{x}>\boldsymbol{y}$, atëhërë $-x<-y$, dhe nëse $x<y$, atëherë $-x>-y.$

Kështu, në bashkësinë Z është përkufizuar relacioni i renditjes " $<$ " (sipas madhësisë). D.m.th çdo dy numra të plotë janë të krahasueshëm sipas madhësisë.

Në bashkësinë Z nuk ekziston numri më i vogël, sepse nga $n+1>n$ rrjedh që $-n-1<-n$, d.m.th. prej çdo numri të plotë mund të zbritet 1.

Numrat e plotë mund t'i vendosim në një drejtëz të orientuar, të cilën e quajmë bosht numrik, si figura në vijim:

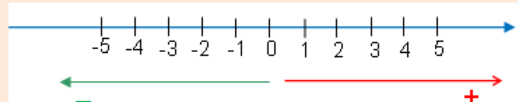


Fig. 7.7

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)
Nxënësve u jepet shembuj nga libri i nxënësit apo edhe nga përmbledhja e detyrave

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave. Por mund të i jepet edhe si projekt për konceptin e numrave të plotë.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Çka mund të nxirret si përfundim: Bashkësia e numrave të plotë është:

1) e numërueshme,
2) e pafundme,
3) e renditur

Në bashkësinë e Z

4) veprimet e mbledhjes, zbritjes dhe shumëzimit janë mbyllura,
5) veprimi i pjesëtimit nuk është i mbyllur,
5) vlejnë të gjitha ligjet në lidhje me veprimet e mbledhjes dhe shumëzimit (komutativ, asociativ dhe distributiv)

D.m.th vetitë e veprimeve trashëgohen nga bashkësia N në bashkësinë Z.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

Komunikimi dhe të shprehurit
Zgjidhje e problemeve
Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, poashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemit dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen e kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: 7.2. BASKËSIA E NUMRAVE TË PLOTË (Z)

Njësia mësimore**:** 7.2.2. Aritmetika modulare

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	**Lënda mësimore:** **MATEMATIKË**	**Shkalla e kurrikulës:** **V**	**Klasa:** **X**

Tema: 7.2. BASHKËSIA E NUMRAVE TË PLOTË (Z)	Rezultati i të nxënit të temës: Nxënësi: Përkufizon numrat e plotë në mënyra aksiomatike dhe kryen veprimet me ta; Zbaton aritmetikën modulare;
Njësia mësimore: 7.2.2. Aritmetika modulare	Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulën për njësinë mësimore: (Si ta japësh mësimin?) Interpreton konceptin e aritmetikës së modular; Zbaton aritmetikën modulare në situata reale;

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

Zhvillon arsyetimin algjebrik për zgjerimin e konceptit për numrat realë dhe kompleksë.

Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.

Manifeston kuptimin e numrave në formë aksiomatike dhe zbaton ata në zgjidhje të problemeve.

Demonstron shkathtësi për veprimet me numra, zbaton parimet dhe procedurat e veprimeve me ta në situata numerike dhe algjebrike.

Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësinë e numrave.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të përvetësuar konceptin e aritmetikës modulare. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: aritmetika modulare, kongruent sipas modulit

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

Të interpretojë konceptin e aritmetikës modulare;

Të zbatojë aritmetikën modulare në situata reale;

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore, informatikë dhe filozofike

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Shtron pyetje lidhur me numrat e plotë kryesisht për veprimin e pjesëtimit dhe pjesëtimit me mbetje.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi përkufizon: Le të jetë dhënë numrat $m \in N$ dhe $a, b, q \in Z$. Në qoftë se $a - b = mq$ ose $a = b + mq$, numrat a, b quhen kongurentë sipas modulit m.

Pohim: Numrat e plotë $\boldsymbol{a}$ dhe $\boldsymbol{b}$ janë kongruent sipas modulit $\boldsymbol{n}$ nëse gjatë pjesëtimit të tyre me $\boldsymbol{n}$ japin të njëjtën mbetje $\boldsymbol{r}$.

Vërtetimi: E zëmë se $\boldsymbol{a \equiv b (mod\ m)}$. Në bazë të përkufizimit të mësipërm kemi

$\boldsymbol{a - b = m \cdot q}$, $\boldsymbol{q \in Z}$, prej nga $a = b + m\,q$ (1)

Duke pjesëtuar $\boldsymbol{b}$ me $\boldsymbol{m}$ fitojmë

$b = m\,k + r,\ 0 \leq r < n$ (2)

Duke zëvendësuar (2) në (1) marrim

$a = kn + nq + r = (k + q)n + r,\ 0 \leq r < n,$

që d.m.th se edhe a kur pjesëtohet me m jep të njëjtën mbetje r sikur edhe b

P.sh:

a) $\mathbf{8 \equiv 3 (mod\ 5)}$, sepse $8 - 3 = 5 \cdot 1$

b) $\mathbf{86 \equiv 1 (mod\ 5)}$, sepse $86 - 1 = 5 \cdot 17$

c) $\mathbf{-13 \equiv 1 (mod\ 7)}$, sepse $\mathbf{-13 - 1 = 7(-2)}$

d) $\mathbf{57 \equiv 37 (mod\ 5)}$, sepse $57 - 37 = 5 \cdot 4$

e) Një përdorim i aritmetikës modulare është matja e kohës me mjet prej 12 orësh. Nëse është ora

10:00, atëherë pas 5 orësh, ora do të tregojë 3:00 në vend të 15:00. Pra koha prej 3 orësh është mbetja e pjesëtimit të 15

Shembulli 1. Të gjendet numri i plotë më i madh negativ dhe numri i plotë më i vogël pozitiv për të cilin $x-4\equiv 2(\bmod 5)$.

Zgjidhja: Nga $x-4\equiv 2(\bmod 5)$ kemi $x-4-2=5q,\ q\in Z,$ ku $x-6=5q,$ numrat e plotë që plotësojnë ekuacionin është bashkësia

$\{...,-14,-9,-4,1,6,11,16,...\}$. Pra numri më i madh negativ është numri - 4 dhe më i vogël i plotë pozitiv është numri 1.

Vlejnë këto barazime

Nëse $a\equiv b(mod\ m) dhe\ c\equiv d(mod\ m)$ atëherë:

a) $a\pm c\equiv (b\pm d)(mod\ m)$

b) $ac\equiv bd\ (mod\ m)$

c) $a\ n\equiv b\ n\ (mod\ m)$ për cdo $n\geq 1$

Shembulli 2. Çfarë përfundimi mund të nxjerrim nga kongruencat $17\equiv 2(\bmod 5)\ \wedge\ 13\equiv 3(\bmod 5)$.

Zgjidhja: Nga $\mathbf{17\equiv 2(\boldsymbol{mod}\ 5)}$ dhe $\mathbf{13\equiv 3(\boldsymbol{mod}\ 5)}$, marrim $\mathbf{30\equiv 5(\boldsymbol{mod}\ 5)}$, prej nga $\mathbf{30\equiv 0(\boldsymbol{mod}\ 5)}$.

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepet shembuj nga libri i nxënësit apo edhe nga përmbledhja e detyrave.

P.sh. Relacioni i kongruencës sipas modulit *n* është relacion i kongruencës. (Provoni me arsimtarin!). Në një klasë të ekuivalencës bëjnë të gjithë numrat e plotë të cilët gjatë pjesëtimit me *n* kanë mbetje të njëjtë, që quhet ndryshe klasë e mbetjeve sipas modulit. Kjo bashkësi e mbetjeve është $\{0, 1, 2, \dots, n-1\}$.

Psh. Sistemi i mbetjeve sipas modulit 4 është {0, 1, 2, 3}. Klasë të tjera të sistemit të mbetjeve sipas modulit 4 janë:

{1, 2, 3, 4}

{13, 14, 15, 16}

{−2, −1, 0, 1}

{−13, 4, 17, 18}

{−5, 0, 6, 21}

{27, 32, 37, 42}

Shpjegoni pse këto bashkësi të katër elementeve paraqesin sistemin e mbetjeve mod 4, po sikur {0,1,2,3}.

{−5, 0, 6, 22} nuk është klasë e mbetjeve sipas modulit 4 sepse 6 është kongruent me 22 sipas mod4, për faktin se në klasën e mbetjeve paraqiten dy elemente te barabarta. (Pse?)

{5, 15} nuk është sistem i mbetjeve sepse sistemi i mbetjeve duhet të ketë saktësisht katër elemente.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave. Të elaburohen shembujt modul 6 dhe modul 9.

Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. Arrijmë në përfundim se: Në matematikë, aritmetika modulare është një sistem i aritmetikës për numrat e plotë, të cilët "përfundojnë" pas arritjes së një vlere të caktuar-moduli Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: Komunikimi dhe të shprehurit Zgjidhje e problemeve Lidhja matematike Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **7.3. BASHKËSIA E NUMRAVE RACIONALË (Q)**

Njësia mësimore: 7.3.1. Koncepti i numrave racional

<table>
<tr><td colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</td></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës: V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Tema: 7.3. BASKËSIA E NUMRAVE RACIONALË (Q)</td><td>Rezultati i të nxënit të temës:
Nxënësi:
Përkufizon numrat racionalë në mënyra aksiomatike dhe kryen veprimet me ta;</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore:
7.3.1. Koncepti i numrave racionalë</td><td>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulën për njësinë mësimore:
Përkufizon numrat racionalë në formë aksiomatike
Kryen veprimet me numra racionalë</td></tr>
<tr><td colspan="2">Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:
Zhvillon arsyetimin algjebrik për zgjerimin e konceptit për numrat realë dhe kompleksë.
Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.</td></tr>
</table>

Manifeston kuptimin e numrave në formë aksiomatike dhe zbaton ata në zgjidhje të problemeve.

Demonstron shkathtësi për veprimet me numra, zbaton parimet dhe procedurat e veprimeve me ta në situata numerike dhe algjebrike.

Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësinë e numrave.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktivise me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të përvetësuar konceptin e numrave racionalë dhe të kryejë veprime me ta. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: numra racionalë, thyesë, numër invers

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

Të përkufizojë numrat racionalë në formë aksiomatike

Të kryejë veprimet me numra racionalë

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore, informatikë dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Shtron pyetje lidhur me numrat e plotë. Të gjejë numrin e kundërt të numrit të plotë lidhur me veprimin e shumëzimit.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi përkufizon: Bashkësia $Q=\left\{\frac{x}{y} \mid x,\ y\in Z,\ y\neq 0\right\}$ quhet bashkësi e numrave racionalë.

Nëse $\boldsymbol{x}$ plotpjesëtohet me $\boldsymbol{y}$, atëherë $\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{y}}$ është numër i plotë. Prandaj, $\boldsymbol{Z}\subset\boldsymbol{Q}$.

Shembulli 3. A ka zgjidhj në bashkësinë Q ekuacioni $5x+6=18$?

Zgjidhja: $5x+6=18 \Rightarrow 5x=18-6 \Rightarrow 5x=12 \Rightarrow x=\frac{12}{5}\in Q$.

Disa veti të bashkësisë Q.

a) Çdo numër racional mund të shkruhet në trajtë thyese të thjeshtë.

P. sh.: $2=\frac{2}{1}$,; $-1\frac{2}{3}=-\frac{5}{3}$; $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$; $0{,}4=\frac{2}{5}$.

b) Çdo numër racional mund të shkruhet në trajtë të numrit dhjetor të fundmë ose të numrit dhjetor periodik.

P.sh.: $\frac{2}{5}=0{,}4$; $-1\frac{1}{8}=-1{,}125$; $\frac{10}{3}=3{,}\bar{3}$ etj.

Çdo dy numra racionalë janë të krahasueshëm. Pra, në bashkësinë Q është i përkufizuar relacioni i renditjes "$<$". Numrat racionalë më së lehti krahasohen duke i sjellë në emërues të përbashkët dhe pastaj krahasohen numëruesit.

Thyesat me emërues të barabartë mblidhen duke iu mbledhur numëruesit. Pra,

$$\frac{x_1}{y}+\frac{x_2}{y}=\frac{x_1+x_2}{y}\ (x_1,x_2\in Z,\ y\in N).$$

Bazuar në këtë fakt dhe në faktin se çdo dy thyesa $\frac{x_1}{y_1},\ \frac{x_2}{y_2}\in Q$ mund të sillen në thyesa me emërues të barabartë $\frac{x_1y_2}{y_1y_2},\ \frac{y_1x_2}{y_1y_2}\in Q$, mbledhja e tyre bëhet duke mbledhur numëruesit e tyre. Pra,

$$\frac{x_1}{y_1}+\frac{x_2}{y_2}=\frac{x_1y_2}{y_1y_2}+\frac{y_1x_2}{y_1y_2}=\frac{x_1y_2+y_1x_2}{y_1y_2}.$$

Përfundimisht,

$$\frac{x_1}{y_1}+\frac{x_2}{y_2}=\frac{x_1y_2+x_2y_1}{y_1y_2}.$$

P.sh.

1. $\frac{17}{6}+\frac{15}{6}=\frac{17\cdot1+15\cdot1}{6}=\frac{32}{6}=\frac{16}{3}$,

2. $\frac{3}{2}+\frac{7}{10}=\frac{3\cdot10+2\cdot7}{2\cdot10}=\frac{30+14}{20}=\frac{44}{20}=\frac{11}{5}$ ose

$\frac{3}{2}+\frac{7}{10}=\frac{3\cdot5+1\cdot7}{10}=\frac{15+7}{10}=\frac{22}{10}=\frac{11}{5}$

Po ashtu mësimdhënësi përkufizon: Numri $\boldsymbol{y}$ quhet invers i numrit *x,* në lidhje me veprimin e shumëzimit, nëse $\boldsymbol{x\cdot y=1}$. Simbolikisht shënohet $\boldsymbol{y=\frac{1}{x}, x\neq 0}$. Pra, $\boldsymbol{x\cdot\frac{1}{x}=1}$

Meqë $\boldsymbol{\frac{x}{y}=x\cdot\frac{1}{y},\ y\neq 0}$, pjesëtimi me $y\in Q$ është shumëzimi i numrit x me numrin invers (reciprok) të $\boldsymbol{y\in Q}$, për $\boldsymbol{y\neq 0}$

Bashkësia Q nuk është grup në lidhje me shumëzimin, sepse 0 nuk ka numrin invers reciprok. Grup në lidhje me shumëzimin formon bashkësia $Q\setminus\{0\}$, e cila fitohet, kur nga bashkësia Q largohet zero. Rrjedhimisht, veprimi i pjesëtimit është gjithnjë i mundshëm në bashkësinë $Q\setminus\{0\}=Q'$.

Bashkësia $Q'=Q\setminus\{0\}$ ka këto veti:

$a)$ Për çdo $x, y \in Q'$ vlen $xy \in Q'$.

$b)$ Vlen ligji asociativ:

Për çdo $x, y, z \in Q'$ vlen $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$, .

$c)$ Ekziston numri $1 \in Q'$ i tillë që për çdo $x \in Q'$ vlen

$$1 \cdot x = x,$$

(1 është elementi njësi i bashkësisë Q' në lidhje me shumëzimin).

d) Për çdo $x \in Q'$ ekziston elementi invers (reciprok) $x^{-1} = \frac{1}{x} \in Q'$ i

tillë që $\frac{1}{x} \cdot x = 1$. (Inversi i elementit x zakonisht shumëzohet me x^{-1},

që në bashkësitë numrike ka kuptimin e vlerës reciproke).

e) $\boldsymbol{x \cdot y = y \cdot x}$, $\forall \boldsymbol{x, y \in Q'}$.

Rrjedhimisht $(\boldsymbol{Q'}, \cdot)$ është grup abelain.

Nëse elementetet e Q' i shprehim në formë thysore, vetitë e mësipërme marrin këtë formë :

Për çfarëdo $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \in Q$ vlen:

Mbyllësia: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \in Q$

Vetia komutative: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$

Vetia asociative: $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}\right)$

Elementi njëisi: $\frac{a}{b} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

Elementi invers i $\boldsymbol{\frac{a}{b}}$ është $\boldsymbol{\frac{b}{a}}$ sepse $\boldsymbol{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}}$ =1.

Pra, $\boldsymbol{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\frac{a}{b}}}$.

Psh. $\boldsymbol{\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1}$ ose $\boldsymbol{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\frac{2}{3}} = 1}$.

Nuk ka numra racionalë fqinjë.

Vërtet, nëse $\frac{x_1}{y_1} \neq \frac{x_2}{y_2}$, ku $\frac{x_1}{y_1}, \frac{x_2}{y_2} \in Q$, ndërmjet $\frac{x_1}{y_1}$ dhe $\frac{x_2}{y_2}$ gjendet të paktën një numër racional $\frac{x}{y}$, ashtu që $\frac{x}{y} \neq \frac{x_1}{y_1}$ dhe $\frac{x}{y} \neq \frac{x_2}{y_2}$.

e njëri nga ta mund të jetë p.sh. mesi aritmetik i tyre. Rrjedhimisht, në mes të çdo dy numrave racionalë ka pa kufij shumë numra racionalë.

Në lidhje me mbledhjen bashkësia e numrave racionalë ka këto veti:

Për çfarëdo $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \in Q$ vlen:

Mbyllësia: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \in Q$

Vetia komutative: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$

Vetia asociative: $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$

Elementi njësi: $\exists \mathbf{0} \in \boldsymbol{Q}$ e tillë që $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$, (që d.m.th $\frac{0}{a} = 0$

Elementi invers i $\frac{a}{b}$ është $\frac{-a}{b}$. Pra $\frac{a}{b} + \frac{-a}{b} = \frac{a + (-a)}{b} = \frac{0}{b} = 0$.

Pra, $(\boldsymbol{Q}, +)$ është grup ableian.

Zbritja e dy numrave racionalë përkufizohet si mbledhje e një numri $\frac{a}{b}$ me -$\frac{c}{d}$ (që është i kundërti i $\frac{c}{d}$) dhe pastaj bëhet mbledhja e thyesave që mësuam më sipër.

Pra $\forall \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q$, kemi $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd} \in Q$ Për çfarëdo $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \in Q$ vlen:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepet shembuj nga libri i nxënësit apo edhe nga përmbledhja e detyrave.

P.sh. Relacioni i kongruencës sipas modulit n është relacion i kongruencës. (Provoni me arsimtarin!). Në një klasë të ekuivalencës bëjnë pjesë të gjithë numrat e plotë të cilët gjatë pjesëtimit me n kanë mbetje të njëjtë, që quhet ndryshe klasë e mbetjeve sipas modulit. Kjo bashkësi e mbetjeve është $\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.

Psh. Sistemi i mbetjeve sipas modulit 4 është {0, 1, 2, 3}. Klasë të tjera të sistemit të mbetjeve sipas modulit 4 janë:

{1, 2, 3, 4}

{13, 14, 15, 16}

{−2, −1, 0, 1}

{−13, 4, 17, 18}

{−5, 0, 6, 21}

{27, 32, 37, 42}

Shpjegoni pse këto bashkësi katërelementëshe paraqesin sistemin e mbetjeve mod 4, po sikur {0,1,2,3}.

{−5, 0, 6, 22} nuk është klasë e mbetjeve sipas modulit 4 sepse 6 është kongruent me 22 sipas mod4, për faktin se në klasën e mbetjeve paraqiten dy elemente te barabarta. (Pse?)

{5, 15} nuk është sistem i mbetjeve sepse sistemi i mbetjeve duhet të ketë saktësisht katër elemente.

Vlerësimi i nxënësve Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.*
Detyrat dhe puna e pavarur Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t\`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. Arrijmë në përfundim se: Për fund, $\boldsymbol{N} \subset \boldsymbol{Z} \subset \boldsymbol{Q}$, dhe bashkësitë N, Z dhe Q janë bashkësi të numërueshme. Numri kardinal të bashkësive të numërueshme shënohet $\aleph_0$, (lexohet: " alef zero"). Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: Komunikimi dhe të shprehurit Zgjidhje e problemeve Lidhja matematike Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: 7.4. BASHKËSIA E NUMRAVE REALË (R)
Njësia mësimore: 7.4.1. Koncepti i numrave realë

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: MATEMATIKË	Lënda mësimore: MATEMATIKË	Shkalla e kurrikulës: V	Klasa: X

Tema: 7.4. BASKËSIA E NUMRAVE REALË (R)	Rezultati i të nxënit të temës: Nxënësi: Përkufizon numrat realë në mënyra aksiomatike dhe kryen

	veprimet me ta;
Njësia mësimore: 7.4.1.Koncepti i numrave realë	Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së Kurrikulën për njësinë mësimore: Përkufizon numrat realë në formë aksiomatike Kryen veprimet me numra realë

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

Zhvillon arsyetimin algjebrik për zgjerimin e konceptit për numrat realë dhe kompleksë.

Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.

Manifeston kuptimin e numrave në formë aksiomatike dhe zbaton ata në zgjidhje të problemeve.

Demonstron shkathtësi për veprimet me numra, zbaton parimet dhe procedurat e veprimeve me ta në situata numerike dhe algjebrike.

Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësinë e numrave.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të përvetësuar konceptin e numrave realë dhe të kryejë veprime me ta. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: numër real, numër irracional

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

Të përkufizojë numrat realv në formë aksiomatike

Të kryejë veprimet me numra realë

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore, informatikë dhe filozofiket.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Shtron pyetje lidhur me numrat racionalë dhe një shembull të numrave që nuk mund të shkruhen në formë racionale p.sh numri π .

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi përkufizon: Numrat dhjetorë me pafundësisht decimale pas pikës dhjetore të cilat nuk

përsëriten në mënyrë periodike nuk mund të shkruhen si thyesa. Numrat e tillë quhen numra irracionalë. Bashkësia e tyre shënohet I_r.
Psh. Një arsye më shumë për përkufizimin e numrave irracionalë është pamundësia e zgjidhjes së llojeve të ndryshme të ekaucioneve të shkallëve të larta në bashkësinë Q. P.sh. ekuacioni $x^2 - 2 = 0$ nuk ka zgjidhje në bashkësinë Q, sepse zgjidhja e tij mund të shkruhet në formë thyese, pra $\sqrt{2} \notin Q$.
Bashkësia e numrave irracioanlë është e panumërueshme.

Meqë ata numra që nuk janë racionalë janë numra iracionalë, është e qartë se $\boldsymbol{Q \cap I_r = \phi}$.
Bashkësia $Q \cup Ir$ quhet bashkësi e *numrave real*ë. Simbolikisht shënohet R. Bashkësia e numrave realë është e panumërueshme (sepse përmban bashkësinë e panumërushme I_r) Numri kardinal i bashkësisë R shënohet C (lexohet "continum").

Meqë në bashkësinë Q nuk ka elemente fqinje, në bashkësinë Q ekzistojnë zbrazëti (boshllëqe). Ato zbrazëti (në boshtin numrik), plotësohen me numra irracionalë. Për rrjedhim, bashkësia R nuk ka zbrazëti, pra R është e vazhdueshme në tërë boshtin numerik.

Ndërmjet bashkësisë së numrave realë dhe pikave të drejtëzës ekziston pasqyrim bijektiv, d.m.th. secilit numër real mund t'ia shoqërojmë një dhe vetëm një pikë të drejtëzës dhe anasjelltas, secilës pikë të drejtëzës mund t'ia shoqërojmë vetëm një numër real.

Nëse pikëve të drejtëzës ua shoqërojmë numrat realë, drejtëza e tillë quhet *bosht numerik*, ndërsa numrat përkatës të shoqëruar me pikët quhen *koordinata* të pikave. Pra, numri kardinal i bashkësisë së numrave realë është i barabartë me numrin kardinal të bashkësisë së pikave të drejtëzës dhe e shënojmë me c .

Të gjitha vetitë e veprimeve mbledhje dhe shumëzim barten që nga bashkësia N e deri në bashkësinë R.

Po ashtu mësimdhënësi përkufizon:

Vetitë e numrave realë:

Për çfarëdo $a, b, c \in R$ vlen:

Myllësia $(a+b) \in R$

Vetia komutative: $a+b=b+a$

Vetia asociative: $(a+b)+c=a+(b+c)$

Elementi njësi për (+): $a+0=0+a=a$

Elementi inversi i a në lidhje me veprimin + është $-a$, sepse: $a+(-a)=(-a)+a=0$

Pra $(R,+)$ është grup komutativ.

Për çfarëdo $a, b, c \in R$ vlen:

Myllësia: $a \cdot b \in R$

Vetia komutative: $a \cdot b = b \cdot a$

Vetia asociative: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Elementi njësi për $(\cdot)$: $a\cdot 1=1\cdot a=a$

Elementi iners për i a ($\boldsymbol{a}\neq \mathbf{0}$), në lidhje me veprimin (.) është $\frac{1}{a}$, sepse $a\cdot\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\cdot a=1$

Pra $(R-\{0\},\cdot)$ është grup komutativ

Vetia distributive: $a\cdot(b+c)=ab+ac \ \wedge (a+b)\cdot c=ac+bc$

Prandaj, $(R-\{0\},+,\cdot)$ është fushë.

Për çfardo $a,b,c\in R$ në lidhje me relacionin e barazimit vlejnë:

Vetia reflektive: $a=a$

Vetia e simetrisë: $a=b\Rightarrow b=a$

Vetia tranzitive: $a=b \wedge b=c\Rightarrow a=c$

Vetia e thjeshtimit: $a=b \Leftrightarrow ac=bc$

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe) Nxënësve u jepet shembuj nga libri i nxënësit apo edhe nga përmbledhja e detyrave.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjell*ë *progresin e nxënësve.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Arrijmë në përfundim se: Meqë në bashkësinë Q nuk ka elemente fqinje, në bashkësinë Q ekzistojnë zbrazëti (boshllëqe). Ato zbrazëti (në boshtin numrik), plotësohen me numra irracionalë. Për rrjedhim, bashkësia R nuk ka zbrazëti, pra R është e vazhdueshme në tërë boshtin numerik.

Ndërmjet bashkësisë së numrave realë dhe pikave të drejtëzës ekziston pasqyrim bijektiv, d.m.th. secilit numër real mund t'ia shoqërojmë një dhe vetëm një pikë të drejtëzës dhe anasjelltas, secilës pikë të drejtëzës mund t'ia shoqërojmë vetëm një numër real.

Nëse pikave të drejtëzës ua shoqërojmë numrat realë, drejtëza e tillë quhet *bosht numerik*, ndërsa numrat përkatës të shoqëruar me pikët quhen *koordinata* të pikave. Pra, numri kardinal i bashkësisë së numrave realë është i barabartë me numrin kardinal të bashkësisë së pikëve të drejtëzës dhe e shënojmë me c . Të gjitha vetitë e veprimeve mbledhje dhe shumëzim barten që nga bashkësia N e

deri në bashkësinë *R*. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: Komunikimi dhe të shprehurit Zgjidhje e problemeve Lidhja matematike Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: 7.4. BASHKËSIA E NUMRAVE REALË (R)
Njësia mësimore: 7.4.2. Intervali

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	**Lënda mësimore:** **MATEMATIKË**	**Shkalla e kurrikulës: V**	**Klasa: X**

Tema: 7.4. BASKËSIA E NUMRAVE REALË (R)	Rezultati i të nxënit të temës: Nxënësi: Përkufizon numrat realë në mënyra aksiomatike dhe kryen veprimet me ta;
7.4.2.Njësia mësimore: Intervali	Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulën për njësinë mësimore: Përkufizon intervalin përmes bashkësive numerike në boshtin numerik
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: Zhvillon arsyetimin algjebrik për zgjerimin e konceptit për numrat realë dhe kompleksë. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike. Manifeston kuptimin e numrave në formë aksiomatike dhe zbaton ata në zgjidhje të problemeve. Demonstron shkathtësi për veprimet me numra, zbaton parimet dhe procedurat e veprimeve me ta në situata numerike dhe algjebrike. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësinë e numrave.	

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të për përcaktimin e intervalit në boshtin numerik. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: interval, bosht numerik

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
Të përkufizojnë intervalin përmes bashkësive numerike në boshtin numerik

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore, informatikë dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:
a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve (rrjeti i komunikimit)
Mësimdhënësi: bën pyetje per boshtin numerik. Bën kërkesë për paraqitjen e boshtin numerik dhe përcaktimin e dy pikave në boshtin numerik dhe kështu vjen deri te koncepti i intervalit.
b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)
Mësimdhënësi përkufizon: Bashkësitë e pikave në drejtëzën numerike, të cilat quhen *intervale.*

Për shembull: numrat realë ndërmjet numrave 3 dhe 5 paraqesin një interval që zakonisht shënohet $x \in (3,5)$ ose $3 < x < 5$, grafikisht figura 7.9:
Intervali që nuk i përmban pikat e skajshme, sikur në rastin më sipër, quhet interval i hapur. P.sh. intervali $3 < x < 5$ është i hapur, sepse nuk i përmban pikat e skajshme.
Intervali $3 \le x < 5$ ose $[\mathbf{3}, \mathbf{5})$ është gjysmë i hapur nga e djathta(ose nga sipër) sepse përmban pikën e skajshme në të majtë, ndërsa intervali

Fig.7.10

$3 < x \le 5$ ose (3,5} është gjysmë i hapur nga e majta (ose nga poshtë) , sepse përmban pikën e skajshme në të djathtë.

Intervali që përmban dy skajet e tij quhet interval i mbyllur ose segment. Psh $3 \le x \le 5$ ose {3,5} është segment ose interval i mbyllur.

Fig.7.11

Intervali është bashkësia e numrave realë x, të cilët plotësojnë njërin nga pabarazimet:

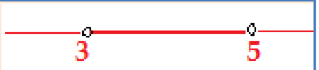


Fig.7.9

$a \le x \le b$; $a \le x < b$, $a < x \le b$, $a < x < b$ ose $x \in [a,b]$, $x \in [a,b)$, $x \in (a,b]$,

Ekzistojnë intervale që janë të kufizuar vetëm nga njëra anë, ndërsa nga ana tjetër janë të pakufizuar.

Psh. Intervali $a \le x < \infty$ ose $x \in [3,+\infty)$ është e kufizuar vetëm nga e majta me pikën *a*, ndërsa nga e djathta nuk është kufizuar fare- pikat e tij shkojnë deri në pakufi (pambarim "$+\infty$").

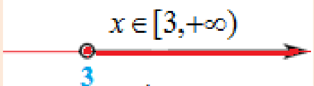


Fig. 7.12

Ngjashëm përkufizohet intervali i kufizuar nga e djathta (-∞, ***b***] ose intervali i pakufizuar fare (-∞, +∞).

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)
Nxënësve u jepet shembuj nga libri i nxënësit apo edhe nga përmbledhja e detyrave.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtoher rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Arrijmë në përfundim se: Çfarëdo dy segmente kanë numër kardinal (por asesi edhe gjatësi) të barabartë. Shih gjatësitë $\overline{AB}$ dhe $\overline{CD}$. Drejtëza që kalon nëpër pikat *A*, *C* me drejtëzën që kalon nëpër pikat *B*, *D* priten në pikën O. Përmes një pasqyrimi qendror, me qendër në pikën O, secilës pikë nga segmenti [*A*,*B*] i përgjigjet një pikë nga segmenti [*C*, *D*] dhe anasjelltas. Kështu është realizuar një pasqyrim bijektiv nga segmenti [*A*,*B*] në segmentin [*C*,*D*], prandaj ato segmente kanë numër kardinal të barabartë..

Ngjashëm vija e thyer MN ka aq pika sa dhe segmenti AB.

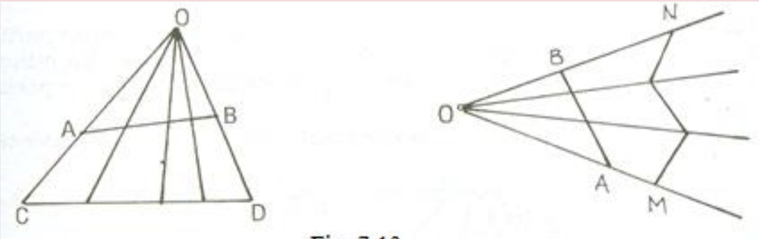


Fig. 7.13

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

Komunikimi dhe të shprehurit Zgjidhje e problemeve Lidhja matematike Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: 7.4. BASHKËSIA E NUMRAVE REALË (R)

Njësia mësimore: 7.4.3. $\varepsilon-$rrethina dhe vlera absolute

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	**Lënda mësimore:** **MATEMATIKË**	**Shkalla e kurrikulës:** **V**	**Klasa:** **X**
Tema: 7.4. BASHKËSIA E NUMRAVE REALË (R)	Rezultati i të nxënit të temës: Nxënësi: Përkufizon $\varepsilon-$rrethina dhe vlera absolute		
Njësia mësimore: 7.4.3. $\varepsilon-$rrethina dhe vlera absolute	Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së urrikulën për njësinë mësimore: Përkufizon $\varepsilon-$rrethina dhe vlera absolute		
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: Zhvillon arsyetimin algjebrik për zgjerimin e konceptit për numrat realë dhe kompleksë. Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike. Manifeston kuptimin e numrave në formë aksiomatike dhe zbaton ata në zgjidhje të problemeve. Demonstron shkathtësi për veprimet me numra, zbaton parimet dhe procedurat e veprimeve me ta në situata numerike dhe algjebrike. Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësinë e numrave.			
Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në			

një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të për definimin e $\varepsilon -$rrethinës dhe vlerës absolute. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: Përkufizon $\varepsilon -$rrethina, vlera absolute

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
Të përkufizojnë $\varepsilon -$rrethina dhe vlera absolute

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore, informatikë dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: bën pyetje per boshtin numerik dhe intervalin. Po ashtu bën pytje lidhur me gjatësinë si pa konceptin e orientimit pozitiv apo negativ.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi përkufizon: Në bashkësinë e numrave realë, rrethinë e numrit x (pikës x), quhet ë çfarëdo intervali i hapur (a,b), i cili e përmban numrin x (pikën x). Po ashtu përkufizon: Pika x quhet *pikë e brendshme* e ndonjë bashkësie A, nëse pika x me ndonjë rrethinë të saj i përket kësaj bashkësie.

$\varepsilon -$rrethinë e numrit real a quhet intervali $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$,

kur ε është çfarëdo numri real pozitiv. Numri a është qendra e rrethinës, $\varepsilon -$rrezja e rrethinës kurse numri 2ε është diametri i rrethinës.

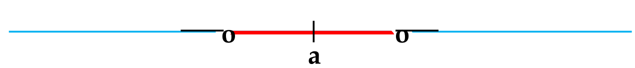


Fig.7.15

Për shembull:

1. Rrethinë e numrit 2 është intervali $(0,3)$ ose $\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$ ose $\left(\sqrt{2},3\right)$.

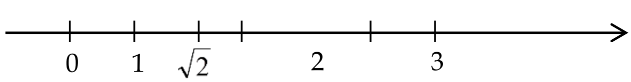


Fig.7.14

2. Rrethinë e numrit 0 është intervali $(-1,1)$ ose $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ ose $\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{5}\right)$ etj

Vlerë absolute e numrit x quhet distanca e atij numri nga origjina e boshtit numrik dhe shënohet $|x|$.
Nga $|AB|=|BC|$, $|-x|=|x|$. Prandaj, $|x|=x$, për $x>0$ dhe $|x|=-x$ për $x<0$.

Për shembull, vlera absolute e numrit -6 është 6 dhe vlera absolute e numrit 6 po ashtu është 6.
Shënohet $|-6|=6$ dhe $|+6|=6$.
Për çfarëdo dy numrash realë x dhe y vlejnë këto veti:

1. $\|x\|\geq 0$.	2. $\|x\|=\|-x\|$.
3. $-\|x\|\leq x\leq \|x\|$.	4. $\|x-y\|=\|y-x\|$.
5. $\|x\cdot y\|=\|x\|\cdot\|y\|$.	6. $\left\|\frac{x}{y}\right\|=\frac{\|x\|}{\|y\|}$, $y\neq 0$.
7. $\|x+y\|\leq \|x\|+\|y\|$.	8. $\|x-y\|\geq \|x\|-\|y\|$.
9. $\|x\cdot y\|=0 \Leftrightarrow x=0 \vee y=0$.	10. $\|x^n\|=\|x\|^n$, $n\in N$.
11. $\|x\|\leq a \Leftrightarrow -a\leq x\leq a$, $a\in R$.	12. $x^2<y^2 \Leftrightarrow \|x\|<\|y\|, x\neq 0$.

Shembulli 1. Thjeshto $|b|+|a-b|-|2a|$, për $a<0<b$.

Zgjidhja. Meqë $a<0 \Rightarrow |a|=-a$ dhe
$b>0 \Rightarrow |b|=b$; $a<0<b \Rightarrow a-b<0$ dhe $|a-b|=-(a-b)$.

Pra, $|b|+|a-b|-|2a|=b-(a-b)-(-2a)=b-a+b+2a=a+2b$.

Shembulli 2. Të zgjidhet ekuacioni: $|x|=3$.

Zgjidhja. Meqë $|x|=x$ për $x>0 \Rightarrow x=3$, $|x|=-x$ për $x<0 \Rightarrow -x=3 \Rightarrow x=-3$ kemi: $B(E)=\{-3,3\}$.

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)
Nxënësve u jepet shembuj nga libri i nxënësit apo edhe nga përmbledhja e detyrave.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bënë pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjell*ë *progresin e nxënësve.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Arrijmë në përfundim se: Në përgjithësi vlera absolute përkufizohet me:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{për } x \geq 0 \\ -x & \text{për } x < 0. \end{cases}$$

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

Komunikimi dhe të shprehurit

Zgjidhje e problemeve

Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **7. 5. NUMRAT KOMPLEKSË**

Njësia mësimore **7.5.1. Përkufizimi i numrave kompleksë**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	**Lënda mësimore:** **MATEMATIKË**	**Shkalla e kurrikulës:** **V**	**Klasa:** **X**

Tema: 7. 5.NUMRAT KOMPLEKSË	Rezultati i të nxënit të temës: Nxënësi: Përkufizon njësinë imagjinare si zgjidhje të ekuacionit $x^2+1=0$ dhe kryen fuqizimin e numrit i; Dallon pjesën reale dhe imagjinare të numrit kompleks në trajtë algjebrike; Paraqet numrin kompleks si dyshe e renditur numrash realë; Përcakton dhe llogarit modulin e numrit kompleks; Identifikon numrin e konjuguar të numrit kompleks; Lidh kuptimin e rrënjës me tregues numër çift të vlerave negative dhe numrin kompleks;

<table>
<tr><td></td><td>Kryen veprime me numra kompleksë (mbledhje, zbritje, shumëzim dhe pjesëtim);
Paraqet numrin kompleks në rrafshin koordinativ kënddrejtë;
Zbaton barazinë e numrave kompleksë në zgjidhjen e ekuacioneve;</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore :
7.5.1. Përkufizimi i numrave kompleksë</td><td>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulën për njësinë mësimore:
Përkufizon njësinë imagjinare dhe numrin imagjinar
Përkufizon numrin kompleks dhe kryen veprimet me numra kompleksë</td></tr>
<tr><td colspan="2">Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:
Zhvillon arsyetimin algjebrik për zgjerimin e konceptit për numrat realë dhe kompleksë.
Modelon marrëdhënie dhe situata matematike përmes simboleve algjebrike.
Manifeston kuptimin e numrave në formë aksiomatike dhe zbaton ata në zgjidhje të problemeve.
Demonstron shkathtësi për veprimet me numra, zbaton parimet dhe procedurat e veprimeve me ta në situata numerike dhe algjebrike.
Arsyeton dhe reflekton në zgjidhjen e problemeve të matematikës dhe problemeve nga jeta reale duke përdorur bashkësinë e numrave.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Qasja e të nxënit:</u> Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësimdhënësi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të përkufizojë numrin kompleks. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Fjalët kyçe:</u> Imagjinar, njësi imagjinare, numër kompleks, i konjuguar</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
Të përkufizojnë njësinë imagjinare dhe numrin imagjinar
Të përkufizojnë numrin kompleks dhe kryejnë veprimet me numra kompleksë</td></tr>
<tr><td colspan="2">Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore, informatikë.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:</td></tr>
</table>

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: duhet të shtrojë disa pyetje lidhur me bashkësitë numerike , zgjidhjen e ekuacioneve $x^2-1=0$ gjegjësisht të kërkojë zgjidhjen e ekuacionit $x^2+1=0$. Në këtë mënyrë vjen deri te koncepti i njësisë imagjinare.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi përkufizon: Numër kompleks e quajmë shprehjen e trajtës $z=a+bi$ ku a,b janë numra realë. Simbolin i e quajmë *njësi imagjinare.*

Me përkufizim e marrim $\boldsymbol{i^2=-1}$.

a quhet *pjesa reale* e numrit kompleks dhe shënohet $\boldsymbol{Re(z)=a}$,

b quhet *pjesa imagjinare* e numrit kompleks dhe shënohet $\boldsymbol{Im(z)=b}$.

Çdo numër real i trajtës $\boldsymbol{a}$ mund të paraqitet në trajtë $a+0\cdot i$. Pra, numri real është numër kompleks me pjesë imagjinare zero. Prandaj nëse shënojmë me C bashkësinë e numrave kompleksë, atëherë $\boldsymbol{R\subset C}$.

Shembulli 1:

$\boldsymbol{Re(7+3i)=7,\ \ Im(7+3i)=3;}$

$\boldsymbol{Re\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}i\right)=\frac{2}{3},\ \ Im\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}i\right)=-\frac{3}{4};}$

Nëse $\boldsymbol{Re(z)=-3}$, $\boldsymbol{Im(z)=5}$, atëherë $\boldsymbol{z=-3+5i}$

Nëse $\boldsymbol{Re(z)=-\frac{1}{2}}$, $\boldsymbol{Im(z)=\frac{4}{3}}$, atëherë $\boldsymbol{z=-\frac{1}{2}+\frac{4}{3}}$

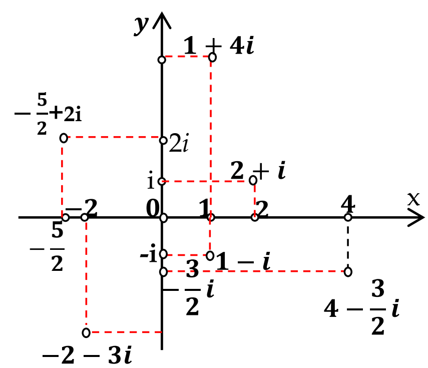


Fig.7.19

Numrat kompleksë $a+bi$ dhe $\boldsymbol{c+id}$ janë të barabartë, atëherë dhe vetëm atëherë kur $a=c$ dhe $b=d$.

Më sipër e pamë se numri kompleks $a+bi$ është plotësisht i përcaktuar me pjesën reale të vet a dhe pjesën imagjinare b. Në këtë mënyrë secilit numër kompleks $a+bi$ mund t\`i shoqërojmë një dyshe të renditur numrash realë $(\boldsymbol{a,b})$. Fakti që secila dyshe e renditur $(\boldsymbol{a,b}),(\boldsymbol{a,b\in R})$ paraqet një pikë në sistemin koordinativ $\boldsymbol{xOy}$, tregon që numri kompleks $\boldsymbol{z=a+bi}$ ose $\boldsymbol{z=(a,b)}$ paraqet një pikë në sistemin koordinativ.Në fig. 7.19 janë paraqitur pikat, të cilat iu përgjigjen numrave kompleksë:

$i;\ 1+4i;\ -\frac{5}{2}+2i;\ -2-3i\ ;\ 1-i;\ 4-\frac{3}{2}i;\ +2i$.

Paraqitja e numrit kompleks në formë binomi $\boldsymbol{z=a+ib}$ mundëson që numrat kompleksë t'i *mbledhim,* t'i *shumëzojmë* dhe t'i *zbresim* si të jenë polinome duke pasur parasysh faktin $\boldsymbol{i^2=-1}$.

(+) $(a_1+b_1i)+(a_2+b_2i)=(a_1+a_2)+(b_1+b_2)i$

(−) $\boldsymbol{(a_1+b_1\,i)-(a_2+b_2\,i)=(a_1-a_2)+(b_1-b_2)i}$

(·) $(a_1+b_1i)\cdot(a_2+b_2i)=(a_1a_2-b_1b_2)+(a_1b_2+b_1a_2)i$.

Nëse A dhe B janë pika në sistemin koordinativ kënddrejtë të cilat u përgjigjen numrave kompleksë z_1,z_2, atëherë cila pikë i përgjigjet shumës z_1+z_2 ? Koordinatat e pikave A dhe B janë (a,b) përkatësisht (c,d)

$(z_1 = a+bi,\ z_2 = c+d\,i)$. Më tej, pika C le të jetë pikë e tillë që katërkëndëshi $OACB$ të jetë paralelogram, fig.7.20.

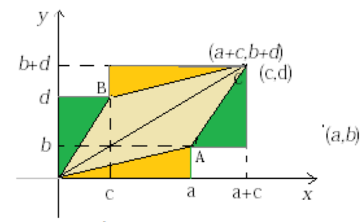


Fig.7.20

Pika C i përgjigjet numrit kompleks $z_1 + z_2$, sepse koordinatat e saj $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}, \boldsymbol{b}+\boldsymbol{d})$, d.m.th $z_1 + z_2 = (a+c)+(b+d)i$.

Ngjashëm bëhet zbritja e numrave kompleksë $a+bi$ me numrin kompleks $c+d\,i$. Duke i zbritur ata dy numra si polinome sipas i kemi

$(a+bi)-(c+d\,i) = (a-c)+(b-d)i$

Numri $\mathbf{0}+\mathbf{0}\cdot\boldsymbol{i}$ në bashkësinë C luan rolin e numrit 0 në bashkësinë e numrave realë.

Numri kompleks $-z = -a-bi$ quhet *numër i kundërt* i numrit $z = a+bi$. Është e qartë se $\boldsymbol{z}+(-\boldsymbol{z}) = \mathbf{0}$, sepse $(a+bi)+(-a-bi) = (a-a)+(b-b)i = 0$.

Shumën $\boldsymbol{z_1}+(-\boldsymbol{z_2})$ e quajmë ndryshim të numrave kompleksë $\boldsymbol{z_1}$ dhe $\boldsymbol{z_2}$ dhe e shënojmë $z_1 - z_2 = z_1 + (-z_2)$.

Veprimet e mbledhjes dhe shumëzimit të numrave kompleksë janë veprime binare të mbyllura në bashkësinë e numrave kompleksë C dhe trashëgojnë vetitë nga bashkësia e numrave realë. Pra, vërtetohet lehtë se vlejnë barazimet:

$$\boldsymbol{z_1}+\boldsymbol{z_2} = \boldsymbol{z_2}+\boldsymbol{z_1}, \qquad \forall \boldsymbol{z_1}, \boldsymbol{z_2} \in \boldsymbol{C},$$
$$(\boldsymbol{z_1}+\boldsymbol{z_2})+\boldsymbol{z_3} = (\boldsymbol{z_1}+\boldsymbol{z_2})+\boldsymbol{z_3}, \qquad \forall \boldsymbol{z_1}, \boldsymbol{z_2}, \boldsymbol{z_3} \in \boldsymbol{C}$$
$$\boldsymbol{z_1}\cdot\boldsymbol{z_2} = \boldsymbol{z_2}\cdot\boldsymbol{z_1}, \qquad \forall \boldsymbol{z_1}, \boldsymbol{z_2} \in \boldsymbol{C},$$
$$(\boldsymbol{z_1}\cdot\boldsymbol{z_2})\cdot\boldsymbol{z_3} = (\boldsymbol{z_1}\cdot\boldsymbol{z_2})\cdot\boldsymbol{z_3}, \qquad \forall \boldsymbol{z_1}, \boldsymbol{z_2}, \boldsymbol{z_3} \in \boldsymbol{C}$$
$$(\boldsymbol{z_1}+\boldsymbol{z_2})\cdot\boldsymbol{z_3} = \boldsymbol{z_1}\cdot\boldsymbol{z_3}+\boldsymbol{z_2}\boldsymbol{z_3}, \qquad \forall \boldsymbol{z_1}, \boldsymbol{z_2}, \boldsymbol{z_3} \in \boldsymbol{C}$$

Provoni t`i vërtetoni vetitë 1. dhe 2. t`i vërtetoni në bazë të rregullës për mbledhjen e vektorëve

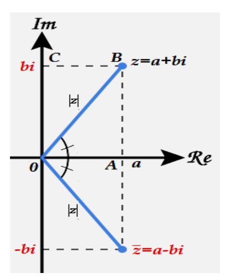


Fig .7.21

Numri kompleks $a-bi$ quhet *numër kompleks i konjuguar* i numrit $z = a+bi$. Simbolikisht shkruhet $\bar{z} = a-bi$. Pra, numri kompleks me të konjuguarin e vet dallojnë vetëm për nga shenja e pjesës imagjinare dhe janë pika simetrike ndaj boshtit $0x$. (shih fig. 7.21)

Në shembullin e përparmë numri $2-3i$ është numri i konjuguar për $2+3i$.

Numri real jonegativ $\sqrt{a^2+b^2}$ quhet *modul* i numrit kompleks $a+bi$. Modulin e numrit kompleks z simbolikisht shënojmë $|\boldsymbol{z}|$.

P. sh., nëse $z = -4+3i$, tani $\bar{z} = -4-3i$ ndërsa $|z| = \sqrt{(-4)^2+3^2}$, në të vërtetë $|z| = 5$.

Nëse është dhënë numri kompleks $z = a+bi$ dhe $\bar{z} = a-bi$ është i konjuguari i tij, atëherë $z\cdot\bar{z} = (a+bi)(a-bi) = a^2-abi+abi-b^2i^2 = a^2-b^2(-1) = a^2+b^2$.

Kjo tregon se prodhimi i numrit kompleks me të konjugurin e vet është numër real.

Për shembull:

$$(2+3i)\cdot(2-3i) = 2^2+3^2 = 13,$$

$$\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}i\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}i\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4}+\frac{1}{9} = \frac{13}{36}$$, etj.

Nga barazimet $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ dhe $z \cdot \overline{z} = a^2 + b^2$ marrim $|z| = \sqrt{z \cdot \overline{z}}$.

*Herës të numrave kompleks*ë z_1 dhe z_2 e quajmë numrin kompleks z që plotëson barazimin $z_2 \cdot z = z_1$.

Nga ekuacioni $z_2 \cdot z = z_1$ marrim

Në bazë të teoremës 1 kemi:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{\overline{z_2}}{\overline{z_2}} = z_1 \cdot \frac{\overline{z_2}}{|z_2|^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{a^2 + b^2} \quad (z_2 \neq 0) \qquad (1)$$

Veçanërisht, sipas kësaj formule kemi $\frac{1}{z} = \frac{\overline{z}}{|z|^2} \quad (z \neq 0)$. .

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepet shembuj nga libri i nxënësit apo edhe nga përmbledhja e detyrave.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjell*ë *progresin e nxënësve.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Arrijmë në përfundim se: Numri kompleks është unioni i bashkësisë së numrave realë me numra imagjinarë dhe se numër imagjinar është çdo numër real i prodhuar me njësi imagjinare. Po ashtu numri kompleks paraqitet në sistemin koordinativ si dyshe e renditur ku në boshtin x është paraqitur pjesa reale ndërsa në boshtin y është paraqitur pjesa imagjinare dhe se moduli i numrit kompleks është distanca nga origjina e sistemit koordinativ deri te dyshja e renditur (pika në sistemin koordinativ).

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

Komunikimi dhe të shprehurit

Zgjidhje e problemeve

Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

KAPITULLI 8. KOMBINATORIKA

Tema: **8. KOMBINATORIKA**
Njësia mësimore: **8.**1. Induksioni matematik

<table>
<tr><th colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</th></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema: 8. KOMBINATORIKA</td><td colspan="3"><u>Rezultati i të nxënit të temës:</u>
Nxënësi:
1. Dallon hapat e parimit të induksionit matematik në raste më të thjeshta;
2. Vërteton pohime, teorema, formula me anën e induksionit matematik;
3. Përkufizon kuptimin e faktorielit (n!);
4. Klasifikon bashkësitë apo nënbashkësitë si permutacione, variacione apo kombinacione;
5. Njehson permutacione, variacione dhe kombinacione pa përsëritje;
6. Zgjidh probleme të ndryshme nga përditshmëria me ndihmën e kombinatorikës;
7. Përdor formulën e binomit për ngritje në fuqi të binomeve;
8. Shfrytëzon trekëndëshin e Paskalit për caktimin e koeficienteve të formulës së binomit;</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore:
8. 1. Induksioni matematik</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>
1. Interpreton induksionin matematik;
2. Zbaton induksionin matematikë për vërtetime të ndryshme;</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:</u>
1. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
2. Zhvillon arsyetimin logjik për konceptet e kombinatorikës - permutacioni, variacioni dhe kombinacioni (pa përsëritje) të klasave të dhëna për bashkësinë me n-elemente.</td></tr>
</table>

3. Përzgjedh strategji të përshtatshme dhe përdor formulat e kombinatorikës për zgjidhjen e problemave nga matematika dhe nga jeta reale.

4. Zbaton kombinatorikën në arsimim të qëndrueshëm dhe në fusha të tjera kurrikulare dhe ndërkurrikulare.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta kuptojë induksionin matematik dhe ta zbatojë në vërtetime të ndryshme.

Fjalët kyçe: kombinatorikë, induksion

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të interpretojnë induksionin matematik;
2. Të zbatojnë induksionin matematik për vërtetime të ndryshme;

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, ekonomi, informatikë, etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shtron disa pytje. P.sh. Për vërtetimin e ndonjë pohimi, teoreme, formule ose pabarazimi, për çdo numër natyral n vlen një rregull-parim.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënsi përkufizon shprehjet e plota si

Parimi 1. *Një gjykim është i saktë për çdo numër natyral, nëse:*

1) *vlen për numrin natyral* 1, *dhe*

2) *nga supozimi se vlen për numrin natyral* $k, k>1,$ *rrjedh se vlen edhe për numrin natyral* $k+1$.

Shembulli 1. Për çdo numër natyral n vlen formula:

$$1+2+\cdots n=\frac{n(n+1)}{2} \qquad (*)$$

1) Duke pozuar $n=1$ në të dy anët e formulës del barazimi: $1=\frac{1\cdot 2}{2}$, d.m.th. plotësohet kushti i parë i parimit.

2) Supozojmë saktësinë e formulës së dhënë për $n=k$, d.m.th. saktësinë e barazimit:

$$1+2+3+\cdots+(k-1)+k=\frac{k(k+1)}{2}$$

Vërtetojmë që kjo formulë vlen për $n=k+1$.

Për këtë qëllim të dy anëve të barazimit të mësipërm ua shtojmë $k+1$ dhe fitojmë:

$$1+2+3+\cdots+(k-1)+k+(k+1)=\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)=\frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$

Barazimi i fundit tregon se formula e dhënë (*) është e vërtetë për $n=k+1$.

Plotësimi i të dy kushteve 1) dhe 2) që kërkon parimi i induksionit matematik, tregon që kjo formulë vlen për çdo numër natyral n.

Mirëpo, ekzistojnë thënie të cilat janë të sakta duke filluar nga numri natyral n_0. Në këtë rast parimi i induksionit matematik formulohet kësisoj:

Parimi 2. *Një pohim është i saktë për çdo numër natyral* $n \geq n_0$*, nëse*

1) *vlen për numrin natyral* $n_0, n_0 \geq 1$*, dhe*

2) *nga supozimi se vlen për numrin natyral* $k, k \geq n_0$*, rrjedh se vlen edhe për numrin natyral* $k+1$.

c. *Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura* *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit. Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në përvetësimin e hapave të cilët duhen ndjekur gjatë vërtetimeve të ndryshme kur jemi në gjendje ta zbatojmë induksionin matematik.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet elementare. Zgjidhjen e problemeve nga matematika, në fusha të tjera dhe nga jeta e përditshme.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që

kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **8. KOMBINATORIKA**

Njësia mësimore: **8.** 2. Variacionet

<table>
<tr><th colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</th></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema: 8. KOMBINATORIKA</td><td colspan="3"><u>Rezultati i të nxënit të temës:</u>
Nxënësi:
1. Dallon hapat e parimit të induksionit matematik në raste më të thjeshta;
2. Vërteton pohime, teorema, formula me anën e induksionit matematik;
3. Përkufizon kuptimin e faktorielit ($n!$);
4. Klasifikon bashkësitë apo nënbashkësitë si permutacione, variacione apo kombinacione;
5. Njehson permutacione, variacione dhe kombinacione pa përsëritje;
6. Zgjidh probleme të ndryshme nga përditshmëria me ndihmën e kombinatorikës;
7. Përdor formulën e binomit për ngritje në fuqi të binomeve;
8. Shfrytëzon trekëndëshin e Paskalit për caktimin e koeficienteve të formulës së binomit;</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore: 8. 2. Variacionet</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>
1. Përkufizon variacionet pa përsëritje
2. Zbaton variacionet në zgjidhje të problemeve</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:</u>
1. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të</td></tr>
</table>

zgjidhjes së situatave problemore.

2. Zhvillon arsyetimin logjik për konceptet e kombinatorikës - permutacioni, variacioni dhe kombinacioni (pa përsëritje) të klasave të dhëna për bashkësinë me n-elemente.

3. Përzgjedh strategji të përshtatshme dhe përdor formulat e kombinatorikës për zgjidhjen e problemave nga matematika dhe nga jeta reale.

4. Zbaton kombinatorikën në arsimim të qëndrueshëm dhe në fusha të tjera kurrikulare dhe ndërkurrikulare.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të përkufizojë variacionet dhe ta zbatojë ato në situata reale.

Fjalët kyçe: variacion, faktoriel.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të përkufizojnë variacionet pa përsëritje*
2. *Të zbatojnë variacionet në zgjidhje të problemeve*

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore dhe fushën e artit.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi Në jetën e përditshme ballafaqohemi me nevojën e renditjes së shkronjave, shenjave, objekteve të ndryshme, aktiviteteve etj. Këto renditje dhe grupimet e tyre i bëjmë varësisht nga nevojat dhe interesat momentale ose të përhershme. Atëherë kuptojmë sa problem kryesor është që duke mos gjetur të gjitha zgjidhjet e mundshme, "vetvetiu" vendosim se cila zgjidhje na duket më e logjikshme.

Për shembull,

renditja e kulturave bujqësore në sipërfaqet përkatëse;
renditja e mallit të arritur nga depoja në shitore, varësisht nga asortimenti i mallit dhe sasia e tij;
renditja e punëve përkatëse në repartin punues në makinat prodhuese ekzistuese;
renditja e mjeteve investuese, të grupuara në bashkësitë e bankave në organizatat punonjëse.

Të gjitha këto janë pjesë e nevojave të punës dhe të jetës së përditshme.

Dega e matematikës që merret me studimin e mundësive të renditjes dhe të grupimit të elementeve të bashkësive të fundme quhet *kombinatorikë.*

Le të jetë dhënë bashkësia: $E_n=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$. Nga kjo bashkësi marrim nënbashkësi, të cilat përmbajnë të gjitha apo disa elemente nga E_n, ku radha e elementeve merret apo nuk merret parasysh. Çdo nënbashkësi e tillë quhet *rrokje* ose *kompleks.*

Varësisht nga mënyra e formimit të rrokjeve, nga përfshirja e të gjitha elementeve të bashkësisë ose vetëm e një pjesë e tyre dhe nga rëndësia e renditjes së elementeve në rrokje, rrokjet ndahen në: variacione, permutacione dhe kombinacione.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi: Le të jetë dhënë bashkësia $E_n=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$, elementet e së cilës mund të jenë persona, bimë, shtazë, shkronja, numra, kuptime, shenja, ngjarje etj.

Përkufizimi 1. ***Variacion pa përsëritje*** *të klasës k prej n $(n\geq k)$ elementesh të bashkësisë E_n quajmë çdo k-she të renditur, të përbërë prej elementesh të ndryshme të bashkësisë E_n.*

Pra, variacion do të thotë formimi i të gjitha rrokjeve të ndryshme prej elementeve të dhëna, ashtu që rrokja e caktuar të ketë numër të njëjtë të elementeve, të cilat mund të këmbehen në të gjitha mënyrat e mundshme.

Sipas numrit të elementeve në rrokje variacionet mund të jenë:

Të klasës së parë me një element në rrokje,

Të klasës së dytë me dy elemente në rrokje,

$\vdots$

Të klasës së k-të me k elemente në rrokje.

Meqë elementet në rrokje mund të jenë të ndryshme dhe të njëjta, dallojmë variacionet pa përsëritje dhe ato me përsëritje. Ne do të shqyrtojmë vetëm ato pa përsëritje.

Shembulli 1. Le të jetë dhënë bashkësia trielementëshe: $E_3=\{e_1,e_2,e_3\}$.

Variacionet e klasës së parë janë vetë elementet: e_1,e_2,e_3.

Variacionet e klasës së dytë janë dyshet e renditura:

$(e_1,e_2),\ (e_1,e_3),\ (e_2,e_1),\ (e_2,e_3),\ (e_3,e_1),\ (e_3,e_2)$

të cilat më thjesht shënohen me:

$e_1e_2,\ e_1e_3,\ e_2e_1,\ e_2e_3,\ e_3e_1,\ e_3e_2$.

Variacionet e klasës së tretë janë treshet e renditura:

$(e_1,e_2,e_3),\ (e_1,e_3,e_2),\ (e_2,e_1,e_3),\ (e_2,e_3,e_1),\ (e_3,e_1,e_2),\ (e_3,e_2,e_1)$,

të cilat shënohen me:

$e_1e_2e_3,\ e_1e_3e_2,\ e_2e_1e_3,\ e_2e_3e_1,\ e_3e_1e_2,\ e_3e_2e_1$.

Që paraqitja të jetë sa më e thjeshtë, elementet e bashkësisë E_n i shënojmë me indeksit e tyre: $E_n=\{1,2,\cdots,n\}$.

Për bashkësinë trielementëshe $E_3=\{1,2,3\}$ me ndihmën e diagramit degëzor ilustrojmë formimin e variacioneve të klasës së parë, të dytë e të tretë të bashkësisë E_3.

Numrin e variacioneve të klasë k prej n elementeve e shënojmë me V_n^k.

Variacionet e klasës së parë janë elementet e bashkësisë E_3 të renditura në shtyllën e parë, kurse variacionet e klasës së dytë formohen në atë mënyrë që secilit variacion të klasës së parë, d.m.th. elementeve $1,2,3$ iu shoqërohen me radhë nga një element i mbetur nga bashkësia. Elementit 1 i shoqërohen 2 e 3, elementit 2 i shoqërohen 1 e 3 dhe, përfundimisht, elementit 3 i shoqërohen 1 e 2. Këto elemente të shoqëruara janë renditur në shtyllën e dytë. Variacionet e klasës së dytë janë dyshe të renditura të elementeve, të cilat gjenden në degët që i bashkojnë duke shikuar nga e majta në të djathtë dhe atë nga lart-poshtë, kurse janë shkruar pranë degës së diagramit, fig. 1.53:

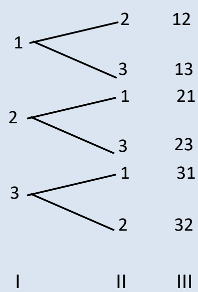


Fig. 1.53

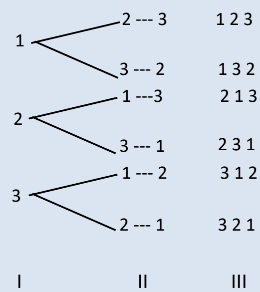


Fig. 1.54

Në procesin e mëtutjeshëm të kësaj dege me radhë i shoqërohen elementet e mbetura nga bashkësia E_3, të cilat formojnë shtyllën e tretë të diagramit të dhënë, fig. 1.54. Variacionet e klasës së tretë janë treshe të renditura të elementeve, të cilat janë të lidhura me degë me radhë nga e majta në të djathtë dhe nga lart-poshtë.

Shembulli 2. Formo të gjithë numrat dyshifrorë me shifrat 1, 2, 3, 4, ashtu që numrat të mos përsëriten. Sa numra ka?

Zgjidhja: $E=\{1,2,3,4\}$. Formojmë të gjitha nënbashkësitë me nga dy elemente:

12 21 31 41
13 23 32 42
14 24 34 43.

Pra, numra të kërkuar dyshifrorë ka $4\cdot 3=12$ d.m.th.:

$$V_4^2=4\cdot 3=12.$$

Diagrami degëzor mund të formohet për çdo bashkësi të fundme.

Përkufizimi 2. Prodhimi i njëpasnjëshëm i numrave natyralë i formës: $n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1$ quhet *faktoriel i* n.

Ky numër simbolikisht shënohet $n!$ dhe lexohet $n-$*faktoriel.* .

Pra:

$$n! = n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1.$$

P.sh.: $5!=5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1$ ose $5!=5\cdot 4\cdot 3!$

$3!=1\cdot 2\cdot 3$.

Sipas përkufizimit – marrëveshjes merret $0!=1$ dhe $1!=1$.

Tani të shohim si njehsohet numri i variacioneve pa përsëritje.

Teorema 1. *Numri i variacioneve pa përsëritje të klasës k prej n elementeve është:*

$$V_n^k = n(n-1)\cdots(n-k+1),\ \ (n,k\in N).$$

Nëse $k=n$, atëherë:

$$V_n^n = n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1.$$

Shembulli 3. Nga shkronjat e fjalës "*lumi*", duke marrë renditjen e shkronjave në fjalë si fillestare, të formohen variacionet pa përsëritje:

a) klasës së dytë; *b*) klasës së tretë.

Zgjidhja:

a) Të klasës së dytë:	*b*) Të klasës së tretë:
lu, lm, li	lum, lui, lmu, lmi, liu, lim
ul, um, ui	ulm,uli, lum, umi, uil, uim
ml, mu, mi	mlu, mli, mul, mui, mil, miu
il, iu, im.	ilu, ilm, iul,ium, iml, imu.

Shembulli 4 Sa numra të ndryshëm pesëshifrorë mund të shkruhen prej 8 shifrave të para, nëse shifrat nuk përsëriten ?

Këtu është $n=8, k=5$, andaj do të jetë:

$V_8^5 = 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4 = 6720$ numra.

Mirëpo, në 8 shifrat e para hyn edhe zeroja, andaj variacionet që fillojnë me zero duhet të lihen jashtë përdorimi, sepse zeroja para numrit nuk ka vlerë, që do të thotë se mbesin 7 elemente të klasës së katërt, d.m.th.:

$V_7^4 = 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4 = 840$ numra.

Prandaj, numri i përgjithshëm i numrave 5-shifrorë me shifra të ndryshëm, do të ishte:

$6720 - 840 = 5880$ numra.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Po ashtu nxënësve u jepen shembuj nga libri i nxnënsit4, 5, 6, 7. Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Sa ata po janë në gjendje të paraqesin shprehjet shkronjore në formë gjeometrike dhe anasjelltas. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të*

veçantë.
Detyrat dhe puna e pavarura Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t\`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. P.sh. në përvetësimin e konceptit të variacionit si renditje të elementeve në një bashkësi të fundme. Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet elementare. Zgjidhjen e problemeve nga matematika, në fusha të tjera dhe nga jeta e përditshme. Nxënësi, diskuton në grupe në mënyre konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema:**8. KOMBINATORIKA**
Njësia mësimore: 8.3. Permutacionet

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **2. KOMBINATORIKA**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Dallon hapat e parimit të induksionit matematik në raste më të thjeshta; 2. Vërteton pohime, teorema, formula me anën e induksionit matematik; 3. Përkufizon kuptimin e faktorielit ($n!$); 4. Klasifikon bashkësitë apo nënbashkësitë si permutacione, variacione apo kombinacione; 5. Njehson permutacione, variacione dhe kombinacione pa përsëritje;		

	6. Zgjidh probleme të ndryshme nga përditshmëria me ndihmën e kombinatorikës; 7. Përdor formulën e binomit për ngritje në fuqi të binomeve; 8. Shfrytëzon trekëndëshin e Paskalit për caktimin e koeficienteve të formulës së binomit;
Njësia mësimore: 8.3. Përmutacionet	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Përkufizon përmutacionet pa përsëritje 2. Zbaton përmutacionet në zgjidhje të problemeve

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.

2. Zhvillon arsyetimin logjik për konceptet e kombinatorikës - permutacioni, variacioni dhe kombinacioni (pa përsëritje) të klasave të dhëna për bashkësinë me n-elemente.

3. Përzgjedh strategji të përshtatshme dhe përdor formulat e kombinatorikës për zgjidhjen e problemave nga matematika dhe nga jeta reale.

4. Zbaton kombinatorikën në arsimim të qëndrueshëm dhe në fusha të tjera kurrikulare dhe ndërkurrikulare.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të përkufizojë permutacionet dhe t`i zbatojë ato në situata reale.

Fjalët kyçe: përmutacion, faktoriel.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojnë përmutacionet pa përsëritje
2. Të zbatojnë përmutacionet në zgjidhje të problemeve

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore dhe fushën e artit, etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi bën pyetje lidhur me variacionin.

Merr dy shembuj për variacionin dhe bën pyetje lidhur me faktorielin.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi përkufizon:

Përkufizimi 1. ***Permutacion pa përsëritje*** *prej n elementesh të bashkësisë $E_n=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$ quajmë çdo nënbashkësi $n-$elementësh të bashkësisë E_n.*

Me fjalë të tjera, permutacionet pa përsëritje janë variacione pa përsëritje të klasës n të bashkësisë E_n.

Pra, permutacionet janë rrokje që përbëhen nga të gjitha elementet e bashkësisë së dhënë dhe dallohen ndërmjet vete vetëm nga renditja e ndryshme e elementeve në rrokje.

Të shqyrtojmë, tani, sesi ndërtohen permutacionet pa përsëritje dhe si gjendet numri i tyre.

Sesi ndërtohen permutacionet pa përsëritje, më së miri do të shohim me shembuj.

Shembulli 1. Formojmë permutacionet e bashkësisë $E=\{1,2\}$.

Ato janë: $12,\ 21$.

Këto janë edhe variacione të klasës së dytë të kësaj bashkësie.

Renditja fillestare e elementeve 12 quhet *permutacion fillestar*, ndërsa renditja e kundërt me të quhet *permutacion invers.*, Këtu $2!=2\cdot 1,\quad 2!=2$.

Shembulli 2. Të shkruajmë të gjitha permutacionet e bashkësisë $E=\{1,2,3\}$:

$$\begin{matrix} 123 & 213 & 312 \\ 132 & 231 & 321 \end{matrix}$$

Këto janë variacione të klasës së tretë të bashkësisë prej tri elementesh.

Permutacioni fillestar është 123, kurse permutacioni invers me të është 321.

Se permutacionet mund të formohen me ndihmën e diagrameve degëzore, tregon shembulli i mëposhtëm. Këtu $3!=3\cdot 2\cdot 1=6$.

Shembulli 3. Për bashkësinë $E_4=\{1,2,3,4\}$ permutacionet e elementeve $1,2,3,4$ gjenden në degë, të cilat bashkojnë nga katër elemente të asaj bashkësie, e të cilat gjithsej janë 24 (fig. 1.55):

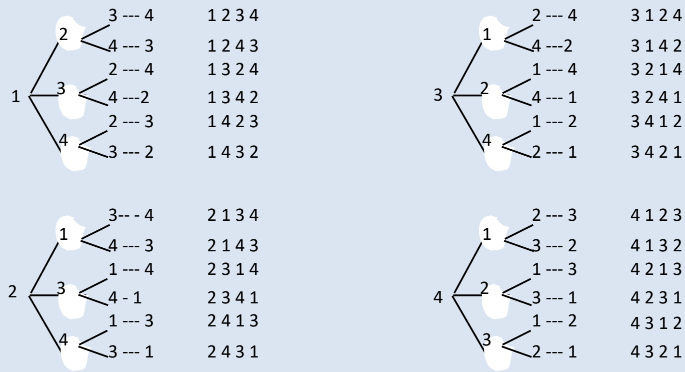


Fig. 1.5 5

Permutacionet mund të shikohen edhe si pasqyrime (funksione) bijektive:

$$P: E_n \to E_n,$$

të cilat pasqyrojnë bashkësinë $E_n = \{1, 2, \cdots, n\}$ në vetvete.

Teorema 2. *Numri i të gjitha permutacioneve pa përsëritje të n elementeve është:*

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1)n = n! \quad (n \in N).$$

Shembulli 4. Sa është vlera e shprehjes:

a) $\dfrac{15!}{14!}$. *b*) $\dfrac{8!}{2! \cdot 6!}$ c) $\dfrac{13!}{5! \cdot 8!}$.

Zgjidhja.

a) $\dfrac{15!}{14!} = \dfrac{15 \cdot 14!}{14!} = 15$. *b*) $\dfrac{8!}{2! \cdot 6!} = \dfrac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2 \cdot 1 \cdot 6!} = 28$.

c) $\dfrac{13!}{5! \cdot 8!} = \dfrac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 8!} = 13 \cdot 11 \cdot 9 = 13 \cdot 99 = 1287$.

Shembulli 5. Në sa mënyra të ndryshme mund të ulen rreth një tavoline 5 persona ?

Zgjidhja. $P(5) = 5! = 120$ mënyra.

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve iu jepen shembujt nga libri i nxënësit si sh 7,8,9. *Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.*

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje.

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit (ato të cilat nuk janë zgjidhur në klasë) dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të

veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.
P.sh. në përvetësimin e konceptit të permutacionit si renditje të elementeve në një bashkësi të fundme. Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.
Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet elementare. Zgjidhjen e problemeve nga matematika, në fusha të tjera dhe nga jeta e përditshme.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **8. KOMBINATORIKA**
Njësia mësimore: 8.4. Kombinacionet

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **8. KOMBINATORIKA**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Dallon hapat e parimit të induksionit matematik në raste më të thjeshta; 2. Vërteton pohime, teorema, formula me anën e induksionit matematik; 3. Përkufizon kuptimin e faktorielit (*n*!); 4. Klasifikon bashkësitë apo nënbashkësitë si permutacione, variacione apo kombinacione; 5. Njehson permutacione, variacione dhe kombinacione pa përsëritje; 6. Zgjidh probleme të ndryshme nga përditshmëria me ndihmën e kombinatorikës; 7. Përdor formulën e binomit për ngritje në fuqi të binomeve; 8. Shfrytëzon trekëndëshin e Paskalit për caktimin e koeficientëve të formulës së binomit;

Njësia mësimore: 8.4. Kombinacionet	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Përkufizon kombinacionet pa përsëritje 2. Zbaton kombinacionet në zgjidhje të problemeve

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
2. Zhvillon arsyetimin logjik për konceptet e kombinatorikës - permutacioni, variacioni dhe kombinacioni (pa përsëritje) të klasave të dhëna për bashkësinë me n-elemente.
3. Përzgjedh strategji të përshtatshme dhe përdor formulat e kombinatorikës për zgjidhjen e problemeve nga matematika dhe nga jeta reale.
4. Zbaton kombinatorikën në arsimim të qëndrueshëm dhe në fusha të tjera kurrikulare dhe ndërkurrikulare.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të përkufizojë kombinacionet dhe t`i zbatojë ato në situata reale.

Fjalët kyçe: kombinacion, faktoriel.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojnë kombinacionet pa përsëritje
2. Të zbatojnë kombinacionet në zgjidhje të problemeve

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore dhe fushën e artit, etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

c. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi bën pyetje lidhur me variacionin dhe permutacionin.

Merr një shembull për variacionin dhe një shembull nga permutacioni.

d. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi përkufizon:

Përkufizimi 1. *Çdo nënbashkësi prej* k *elementeve të bashkësisë* $E_n=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$ *quhet* ***kombinacion pa përsëritje*** *i klasës* k $(k\le n)$ *të bashkësisë* E_n.

Nga ky përkufizim shihet se te kombinacionet qenësore është prezenca e elementeve, e jo pozita e tyre.

Nëse përkujtojmë se te variacionet qenësore ishte pozita e elementeve, konkludojmë se kur nga bashkësia e variacioneve të klasës k prej n elementesh i largojmë ato variacione, të cilat përmbajnë elementet e njëjta, fitojmë kombinacione të klasës k prej n elementesh.

Shembulli 1. Të shkruhen kombinacionet pa përsëritje të klasës së:

a) dytë; *b*) tretë; nga elementet a,b,c,d

Zgjidhja.

a) $ab,\ ac,\ ad,\ bc,\ bd,\ cd$, d.m.th. janë 6 kombinacione.

b) $abc,\ abd,\ acd,\ bcd$, pra, janë 3 kombinacione.

Nëse k,n janë numra natyralë, përkufizojmë simbolin: $\binom{n}{k}$.

Teorema 3. *Numri* $\binom{n}{k}$ *është i barabartë me* $\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{1\cdot 2\cdots k}$, *d.m.th.* $\binom{n}{k}=\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{1\cdot 2\cdots k}$. *Apo* $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Numri $\binom{n}{k}$ quhet *koeficienti i binomit* dhe lexohet: "n mbi k".

Me përkufizim marrim: $\binom{n}{0}=1$ dhe $\binom{n}{1}=n$, për çdo $n\in N$.

Për $k\le n$ koeficientet e binomit $\binom{n}{k}$ janë numra natyralë.

Për koeficientet e binomit $\binom{n}{k}$ vlejnë barazimet:

1^0 $\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}$; 2^0 $\binom{n}{k}+\binom{n}{k-1}=\binom{n+1}{k}$.

vërtetimet e të cilave po ia lëmë për detyrë lexuesit.

Teorema 4. *Numri i kombinacioneve pa përsëritje të klasës* k, *prej* n *elementesh* $(0\le k\le n)$, *është i barabartë me:*

$$C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Vërtetimi bëhet duke provuar me radhë (induksion matematik).

Për $k=0,1,2$ formula e dhënë është e saktë:

$$C_n^0=\frac{n!}{0!\,n!}=1;\quad C_n^1=\frac{n!}{1!(n-1)!}=n;\quad C_n^2=\frac{n!}{2!(n-2)!}=\frac{n(n-1)}{2}.$$

Sipas përkufizimit: $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}=\binom{n}{k}$.

Shembulli 2.

a) $C_4^2=\frac{4!}{2!(4-2)!}=\frac{4\cdot 3\cdot 2!}{2!\cdot 2!}=\frac{12}{2}=6$. *b*) $C_4^3=\frac{4!}{3!(4-3)!}=\frac{4\cdot 3!}{3!\cdot 1!}=4$.

Shembulli 3. Prej shkronjave të fjalës "seminar", duke e konsideruar renditjen e shkronjave në fjalë si kombinacion fillestar, të formohen kombinacionet pa përsëritje të klasës së tretë.

Kombinacionet e kërkuara janë:

sem sei sen sea ser; emi emn ema emr; min mia mir; ina inr; nar
ein eia eir mna mnr iar
sin sia sir ena enr mar
sna snr ear
sar

dhe numri i tyre është: $C_7^3=\frac{7\cdot 6\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 3}=35$.

Shembulli 4. Sa legura të ndryshme mund të fitohen prej 6 metaleve të ndryshme, nëse i bashkojmë në të gjitha mënyrat e mundshme nga:

a) 2; *b*) 3; c) 4 ?

a) $C_6^2=\frac{6\cdot 5}{1\cdot 2}=15$ legura; *b*) $C_6^3=20$ legura; *c*) $C_6^4=15$ legura.

Shembulli 5. Në një turnir shahu marrin pjesë 15 shahistë. Të gjithë luajnë me njëri-tjetrin nga dy lojë. Të gjenden sa lojë janë luajtur.

Sikur secili nga 15 shahistët të luante me secilin vetëm nga një lojë, do të kishim:

$\binom{15}{2}$ lojë,

por pasi që luhen nga dy lojë, do të jetë: $2\cdot\binom{15}{2}=2\cdot\frac{15\cdot 14}{1\cdot 2}=210$lojë

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve iu jepen shembujt nga libri i nxënësit si sh 6,7. *Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.*

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje.

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit (ato të cilat nuk janë zgjidhur në klasë) dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në përvetësimin e konceptit të kombinacionet si renditje e nënbashkësive të një bashkësi të fundme.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet elementare. Zgjidhjen e problemeve nga matematika, në fusha të tjera dhe nga jeta e përditshme.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen e kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **8. KOMBINATORIKA**

Njësia mësimore: 8.5. Formula e binomit

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **8. KOMBINATORIKA**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Dallon hapat e parimit të induksionit matematik në raste më të thjeshta; 2. Vërteton pohime, teorema, formula me anën e induksionit matematik; 3. Përkufizon kuptimin e faktorielit (*n*!); 4. Klasifikon bashkësitë apo nënbashkësitë si permutacione, variacione apo kombinacione; 5. Njehson permutacione, variacione dhe kombinacione pa përsëritje; 6. Zgjidh probleme të ndryshme nga përditshmëria me ndihmën

	e kombinatorikës; 7. Përdor formulën e binomit për ngritje në fuqi të binomeve; 8. Shfrytëzon trekëndëshin e Paskalit për caktimin e koeficienteve të formulës së binomit;
Njësia mësimore: 8.5. Formula e binomit	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Interpreton formulën e binomit 2. Zbaton formulën e binomit

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Shndërron formulat kryesore algjebrike, kryen shndërrime të shprehjeve duke përdorur formulat themelore algjebrike dhe përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së situatave problemore.
2. Zhvillon arsyetimin logjik për konceptet e kombinatorikës - permutacioni, variacioni dhe kombinacioni (pa përsëritje) të klasave të dhëna për bashkësinë me n-elemente.
3. Përzgjedh strategji të përshtatshme dhe përdor formulat e kombinatorikës për zgjidhjen e problemave nga matematika dhe nga jeta reale.
4. Zbaton kombinatorikën në arsimim të qëndrueshëm dhe në fusha të tjera kurrikulare dhe ndërkurrikulare.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për t`u ndihmuar nxënësve për interpretimin e formulës së binomit dhe ta zbatojnë në situata reale.

Fjalët kyçe: binom, formula e binomit, trekëndëshi i Paskalit.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të interpretojnë formulën e binomit
3. Të zbatojnë formulën e binomit në zgjidhje të problemeve

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore dhe fushën e artit, etj.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

e. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi bën pyetje lidhur me variacioni, permutacionin dhe kombinacion.

*Merr një shembull për variacioni, një shembull nga permutacioni dhe një shembull për kombinacion dhe njëher*ësh përkujtojmë formulat për fuqitë përkatëse të binomit, siç janë:

$(a+b)^1 = a+b;$

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2;$

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$, etj*).*

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi :

Nëse në formulat e mësipërme koeficientet i shkruajmë në trajtë të koeficienteve të binomit, fitojmë:

$$(a+b)^1 = \binom{1}{0}a+\binom{1}{1}b = a+b;$$

$$(a+b)^2 = \binom{2}{0}a^2+\binom{2}{1}ab+\binom{2}{2}b^2 = a^2+2ab+b^2;$$

$$(a+b)^3 = \binom{3}{0}a^3+\binom{3}{1}a^2b+\binom{3}{2}ab^2+\binom{3}{3}b^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3;$$

$$(a+b)^4 = \binom{4}{0}a^4+\binom{4}{1}a^3b+\binom{4}{2}a^2b^2+\binom{4}{3}ab^3+\binom{4}{4}b^4 =$$

$$= a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4.$$

Nuk është vështirë të parashihet si do të duket formula për $(a+b)^5$ apo përgjithësisht për $(a+b)^n$, ku n është numër natyral.

Në të vërtetë, duke shumëzuar disa herë $a+b$ me vetveten, vërehen vetitë vijuese:

1^0 Binomi $a+b$ i fuqizuar me numrin natyral n ka $n+1$ terma;

Te secili term i zbërthimit shuma e treguesve të faktorit të parë dhe të dytë është baras me n;

Faktorit të parë treguesi i zvogëlohet prej n deri në 0, ndërsa të dytit i rritet prej 0 deri në n;

4^0 Koeficientet pranë fuqive janë: $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \dots, \binom{n}{n}$.

Teorema 5. *Nëse n është numër natyral, atëherë*

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}b+\dots+\binom{n}{k}a^{n-k}b^k+\dots+\binom{n}{n}b^n,$$

e cila quhet *formula e binomit* ose *e Njutnit.*

Koeficientët e binomit, të cilët paraqiten në formulën e binomit, janë numra natyralë dhe mund të fitohen edhe me ndihmën *e trekëndëshit të Paskalit*

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & 1 & & & \\ & & 1 & & 2 & & 1 & & \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \end{array}$$

Shembulli 1. Zhvillojmë sipas formulës së binomit: $(3+x)^6$.

Këtu kemi $a=3,\ b=x$ dhe $n=6$. Atëherë:

$$(3+x)^6=\binom{6}{0}\cdot 3^6+\binom{6}{1}\cdot 3^5x+\binom{6}{2}\cdot 3^4x^2+\binom{6}{3}\cdot 3^3x^3+\binom{6}{4}\cdot 3^2x^4+\binom{6}{5}\cdot 3x^5+\binom{6}{6}x^6$$
$$=3^6+6\cdot 3^5x+15\cdot 3^4x^2+20\cdot 3^3x^3+15\cdot 3^2x^4+6\cdot 3x^5+x^6.$$

Shembulli 2. Duke shfrytëzuar formulën e binomit, të gjendet: $(x-3y)^4$.

Në këtë rast është $a=x,\ b=-3y,\ n=4$, atëherë:

$$(x-3y)^4=\binom{4}{0}x^4+\binom{4}{1}x^3(-3y)+\binom{4}{2}x^2(-3y)^2+\binom{4}{3}x(-3y)^3+\binom{4}{4}(-3y)^4=$$
$$=x^4-12x^3y+54x^2y^2-108xy^3+81y^4.$$

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve iu jepen shembujt nga libri i nxënësit. P.sh.

10. Zbërtheni sipas formulës së binomit:

a) $(3-x)^5$; *b*) $(1+2\sqrt{y})^6$.

11. Gjeni termin e tretë të zbërthimit të $(x-3\sqrt{y})^{10}$.

12. Njehsoni $(1-2\sqrt{5})^4-(1+2\sqrt{5})^4$.

13. Duke aplikuar formulën e binomit, llogaritni $1{,}04^5=(1+0{,}4)^5$.

Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje.

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit (ata të cilat nuk janë zgjidh në klasë) dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në

realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.
P.sh. në përvetësimin e formulës së binomit dhe zbatimin e saj në situata reale , njëherësh ta shfrytëzojnë edhe rregullën e trekëndëshit të Paskalit për caktimin e koeficientëve. Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.
Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet elementare. Zgjidhjen e problemeve nga matematika, në fusha të tjera dhe nga jeta e përditshme.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

KAPITULLI 3. EKUACIONET DHE FUNKSIONET KUADRATIKE

Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**

Njësia mësimore: 9.1. ***Format e ekuacioneve kuadratike***

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Identifikon formën standarde të ekuacionit kuadratike; 2. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionet e mangëta kuadratike; 3. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionin kuadratik me anë të formulës; 4. Analizon zgjidhjet e ekuacionit kuadratik në varshmëri nga diskriminanta; 5. Zbaton rregullat e Viet-it për zgjidhjen e detyrave të ndryshme në lidhje me ekuacionet kuadratike; 6. Zbaton strategji për të zbërthyer në faktorë të thjeshtë ekuacionet kuadratike; 7. Zbaton ekuacionet kuadratike në zgjidhjen e problemeve praktike dhe nga jeta reale; 8. Zbërthen trinomin kuadratik në prodhim; 9. Përshkruan hapat për të zgjidhur ekuacionet kuadratike me një vlerë absolute; 10. Identifikon ekuacionin racional dhe përdor strategji për zgjidhje; 11. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.
Njësia mësimore: **9.1. *Format e ekuacioneve kuadratike***	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** (Si ta japësh mësimin?) 1. *Dallon ekuacionin kuadratik nga ekuacioni linear;* 2. *Përkufizon formën standarde të ekuacioneve kuadratike;* 3. *Paraqet format e mangëta të ekuacioneve kuadratike;*
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: 1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike. 2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore. 3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.	

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta kuptojë dhe zgjidhë ekuacionet e mangëta kuadratike.

Fjalët kyçe: kuadratik, forma standarde, i mangët, i reduktuar, gjymtyra.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojë ekuacionet kuadratike;
2. Të dallojë llojet ekuacionet lineare nga ekuacionet kuadratike;
3. Të arsyetojë përmes shembujve format standarde të ekuacioneve kuadratike.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shtron disa pyetje. P.sh.

1. Kush po e thotë\shënon një ekuacion linear me një të panjohur? P.sh. $x-4=0$. Sa zgjidhje ka ekuacioni?
2. Të shënohet një polinom i shkallës së dytë. P.sh. $P(x)=x^2-5x+10$. Pse është i shkallës së dytë?

Në se ekuacionit linear $x-4=0$, x – ngritet në fuqi 2 fitohet ekuacioni $x^2-4=0$ i shkallës së dytë ose ndryshe ekuacion kuadratik dhe i ka dy zgjidhje edhe 2 edhe -2.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)***

Çfarë të japësh mësim? *Përkufizojmë:* Ekuacioni kuadratik me një të panjohur quhet shprehja e formës: $ax^2+bx+c=0$, ku koeficientët a,b,c janë numra realë dhe $a\neq 0$.

Bëhet pyetje pse $a\neq 0$? Ngase më nuk është ekuacion kuadratik por është ekuacion linear. Shprehja ax² quhet gjymtyra kuadratike ose gjymtyra më e vjetër e ekuacionit, bx – quhet gjymtyra lineare, ngase b është para shprehjes lineare, kurse c – quhet gjymtyra e lirë e ekuacionit, ngase nuk varet nga x. Nëse $b\neq 0$ dhe $c\neq 0$, ekuacioni kuadratik është i plotë, në rast të kundërt është i mangët (jo i plotë) p.sh. $b=0$ kemi $ax^2+c=0$, nëse $c=0$ kemi $ax^2+bx=0$ pra kemi ekuacione jo të plota pra kemi ekuacione kuadratike të mangëta nga se po iu mungon një gjymtyrë. Ekuacionet kuadratike në praktika të ndryshme paraqiten në forma jostandarde, por duhet të shëndrrohen në forma standarde. P.sh. . Të shkruhen në formë standarde ekuacionet:

a. $2x^2 - 3(x+2) + 4 = (1-2x)(x+1) + 4$;

b. $\frac{4x+1}{2x-3} = x+1$.

a. Pra, forma standarde e kërkuar është $4x^2 - 2x - 7 = 0$, ku $a = 4,\ b = -2,\ c = -7$.

b. Pra, forma standarde është $2x^2 - 5x - 4 = 0$, ku $a = 2,\ b = -5,\ c = -4$.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 1). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në përkufizimin e koncepteve të ekuacioneve lineare, ekuacioneve kuadratike dhe shëndrrimi i ekuacioneve kuadratike jostandarde ne ekuacione standarde dhe interpretimi i tyre i drejtë përmes shembujve adekuatë.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet elementare.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**
Njësia mësimore: 9.**2.** Zgjidhja e ekuacionit kuadratik

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Identifikon formën standarde të ekuacionit kuadratike; 2. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionet e mangëta kuadratike; 3. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionin kuadratik me anë të formulës; 4. Analizon zgjidhjet e ekuacionit kuadratik në varshmëri nga diskriminanta; 5. Zbaton rregullat e Viet-it për zgjidhjen e detyrave të ndryshme në lidhje me ekuacionet kuadratike; 6. Zbaton strategji për të zbërthyer në faktorë të thjeshtë ekuacionet kuadratike; 7. Zbaton ekuacionet kuadratike në zgjidhjen e problemeve praktike dhe nga jeta reale; 8. Zbërthen trinomin kuadratik në prodhim; 9. Përshkruan hapat për të zgjidhur ekuacionet kuadratike me një vlerë absolute; 10. Identifikon ekuacionin racional dhe përdor strategji për zgjidhje; 11. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.
Njësia mësimore: **9.2.** Zgjidhja e ekuacionit kuadratik	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** *1. Shndërron ekuacionet kuadratike nga forma standarde në formën kanonike.* *2. Zgjidh ekuacionet e mangëta kuadratike;* *3. Përdor formulën për zgjidhjen e ekuacioneve të plota kuadratike*
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:	

1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike.
2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.
3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta kuptojë zgjidhjen e ekuacioneve të plota kuadratike.

Fjalët kyçe: kuadratik, standarde, i mangët, i reduktuar.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të shndrrojë ekuacionet kuadratike nga forma standarde në formën kanonike.*
2. *Të zgjidhë ekuacionet e mangëta kuadratike.*
   Të dallojë llojet ekuacionet lineare nga ekuacionet kuadratike;
3. *Të përdorë formulën për zgjidhjen e ekuacioneve të plota kuadratike*

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi, shtron disa pyetje. P.sh.

1. Cilat janë format e mangëta të ekuacioneve kuadratike. Për të dy rastet e dhëna të shënohen në tabelë edhe per b=0 dhe c=0.
2. Të merret një shembull edhe për b=0 dhe c=0.
3. Nëse ekuacionin standard e pjesëtojmë me $ax^2+bx+c=0$. Çfarë fitohet?

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

I. Për $a=1$, ekuacioni kuadratik merr formën $x^2+px+q=0$, dhe kjo quhet forma kanonike e ekuacionit kuadratik, ku $p=\frac{b}{a}$, $q=\frac{c}{a}$, $a\neq 0$.

Rasti: b = 0

Nëse në ekuacionin $ax^2+bx+c=0$ reduktohet në formën: $ax^2+c=0 \quad \Rightarrow \quad x^2=-\frac{c}{a}$ kemi

a) Për $-\frac{c}{a}>0$ (në rastin kur a dhe c kanë shenja të ndryshme) ekuacioni ka dy zgjidhje reale (në bashkësinë R):

$$x_1=-\sqrt{-\frac{c}{a}}, \qquad x_2=+\sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

b) Për $c=0$, ekuacioni ka vetëm një zgjidhje $x=0$.

c) Për $-\frac{c}{a}<0$ ekuacioni nuk ka zgjidhje reale, por ka dy zgjidhje në bashkësinë e numrave kompleksë C.

II. Rasti: c = 0

Nëse në ekuacionin $ax^2+bx+c=0$ është $c=0$, fitohet ekuacioni i mangët i formës: $ax^2+bx=0$ i cili mund të faktorizohet në formën $x(ax+b)=0$. Ky prodhim është zero nëse të paktën njëri nga faktorët është zero. Kështu, $x=0$ ose $ax+b=0$ kemi zgjidhjet $x_1=0$ dhe $x_2=-\frac{b}{a}$.

III. Rasti: a, b, c $\neq 0$

Për $a,b,c\neq 0$ ekuacioni kuadratik është i formës standarde $ax^2+bx+c=0$. Për të zgjidhur ekuacionin kuadratik të plotë: $ax^2+bx+c=0$, për $a\neq 0$ e transformojmë trinomin ax^2+bx+c si në vijim:

$a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=0$. Tash nga faktori në kllapa formojmë katror të plotë:

$a\left((x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\frac{b^2}{4a^2})-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=0$ prej nga marrim: $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]=0$,

përkatësisht: $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)^2\right]=0$ ose: $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right]\cdot\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right]=0$.

Meqë $a\neq 0$, atëherë barazimi i fundit është ekuivalent me bashkësinë e ekuacioneve:

$x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=0$ ose $x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=0$ prej nga $x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ose $x=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

Meqë formulat e fundit paraqesin dy zgjidhje të ekuacionit kuadratik për arsye praktike i shënojmë me x_1 dhe x_2, përkatësisht. Pra, zgjidhjet e ekuacionit kuadratik $ax^2+bx+c=0$, janë:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ dhe $x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ose shkurt: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Natyra e zgjidhjes së ekuacionit varet nga shenja e madhësisë $D=b^2-4ac$.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (sh. 3.nën a,b, d dhe sh.4). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*
Detyrat dhe puna e pavarur Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. P.sh. në kalimin nga ekuacionet standarde në ekuacione të formës kanonike dhe të ekuacioneve të mangëta. Gjetja e strategjive për zgjidhjen e ekuacioneve kuadratike të mangëta dhe standarde. Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit, arsyetimet matematike dhe zgjidhjen e problemeve. ▪ Zgjidhja e problemeve Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemit dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**

Njësia mësimore: 9.3. **Diskutimi i zgjidhjeve të ekaucionit kuadratik**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Identifikon formën standarde të ekuacionit kuadratike; 2. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionet e mangëta kuadratike;		

<table>
<tr><td></td><td>3. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionin kuadratik me anë të formulës;
4. Analizon zgjidhjet e ekuacionit kuadratik në varshmëri nga diskriminanta;
5. Zbaton rregullat e Viet-it për zgjidhjen e detyrave të ndryshme në lidhje me ekuacionet kuadratike;
6. Zbaton strategji për të zbërthyer në faktorë të thjeshtë ekuacionet kuadratike;
7. Zbaton ekuacionet kuadratike në zgjidhjen e problemeve praktike dhe nga jeta reale;
8. Zbërthen trinomin kuadratik në prodhim;
9. Përshkruan hapat për të zgjidhur ekuacionet kuadratike me një vlerë absolute;
10. Identifikon ekuacionin racional dhe përdor strategji për zgjidhje;
11. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore:
9.3. Diskutimi i zgjidhjeve të ekaucionit kuadratik</td><td>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:
1. Analizon madhësinë nën rrënjën katrore;
2. Identifikon zgjidhjen e ekuacionit në bazë të madhësisë së vlerës nën rrënjën katrore</td></tr>
<tr><td colspan="2">Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:
1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike.
2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.
3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta kuptojë, analizojë zgjidhjet e ekuacioneve kuadratike.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Fjalët kyçe: kuadratik, forma standarde, i mangët, i reduktuar, diskriminantë (ose dallor).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
1. Të analizojë madhësinë nën rrënjën katrore;
2. Të identifikojë zgjidhjen ekuacionit në bazë të madhësisë së vlerës</td></tr>
</table>

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shtron disa pyetje. P.sh.

1. Të shënohet formula për zgjidhjen e ekuacionit kuadratik? $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
2. Të shënohet shprehja nën rrënjën katrore? b^2-4ac
3. Në bazë të zgjidhjes së shembujve nga ora e kaluar , nga kush varej zgjidhja e ekuacionit?

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Zgjidhja e ekuacionit varet nga b^2-4ac që zakonisht shënohet $D=b^2-4ac$ dhe quhet diskriminantë osë dallor.

Shenjat e tij përcaktojnë numrin e zgjidhjeve të ekuacionit kuadratik.

1. Për $D>0$, ekuacioni kuadratik ka dy zgjidhje reale të ndryshme: $x_1=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$; $x_2=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$.
2. Për $D=0$, ekaucioni kuadratik ka një zgjidhje reale (të dyfishtë): $x_{1,2}=\frac{-b}{2a}$.
3. Për $D<0$, ekuacioni kuadratik nuk ka zgjidhje reale, por ka dy zgjidhje komplekse të konjuguara[1]:

$$x_1=\frac{-b-i\sqrt{D}}{2a}; \qquad x_2=\frac{-b+i\sqrt{D}}{2a}.$$

Nëse ekuacioni kuadratik ka formën kanonike $x^2+px+q=0$ ndryshe quhet si ekuacioni kuadratik i formës p, q. Formulat për zgjidhjen e ekuaconit kuadratik në formën kanonike merren nga formulat për zgjidhjen e ekuacionit kuadratik në formën standarde duke zëvendësuar $a=1, b=p$ dhe $c=q$:

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}\ .$$

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 6). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

---

[1] Numri kompleks $\bar{z}=x-iy$ quhet numër kompleks i konjuguar i numrit $z=a+iy$.

Vlerësimi i nxënësve Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*
Detyrat dhe puna e pavarur Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t\`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje ta identifikojë zgjidhjen e ekuacionit a ka dy zgjidhje reale të ndryshme, a ka zgjidhje të dyfishtë reale dhe ka dy zgjidhje të konjuguara komplekse. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit dhe probleme nga jeta. Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**

Njësia mësimore: **9.*4.*** Lidhjet ndërmjet zgjidhjeve dhe koeficientëve të ekuacionit kuadratik.

Formulat e Viet-it

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Identifikon formën standarde të ekuacionit kuadratike; 2. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionet e mangëta kuadratike; 3. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionin kuadratik me anë të		

	formulës; 4. Analizon zgjidhjet e ekuacionit kuadratik në varshmëri nga diskriminanta; 5. Zbaton rregullat e Viet-it për zgjidhjen e detyrave të ndryshme në lidhje me ekuacionet kuadratike; 6. Zbaton strategji për të zbërthyer në faktorë të thjeshtë ekuacionet kuadratike; 7. Zbaton ekuacionet kuadratike në zgjidhjen e problemeve praktike dhe nga jeta reale; 8. Zbërthen trinomin kuadratik në prodhim; 9. Përshkruan hapat për të zgjidhur ekuacionet kuadratike me një vlerë absolute; 10. Identifikon ekuacionin racional dhe përdor strategji për zgjidhje; 11. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.
Njësia mësimore: **9.4. *Lidhjet ndërmjet zgjidhjeve dhe koeficienteve të ekuacionit kuadratik. Formulat e Viet-it***	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Identifikon lidhjen ndërmjet zgjidhjeve dhe koeficientëve të ekuacionit kuadratik* 2. *Zbaton formulat e Viet-it në detyra praktike.*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike.
2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.
3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin t`i përdorë formulat e Vietit në situata praktike.

Fjalët kyçe: lidhje, kuadratik, forma standard, formë kanonike, Formulë e Viet- it.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të identifikojë lidhjen ndërmjet zgjidhjeve dhe koeficientëve të ekuacionit kuadratik;*
2. *Të zbatojë formulat e Viet-it në detyra praktike.*

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shtron disa pyetje. P.sh.

1. Cilat janë zgjidhjet e ekuacionit kuadratik? Përgjigje $x_1=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, $x_2=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
2. Cila është forma kanonike e ekuacionit kuadratik? Përgjigje $x^2+px+q=0$
3. Çka paraqesin p,q? Përgjigje $p=\frac{b}{a}, q=\frac{c}{a}$
4. Se si mund të bëhet lidhja ndërmet koeficientëve a, b, c me ndihmën e zgjidhjeve x_1 dhe x_2 të ekuacionit.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)

Marrim: **Teorema 1.** *Nëse x_1 dhe x_2 janë zgjidhje të ekuacionit kuadratik $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$, atëherë:*

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-p \quad \text{dhe} \quad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}=q.$$

Vërtetimi. Duke mbledhur barazimet (4) anë për anë fitohet:

$$x_1+x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=-\frac{b}{a}=-p,$$

ndërsa duke i shumëzuar dhe pastaj duke bërë disa transformime elementare fitojmë:

$$x_1\cdot x_2=\frac{\left(-b-\sqrt{b^2-4ac}\right)\cdot\left(-b+\sqrt{b^2-4ac}\right)}{(2a)^2}=\frac{c}{a}=q.$$

Nëse ekuacioni $ax^2+bx+c=0$, ka zgjidhje reale, d.m.th. nëse $D\geq 0$ dhe nëse $x_1\leq x_2$, atëherë në bazë të shenjave të koeficientëve dhe lidhjeve të përparme mund të caktojmë shenjat e zgjidhjeve:

$x_1\cdot x_2<0 \Leftrightarrow (x_1<0\wedge x_2>0)$, $\Rightarrow$ $(x_1\cdot x_2>0\wedge x_1+x_2>0\wedge x_2>0)\Leftrightarrow(x_1>0\wedge x_2>0)$, $\Rightarrow$ $(x_1\cdot x_2>0\wedge x_1+x_2<0)\wedge(x_1<0\wedge x_2<0)$.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 7,8,10). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të

nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje ta bëjë lidhjen ndërmjet koeficientëve dhe zgjidhjes së ekuacionit kuadratik duke përdorur formulat e Viet-it në shembuj dhe situata reale dhe të shkruajë ekuacionin kuadratik në dihen zgjidhjet e tij.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit dhe probleme nga jeta.
- Arsyetimet matematike
- Zgjidhja e problemeve

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**

Njësia mësimore: **9.*5. Disa zbatime të ekuacionit kuadratik***

PLANIT I ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare:	Lënda mësimore:	Shkalla e kurrikulës:	Klasa:
MATEMATIKË	**MATEMATIKË**	**V**	**X**

Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Identifikon formën standarde të ekuacionit kuadratike; 2. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionet e mangëta kuadratike; 3. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionin kuadratik me anë të

	formulës; 4. Analizon zgjidhjet e ekuacionit kuadratik në varshmëri nga diskriminanta; 5. Zbaton rregullat e Viet-it për zgjidhjen e detyrave të ndryshme në lidhje me ekuacionet kuadratike; 6. Zbaton strategji për të zbërthye në faktorë të thjeshtë ekuacionet kuadratike; 7. Zbaton ekuacionet kuadratike në zgjidhjen e problemeve praktike dhe nga jeta reale; 8. Zbërthen trinomin kuadratik në prodhim; 9. Përshkruan hapat për të zgjidhur ekuacionet kuadratike me një vlerë absolute; 10. Identifikon ekuacionin racional dhe përdor strategji për zgjidhje; 11. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.
Njësia mësimore: 9.5. *Disa zbatime të ekuacionit kuadratik*	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Zbaton ekuacionet kuadratike në zgjidhjen e problemeve.*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike.
2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.
3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin t`i kuptojë dhe *zbatojë ekuacionet kuadratike në zgjidhjen e problemeve*.

Fjalët kyçe: lidhje, kuadratik, forma standard, formë kanonike, Formulë e Viet- it.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të zbatojnë ekuacionet kuadratike në zgjidhjen e problemeve.*

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shtron pyetje.

1. Sido të duket ekuacioni i fituar nga: Shuma e katrorëve të tre numrave të njëpasnjëshëm natyralë është 302.

Përgjigje: Nëse numrat e kërkuar i shënojmë me $n-1,\ n,\ n+1$, atëherë nga kushti i detyrës fitojmë ekuacionin:

$$(n-1)^2+n^2+(n+1)^2=302 \quad \Rightarrow 3n^2=300$$

Cilat janë zgjidhjet e ekuacionit? Përgjigja:

Meqë $n_1=-10 \notin N$, atëherë mbetet zgjidhje e vetme e problemit $n_1=10$. Prandaj, numrat e kërkuar janë: $9,\ 10,\ 11$.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Një numër i madh i detyrave me tekst – praktike, kthehen në zgjidhje të një apo më shumë ekuacionesh kuadratike. Për formim të ekuacionit nuk ekziston udhëzim i posaçëm. Mirëpo, si ndihmë mund të shërbejnë shembujt vijues.

Shembulli 11. Numrin 17 zbërthejeni në dy mbledhës në mënyrë që shuma e katrorëve të tyre të jetë 145.

Zgjidhja. Nëse një mbledhës është x, tjetri do të jetë 17-x dhe shuma e katrorëve të tyre jep ekuacionin kuadtarik:

$$x^2+(17-x)^2=145.$$

Pas rregullimit të ekuacionit të fundit fitohet ekuacioni kuadratik

$$x^2-17x+72=0,$$

zgjidhjet e të cilit janë: $x_1=9, \qquad x_2=8.$

Shembulli 15. Çmimi i një malli është 90 €. Pas zbritjes së dyfishtë për përqindje të njëjtë vlera e mallit bëhet 57,60 €. Sa është përqindja e secilës zbritje?

Zgjidhja. Formula për njehsimin e kapitalit të zvogëluar është: $K-P=K\left(1-\frac{p}{100}\right).$

Nëse në anën e djathtë të formulës aplikohet zbritja e re merret barazimi:

$$K\left(1-\frac{p}{100}\right)-P_1=K\left(1-\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{p}{100}\right).$$

Meqë kapitali është çmimi fillestar K = 90, kurse ana e djathtë e këtij ekuacioni paraqet vlerën e çmimit pas zbritjes së dytë, 57,60, formojmë ekuacionin:

$90\left(1-\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{p}{100}\right)=57{,}60$. Pas thjeshtësimit me 90, fitojmë: $\left(1-\frac{p}{100}\right)^2=0{,}64.$ Prej nga

$1-\frac{p}{100}=\pm 0{,}8 \quad \Rightarrow \quad \frac{p}{100}=0{,}2 \Rightarrow p=20$. Pra, zbritja është 20%. Zgjidhja e dytë nuk ka kuptim. (Përpiquni të jepni përgjigjen pse?)

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 13, 14). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bënë pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje të zbatojë zgjidhjen e ekuacioneve kuadratike në probleme praktike. Çfarë strategjie po përdor për zgjidhje të problemeve.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit dhe probleme nga jeta .
- Arsyetimet matematike
- Zgjidhja e problemeve

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**

Njësia mësimore: **9.*6.*** Ekuacioni bikuadratik

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: MATEMATIKË	Lënda mësimore: MATEMATIKË	Shkalla e kurrikulës: V	Klasa: X

Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Identifikon formën standarde të ekuacionit kuadratike; 2. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionet e mangëta kuadratike; 3. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionin kuadratik me anë të formulës; 4. Analizon zgjidhjet e ekuacionit kuadratik në varshmëri nga diskriminanta; 5. Zbaton rregullat e Viet-it për zgjidhjen e detyrave të ndryshme në lidhje me ekuacionet kuadratike; 6. Zbaton strategji për të zbërthye në faktorë të thjeshtë ekuacionet kuadratike; 7. Zbaton ekuacionet kuadratike në zgjidhjen e problemeve praktike dhe nga jeta reale; 8. Zbërthen trinomin kuadratik në prodhim; 9. Përshkruan hapat për të zgjidhur ekuacionet kuadratike me një vlerë absolute; 10. Identifikon ekuacionin racional dhe përdor strategji për zgjidhje; 11. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.
Njësia mësimore: 9.*6.* Ekuacioni bikuadratik	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** *1. Identifikon ekuacionin bikuadratik* *2. Kalon nga ekuacioni bikuadratik në ekuacion kuadratik* *3. Zgjidh ekuacionet bikuadratike*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike.
2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.
3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta kuptojë dhe ta zgjidhë ekuacionin bikuadratik.

Fjalët kyçe: lidhje, kuadratik, bikuadratik.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të identifikojnë ekuacionin bikuadratik*
2. *Të kalojnë nga ekuacioni bikuadratik në ekuacion kuadratik;*
3. *Të zgjidhin ekuacionet bikuadratike.*

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shtron disa pyetje. P.sh.

1. *Të shënohet forma standarde e ekuacionit kuadratik?*
2. *Çfarë kuptoni me konceptin e fjalës bikuadratik?*
3. *Nga forma e ekuacionit kuadratik si mund ta paraqesim ekuacionin bikuadratik?*

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Ekuacioni i formës:

$$ax^4 + bx^2 + c = 0,$$

ku $a, b, c \in R$ *quhet* ***ekuacion bikuadratik****.*

Duke zëvendësuar $x^2 = t$, ekuacioni bikuadratik merr formën e një ekuacionik kuadratik të formës: $at^2 + bt + c = 0$, zgjidhjet e të cilit janë t_1 dhe t_2. Duke u kthyer te zëvendësimi $x^2 = t_1$ dhe $x^2 = t_2$, fitojmë zgjidhjet e ekuacionit bikuadratik: $x_{1,2} = \pm\sqrt{t_1}$ dhe $x_{3,4} = \pm\sqrt{t_2}$.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 16/a, 17). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje të kalojë prej ekuacionit bikuadratik në ekuacionin kuadratik. Të përdorë saktë zëvendësimet e kalimit dhe të gjejë të gjitha zgjidhjet e ekuacionit kuadratik. Pas ushtrimeve duhen analizuar edhe zgjidhjet e ekuacionit. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit dhe probleme nga jeta . ▪ Arsyetimet matematike ▪ Zgjidhja e problemeve Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**
Njësia mësimore: **9.7.** Ekuacioni irracional

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **9. EKUACIONET KUADRATIKE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Identifikon formën standarde të ekuacionit kuadratike; 2. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionet e mangëta kuadratike; 3. Përdor strategji për të zgjidhur ekuacionin kuadratik me anë të formulës; 4. Analizon zgjidhjet e ekuacionit kuadratik në varshmëri nga diskriminanta;		

<table>
<tr><td></td><td>5. Zbaton rregullat e Viet-it për zgjidhjen e detyrave të ndryshme në lidhje me ekuacionet kuadratike;
6. Zbaton strategji për të zbërthyer në faktorë të thjeshtë ekuacionet kuadratike;
7. Zbaton ekuacionet kuadratike në zgjidhjen e problemeve praktike dhe nga jeta reale;
8. Zbërthen trinomin kuadratik në prodhim;
9. Përshkruan hapat për të zgjidhur ekuacionet kuadratike me një vlerë absolute;
10. Identifikon ekuacionin racional dhe përdor strategji për zgjidhje;
11. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore:
9.6. 9.7. Ekuacioni iracional</td><td><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>
1. Identifikon ekuacionin irracional
2. Zgjidh ekuacionet irracionale</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:</u>
1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike.
2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.
3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Qasja e të nxënit:</u> Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta kuptojë dhe ta zgjidhë ekuacionin irracional.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Fjalët kyçe:</u> kuadratik, bikuadratik, irracional.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
1. Të identifikojnë ekuacionin bikuadratik
2. Të kalojnë nga ekuacioni bikuadratik në ekuacion kuadratik
3. Të zgjidhin ekuacionet bikuadratike</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:</u>
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:</u>
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.</td></tr>
</table>

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shtron disa pyetje. P.sh.

1. *Të shënohet një numër irracional? Përgjigja P.s.h* $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$ *etj.*
2. *Çfarë kuptoni me konceptin e fjalës irracional?*

d. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Ekuacionet te të cilat e panjohura ndodhet nën rrënjën katrore quhen ***ekuacion irracional***. Duke zëvendësuar $x^2 = t$, ekuacioni bikuadratik merr formën e një ekuacioni kuadratik të formës:

Për shembull:

$$\sqrt{x-2}+1=0, \quad \sqrt[3]{3x+2}=x+1, \text{ etj.}$$

Zgjidhja e ekuacioneve irracionale bëhet duke vepruar në mënyrë të përshtatshme, duke i ngritur në katror të dy anët e ekuacionit (një apo disa herë) deri sa të lirohemi nga rrënja, në të cilën ndodhet e panjohura.

Forma e përgjithshme e ekuacionit irracional është $A=\sqrt{B}$, ku A dhe $\sqrt{B}$ janë shprehje në të cilat figuron e panjohura x. Zgjidhje e ekuacionit $A=\sqrt{B}$ janë zgjidhjet e ekuacionit $A^2=B$ për të cilat $A \geq 0$. Pra, $A=\sqrt{B}$ është ekuivalente me sistemin:

$$\left.\begin{array}{ll} A^2 = B & (ekuacioni\ i\ fituar) \\ A \geq 0 & (kushti\ i\ ekuivalencës) \end{array}\right\}$$

Pas zgjidhjes së ekuacionit duhet pasur parasysh që zgjidhjet e tij duhet të plotësojnë kushtin $B \geq 0$.

e. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 16/a, 17). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje të kalojë prej ekuacionit bikuadratik në ekuacionin kuadratik. Të përdorë saktë zëvendësimet e kalimit dhe të gjejë të gjitha zgjidhjet e ekuacionit kuadratik. Pas ushtrimeve duhen analizuar edhe zgjidhjet e ekuacionit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit dhe probleme nga jeta .
- Arsyetimet matematike
- Zgjidhja e problemeve.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

KAPITULLI 10. FUNKSIONET KUADRATIKE

Tema: **FUNKSIONET KUADRATIKE**

Njësia mësimore: 10.1. Përkufizimi i funksionit kuadratik.

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **10. FUNKSIONET KUADRATIKE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Përkufizon domenin e funksionit kuadratik; 2. Përshkruan formën kanonike të funksionit kuadratik; 3. Paraqet grafikisht funksionin kuadratik dhe nga grafiku i dhënë cakton monotoninë, zerot dhe vlerat ekstreme; 4. Përcakton formën e funksionit kuadratik në varësi të koeficientit a dhe dallorit; 5. Zgjidh sistemet e ekuacioneve kuadratike në formë analitike dhe grafike; 6. Zbaton sistemet e ekuacioneve kuadratike në zgjidhje të problemeve; 7. Lidh kuptimin e shenjës së funksionit me bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit kuadratik; 8. Paraqet në formë grafike zgjidhjet e inekuacioneve kuadratike; 9. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.
Njësia mësimore: 10.1. Përkufizimi i funksionit kuadratik.	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Përkufizon funksionin kuadratik* 2. *Paraqet grafikun e funksionit* $f(x) = ax^2$

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike.
2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.
3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësimdhënësit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të paraqesë grafikët e ekuacioneve të mangëta kuadratike.

Fjalët kyçe: funksion kuadratik

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të përkufizojnë funksionin kuadratik*
2. *Të paraqesin grafikun e funksionit* $f(x) = ax^2$

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i detyrave, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Shembuj funksionesh kuadratike hasim në lëmenj të ndryshëm:

- në gjeometri – sipërfaqja e rrethit (y) është funksion i rrezes së tij (x): $y = \pi x^2$;

  në bashkësinë e gjithë numrave realë pozitivë (shkurtimisht: R^+);

- në fizikë- rruga (s) nëpër të cilën kalon trupi i hedhur vertikalisht përpjetë me shpejtësi fillestare v_0, është funksion i kohës (t): $s = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$; në intervalin $\left[0, \frac{v_0}{g}\right]$, ku g është nxitimi i gravitacionit tokësor

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi përkufizoni funksionit kuadratik: *Funksioni* $f : R \to R$ *i dhënë me*

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a \neq 0$$

ku a, b *dhe* c *janë numra realë, quhet* ***funksion kuadratik.***

Shpesh funksioni $f(x)$ shënohet me y ose $y = f(x)$. Polinomet vijuese janë funksione kuadratike:

$$y = f(x) = 2x^2 - 4x + 8$$

$$y = f(x) = -2x^2 - 5,$$

$$y = f(x) = -\sqrt{3} \cdot x^2 - 4x - 9,$$

$$y = f(x) = \frac{3}{4}x^2$$

$y = f(x) = 2(x-1)^2 + 3$.

Funksioni kuadratik i formës $f(x) = ax^2$

Shprehja e formës ax^2 quhet *monom kuadratik*. Funksioni i atij monomi ka formën $y = ax^2$ (1)

ku a është numër real i ndryshëm prej zeros.

Është e qartë se: $x = 0 \Rightarrow f(x) = 0;$ (2)

$f(x) = f(-x), (\forall x \in R)$ (3)

Të vërejmë edhe dy veti të rëndësishme të këtij funksioni:

1^0 Për $a > 0 \Rightarrow \{(\forall x \in R)\ f(x) \geq 0\}$ (4)

2^0 Për $a < 0 \Rightarrow \{(\forall x \in R)\ f(x) \leq 0\}$ (5)

Për thjeshtim, aty ku është më e përshtatshme, në vend të $f(x)$ do të shënojmë y ose $y = f(x)$

Në vijim po i marrim pa vërtetim dy teorema që përshkruajnë vetitë themelore të funksionit $f(x) = x^2$.

Teorema 1. P*ër* $a > 0$, *funksioni* $y = ax^2$ *është zvogëlues për* $x \in R^-$ *kurse rritet për* $x \in R^+$.

Ose e shprehur në gjuhën simbolike:

$$a > 0 \Rightarrow \{(x_1 < x_2 < 0 \Rightarrow y_1 > y_2) \wedge (x_2 > x_1 > 0 \Rightarrow y_2 > y_1)\}.$$

Teorema 2. *Për* $a < 0$, *funksioni* $y = ax^2$ *është rritës për* $x \in R^-$, *kurse zvogëlues për* $x \in R^+$.

Shprehur në gjuhën simbolike formulimi i kësaj teoreme është:

$$a < 0 \Rightarrow ((x_1 < x_2 < 0 \Rightarrow y_1 < y_2) \wedge (x_2 > x_1 > 0 \Rightarrow y_2 < y_1)).$$

Në bazë të vetive 1. dhe 2. dhe teoremave 1 dhe 2, mund të konstatohet se grafiku i

- funksionit $f(x) = x^2$:
- kalon nëpër pikën $O(0,0)$;
- është simetrik ndaj boshtit y;
- për $a > 0$, shtrihet në kuadrantin I dhe II dhe për $x > 0$ grafiku i $f(x)$ është rritës, ndërsa për $x < 0$ grafiku i $f(x)$ është zvogëlues;
- për $a < 0$, grafiku i $f(x)$ shtrihet në kuadrantin III dhe IV dhe për $x > 0$ grafiku i $f(x)$ zvogëlohet, ndërsa për $x < 0$ grafiku i $f(x)$ rritet;

Grafiku i funksionit $f(x) = x^2$ është vijë e lakuar, e cila quhet *parabolë*. Pika O(0,0) e parabolës, quhet ***kulm i parabolës***. Parabola e funksionit $f(x) = x^2$ është lakore simetrike ndaj boshtit y.

Kur $a > 0$, kulmi i parabolës paraqet vlerën më të vogël të funksionit prandaj quhet ***minimumi i funksionit***.

Kur $a < 0$, kulmi i parabolës paraqet vlerën më të madhe të funksionit prandaj quhet ***maksimumi i funksionit.***

■ **Shembulli 1.** Të paraqitet grafikisht funksioni: $y = ax^2$, për $a \in \{\frac{1}{2}, 1, 2\}$.

Zgjidhja. Formojmë tabela për vlera të ndryshme të variablit x për secilën nga vlerat e

parametrit a nga bashkësia $\{\frac{1}{2}, 1, 2\}$:

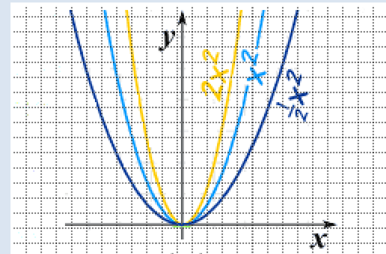


Fig. 10.1

Për: $a = \dfrac{1}{2}$

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

Për $a = 1$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Për a=2

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

Pastaj e vizatojmë grafikun, fig.10.1.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit

Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje të përkufizojë funksionin kuadratik dhe të paraqesë grafikun e funksioneve të formave $y = ax^2$.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit dhe probleme nga jeta .
- Arsyetimet matematike
- Zgjidhja e problemeve.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe

shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **FUNKSIONET KUADRATIKE**

Njësia mësimore: 10.2. Funksioni kuadratik i formave**:** $y = ax^2 + c$ dhe $y = a(x-\alpha)^2$

<table>
<tr><td colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</td></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema: 10. FUNKSIONET KUADRATIKE</td><td colspan="3"><u>Rezultati i të nxënit të temës:</u>
Nxënësi:
1. Përkufizon domenin e funksionit kuadratik;
2. Përshkruan formën kanonike të funksionit kuadratik;
3. Paraqet grafikisht funksionin kuadratik dhe nga grafiku i dhënë cakton monotoninë, zerot dhe vlerat ekstreme;
4. Përcakton formën e funksionit kuadratik në varësi të koeficientit a dhe dallorit;
5. Zgjidh sistemet e ekuacioneve kuadratike në formë analitike dhe grafike;
6. Zbaton sistemet e ekuacioneve kuadratike në zgjidhje të problemeve;
7. Lidh kuptimin e shenjës së funksionit me bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit kuadratik;
8. Paraqet në formë grafike zgjidhjet e inekuacioneve kuadratike;
9. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore: 10.2. Funksioni kuadratik i formave $y = ax^2 + c$ dhe $y = a(x-\alpha)^2$</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>
1. Paraqet grafikisht funksionin e formës $y = ax^2 + c$ dhe $y = a(x-\alpha)^2$</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:</u>
1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike.
2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.
3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.</td></tr>
</table>

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësimdhënësit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të paraqes grafikët e ekuacioneve të mangëta kuadratike.

Fjalët kyçe: funksion kuadratike

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të paraqesin grafikisht funksionin e formës* $y = ax^2 + c$ dhe $y = a(x-\alpha)^2$

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i detyrave, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: Përsërit formën e funksionit $y = ax^2$

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi: Duke krahasuar vlerat e funksioneve $y = ax^2$dhe $y = ax^2 + c$, $(a, c \in R, a \neq 0)$,të cilat u përgjigjen vlerave të njëjta të ndryshores x, shihet se ato ndryshojnë vetëm për madhësinë c. Për rrjedhim, grafiku i funksionit $y = ax^2 + c$ është gjithashtu parabolë që merret me zhvendosjen e grafikut të funksionit $y = ax^2$ për madhësinë c (zhvendosja bëhet lart mbi Ox, nëse $c > 0$, zhvendosja bëhet poshtë nën Ox, nëse $c < 0$). Kulmi i parabolës është në pikën $(0, c)$.

Shembulli 2. Të paraqiten grafikisht funksionet:
$y = 2x^2$ dhe $y = 2x^2 + 3$.

Zgjidhja. Grafiku i funksionit $y = 2x^2 + 3$ fitohet me bartjen e grafikut të funksionit $y = 2x^2$ për 3 njësi gjatësie në drejtim pozitiv të boshtit y, fig.10.2.

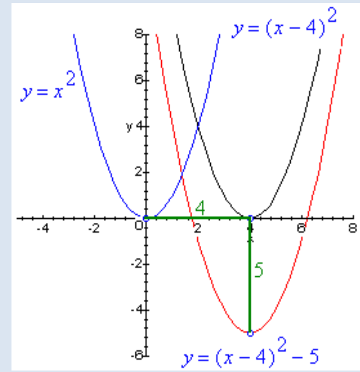
Funksioni kuadratik i formës $y = a(x-h)^2$

Duke krahasuar funksionet $y = ax^2$ dhe $y = a(x-h)^2$ $(a, h \in R, a \neq 0)$, vërejmë se: nëse variablit x të funksionit $y = a(x-h)^2$ i rrisim vlerën për h marrim funksionin $y = ax^2$ (sepse $y = a(x + h - x)^2 = ax^2$). Kjo d.m.th se vlera e funksioni $y = ax^2$ në pikën x është e barabartë më vlerën e funksionit $y = a(x-h)^2$ në pikën $x + h$. Rrjedhimisht grafiku i funksionit $y = a(x-h)^2$ është gjithashtu parabolë e cila mund të fitohet me zhvendosje të grafikut të funksionit $y = ax^2$ për madhësinë h përgjatë boshtit Ox, majtas nëse $h < 0$ ndërsa djathtas nëse $h > 0$. Kulmi i parabolës ka koordinatat $(h, 0)$.

Shembulli 3. Të paraqiten grafikisht funksionet:

$y = x^2, y = (x-4)^2$ dhe $y = (x-4)^2 - 5$

Zgjidhja. Në figurën 10.3 janë konstruktuar grafikët e të tri funksioneve bashkë në një vend. Aty shihet se duke zhvendosur grafikun e funksionit $y = x^2$ në të djathtë për 4 njësi përgjatë boshtit Ox merret grafiku i funksionit $y = (x-4)^2$, pastaj kur grafikun e funksionit $y = (x-4)^2$ e zhvendosim për 5 njësi përgjatë boshtit Oy marrim grafikun e funksionit $y = (x-4)^2 - 5$.



Gjykimet e mësipërme vlejnë edhe kur koeficienti $a < 0$.

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit

Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje të paraqes grafikun e funksioneve të formave : $y = ax^2$, $y = ax^2 + c$ dhe $y = a(x-\alpha)^2$

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit dhe probleme nga jeta .
- Arsyetimet matematike
- Zgjidhja e problemeve.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe

shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **10. FUNKSIONET KUADRATIKE**

Njësia mësimore: 10.3. Funksioni kuadratik

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **10. FUNKSIONI KUADRATIKE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Përkufizon domenin e funksionit kuadratik; 2. Përshkruan formën kanonike të funksionit kuadratik; 3. Paraqet grafikisht funksionin kuadratik dhe nga grafiku i dhënë cakton monotoninë, zerot dhe vlerat ekstreme; 4. Përcakton formën e funksionit kuadratik në varësi të koeficientit a dhe dallorit; 5. Zgjidh sistemet e ekuacioneve kuadratike në formë analitike dhe grafike; 6. Zbaton sistemet e ekuacioneve kuadratike në zgjidhje të problemeve; 7. Lidh kuptimin e shenjës së funksionit me bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit kuadratik; 8. Paraqet në formë grafike zgjidhjet e inekuacioneve kuadratike; 9. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.
Njësia mësimore: 10.3. Funksioni kuadratik i formës $y = ax^2 + bx + c$	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Paraqet grafikisht funksionin e formës $y = ax^2 + bx + c$
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: 1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike. 2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore. 3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.	

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësimdhënësit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të paraqesë grafikët e ekuacioneve kuadratike të formës $y = ax^2 + bx + c$.

Fjalët kyçe: funksion kuadratik

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të paraqesin grafikisht funksionin e formës* $y = ax^2 + bx + c$

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: shtron pyetje lidhur me funksionet e formave $y = ax^2$, $y = ax^2 + c$ dhe $y = a(x-\alpha)^2$

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)

Funksioni kuadratik i formës $y = ax^2 + bx + c$

Shprehja e formës $ax^2 + bx + c$ quhet *trinom kuadratik*. Funksion kuadratik quhet shprehja e formës:

$$y = ax^2 + bx + c, \qquad (6)$$

ku $a, b, c \in R$ dhe $a \neq 0$.

Përkufizimi i formës kanonike: ***Formë kanonike***(*ose* ***formë e kulmit***) *e funksionit kuadratik* $y = ax^2 + bx + c$ *quhet shprehja:*

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}. \qquad (7)$$

Forma kanonike (7) fitohet duke transformuar shprehjen (6) si vijon:

$$y = ax^2 + bx + c,$$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right), \quad y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right), \quad y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a},$$

Nëse shënojmë$D = b^2 - 4ac$, shprehja e fundit merr formën: $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{D}{4a}$.

Shembulli 4.Të shkruhet në formë kanonike funksioni:

$y=2x^2-3x+5$.

Zgjidhja. Sipas (7) kemi:

$$y=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9-40}{8}, \text{ në të vërtetë } y=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{31}{8}.$$

Tani shqyrtojmë detajisht funksionin e plotë kuadratik.

a) ***Domeni i funksionit kuadratik:*** Funksioni kuadratik $y=ax^2+bx+c$ është i përkufizuar për çdo $x\in(-\infty,+\infty)$, sepse për çdo $x\in R$, rrjedh se $y\in R$.

b) ***Zerot e funksionit kuadratik: Zerot e funksionit*** y quhen vlerat e variablit x për të cilat $y = f(x) = 0$.Nëse është dhënë funksioni kuadratik $y=f(x)=ax^2+bx+c$, atëherë

$y=0\Leftrightarrow(ax^2+bx+c=0)$.

Meqë funksioni $y = ax^2 + bx + c$ mund të shkruhet në formën kanonike (7):

$$y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a},$$

atëherë ekaucioni $y = f(x) = 0$ do të ketë zero ose jo varësisht nga shenja e diskriminantës $D=b\ \ -4ac$:

1. Nëse $D>0$, *ekuacioni* $y = 0$ *ka* ***dy*** *zgjidhje reale*

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \textit{dhe} \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

që njëherësh janë zerot e funksionit(grafiku i funksionit e pret boshtin Ox në dy pika).

2. Nëse $D=0$, *ekuacioni* $y = 0$ *ka zgjidhje të* ***dyfishtë*** $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$, *rrjedhimisht funksioni ka zero të dyfishtë (grafiku e takon boshtin* Ox *në një pikë).*

3. Nëse $D<0$, *ekuacioni* $y = f(x) = 0$ ***nuk ka*** *zgjidhje reale, prandaj funksioni nuk ka zero (grafiku i funksionit nuk e pret e as nuk e takon* Ox*).*

Shembulli 5. Të gjenden zerot e funksioneve:

a. $y=2x^2-6x+4$;

b. $y=x\ \ +2x+4$;

c. $y=3x^2-6x+3$.

Zgjidhja.

a. $2x^2-6x+4=0\Rightarrow x^2-3x+2=0$

$$x_{1/2}=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}\Rightarrow x_1=2,\ \ x_2=1.$$

b. $x^2+2x+4=0\Rightarrow x_{1/2}=\dfrac{-2\pm\sqrt{4-16}}{2}$.

Meqë diskriminanta është numër negativ, funksioni nuk ka zero.

c. $y=3x^2-6x+3 \Rightarrow 3x^2-6x+3=0$

$$x_{1/2}=\frac{6\pm\sqrt{36-36}}{6} \Rightarrow x_1=x_2=1.$$

c) Monotonia e funksionit kuadratik: Që të shqyrtohet monotonia (rritja ose zvogëlimi)e funksionit $y=ax^2+bx+c$, duhet të shndërrohet në formë kanonike (7):

$$y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}.$$

Varësisht nga koeficienti a, dallojmë dy raste:

1) *Për* $a>0$*, funksioni kuadratik është monotoni zvogëluese në intervalin:* $\left(-\infty,-\frac{b}{2a}\right)$*, ndërsa rritëse në intervalin:* $\left(-\frac{b}{2a},+\infty\right)$.

2) *Për* $a<0$*, funksioni kuadratik është monotoni rritëse në intervalin:* $\left(-\infty,-\frac{b}{2a}\right)$*, ndërsa zvogëluese në intervalin:* $\left(-\frac{b}{2a},+\infty\right)$.

Shembulli 6. Të shqyrtohet monotonia e funksioneve:

a. $y=3x^2-5x+7$;

b. $y=-x^2-6x+1$.

Zgjidhja.

a. Kemi $a=3>0$ dhe $-\frac{b}{2a}=-\frac{-5}{2\cdot 3}=\frac{5}{6}$. Prandaj funksioni është monotoni zvogëluese në intervalin $\left(-\infty,\frac{5}{6}\right)$, ndërsa është monotoni rritëse në intervalin $\left(\frac{5}{6},+\infty\right)$.

b. Kemi $a=-1<0$ dhe $-\frac{b}{2a}=-\frac{-6}{2\cdot(-1)}=-3$, prandaj funksioni i dhënë është monotoni rritëse në intervalin: $(-\infty,-3)$, ndërsa është monotoni zvogëluese në intervalin: $(-3,+\infty)$

d) Vlerat ekstreme të funksionit kuadratik: Vlerat ekstreme të funksionit $y=ax^2+bx+c$ (maksimumi ose minimumi) po ashtu varen nga koeficienti a.

Shohim edhe një herë formën kanonike (7) :

$$y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}.$$

Duke rikujtuar monotoninë e funksionit (7) mund të konstatojmë:

1) Nga fakti se për $a>0$ funksioni kuadratik (7) është monotoni

zvogëluese në intervalin $\left(-\infty,-\frac{b}{2a}\right)$, ndërsa është monotoni rritëse në intervalin $\left(-\frac{b}{2a},+\infty\right)$, rrjedh që për $x=-\frac{b}{2a}$ funksioni (7) ka minimum. Pra, funksioni ka minimum në pikën $N(h,k)$, ku $h=-\frac{b}{2a}$ dhe $k=\frac{4ac-b^2}{4a}$.

2) Nga fakti se për $a<0$, funksioni kuadratik (7) është monotoni rritëse në intervalin $\left(-\infty,-\frac{b}{2a}\right)$, ndërsa monotoni zvogëluese në intervalin $\left(-\frac{b}{2a},+\infty\right)$, rrjedh se funksioni (7) ka maksimum në pikën $M(h,k)$, ku $h=-\frac{b}{2a}$ dhe $k=\frac{4ac-b^2}{4a}$.

Më herët mësuam se $h=-\frac{b}{2a}$ dhe $k=\frac{4ac-b^2}{4a}$ janë mbledhësi përmes të cilave gjenden kulmet e parabolës $y=ax^2+bx+c$, prandaj forma (7) e saj quhet forma e kulmit ose forma kanonike.

Tani mund të përshkruhen vetitë kryesore të funksionit kuadratik.

e. Vetitë e funksionit kuadratik: Funksioni kuadratik $y=f(x)=ax^2+bx+c,\ a\neq 0$ ka këto veti:

- *Boshti (i simetrisë):* $x=-\frac{b}{2a}$.
- *Kulmi:* $K(h,k)=\left(-\frac{b}{2a},-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$.
- *Maksimumi (Minimumi):* $f\left(-\frac{b}{2a}\right)=\begin{cases}\min\ nese\ \ a>0\\ \max\ nese\ a<0.\end{cases}$
- *Grafiku:* $\begin{cases}hapet\ nga\ lart, nëse\ a>0\ (y\ ka\ minimum)\\ hapet\ nga\ poshtë, nëse\ \ a<0\ (y\ ka\ maksimum)\end{cases}$
- *Lakorja:* $\begin{cases}krahët\ ngushtohen, nëse\ |a|>1\\ është\ normale, nëse\ |a|=1\\ krahët\ zgjerohen, nëse\ |a|<1\end{cases}$
- *Domeni:* *Bashkësia e numrave realë*
- *Kodomeni:* *Ose prej* $\{Min,\infty\}$, *ose* $\{-\infty,Max.\}$.

■ **Shembulli 7.** Të gjendet vlera ekstreme e funksioneve:

a. $y=x^2-4x+3$;

b. $y=-x^2+4x$.

Zgjidhja.

a. Meqë $a = 1 > 0$, funksioni ka vlerë minimale për:

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2 \quad \text{dhe} \quad k = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 3 - 4^2}{4 \cdot 1} = \frac{12 - 16}{4} = -1 .$$

Pra, pika e minimumit është $N(2,-1)$.

b. Ngjashëm sikur nën a. gjejmë: meqë $a = -1 < 0$, funksioni ka vlerë maksimale në pikën $M(2,4)$.

e) Shenja e funksionit kuadratik : Nisemi nga forma kanonike e funksionit kuadratik:

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} .$$

Shenja e funksionit y varet nga diskriminantja $D = b^2 - 4ac$ dhe koeficienti a.

Kemi këto raste:

1) *Nëse* $D < 0$, *atëherë*:

i) $y > 0$, për $a > 0$

ii) $y < 0$, për $a < 0$, fig.10.4.

(Kjo është qartë për faktin se meqë $D < 0$, grafiku i $f(x)$ ndodhet i tëri mbi ose nën boshtin Ox sepse nuk ka zero.)

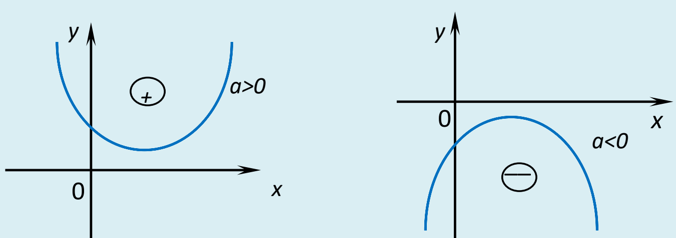


Fig. 10. 4

2) *Për* $D = 0$, *funksioni ka formën*: $y = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2$

dhe ka zero të dyfishtë. Shenja e funksionit varet nga koeficienti a, *përveç:* $x = -\dfrac{b}{2a}$ *kur është* $y = 0$, fig.10.5.

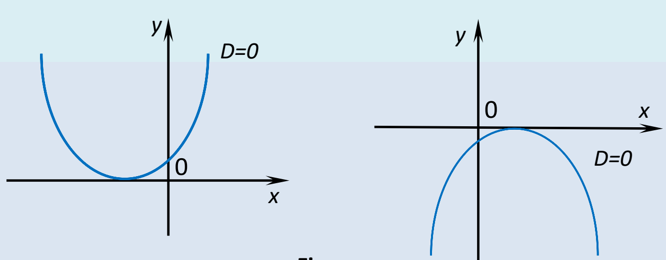


Fig. 10. 5

3) *Për* $D > 0$, *funksioni* y *ka dy zero reale të ndryshme* x_1 *dhe* x_2.

Prandaj, funksioni mund të shkruhet në formën:

$$y = a(x - x_1)\cdot(x - x_2).$$

Për $x_1 < x_2$ shqyrtimin e shenjës së funksionit po marrim me anë të tabelës:

x	$(-\infty, x_1)$	x_1	(x_1, x_2)	x_2	$(x_2, +\infty)$
$x - x_1$	-	0	+	+	+
$x - x_2$	-	-	-	0	+
$(x - x_1)(x - x_2)$	+	0	-	0	+
$y = a(x - x_1)(x - x_2)$	Shenja e y është si e a	0	Shenja e y është e kundërt me a	0	Shenja e y është si e a

Interpretimi gjeometrik jepet në fig.10.6.

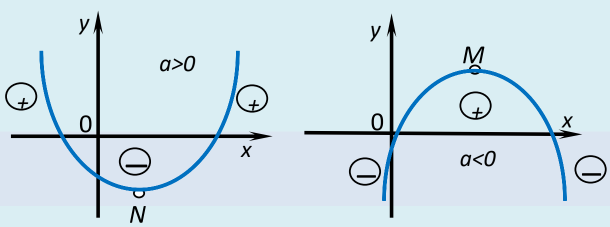


Fig. 10. 6

Konkaviteti e konveksiteti i funksionit kuadratik

Varësisht nga koeficienti a, funksioni $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ është konkav apo konveks:

1) *Nëse* $a > 0$, *funksioni është* ***konkav*** *($\cup$-i* ***lugët****) në tërë domenin, (sepse grafiku i funksionit shtrihet mbi tangjenten e tërhequr në cilëndo pikë të domenit).*

2) *Nëse* $a < 0$, *funksioni është* ***konkveks*** *($\cap$-****bregor****) në tërë domenin, (sepse grafiku i funksionit shtrihet nën tangjenten e tërhequr në cilëndo pikë të domenit).*

Në figurën 10.8 shihet një funksion kuadratik në formën e përgjithshme me elmentet e tij:

Grafiku i funksionit

Grafiku i funksionit $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$,përkatësisht

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

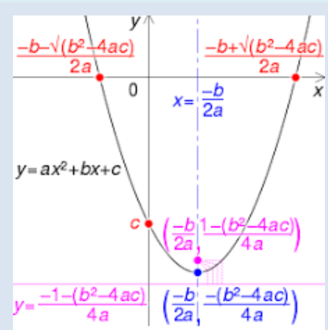


Fig. 10.8

është bashkësi e pikave në rrafshin e sistemit koordinativ, që paraqet një lakore, e cila quhet *parabolë*, siç është thënë edhe më parë..

Që të mund të paraqitet grafikisht ky funksion duhet bazuar në shqyrtimet e bëra në pikat **a) deri në f)**.

Nga e tëra që u tha më lart mund të përfundojmë se parqitja grafike e funksionit kuadratik

$y = ax^2 + bx + c$ bëhet duke bërë zhvendosjen e grafikut të funksionit $y = ax^2$ së pari në drejtim të boshtit x për madhësinë $h = -\frac{b}{2a}$ e pastaj në drejtim të boshtit y për madhësinë $k = \frac{b^2-4ac}{4a}$. Kjo do të thotë se forma e grafikut të funksionit $y = ax^2 + bx + c$ dhe e funksionit $y = ax^2$ është e njëjtë, fig.10.9.

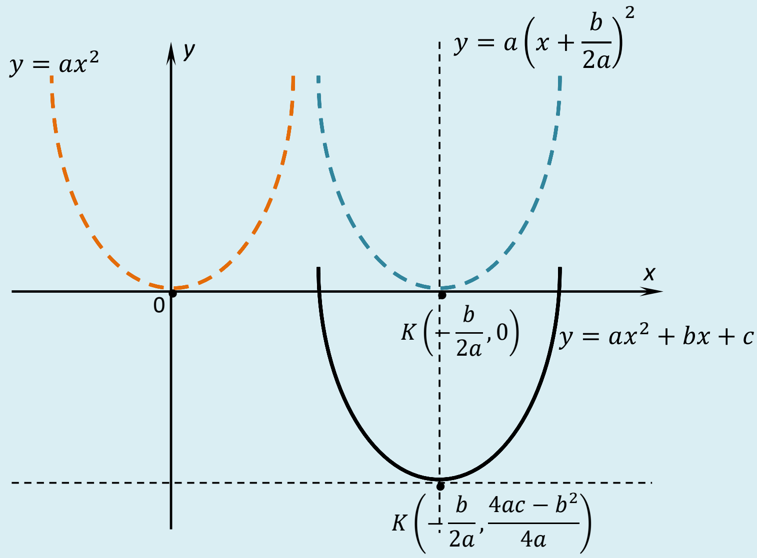


Fig. 10.9

Shembulli 9. Të shqyrtohet dhe të paraqitet grafikisht funksioni: $y = x^2 - 4x + 3$

Zgjidhja. 1^0 Funksioni është i përkufizuar për çdo $x \in (-\infty, +\infty)$.

2^0 Zerot e funksionit janë pikët $X_1(1,0)$ dhe $X_2(3,0)$.

3^0 Pika e prerjes së parbolës me boshtin y është pika $Y(0,3)$.

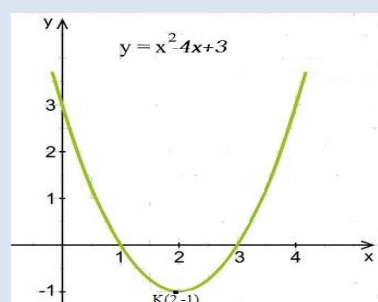
4^0 Meqë $a = 1>0$, funksioni është zvogëlues për çdo $x<2$, d.m.th në intervalin $x \in (-\infty, 2)$, dhe rritës për çdo $x>2$ d.m.th. në intervalin $x \in (2, +\infty)$.

5^0 Meqë $a = 1>0$, funksioni ka minimum në pikën $K(2,-1)$ që njëherësh është edhe kulmi i parabolës. Funksioni është konkav.

6^0 Shenja e funksionit: Është pozitiv në intervalin $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ ndërsa është negativ në intervalin $x \in (1,3)$. Kjo shihet qartë nga tabela:

x	$(-\infty,1)$	1	$(1,3)$	3	$(3,+\infty)$
$x-1$	-	0	+	+	+
$x-3$	-	-	-	0	+
y	+	0	-	0	+

7^0 Grafiku i funksionit:



Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit

Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje të paraqes grafikun e funksionit të formës :

$y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit dhe probleme nga jeta .
- Arsyetimet matematike
- Zgjidhja e problemeve.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **10. FUNKSIONET KUADRATIKE**

Njësia mësimore: 10.4. Disa zbatime të funksionit kuadratik

PLANIT I ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare:	Lënda mësimore:	Shkalla e kurrikulës:	Klasa:
MATEMATIKË	**MATEMATIKË**	**V**	**X**

Tema: **10. FUNKSIONI KUADRATIK**

Rezultati i të nxënit të temës:

Nxënësi:

1. Përkufizon domenin e funksionit kuadratik;
2. Përshkruan formën kanonike të funksionit kuadratik;
3. Paraqet grafikisht funksionin kuadratik dhe nga grafiku i dhënë cakton monotoninë, zerot dhe vlerat ekstreme;
4. Përcakton formën e funksionit kuadratik në varësi të koeficientit a dhe dallorit;
5. Zgjidh sistemet e ekuacioneve kuadratike në formë analitike dhe grafike;
6. Zbaton sistemet e ekuacioneve kuadratike në zgjidhje të problemeve;
7. Lidh kuptimin e shenjës së funksionit me bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit kuadratik;
8. Paraqet në formë grafike zgjidhjet e inekuacioneve kuadratike;
9. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.

Njësia mësimore:
10.3. Disa zbatime të funksionit kuadratik

Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:

1. Zbatimi i funksionit kuadratik

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike.
2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.
3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësimdhënësit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të zbatojë funksionet kuadratike në situata praktike**.**

Fjalët kyçe: zbatim, funksion kuadratik

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. *Të* zbatojnë funksionet kuadratike

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i detyrave, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi merr shembuj, të cilët vënë në konsideratë funksioni kuadratik. Është mirë të mirret një shembull ku zbatohet funksioni linear dhe pastaj shembuj të funksionit kuadtarik

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)

Shembulli 12. Numrin 30 shkruajeni si shumë të dy mbledhësve në mënyrë që prodhimi i tyre të jetë sa më i madh.

Zgjidhja. Nëse njërin nga mbledhësit e shënojmë me x, tjetri do të jetë $30-x$, sepse shume e tyre është 30. Nëse me P shënojmë prodhimin e tyre, atëherë në bazë të kushtit të detyrës kemi:

$$P = x(30-x) \quad \text{apo} \quad P = -x^2 + 30x.$$

Funksioni P ka vlerë maksimale për $x = -\frac{30}{-2} = 15.$

bledhësit e kërkuar janë 15 dhe 15.

Shembulli 13. Prodhimi mesatar ditor i qumështit në një fermë gjatë dy ndërrimeve(të krerëve të gjedheve)në fermë është rritur për të njëjtën përqindje. Në fillim prodhimi ditor i qumështit ka qenë 450 litra, kurse në fund 648 litra. Sa është përqindja e rritjes së prodhimit?

Zgjidhja. Duke shfrytëzuar formulën e ngjashme me atë në shembullin 15, në kapitullin 9 marrim ekuacionin:

$$450\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1+\frac{p}{100}\right) = 648 \Rightarrow \left(1+\frac{p}{100}\right)^2 = 1,44 \Rightarrow p = 20$$

Pra, rritja është 20%.

Shembulli 14. Fitimi i kompanisë i realizuar me shitjen e x artikujve të prodhuar është vlerësuar me funksionin

$$f(x) = -x^2 + 330x - 14000.$$

Të gjendet fitimi maksimal?

Zgjidhja. Që të gjejmë fitimin maksimal të kompanisë gjejmë vlerën ekstreme të funksionit:

Zerot e funksionit janë:

$$x_{1,2}=\frac{-330\pm\sqrt{(-330)^2-4\cdot(-1)(-14000)}}{2\cdot(-1)}=\frac{330\pm230}{2}$$

$x_1=50$ dhe $x_2=280$.

Meqë $a=-1<0$ funksioni ka maksimum në pikën me abshisë:

$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{330}{2(-1)}=165$, fig.10.14.

Prandaj, fitimi maksimal realizohet me shitjen e 165 artikujve të prodhuar dhe ai fitim është: $f(165)=-165^2+330\cdot165-14000=13225$.

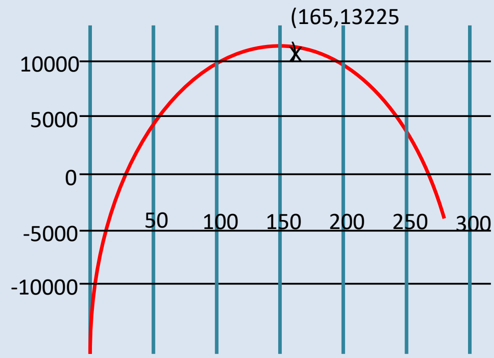


Fig. 10.14.

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit

Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në atë se sa nxënësi është në gjendje ta zbatojnë funksioni kuadtatik.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit dhe probleme nga jeta .
- Arsyetimet matematike
- Zgjidhja e problemeve.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **10. SISTEMET E EKUACIONEVE JOLINEARE ME DY TË PANJOHURA, KUR NJËRI PREJ EKUACIONEVE ËSHTË LINEAR, NDËRSA TJETRI KUADRATIK**

Njësia mësimore: **10.5.** Koncepti i sistemit të ekuacioneve që njëri është linear e tjetri është kuadratik

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **10. FUNKSIONI KUADRATIKE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Përkufizon domenin e funksionit kuadratik; 2. Përshkruan formën kanonike të funksionit kuadratik; 3. Paraqet grafikisht funksionin kuadratik dhe nga grafiku i dhënë cakton monotoninë, zerot dhe vlerat ekstreme; 4. Përcakton formën e funksionit kuadratik në varësi të koeficientit a dhe dallorit; 5. Zgjidh sistemet e ekuacioneve kuadratike në formë analitike dhe grafike; 6. Zbaton sistemet e ekuacioneve kuadratike në zgjidhje të problemeve; 7. Lidh kuptimin e shenjës së funksionit me bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit kuadratik; 8. Paraqet në formë grafike zgjidhjet e inekuacioneve kuadratike; 9. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.		

Njësia mësimore: **10.5**. Koncepti i sistemit të ekuacioneve që njëri është linear e tjetri është kuadratik	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Zgjidh* sistemet e ekuacioneve që njëri është linear e tjetri është kuadratik

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike.
2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.
3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësimdhënësit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin të zgjidhë sistemin e ekuacioneve ku njëri është linear e tjetri është kuadratik

Fjalët kyçe: sistemi i ekuacioneve ku njëri është linear e tjetri është kuadratik

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të zgjidhin sistemet e ekuacioneve ku njëri është linear e tjetri është kuadratik

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i detyrave, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: përkujton sistemet ekuacioneve lineare, pastaj e lidh sistemin njërin linear e tjetrin kuadratik

Po ashtu mësimdhënësi përkujton zgjidhjen e sistemit me metodën e zëvendësimit.

Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo–diskuto)

Bashkësia e dy ekuacioneve me dy të panjohura x dhe y:

$$\begin{cases} mx+ny+p=0 \\ ax^2+byx+cy^2+dx+ey+f=0 \end{cases} \qquad (1)$$

nga të cilët njëri është *linear* (*i shkallës së parë*), e tjetri është *kuadratik* (*i shkallës së dytë*) sipas të panjohurave x dhe y, quhet sistem i ekuacioneve me dy të panjohura, ku njëri është ekuacion linear dhe tjetri është ekaucion kuadratik. Madhësitë a, b, c, d, e, f, m, n dhe p janë numra realë dhe quhen *koeficientë të sistemit, ndërsa* x dhe y quhen të panjohurat e sistemit. Nëse $a = b = c = 0$ sistemi (1) do të ishte një sistem i ekuacioneve lineare me dy të panjohura.

Dyshja (α, β), ku $\alpha, \beta \in R$ quhet *zgjidhje* e sistemit (1), nëse barazimet:

$$\begin{aligned} &m\alpha + n\beta + p = 0 \\ &a\alpha^2 + b\alpha\beta + c\beta^2 + d\alpha + e\beta + f = 0, \end{aligned} \qquad (1')$$

janë identitete. Identitetet (1′) janë marrë nga sistemi (1) kur në vend të x është zëvendësuar numri α ndërsa në vend të y është zëvendësuar numri β.

Të *zgjidhësh* sistemin (1) do të thotë *të gjesh të gjitha zgjidhjet* e tij. Për ta arritur këtë është e nevojshme që sistemi (1) të transformohet në një sistem ekuavalent me sistemin (1) (*d.m.th. që zgjidhjet e tij të jenë njëkohësishit dhe zgjidhje të sistemit (1), dhe anasjelltas*) dhe që sistemi i fituar pas transformimeve të jetë më i lehtë për zgjidhje ose që zgjidhjet e tij të jenë evidente.

Tani do të tregojmë se në ç'mënyrë zgjidhet sistemi (1).

Nga ekuacioni linear i sistemit (1) gjejmë:

$$y = -\frac{mx + p}{n} \ (n \neq 0).$$

Duke zëvedësuar në (1) marrim sistemin:

$$\begin{cases} y = -\dfrac{mx + p}{n} \\ ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \end{cases} \qquad (2)$$

që është ekuivalent me sistemin (1). Tash zëvendësojmë y nga ekaucioni i parë i (2) në ekuacionin e dytë të (2), dhe marrim sistemin e ri ekuivalent:

$$\begin{cases} y = -\dfrac{mx + p}{n} \\ ax^2 + bx\left(-\dfrac{mx + p}{n}\right) + c\left(-\dfrac{mx + p}{n}\right)^2 + dx + c\left(-\dfrac{mx + n}{n}\right) + f = 0 \end{cases}$$

Ose, pasi të kemi kryer veprimet e nevojshme shkruajmë:

$$\begin{cases} y = -\dfrac{mx + p}{n} \\ Ax^2 + Bx + C = 0 \end{cases}, \qquad (3)$$

ku është:

$$A = an^2 - bmn + cm^2;\ B = n^2 d + 2cmp - bnp - cmn;\ C = cp^2 - cnp + fn^2.$$

Sistemi (3) është ekuivalent me sistemin (2), prandaj është *ekuivalent* edhe me sistemin (1).

Ekuacioni i dytë nga (3) është ekuacion kuadratik sipas y. Zgjidhjet e tij janë:

$$x_1 = \frac{1}{2A}\left(\sqrt{B^2 - 4AC} - B\right),\ x_2 = -\frac{1}{2A}\left(\sqrt{B^2 - 4AC} + B\right),\ (A \neq 0).$$

Zgjidhjet x_1 dhe x_2 janë nga bashkësia e numrave realë, nëse $B^2 - 4AC \geq 0$.

- Zgjidhjet x_1 dhe x_2 janë reale dhe të ndryshme, nëse $B^2 - 4AC > 0$,
- Janë dhe reale dhee të barabarta

$$x_1 = x_2 = -\frac{B}{2A}, \quad \text{kur } B^2 - 4AC = 0.$$

- Zgjidhjet x_1 dhe x_2 nuk janë nga bashkësia e numrave realë, nëse diskriminantja $B^2 - 4AC < 0$.

Duke zëvendësaur zgjidhjet x_1 dhe x_2 në ekuacionin e parë të sistemit (3) marrim zgjidhjet përkatëse për y_1 dhe y_2:

$$y_1 = -\frac{mx_1 + p}{n} = -\frac{m}{2An}\left(\sqrt{B^2 - 4AC} - B\right) - \frac{p}{n},$$

$$y_2 = -\frac{mx_2 + p}{n} = -\frac{m}{2An}\left(\sqrt{B^2 - 4AC} + B\right) - \frac{p}{n}.$$

Prandaj, dyshet e numrave:

$$(x_1, y_1) \text{ dhe } (x_2, y_2)$$

janë zgjidhje të sistemit (3), përkatësisht të sistemit (1). Këto zgjidhje janë dyshe të numrave realë, kur $B^2 - 4AC \geq 0$, ndërsa janë dyshe të numrave kompleksë, nëse $B^2 - 4AC < 0$.

Vërejtje 1. Ekuacioni i parë i sistemit (1) mund të zgjidhet edhe sipas të panjohurës x

$$x = -\frac{ny + p}{m},\ (m \neq 0). \qquad (1')$$

Duke zëvendësuar ndryshoren x në ekuacionine dytë të sistemit (1) marrim një ekuacion kuadratik sipas y. Zgjidhjet e tij y_1 dhe y_2 i zëvendësojmë (1′) dhe marrim zgjidhjet përkatëse x_1 dhe x_2

Shembulli 15. Të zgjidhet sistemi i ekuacioneve:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 6 = 0 \\ 4x^2 - y^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases}.$$

Zgjidhja. Sistemi i dhënë i ekuacioneve është ekuivalent me:

$$\begin{cases} y = \dfrac{2}{3}x + 2 \\ 4x^2 - y^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases}$$

e me këtë sistemi:

$$\begin{cases} y = \dfrac{2}{3}x + 2 \\ 4x^2 - \left(\dfrac{2}{3}x + 2\right)^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases}.$$

Ekuacioni i dytë i sistemit të fundit është ekuacion kuadratik sipas x i cili pas rregullimit merr formën:

$$32x^2 - 60x - 27 = 0.$$

Zgjidhjet e tij janë $x_1 = \dfrac{9}{4}$ dhe $x_2 = -\dfrac{3}{8}$. Duke zëvendësuar këto zgjidhje në ekuacionin e parë të sistemit marrim zgjidhjet përkatëse të ndryshores y:

$$y_1 = \frac{2}{3}\cdot\frac{9}{4} + 2 = \frac{7}{2}, \quad y_2 = \frac{2}{3}\left(-\frac{3}{8}\right) + 2 = \frac{7}{4}.$$

Pra, dyshet e numrave:

$$(x_1, y_1) = \left(\frac{9}{4}, \frac{7}{2}\right) \text{ dhe } (x_2, y_2) = \left(-\frac{3}{8}, \frac{7}{4}\right).$$

janë zgjidhje të sistemit (1).

Shembulli 16. Të zgjidhet sistemi i ekuacioneve:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 - 4x = 0 \end{cases}$$

Zgjidhja: Sistemi ekuivalent me të parin është

$$\begin{cases} x = 4 - y \\ x^2 + y^2 - 4x = 0 \end{cases}$$

ose

$$\begin{cases} x = 4 - y \\ (4 - y)^2 + y^2 - 4(4 - y) = 0 \end{cases}.$$

Ekuacioni i dytë është kuadratik dhe pas rregullimit merr formën: $2y^2 - 4y = 0$.

Zgjidhjet e tij janë $y_1 = 0$ dhe $y_2 = 2$. Duke zëvendësuar në ekuacionin linear të sistemit marrim

$x_1 = 4 - 0 = 4, \quad x_2 = 4 - 2 = 2$.

Pra, çiftet e renditura $(x_1, y_1) = (4, 0)$ dhe $(x_2, y_2) = (2, 2)$ janë zgjidhje të sistemit të dhënë.

Shembulli 17. Të zgjidhet sistemi i ekuacioneve:

$$\begin{cases} 3x - 4y + 12 = 0 \\ xy = 4. \end{cases}$$

Zgjidhja: Kemi

$$\begin{cases} x = \frac{4}{3}y - 4 \\ xy = 4. \end{cases} \sim \begin{cases} x = \frac{4}{3}y - 4 \\ y\left(\frac{4}{3}y - 4\right) = 4. \end{cases}$$

Ekuacioni i dytë i këtij sistemi është kuadratik sipas y, zgjidhjet e të cilit janë $y_1 = \frac{1}{2}(3+\sqrt{21})$ dhe $y_2 = \frac{1}{2}(3-\sqrt{21})$. Zgjidhjet përkatëse të x janë: $x_1 = \frac{2}{3}(-3+\sqrt{21})$, $x_2 = \frac{2}{3}(-3-\sqrt{21})$.

Prandaj, zgjidhjet e sistemit janë dyshet e renditura: $(x_1, y_1) = \left(\frac{2}{3}(-3+\sqrt{21}), \frac{1}{2}(3+\sqrt{21})\right)$ dhe $(x_2, y_2) = \left(\frac{2}{3}(-3-\sqrt{21}), \frac{1}{2}(3-\sqrt{21})\right)$ janë zgjidhje të sistemit të dhënë.

Shembulli 18.Të zgjidhet sistemi i ekuacioneve:

$$\begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ x^2 + 3xy + 2y^2 - 4x - y + 1 = 0 \end{cases}.$$

Zgjidhja: Sistemit (1) është ekuivalent me sistemin:

$$\begin{cases} y = 1 - 2x \\ x^2 + 3x(1-2x) + 2(1-2x)^2 - 4x - (1-2x) + 1 = 0. \end{cases}$$

Ekuacioni i dytë i këtij sistemi është sipas x:

$$3x^2 - 7x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 2 \text{ dhe } x_2 = \frac{1}{3}.$$

Në bazë të këtyre zgjidhjeve fitojmë:

$$y_1 = 1 - 2\cdot 2 = -3, \quad y_2 = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Pra, dyshet e renditura $(x_1, y_1) = (2, -3)$ dhe $(x_2, y_2) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ janë zgjidhje të sistemit.

Dihet se ekuacioni linear:

$$mx + ny + p = 0$$

në rrafshin e Dekartit xOy paraqet një drejtëz. Themi se këtij ekuacioni në rrafsh i kemi dhënë interpretimin gjeometrik. Drejtëza e përmendur paraqet një bashkësi të pandërprerë pikash në rrafshin, ku pozita e çdo pike të kësaj bashkësie në këtë rrafsh përcaktohet me një çift të renditur numrash, me abshisë x dhe ordinatë y, që plotësojnë ekuacionin e dhënë linear.

Edhe ekuacionit të dytë, kuadratik, të sistemit tonë mund t'i japim interpretim të ngjashëm në rrafshin e njëjtë xOy. T'i paramendojmë të gjitha çiftet e renditura të numrave x dhe y që plotësojnë ekuacionin:

$$ax^2+bxy+cy^2+dy+cy+f=0.$$

Çdo çifti të këtillë numrash do t'i përgjigjet një pikë në rrafshin xOy, me abshisën x dhe ordinatën y. Me bashkësinë e këtyre pikave ekuacionit të dhënë kuadratik i kemi dhënë një interpretim gjeometrik të caktuar në rrafshin xOy.

Zgjidhjet (x_1, y_1) dhe (x_2, y_2) të sistemit linear dhe kuadratik paraqesin dy pika në rrafshin xOy, të cilat janë të përbashkëta për drejtëzën në fjalë dhe bashkësinë e pikave me të cilën e kemi interpretuar gjeometrikisht ekuacionin kuadratik. Këtë do ta ilustrojmë me dy shembujt në vazhdim

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit dhe probleme nga jeta .
- Arsyetimet matematike
- Zgjidhja e problemeve.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **10. FUNKSIONI KUADRATIK**

SISTEMET E EKUACIONEVE JOLINEARE ME DY TË PANJOHURA, KUR NJËRI ËSHTË LINEAR NDËRSA TJETRI KUADRATIK

Njësia mësimore: 10.6. Zbatimi i sistemit të ekuacioneve që njëri është linear e tjetri është kuadratik

PLANIT I ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: 10. FUNKSIONI KUADRATIK

Rezultati i të nxënit të temës:

Nxënësi:

1. Përkufizon domenin e funksionit kuadratik;
2. Përshkruan formën kanonike të funksionit kuadratik;
3. Paraqet grafikisht funksionin kuadratik dhe nga grafiku i dhënë cakton monotoninë, zerot dhe vlerat ekstreme;
4. Përcakton formën e funksionit kuadratik në varësi të koeficientit a dhe dallorit;
5. Zgjidh sistemet e ekuacioneve kuadratike në formë analitike dhe grafike;
6. Zbaton sistemet e ekuacioneve kuadratike në zgjidhje të problemeve;
7. Lidh kuptimin e shenjës së funksionit me bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit kuadratik;
8. Paraqet në formë grafike zgjidhjet e inekuacioneve kuadratike;
9. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.

Njësia mësimore: 10.6. Zbatimi i sistemit të ekuacioneve që njëri është linear e tjetri është kuadratik

Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:

1. Zbatimi i sistemit të ekuacioneve që njëri është linear e tjetri është kuadratik

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike.
2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.
3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin.

Fjalët kyçe: sistem i ekuacioneve ku njëri është linear e tjetri është kuadratik

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të zbatojnë sistemit të ekuacioneve ku njëri është linear e tjetri është kuadratik

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i detyrave, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: gjen shembuj ku zbatohet sistemi i ekuacioneve lineare me dy të panjohura, e pastaj e lidh njërin ekuacion linear dhe tjetrin kuadratik.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)

Në këtë njësi mësimore me disa shembuj do të ilustrojmë zbatimin e sistemeve të ekaucioneve që mësuam në pikën 7 në zgjidhjen e problemeve. Për zgjidhjen e problemeve konkrete është e nevojshme të kemi parasysh disa udhëzime të përgjithshme:

a) Pasi të analizohet problemi, duhet vërejtur dhe shënuar qartë të panjohurat të cilat paraqesin elemente të zgjidhjes së problemit.

b) Në vijim, me të panjohurat e shënuara, formojmë sistemin e ekuacioneve që përmbush kushtet e problemit.

c) Sistemin e fituar e zgjidhim sikur mësuam më parë.

d) Më në fund, diskutojmë nëse zgjidhjet e fituara të sistemit, i përshtaten natyrës së problemit. Pra shohim nëse çdo zgjidhje e sistemit të ekuacioneve është edhe zgjidhje e problemit.

hembulli 20. Shuma e katrorëve të shifrave të një numri dyshifror është 85. Nëse shifrat e tij ndërrojnë vendet, fitohet numri që është për 63 më i madh se numri i mëparshëm. Cili është ai numër dyshifror?

Zgjidhja:Shënojmë me xy numrin e kërkuar. Vërejmë se x është shifra e dhjetësheve, ndërsa y është shifra e njësheve. Prandaj numri xy mund të shkruhet në formën $10x+y$. Nëse shifrat ndërrojnë vendet, merret numri yx i cili mund të shkruhet $10y+x.$ Në bazë të kushteve të detyrës, forrmojmë këtë sistem të ekaucioneve:

$\begin{cases}(10y+x)-(10x+y)=63\\ x^2+y^2=85\end{cases}$ i cili pasi që të rregullohet merr formën: $\begin{cases}x-y=7\\ x^2+y^2=85.\end{cases}$

Sistemi i fundit është ekuivalent me sistemin: $\begin{cases}y=7+x\\ (7+x)^2+x^2=85.\end{cases}$

Ekuacioni i dytë i këtij sistemi $2x^2+14x-36=0$, dhe e zgjidhjet e tij janë $x_1=2$, dhe $x_2=-9$. Duke i zëvendësuar këto vlera në ekuacionin $y=7+x$ marrim zgjidhjet përkatëse për y. Prandaj, zgjidhjet e sistemit janë: $(x_1, y_1) = (2,9)$, $(x_2, y_2) = (-9,-2)$.

Zgjidhja e dytë e sistemit $(x_2, y_2) = (-9,-2)$ nuk është zgjidhje e problemit, sepse nuk ekziston numër me shifra negative. Prandaj, zgjidhja e problemit mbetet $(x_1, y_1) = (2,9)$. Rrjedhimisht numri i kërkuar dyshifror që plotëson kushtet e detyrës është 29.

Shembulli 21. Njehsoni dimensionet e drejtkëndëshit, diagonalja e të cilit është d dhe perimetri 2L.

Zgjidhja: Nëse shënojmë me x dhe y brinjët e drejtkëndëshit, atëherë, në bazë të kushteve të detyrës kemi: $\begin{cases} 2x + 2y = 2L \\ x^2 + y^2 = d^2 \end{cases}$ ose sistemi: $\begin{cases} x + y = L \\ x^2 + y^2 = d^2 \end{cases}$.

Duke zgjidhur sistemin e fundit marrim: $x_1 = \frac{1}{2}\left(L + \sqrt{2d^2 - L^2}\right)$, $y_1 = \frac{1}{2}\left(L - \sqrt{2d^2 - L^2}\right)$

dhe: $x_2 = \frac{1}{2}\left(L - \sqrt{2d^2 - L^2}\right)$, $y_2 = \frac{1}{2}\left(L + \sqrt{2d^2 - L^2}\right)$.

Që drejtkëndëshi të jetë real duhet që zgjidhjet e sistemit të jenë reale dhe të ndryshme në mes veti.

Pra, duhet të jetë: $2d^2 - L^2 \geq 0$, $L - \sqrt{2d^2 - L^2} > 0$,

sepse dimensionet e drejtkëndëshit duhet domosdo të jenë pozitive. Rrjedhimisht,

$$2d^2 \geq L^2, \quad L^2 > 2d^2 - L^2 \text{ d.m.th.: } L \leq d\sqrt{2}, \quad d < L \text{ apo } d < L \leq d\sqrt{2}.$$

Pra, me kushtin $d < L \leq d\sqrt{2}$, dimensionet e drejtkëndëshit të kërkuar janë çiftet (x_1, y_1) dhe (x_2, y_2). Po qe se është $d > L$ ose $L > d\sqrt{2}$, zgjidhjet e sistemit të ekuacioneve nuk i përgjigjen problemit, sepse në atë rast drejtkëndëshi nuk ekziston.

Shembulli 22. Një motoçiklist lëviz nga vendi A në vendin B që janë larg njëri-tjetrit 240 km. Lëvizja nga vendi A në vendin B është bërë me shpejtësi mesatarisht 20 km në orë më të madhe se sa lëvizja nga vendi B në vendin A. Të njehsohet shpejtësia mesatare e lëvizjes së motoçiklistit nga vendi A në vendin B dhe nga vendi B në vendin A (pra shpejtësia mesatare e lëvizjes në të dy drejtimet), nëse udhëtimi në të dy kahet ka zgjatur nga 7 orë.

Zgjidhja: Shënojmë me x shpejtësinë mesatare të lëvizjes nga vendi B në vendin A, ndërsa me y shpejtësinë mesatare të lëvizjes nga vendi A në vendin B. Koha për të cilën motoçiklisti bën udhëtimin në kahun e parë do të jetë $\frac{240}{x}$ orë, ndërsa në kahun tjetër $\frac{240}{y}$ orë. Prandaj, në bazë të kushteve të detyrës kemi: $\begin{cases} y = x + 20 \\ \frac{240}{x} + \frac{240}{y} = 7 \end{cases}$ apo: $\begin{cases} y = x + 20 \\ 240x + 240y = 7xy. \end{cases}$

Zgjidhjet e këtij sistemi janë: $x_1 = 60$, $y_1 = 80$ dhe $x_2 = -\frac{80}{7}$, $y_2 = \frac{60}{7}$.

Është e qartë se vetëm zgjidhja e parë i përgjigjet natyrës së problemit, d.m.th. ngaj vendi B në vendin A motoçiklisti lëviz me shpejtësi mesatare prej $60 km/h$, ndërsa prej vendit A në atë B me shpejtësi mesatare prej $80 km/h$.

***c. Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura** (punë e pavarur ose në grupe)*
Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit *Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.*
Vlerësimi i nxënësve Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*
Detyrat dhe puna e pavarur Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i detyrave.
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit dhe probleme nga jeta . ▪ Arsyetimet matematike ▪ Zgjidhja e problemeve. Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **10. FUNKSIONET KUADRATIKE**
INEKUACIONET KUADRATIKE
Njësia mësimore: 10.7. Inekuacioni kuadratik

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **10. INEKUACIONET KUADRATIKE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Nxënësi:* 1. Përkufizon domenin e funksionit kuadratik; 2. Përshkruan formën kanonike të funksionit kuadratik; 3. Paraqet grafikisht funksionin kuadratik dhe nga grafiku i dhënë cakton monotoninë, zerot dhe vlerat ekstreme; 4. Përcakton formën e funksionit kuadratik në varësi të koeficientit a dhe dallorit; 5. Zgjidh sistemet e ekuacioneve kuadratike në formë analitike dhe grafike; 6. Zbaton sistemet e ekuacioneve kuadratike në zgjidhje të problemeve; 7. Lidh kuptimin e shenjës së funksionit me bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit kuadratik; 8. Paraqet në formë grafike zgjidhjet e inekuacioneve kuadratike; 9. Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për zgjidhje të problemeve që kanë të bëjnë me ekuacione dhe inekuacione kuadratike.
Njësia mësimore: 10.6. Inekuacioni kuadratik	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. Zgjidh inekuacionet kuadratik
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: 1. Zbaton procedura algjebrike në transformimet e shprehjeve dhe zgjidhjen e ekuacioneve e inekuacioneve kuadratike. 2. Zgjidh në formë algjebrike dhe grafike probleme që përfshijnë sistemet e ekuacioneve lineare dhe kuadratike me dy ndryshore. 3. Zgjidh probleme që përfshijnë inekuacionet lineare dhe kuadratike me dy ndryshore.	
Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësimdhënësit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin për zgjidhjen e inekuacioneve kuadratike.	
Fjalët kyçe: inekuacionet kuadratike	
Kriteret e suksesit: *Mësimdhënësi,* kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore 1. Të zgjidhin inekuacionet kuadratik	

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i detyrave, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës
Organizimi i orës së mësimit:

***a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve** (rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi: shtron pyetje për ekuacionin kuadratik dhe bën lidhjen me konceptin e inekuacionit.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo–diskuto)

Mësimdhënësi përkufizon: Inekuacioni i trajtës:

$$ax^2+bx+c>0 \qquad (a\neq 0;\ a,b,c\in R) \qquad (13)$$
$$ax^2+bx+c\geq 0$$
ose: $$ax^2+bx+c<0 \qquad (a\neq 0) \qquad (14)$$
$$ax^2+bx+c\leq 0$$

quhet *inekuacion kuadratik.*

Zgjidhjet e inekuacioneve (13) (ose (14)) quhet bashkësia e vlerave të variablit x për të cilat vlera e funksionit $f(x)=ax^2+bx+c$ është madhësi pozitive (negative). Kjo bashkësi zgjidhjesh duke shqyrtuar shenjën e funksionit kuadratik.

Mënyra më thjeshtë e gjetjes së bashkësisië së zgjidhjeve është shqyrtimi me anën të tabelave.

Tabela 1. Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit kuadratik (13):

	$D<0$	$D=0$	$D>0$
$a>0$	R	$R\setminus\{x_1,x_2\}$	$(-\infty,x_1)\cup(x_2,+\infty)$
$a<0$	$\varnothing$	$\varnothing$	(x_1,x_2)

Tabela 2. Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit kuadratik (14)

	$D<0$	$D=0$	$D>0$
$a>0$	$\varnothing$	$\varnothing$	(x_1,x_2)
$a<0$	R	$R\setminus\{x_1,x_2\}$	$(-\infty,x_1)\cup(x_2,+\infty)$

Shembulli 23. Të zgjidhen inekuacionet:

a. $x^2-2x<0$;

b. $x^2+5x-6>0$;

c. $-x^2+x+2<0$.

***Zgjidhja*. a.** Meqë $x^2-2x<0 \Rightarrow x(x-2)<0$ nga

$A\cdot B<0 \Leftrightarrow (A<0 \ \wedge \ B>0) \ \vee \ (A>0 \ \wedge \ B<0)$,

atëherë:

$x(x-2)<0 \Leftrightarrow (x<0 \ \wedge \ x-2>0) \vee (x>0 \wedge x-2<0)$

$\Leftrightarrow (x<0 \ \wedge \ x>2) \vee (x>0 \wedge x<2) \Leftrightarrow \phi \vee (0,2) \Leftrightarrow (0,2)$

Përfundimisht: $B(x)=\{x: x\in(0,2)\}$.

b. Meqë $x_1=-6, \ x_2=1$, në bazë të tabelës 1 kemi:

$D=b^2-4ac=25+24=49>0, \ a=1>0$

zgjidhja e inekuacionit është:

$B(x)=\{x: x\in(-\infty,-6)\cup(1,+\infty)\}$.

c. $B(x)=\{x: x\in(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)\}$.

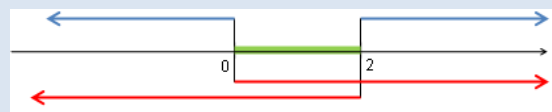


Fig.10.17

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit

Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes me detyra.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit dhe probleme nga jeta .
- Arsyetimet matematike
- Zgjidhja e problemeve.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

KAPITULLI 11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**

Njësia mësimore: **11.1. Syprina e drejtkëndëshit**

<table>
<tr><td colspan="4">PLANIT I ORËS MËSIMORE</td></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema: 11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA</td><td colspan="3"><u>Rezultati i të nxënit të temës:</u>
Nxënësi:
1. Përcakton vendndodhjen e pikës me anë të koordinatave;
2. Përkufizon konceptin e syprinës së sipërfaqes së figurave të rrafshëta (2D);
3. Përcakton zonën e shumëkëndëshave;
4. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit;
5. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së katërkëndëshave;
6. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së figurave të rregullta duke përfshirë sipërfaqen rrethore dhe pjesët e rrethit;
7. Përdor teknologjinë për të zgjidhur probleme në situata reale dhe nga jeta.</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore: 11.1. Syprina e drejtkëndëshit</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>
1. Përkufizon konceptin e figurave të rrafshta;
2. Njehson syprinën e drejtkëndëshit.
3. Zgjidh probleme në situata reale</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:</u>
1. Zhvillon kuptimin për forma 2-D me anë të matjes së drejtpërdrejtë apo në një formë tjetër për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së tyre.
2. Demonstron kuptimin e sistemit të matjeve, përshkruan marrëdhëniet e njësive për gjatësi, syprinë, vëllim, masë, krahason njësitë dhe zbaton strategji për t'i kthyer ato në njësi standarde.
3. Zbaton arsyetimin proporcional të problemeve që përfshijnë konvertimet midis SI dhe njësive të tjera për matje.
4. Zbaton proceset e matjes, përzgjedh teknika dhe formula e duhura për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së formave të rregullta 2-D dhe zgjidh situata problemore të jetës së përditshme;
5. Krijon modele që përmbajnë konceptet bazë të figurave gjeometrike për matjen e perimetrit dhe</td></tr>
</table>

syprinës së sipërfaqes së figurave me forma 2-D duke përdorur teknologjinë;

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta përvetësojë konceptin për figura të rrafshta (2D) dhe të njehsojë syprinën e drejtkëndëshit dhe të jetë në gjendje ta zbatojë në situata reale. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues dhe ushtrime.

Fjalët kyçe: figurë e rrafshët, sipërfaqe e rrafshët, syprinë e katërkëndëshit

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojnë konceptin e figurave të rrafshta;
2. Të njehsojnë syprinën e drejtkëndëshit.
3. Të zgjidhin probleme në situata reale

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore dhe filozofike.

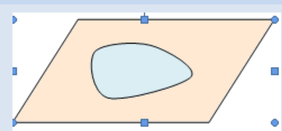
Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

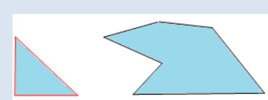
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. **Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve** (rrjeti i komunikimit)

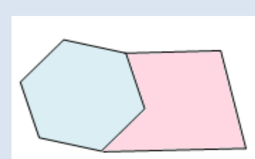


Mësimdhënësi, merr një figurë në rrafsh dhe përkufizon se çdo vijë e mbyllur që shtrihet në një rrafsh, rrafshin e ndan në tri bashkësi pikash: bashkësinë e pikave të brendshme, bashkësinë e pikave të jashtme dhe bashkësinë e pikave të vijës.



Po ashtu ai përsërit nga e kaluara se bashkësia e pikave të vijës së mbyllur dhe bashkësia e pikave të brendshme të saj quhet sipërfaqe e rrafshët. Vija e mbyllur quhet kufiri i sipërfaqes

Sipërfaqja e rrafshët e cila kufizohet nga një vijë e thyer e mbyllur e përbërë prej segmentesh, quhet sipërfaqe poligonale ose sipërfaqe shumëkëndëshe (thjesht: poligon ose shumëkëndësh). Kufiri i poligonit quhet vijë poligonale.

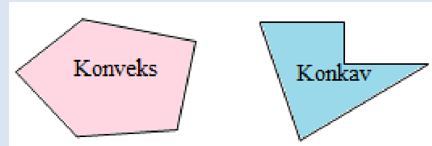


Syprina e poligonit që përbëhet nga dy ose më shumë poligone që ndodhen jashtë njëra-tjetrës është e barabartë me shumën e syprinave të tyre.

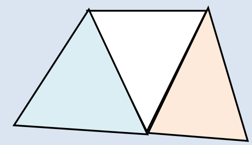
Çdo dy poligone që mund të zbërthehen në çifte poligonesh kongruente kanë syprina të barabarta.

Çdo dy poligone që mund zbërthehen në poligone më syprina të barabarta kanë syprina të barabarta.

Poligoni quhet konveks(i mysët) nëse të gjitha pikat e çdo segmenti që ka skajet brenda poligonit ndodhen po ashtu brenda poligonit.



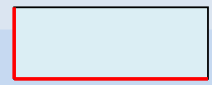
- Dy poligone P dhe Q quhen fqinje në qoftë se kanë një ose më shumë brinjë të përbashkëta .



b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

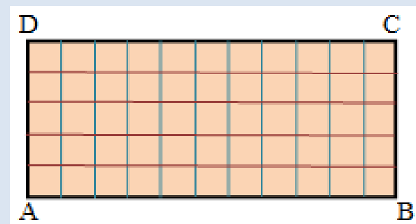
Mësimdhënësi, përkufizon: Drejtkëndësh quhet poligoni me katër brinjë nëse çdo dy brinjë fqinje të tij janë normale me njëra-tjetrën.

Gjatësitë e dy brinjëve fqinje të drejtkëndëshit quhen d**imensionet** ose **përmasat** e drejtkëndëshit.



Teorema 1. Syprina e drejtkëndëshit është e barabartë me prodhimin e dimensioneve të tij.

$S = ab$



Vërtetimin ia lëmë nxënësve për detyrë shtëpie, orën në vijim e diskutoni me ta.

Drejtkëndëshi me dimensione të barabarta quhet katror.

Në bazë të teoremës 1, kur $a = b$ marrim formulën për njehsimin e syprinës së katrorit $S = a^2$.

Shembulli 2. Nëse lartësia e drejtkëndëshit është $a = 5$, kurse baza e tij është $a + 5$ njehsoni dimensionet e drejtkëndëshit nëse perimetri i tij është 70.

Zgjidhja: Ngjashëm sikur në shembullin 1, kemi $2a + 2(a + 5) = 70$, prej nag marrim $a = 15$ ndërsa $b = a + 5 = 15 + 5 = 20$.

c. Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (sh. 1,3,5,11). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes me detyra.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. Të përkufizojnë sipërfaqet ekuivalente dhe syprinën e sipërfaqes së figurave të rrafshta, po ashtu

të përkufizojnë shumëkëndëshat konkavë, konveksë, shumëkëndëshat fqinjë, të rregullt, të njehson syprinën e drejtkëndëshit etj; Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit ▪ Zgjidhje e problemeve ▪ Lidhja matematike Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**

Njësia mësimore: **11.2. Syprina e paralelogramit**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**	**Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Përcakton vendndodhjen e pikës me anë të koordinatave; 2. Përkufizon konceptin e syprinës së sipërfaqes së figurave të rrafshta (2D); 3. Përcakton zonën e shumëkëndëshave; 4. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit; 5. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së katërkëndëshave; 6. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së figurave të rregullta duke përfshirë sipërfaqen rrethore dhe pjesët e rrethit; 7. Përdor teknologjinë për të zgjidhur probleme në situata reale dhe nga jeta.

Njësia mësimore: **11.2. Syprina e paralelogramit**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** (Si ta japësh mësimin?) **Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Njehson syprinën e paralelogramit

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Zhvillon kuptimin për forma 2-D me anë të matjes së drejtpërdrejtë apo në një formë tjetër për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së tyre.
2. Demonstron kuptimin e sistemit të matjeve, përshkruan marrëdhëniet e njësive për gjatësi, syprinë, vëllim, masë, krahason njësitë dhe zbaton strategji për t'i kthyer ato në njësi standarde.
3. Zbaton arsyetimin proporcional të problemeve që përfshijnë konvertimet midis SI dhe njësive të tjera për matje.
4. Zbaton proceset e matjes, përzgjedh teknika dhe formula e duhura për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së formave të rregullta 2-D dhe zgjidh situata problemore të jetës së përditshme;
5. Krijon modele që përmbajnë konceptet bazë të figurave gjeometrike për matjen e perimetrit dhe syprinës së sipërfaqes së figurave me forma 2-D duke përdorur teknologjinë;

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta njehsojë syprinën e paralelogramit. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: syprinë e paralelogramit

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të njehsojnë syprinën e paralelogramit

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. **Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve** (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Përsërit konceptin e figurave të rrafshta, syprinën e drejtkëndëshit dhe pyet për paralelogramin dhe syprinën e tij nga njohuritë paraprake

b. **Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)**

Teoremë. *Syprina e paralelogramit është e barabartë me prodhimin e bazës me lartësinë.*

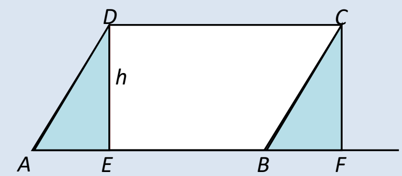
Vërtetimi: Në paralelogramin e dhënë $ABCD$ shënojmë me a bazën dhe me h lartësinë e tij. Shënojmë pastaj me E dhe F këmbëzat e lartësive të pikave D dhe C në brinjën përballë AB ose në zgjatimin e saj, përkatësisht. Është qartë se $\Delta ADE \cong \Delta BCF$, rrjedhimisht $S_{\Delta ADE} \cong S_{\Delta BCF}$.

Nga figura shohim se

$S_{ABCD} = S_{AED} + S_{EBCD} = S_{BFC} + S_{EBCD} =$

$= S_{EFCD} = EF \cdot DE = a \cdot h,$

ku a është baza kurse h është lartësia e paralelogramit BCD .



Paralelogrami me të gjitha brinjët e barabarta quhet romb.

Nga ky përkufizim vërejmë se katrori është rast i veçantë i rombit. Pra, katrori është romb me të gjitha këndet e drejta.

Shembulli 13. Njehsoni syprinën dhe perimetrin e rombit me lartësi $h = 3$ dhe këndin e ngushtë ndërmjet brinjëve 30^0.

Zgjidhja: Nga trekëndëshi kënddrejtëADD_1, katetja përballë këndit $\alpha = 30^0$ (lartësia e rombit) është sa gjysma e hipotenuzës (brinja e rombit), dmth $h = \frac{a}{2}$ prej nga

$a = 2h = 2 \cdot 3 = 6.$ Prandaj, $S = a \cdot h = 6 \cdot 3 = 18,$ ndërsa $P = 4 \cdot a = 4 \cdot 6 = 24.$

c. Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit. Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes me detyra.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.
Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit ▪ Zgjidhje e problemeve ▪ Lidhja matematike Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**

Njësia mësimore: **11.3. Syprina e trekëndëshit**

Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**	**Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Përcakton vendndodhjen e pikës me anë të koordinatave; 2. Përkufizon konceptin e syprinës së sipërfaqes së figurave të rrafshta (2D); 3. Përcakton zonën e shumëkëndëshave; 4. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit; 5. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së katërkëndëshave; 6. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së figurave të rregullta duke përfshirë sipërfaqen rrethore dhe pjesët e rrethit; 7. Përdor teknologjinë për të zgjidhure problem në situata reale dhe nga jeta.
Njësia mësimore: **11.3. Syprina e trekëndëshit**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** (Si ta japësh mësimin?) **Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Njehson syprinën e trekëndëshit
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: 1. Zhvillon kuptimin për forma 2-D me anë të matjes së drejtpërdrejtë apo në një formë tjetër për	

njehsimin e perimetrit dhe syprinës së tyre.
2. Demonstron kuptimin e sistemit të matjeve, përshkruan marrëdhëniet e njësive për gjatësi, syprinë, vëllim, masë, krahason njësitë dhe zbaton strategji për t'i kthyer ato në njësi standarde.
3. Zbaton arsyetimin proporcional të problemeve që përfshijnë konvertimet midis SI dhe njësive të tjera për matje.
4. Zbaton proceset e matjes, përzgjedh teknika dhe formula e duhura për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së formave të rregullta 2-D dhe zgjidh situata problemore të jetës së përditshme;
5. Krijon modele që përmbajnë konceptet bazë të figurave gjeometrike për matjen e perimetrit dhe syprinës së sipërfaqes së figurave me forma 2-D duke përdorur teknologjinë;

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta njehsojë syprinën e trekëndëshit. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: syprinë e trekëndëshit

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
2. Të njehsojnë syprinën e trekëndëshit.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

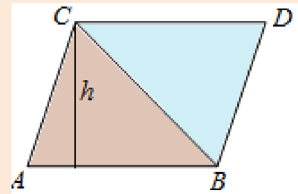
Organizimi i orës së mësimit:
a. **Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve** (rrjeti i komunikimit)
Mësimdhënësi: Përsërit konceptin e figurave të rrafshta, syprinën e drejtkëndëshit dhe pyet për paralelogramin dhe syprinën e tij nga njohuritë paraprake.
b. **Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)**

Teorema 1. Syprina e trekëndëshit është e barabartë me gjysmën e prodhimit të një brinje me lartësinë përkatëse.

Vërtetimi. Është dhënë trekëndëshi ABC (fig.11) me bazën AB, të cilën po e shënojmë me a, dhe lartësinë mbi AB të cilën po e shënojmë me h. Në rrafshin e trekëndëshit ABC caktojmë pikën D të tillë që $ABDC$ të jetë paralelogram.

Në pikën 3. mësuam se

$s_{ABEC} = AB \cdot h = a \cdot h.$



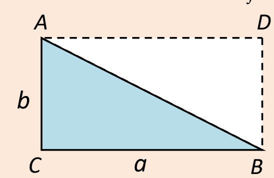
Brinja BC e trekëndëshit ABC është edhe diagonale e paralelogramit $ABDC$, prandaj$\Delta ABC \cong \Delta CDB$ dhe $s_{ABDC} = 2 \cdot S_{ABC} = a \cdot h$, rrjedhimisht $S_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot$

Ose thjesht, formula për njehsimin e syprinës së trekëndëshit është

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h$$

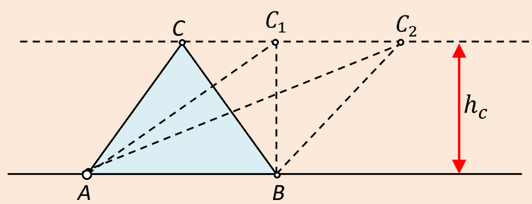
Nëse përballë brinjës a shënojmë me h_a lartësinë përkatëse, përballë brinjës b shënojmë me $h_b$lartësinë përkatëse ndërsa përballë brinjës c shënojmë me $h_c$lartësinë përkatëse, atëherë në bazë të teoremës 1 mund të shkruajmë: $S_\Delta = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c$

Rrjedhimi 1. *Syprina e trekëndëshit kënddrejtë është e barabartë me gjysmën e prodhimit të kateteve të tij.*
Syprina e trekëndëshit kënddrejtë ABCështë sa gjysma e syprinës së drejtkëndëshit$ACBD$ (fig 11.19): $S_\Delta = \frac{1}{2} BC \cdot AB = \frac{1}{2} a \cdot b$



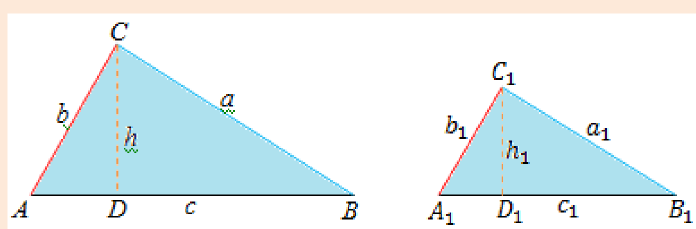
Rrjedhimi 3. *Lartësitë e një trekëndëshi janë në proporcion të zhdrejtë me brinjët përkatëse.*

$$a \cdot h_a = b \cdot h_b = c \cdot h_c = 2S \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}, \ \frac{a}{c} = \frac{h_c}{h_a}, \ \frac{b}{c} = \frac{h_c}{h_b}.$$



Teorema 2. *Syprinat e trekëndëshave të ngjashëm rrinë në raport sikur katrorët e brinjëve të tyre përkatëse.*

Vërtetimi: Janë dhënë trekëndëshat e ngjashëm ABCdhe $A_1B_1C_1$. Shënojmë me S dhe S_1 syprinat e tyre përkatësisht, ndërsa me $BC = a, AC = b, AB = c$ shënojmë brinjët e trekëndëshit ABC kurse me $B_1C_1 = a_1$, $A_1C_1 = b_1$, $A_1B_1 = c_1$ shënojmë brinjët e trekëndëshit $A_1B_1C_1$.



Syprinat e trekëndëshave të dhënë janë $S = \frac{c\,h}{2}$dhe$S_1 = \frac{c_1 h_1}{2}$ kurse raporti i syprinave të tyre është

$$\frac{S}{S_1} = \frac{\frac{c\,h}{2}}{\frac{c_1 h_1}{2}} = \frac{c}{c_1} \cdot \frac{h}{h_1} \qquad (1)$$

Nga ngjashmëria e trekëndëshave të ngjashëm ABC dhe $A_1B_1C_1$ kemi

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} = \frac{h}{h_1} = k \qquad (2)$$

ku k është koeficienti i ngjashmërisë.

Duke zëvendësuar $\frac{c}{c_1} = k$ dhe $\frac{h}{h_1} = k$ në (1) marrim $\frac{S}{S_1}$=k^2 e duke pasur parasysh (2) po ashtu marrim

$\frac{S}{S_1}$=$\frac{a^2}{a_1^2} = \frac{b^2}{b_1^2} = \frac{c^2}{c_1^2}$ që duhet vërtetuar.

Shembulli16. Njehsoni perimetrin dhe syprinën e rombit me diagonale $d_1 = 24$ dhe $d_2 = 10$.

Zgjidhja: Nga figura shohim se

$$a^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = \left(\frac{24}{2}\right)^2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2 == 144 + 25 = 169,$$

prej nga marrim $a = 13$. Prandaj $P = 4a = 52$ dhe $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = \frac{24 \cdot 10}{2} = 120$.

c. **Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura** (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit. Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhje detyrash.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. Nxënësit janë në gjendje të njehsojnë syprinën e trekëndëshit dhe ta zbatojnë në situata reale

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit
- Zgjidhje e problemeve
- Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**

Njësia mësimore: **11.4. Syprina e trekëndëshit në forma të tjera**

Fusha kurrikulare: MATEMATIKË	Lënda mësimore: MATEMATIKË	Shkalla e kurrikulës: V	Klasa: X

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**	**Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Përcakton vendndodhjen e pikës me anë të koordinatave; 2. Përkufizon konceptin e syprinës së sipërfaqes së figurave të rrafshëta (2D); 3. Përcakton zonën e shumëkëndëshave; 4. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit; 5. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së katërkëndëshave; 6. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së figurave të rregullta duke përfshirë sipërfaqen rrethore dhe pjesët e rrethit; 7. Përdor teknologjinë për të zgjidhur problem në situata reale dhe nga jeta.
Njësia mësimore: **11.4. Syprina e trekëndëshit**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** (Si ta japësh mësimin?) **Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 8. Njehson syprinën e trekëndëshit në forma të tjera.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Zhvillon kuptimin për forma 2-D me anë të matjes së drejtpërdrejtë apo në një formë tjetër për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së tyre.
2. Demonstron kuptimin e sistemit të matjeve, përshkruan marrëdhëniet e njësive për gjatësi, syprinë, vëllim, masë, krahason njësitë dhe zbaton strategji për t'i kthyer ato në njësi standarde.
3. Zbaton arsyetimin proporcional të problemeve që përfshijnë konvertimet midis SI dhe njësive të tjera për matje.
4. Zbaton proceset e matjes, përzgjedh teknika dhe formula e duhura për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së formave të rregullta 2-D dhe zgjidh situata problemore të jetës së përditshme;
5. Krijon modele që përmbajnë konceptet bazë të figurave gjeometrike për matjen e perimetrit dhe syprinës së sipërfaqes së figurave me forma 2-D duke përdorur teknologjinë;

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta njehsojë syprinën e trekëndëshit në forma të tjera. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: syprinë e trekëndëshit, i jashtëshkruar, i brendashkruar, formula e Heronit

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të njehsojnë syprinën e trekëndëshit në forma të ndryshme.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. **Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve** (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Përsërit syprinën e trekëndëshit.

b. **Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)**

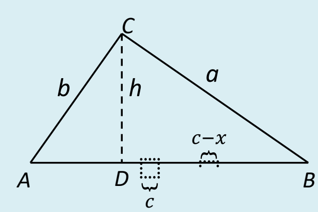
Formula e Heronit shpreh syprinën e trekëndëshit nëpërmes brinjëve të tij.

Le të jetë dhënë trekëndëshi ABC me brinjët përkatëse a, b dhe c sikur në figurën e dhënë.

Shënojmë me D projeksionin normal të kulmit C në brinjën ABdhe $AD = x$. Meqë $AD = c$,atëherë $DB = c - x$.

Nga trekëndëshat kënddrejtë ACD dhe BCD marrim

$h^2 = b^2 - x^2$dhe$h^2 = a^2 - (c - x)^2$ (1)



Nga dy barazimet e fundit marrim $b^2 - x^2 = a^2 - (c - x)^2$

Prej nga marrim $x = \frac{b^2-a^2+c^2}{2c}$ (2)

Duke zëvendësuar x nga relacioni (2) marrim

$$h^2 = b^2 - \left(\frac{b^2 - a^2 + c^2}{2c}\right)^2 = \left(b + \frac{b^2 - a^2 + c^2}{2c}\right)\left(b - \frac{b^2 - a^2 + c^2}{2c}\right)$$

$$h^2 = \left(\frac{2bc + b^2 - a^2 + c^2}{2c}\right)\left(\frac{2bc - b^2 + a^2 - c^2}{2c}\right)$$

$h^2 = \frac{(b+c)^2-a^2}{2c} \cdot \frac{a^2-(b-c)^2}{2c}$

$$h^2 = \frac{1}{4}(b + c - a)(b + c + a)(a - b + c)(a + b - c) \qquad (*)$$

Shënojmë

$$a + b + c = 2s \qquad (3)$$

Barazimit (3) i zbresim me radhë $2a$, $2b$ dhe $2c$ dhe marrim

$$\begin{cases} 2s - 2a = a + b + c - 2a = b + c - a \\ 2s - 2b = a + b + c - 2b = a - b + c \\ 2s - 2c = a + b + c - 2c = a + b - c \end{cases} \qquad (4)$$

Prandaj duke zëvendësuar barazimet (4) në barazimin (*) marrim

$$h^2 = \frac{1}{4c^2} \cdot 2(s - a) \cdot 2s \cdot 2(s - b) \cdot 2(s - c)$$

$$h = \frac{2}{c} \cdot \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$$

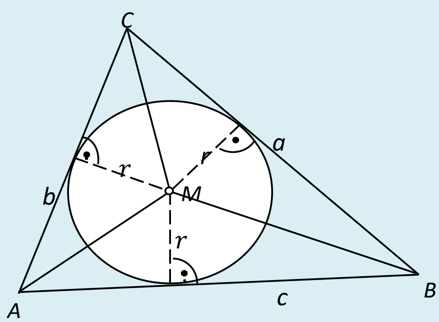
Dhe duke zëvendësuar në $S = \frac{1}{2}c \cdot h$

Marrim

$$S = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

Formula e fundit që shpreh syprinën e trekëndëshit përmes brinjëve të tij, njihet **Formula e Heronit**.

Le të jetë dhënë trekëndëshi ABC. Shënojmë me M qendrën e rrethit të brendashkruar. Shohim se trekëndëshi ABCështë ndarë në trekëndëshat AMB, BMC dhe AMC syprinat përkatëse të të cilëve janë



$\frac{1}{2}cr$, $\frac{1}{2}ar$ dhe $\frac{1}{2}br$. Prandaj

$$S_{ABC} = S_{AMB} + S_{BMC} + S_{AMC} = \frac{1}{2}(a + b + c)r = sr.$$

Përfundimisht $S = s \cdot r$

Le të jetë ABC trekëndëshi i dhënë. Përreth tij jashtëshkruajmë rrethin dhe shënojmë me Q qendrën e tij, ndërsa me D shënojmë projeksionin normal të pikës C në brnjën AB. Shënojmë me E pikën prerëse të rrethit të jashtëshkruar në trekëndësh me diametrin e tërhequr nga kulmi C i trekëndëshit ABC.

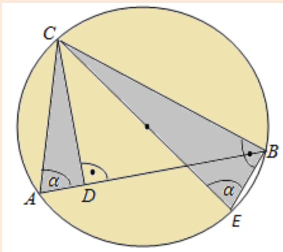
Vërejmë se $\Delta ACD \sim \Delta BCE$, sepse $\measuredangle ACD = \measuredangle CEB$ si kënde periferike mbi të njëjtin hark rrethor, dhe $\measuredangle CDA = \measuredangle CEB = 90^0$, sepse $\measuredangle CDA = 90^0$ si kënd me kulm i ndërtaur mbi këmbzën e normales së lëshuar nga kulmi C në brinjën AB, kurse $\measuredangle CEB = 90^0$ si kënd periferik mbi diametrin e rrethit. Prandaj

$\frac{CD}{BC} = \frac{AC}{CE}$ose $\frac{h}{a} = \frac{b}{2R}$, ku $CD = h, CE = 2R$, (shih figurën).

ku$R$ është rrezja e rrethit të jashtëshkruar, kurse h është lartësia e ABC prej nga marrim

$2Rh = ab \Rightarrow R \cdot 2hc = abc \Rightarrow 4R \cdot \frac{1}{2}hc = abc$, e meqë $\frac{1}{2}hc = S$, ku S është syprina e trekëndëshit ABC. Prandaj $4RS = abc$. Rrjedhimisht,

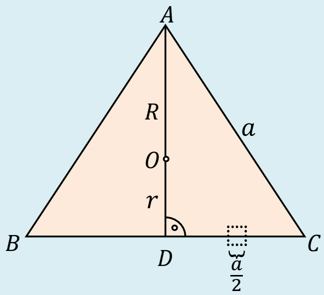
$$S = \frac{abc}{4R}$$



Shembulli Njehsoni syprinën e trekëndëshit barabrinjës nëse prodhimi i rrezes së rrethit të brendashkruar dhe të atij të jashtëshkruar është 216.

Zgjidhja: Vijat e trekëndëshit barabrinjësABC (lartësia, mediana, simetralet e brinjëve dhe simetralet e këndeve) përputhen. Rrjedhimisht edhe qendra e rrethit të brendashkruar dhe qendra e rrethit të jashtëshkruar përputhen. Për me tepër qendra O e ndan segmentin AD në raport $2:1$, ku $AO = R$ ndërsa $OD = r$. Pra, $r = \frac{R}{2}$. Nga trekëndëshi kënddrejtë ADC kemi

$$\left(R + \frac{R}{2}\right)^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$$



prej nga marrim $R^2 = \frac{a^2}{3}$.

Po ashtu, nga trekëndëshi ADC kemi $(2r + r)^2 = \frac{3a^2}{4}$, prej nga marrim $r^2 = \frac{a^2}{12}$. Nga dy barazimet e fundit marrim

$R^2 \cdot r^2 = \frac{a^2}{3} \cdot \frac{a^2}{12}$. Nga kushti i detyrës kemi $Rr = 216$ dhe nga barazimi i fundit marrim

$\frac{a^2}{3} \cdot \frac{a^2}{12} = (216)^2$, prej nga marrim $a^2 = 1296$.

Syprina e trekëndëshit barabrinjës është $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1296\sqrt{3}}{4} = 324\sqrt{3}$.

c. Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit detyrat 18,20,21. Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes me detyra.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për

cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit ▪ Zgjidhje e problemeve ▪ Lidhja matematike Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**
Njësia mësimore: **11.5. Syprina e trapezit dhe poligonit konveks**

Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**	**Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Përcakton vendndodhjen e pikës me anë të koordinatave; 2. Përkufizon konceptin e syprinës së sipërfaqes së figurave të rrafshëta (2D); 3. Përcakton zonën e shumëkëndëshave; 4. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit; 5. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së katërkëndëshave; 6. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së figurave të rregullta duke përfshirë sipërfaqen rrethore dhe pjesët e rrethit; 7. Përdor teknologjinë për të zgjidhur problem në situate reale dhe nga jeta.
Njësia mësimore: **11.4. Syprina e trapezit dhe poligonit konveks**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** (Si ta japësh mësimin?) **Rezultati i të nxënit të temës:**

	Nxënësi: 9. Njehson syprinën e trapezit dhe poligonit konveks.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Zhvillon kuptimin për forma 2-D me anë të matjes së drejtpërdrejtë apo në një formë tjetër për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së tyre.
2. Demonstron kuptimin e sistemit të matjeve, përshkruan marrëdhëniet e njësive për gjatësi, syprinë, vëllim, masë, krahason njësitë dhe zbaton strategji për t'i kthyer ato në njësi standarde.
3. Zbaton arsyetimin proporcional të problemeve që përfshijnë konvertimet midis SI dhe njësive të tjera për matje.
4. Zbaton proceset e matjes, përzgjedh teknika dhe formula e duhura për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së formave të rregullta 2-D dhe zgjidh situata problemore të jetës së përditshme;
5. Krijon modele që përmbajnë konceptet bazë të figurave gjeometrike për matjen e perimetrit dhe syprinës së sipërfaqes së figurave me forma 2-D duke përdorur teknologjinë;

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta njehsojë syprinën e trapezit dhe poligonit konveks. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: syprinë e poligonit, konveks, konkav

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të njehsojnë syprinën e trapezit dhe poligonit konveks.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. **Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve** (rrjeti i komunikimit)

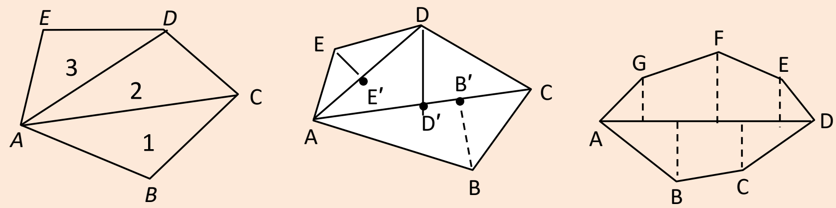
Mësimdhënësi: Përsërit syprinën e trekëndëshit.

b. **Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)**

Syprina e poligonit konveks

Për ta njehsuar syprinën e poligonit konveks veprojmë si vijon:

a) Poligonin e ndajmë në trekëndësha. Kjo zakonisht bëhet duke tërhequr diagonalet nga një kulm, fig. 11.32. Në këtë mënyrë poligoni që ka n brinjë zbërthehet në $(n-2)$ trekëndësha. Shuma e syprinave të tyre është e barabartë me syprinën e poligonit. Për shembull, pesëkëndëshi zbërthehet në 3-trekëndësha, fig. 111.32.

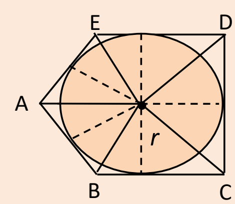


b) Duke tërhequr më shumë se një diagonale të poligonit dhe duke lëshuar normale nga kulmet e poligonit në to, ndërtohen trekëndësha, fig. 11.33. Shuma e syprinave të tyre është e barabartë me syprinën e poligonit.

c) Tërhiqet diagonalja më e gjatë e poligonit dhe pastaj duke lëshuar normalet nga kulmet e poligonit në diagonale ndërtohen trekëndësha dhe trapeze (fig. 11.34). Shuma e syprinave të tyre është e barabartë me syprinën e poligonit.

Syprina e poligonit konveks të jashtëshkruar në një rreth

Syprina e poligonit konveks të jashtëshkruar në rrehin me rreze *r*është e barabartë me prodhimin e gjysmës së perimetrit të poligonit dhe rrezës së rrethit të brendashkruar. Pra: $S = s \cdot r$.
ku s është gjysma e perimetrit të poligonit.
Vërtetimi i këtij pohimi është i thjeshtë. Duke bashkuar qendrën e rrethit me kulmet e poligonit të jashtëshkruar në të fitojmë trekëndësha të cilët kanë baza brinjët e poligonit dhe për lartësi kanë rrezen e rrethit të brendashkruar në poligon (fig. 11.35). Prandaj,



$$S = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{COD} + \cdots =$$

$$= \frac{1}{2} AB \cdot r + \frac{1}{2} BC \cdot r + \frac{1}{2} CD \cdot r + \cdots =$$

$$= \frac{1}{2}(AB + BC + CD + \cdots) \cdot r = s \cdot r,$$

ku

$$s = \frac{1}{2}(AB + BC + CD + \cdots)$$

c. **Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura** (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit. Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.
Detyrat dhe puna e pavarur Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes me detyra.
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën të orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësoi në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit ▪ Zgjidhje e problemeve ▪ Lidhja matematike Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**
Njësia mësimore: **11.6. Syprina e rrethit**

Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**	**Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Përcakton vendndodhjen e pikës me anë të koordinatave; 2. Përkufizon konceptin e syprinës së sipërfaqes së figurave të rrafshta (2D); 3. Përcakton zonën e shumëkëndëshave; 4. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit;

	5. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së katërkëndëshave; 6. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së figurave të rregullta duke përfshirë sipërfaqen rrethore dhe pjesët e rrethit; 7. Përdor teknologjinë për të zgjidhur problem në situate reale dhe nga jeta.
Njësia mësimore: **11.6. Syprina e rrethit**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** (Si ta japësh mësimin?) **Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Njehson perimetrin e rrethit. 2. Njehson syprinën e rrethit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Zhvillon kuptimin për forma 2-D me anë të matjes së drejtpërdrejtë apo në një formë tjetër për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së tyre.
2. Demonstron kuptimin e sistemit të matjeve, përshkruan marrëdhëniet e njësive për gjatësi, syprinë, vëllim, masë, krahason njësitë dhe zbaton strategji për t'i kthyer ato në njësi standarde.
3. Zbaton arsyetimin proporcional të problemeve që përfshijnë konvertimet midis SI dhe njësive tjera për matje.
4. Zbaton proceset e matjes, përzgjedh teknika dhe formula e duhura për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së formave të rregullta 2-D dhe zgjidh situata problemore të jetës së përditshme;
5. Krijon modele që përmbajnë konceptet bazë të figurave gjeometrike për matjen e perimetrit dhe syprinës së sipërfaqes së figurave me forma 2-D duke përdorur teknologjinë;

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta njehsojë syprinën e rrethit. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: perimetër i rrethit, syprinë e rrethit, sipërfaqe e rrethore

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të njehsojnë perimetrin e rrethit.
2. Të njehsojnë syprinën e rrethit.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

a. **Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës**

Organizimi i orës së mësimit:

b. **Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve** (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Përsërit syprinën e rrethit nga klasat paraprake.

c. **Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)**

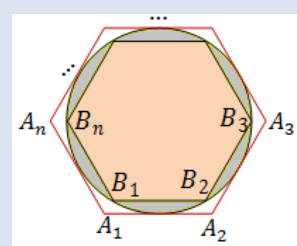
Përkufizimi 1. Vijë rrethore e quajmë bashkësinë e pikave të një rrafshi të cilat janë baras të larguara nga një pikë fikse O e rrafshit. Pika fikse quhet qendra e rrethit kurse largësia e pikave nga qendra e tij quhet rreze e rrethit.

Gjatësia e vijës rrethore quhet perimetër i rrethit, kurse bashkësia e pikave të vijës rrethore dhe pikave brenda saj quhen rreth. Në vijim të librit rrethin me qendër në pikën O e me rreze R simbolikisht do ta shënojmë $r(O,R)$.

Matja e segmentit bëhet lehtë duke krahasuar segmentin e dhënë me një segment tjetër të marrë si njësi gjatësie. Por, matja e lakoreve nuk është punë aq e thjeshtë. Në këtë njësi mësimore do të mësojmë matjen e gjatësisë së vijës rrethore-perimetrin e rrethit.

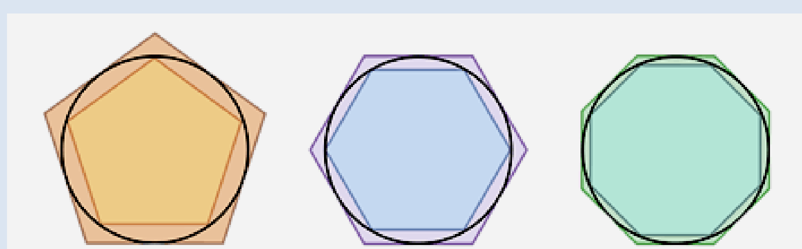
Perimetri i rrethit

Nëse në rrethin r(O,R) brendashkruajmë një poligon të rregullt konveks $A_1, A_2, \dots, A_n$dhe jashtëshkruajmë poligonin e rregullt konveks $B_1, B_2, \dots, B_n$, me të njëjtin numër brinjësh(fig), shihet se perimetri i rrethit është më i madh se perimetri i poligonit të brendashkruar dhe më i vogël se perimetri i poligonit të jashtëshkruar.



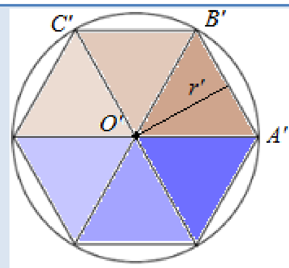
Nëse në të njëjtin rreth jashtëshkruajmë poligone të rregullta konvekse, me të njëjtin numër brinjësh sikur të poligoneve të brendashkruara konvekse, perimetrat e tyre do të zvogëlohen në vazhdimësi me rritjen e numrit të brinjëve të tyre, por gjithnjë mbeten më të mëdhenj se perimetri i rrethit, ndërsa perimetrat e poligoneve të brendashkruara rriten vazhdimisht, por mbesin më të vegjël se perimetri i rrethit.

Kur numri n i brinjëve të poligoneve të brendashkruara dhe të atyre të jashtëshkruara rritet pakufi, perimetrat e poligoneve të brendashkruara shkojnë duke u rritur ndërsa perimetrat e poligoneve të jashtëshkruara shkojnë duke u zvogëluar dhe perimetri i rrethit është kufiri i tyre i përbashkët. Në figurë shihet qartë se si me rritjen e numrit të brinjëve të poligoneve, vijat poligonale tentojnë nga vija rrethore.



Teorema: *Raporti i perimetrave të dy rrathëve është i barabartë me raportin e rrezeve të tyre.*

Vërtetimi. Shënojmë me p dhe p' perimetrat e dy rrathëve me rrezet përkatëse r dhe r' dhe me qendra në pikat O dhe O'.



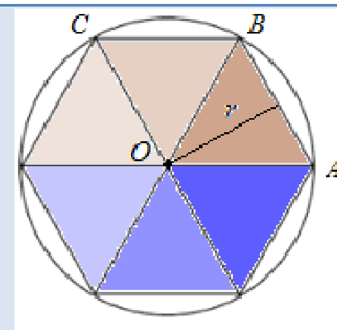


Fig. 11.31

Në dy rrathë të dhënë brendashkruajmë dhejashtëshkruajmë poligone të rregullt me numër të barabartë brinjësh (fig. 11.32). Poligonet e tillë janë të ngjashëm, madje edhe

$\triangle AOB \sim \triangle A'O'C'$, $\triangle BOC \sim \triangle B'O'^{C'}$, ... Prandaj,

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{r}{r'}, \frac{BC}{B'C'} = \frac{r}{r'}, \dots .$$

Nëse me p_n dhep'_n shënojmë perimetart e tyre, atëherë nga proporcionet e fundit marrim:

$$\frac{AB+BC+\cdots}{A'B'+B'C'+\cdots} = \frac{r}{r'} \text{ose} \frac{p_n}{p'_n} = \frac{r}{r'} \qquad (1)$$

Në qoftë se numrin e brinjëve të poligoneve e rrisim pafundësisht shumë herë, atëherë perimetrat p_n dhe p'_nkanë vlerat kufitare përkatëse perimetrat p dhe p' të rrathëve të dhënë. Prandaj në bazë të (1) marrim

$$\frac{p}{p'} = \frac{r}{r'} \qquad (2)$$

Rrjedhimi 1 .*Raporti në mes të perimetrit të rrethit dhe rrezes së tij është madhësi konstante për çfarëdo rrethi.*

Vërtetimi: Nga $\frac{p}{p'} = \frac{r}{r'}$(shih (2), marrim$\frac{p}{r} = \frac{p'}{r'}$ (3)

Rrjedhimi 2. *Raporti në mes të perimetrit të rrethit dhe diametrit të tij është madhësi konstante për çfarëdo rrethi.*

Vërtetimi. Në bazë të barazimit (3) mund të shkruajmë

$$\frac{p}{p'} = \frac{R}{R'} = \frac{2R}{2R''}, \text{ prej nga rrjedh } \frac{p}{2R} = \frac{p'}{2R'}.$$

Ky raport është një madhësi konstante për çfarëdo rrethi dhe shënohet me shkronjën greke π.
Pra,$\frac{p}{2r} = \pi$ ose $p = 2\pi r$
Përfundimisht, konstatojmë: *Perimetri i rrethit është i barabartë me prodhimin e diametrit të tij me numrin π.*

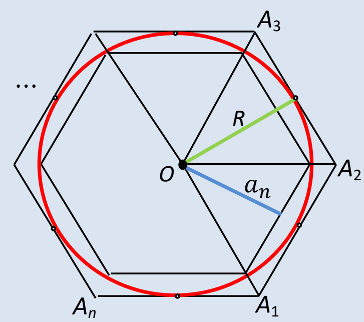
Syprina e rrethit

Rreth ose sipërfaqe rrethore e quajmë bashkësinë e pikave të vijës rrethore dhe pikave të brendshme të saj.

Matja e sipërfaqes rrethore nuk është punë e lehtë që bëhet me metoda gjeometrike. Për këtë qëllim në rrethin me rreze R brendashkruajmë dhe jashtëshkruajmë nga një n- këndesh të rregullt konveks. Syprina e n- këndëshit të brendashkruar është me e vogël se sa syprina e rrethit, ndërsa syprina e n- këndëshit të jashtëshkruar është më e madhe se syprina e rrethit. Duke bashkuar kulmet e n këndëshave të jashtëshkruar dhe atyre të brendashkruar me qendrën e rrethit ndërtojmë trekëndësha barakrahësh. Apotema e trekëndëshave të brendashkruar (kongruentë në mes veti) është më e vogël se rrezja e rrethit, ndërsa apotema e trekëndëshave të jashtëshkruar (kongruentë në mes veti) është sa rrezja e rrethit.

Nëse shënojmë me S syprinën e rrethit, me S_n syprinën e n-këndëshit të brendashkruar, e $S_n^{'}$ syprinën n këndëshit të jashtëshktuar në rreth (fig. 11.33), atëherë

$S_n < S < S_n^{'}$



Shënojmë me p_n perimetrin E n-këndëshit të brendashkruar kurse me $p_n^{'}$ perimetrin e n-këndëshit të jashtëshkruar, me a_n shënojmë apotemën e n këndëshit të brendashkruar, kurse apotema e n këndëshit të jashtë shkruar në rreth është R.

Syprina e n këndëshit të brendashkruar është baras me shumën e syprinave të trekëndëshave kongruntë të brendashkruar dhe kanë syprinën

$$S_i = \frac{1}{2}[A_i, A_{i+1}] \cdot a_n, \quad \text{dhe} \quad S_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2}[A_i A_{i+1}] a_n = \frac{1}{2} p_n a_n.$$

Ngjashëm syprinat e trekëndëshave të jashtëshkruar janë:

$$S'_i = \frac{1}{2} \cdot \left[A^{'}, A'_{i+1}\right] \cdot a_n \text{dhe } S'_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} \cdot \left[A'_i, A'_{i+1}\right] R = \frac{1}{2} p'_n \cdot R.$$

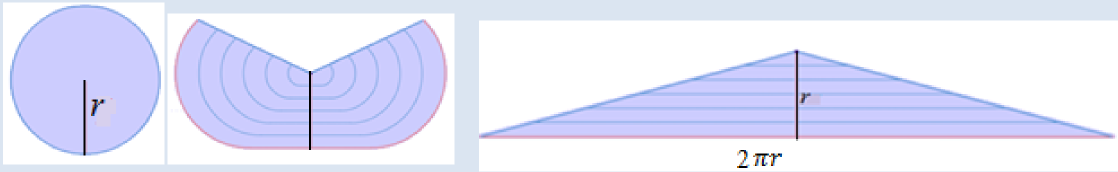
Në qoftë se numri i brinjëve të n këndëshave të brendashkruar dhe të atyre të jashtëshkruar rritet pakufi shumë herë, atëherë apotema a_n tenton në rrezen R të rrethit, apotema e shumëkëndëshit të jashtëshkruar R mbetet konstanë, perimetrat e n-këndëshve të brendashkruar dhe të atyre të jashtëshkruar p_n dhe p'_n përkatësisht, tentojnë në perimetrin e rrethin $2\pi R$; dhe rrjedhimsht syprinat S_n dhe S'_n tentojnë në S. Prandaj,

$\frac{1}{2} \cdot 2\pi R = \pi R^2 \leq S \leq \frac{1}{2} \cdot 2\pi R = \pi R^2$. Pra $S = \pi R^2$Nga pabarazimi i dyfishtë i fundit rrjedh që syprina e rrethit me rreze R është

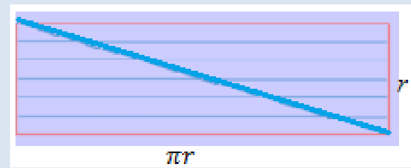
Vërejtje: Numri π është irracional. Është vërtetuar se vlera e tij e përafërt është $\pi \approx 3{,}1415926535 \ldots$

Le të jetë dhënë rrethi me rreze r si në figurën në vijim. Rrethin e presin përgjatë një rreze, (në këtë rast, e presim sipas zgjatimit të rrezes r) dhe e hapim nga të dy anët deri sa të bëjmë shtrirjen e tij të plotë, duke ruajtur syprinën e tij, sikur në figurën. Baza e trekëndëshit të fituar barakrahës është e barabartë me perimetrin e rrethit $2\pi r$ ndërsa lartësia është sa rrezja e rrethit r. Prandaj syprina e rrethit, që është e barabartë e me syprinën trekëndëshit të fituar, është $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot$

$2\pi r \cdot r \cdot= \pi r^2$.



Ose, nga figura 11.34, c) njërin nga dy trekëndëshat kënddrejtë kongruentë, e bartim në atë mënyrë deri sa ta marrim drejtkëndëshin sinë figurën e dhënë me bazë πr dhe lartësi r. Syprina e tij është sa syprina e rrethit.



$$S = \pi r \cdot r = \pi r^2.$$

c. Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit. Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Shembulli 25. Njehsoni perimetrin dhe syprinën e rrethit me rreze $r = 5$.

Zgjidhja: Duke zbatuar formulat për perimetrin dhe syprinën e rrethit marrim

$P = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 10\pi$ dhe $S = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$.

Shembulli 26 Njehsoni syprinën e rrethit me perimetër $P = 37.68$

Zgjidhja: Nga $P = 2\pi r$ marrim $r = \frac{P}{2\pi} = \frac{37.68}{2\cdot 3.14} = \frac{37.68}{6.28} = 6$.

Pastaj, $S = \pi r^2 = 36\pi$.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes me detyra.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhës së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit
- Zgjidhje e problemeve
- Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**

Njësia mësimore: **11.7. Syprina e unazës dhe sektorit rrethor**

Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **11. SYPRINA E SIPËRFAQEVE TË FIGURAVE TË RRAFSHTA**	**Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Përcakton vendndodhjen e pikës me anë të koordinatave; 2. Përkufizon konceptin e syprinës së sipërfaqes së figurave të rrafshëta (2D); 3. Përcakton zonën e shumëkëndëshave; 4. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit; 5. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së katërkëndëshave; 6. Përdor formulat për të njehsuar syprinën e sipërfaqes së figurave të rregullta duke përfshirë sipërfaqen rrethore dhe pjesët e rrethit; 7. Përdor teknologjinë për të zgjidhur problem në situate reale dhe nga jeta.
Njësia mësimore: **11.6. Syprina e unazës rrethore**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** (Si ta japësh mësimin?) **Rezultati i të nxënit të temës:** Nxënësi: 1. Njehson syprinën e unazës rrethore. 2. Njehson syprinën sektorit rrethore.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës:

1. Zhvillon kuptimin për forma 2-D me anë të matjes së drejtpërdrejtë apo në një formë tjetër për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së tyre.

2. Demonstron kuptimin e sistemit të matjeve, përshkruan marrëdhëniet e njësive për gjatësi, syprinë, vëllim, masë, krahason njësitë dhe zbaton strategji për t'i kthyer ato në njësi standarde.
3. Zbaton arsyetimin proporcional të problemeve që përfshijnë konvertimet midis SI dhe njësive të tjera për matje.
4. Zbaton proceset e matjes, përzgjedh teknika dhe formula e duhura për njehsimin e perimetrit dhe syprinës së formave të rregullta 2-D dhe zgjidh situata problemore të jetës së përditshme;
5. Krijon modele që përmbajnë konceptet bazë të figurave gjeometrike për matjen e perimetrit dhe syprinës së sipërfaqes së figurave me forma 2-D duke përdorur teknologjinë;

Qasja e të nxënit: Qasja konstruktive me fokus nxënësin në qendër, nxit përfshirjen e nxënësit në procesin e ndërtimit të dijeve dhe kërkon mënyra që mësuesi të jetë lehtësues në procesin mësimor dhe jo të diktojë informacionin. Detyra e mësuesit është të bashkërendojë informacionin e duhur në një mënyrë të përshtatshme për të ndihmuar nxënësin ta njehsojë syprinën e unazës dhe sektorit rrethor. Metoda që përdoret gjatë orës së mësimit është kryesisht diskutimi, aktivitete të bazuara në hetim, mësimi reflektues, ushtrime.

Fjalët kyçe: unazë rrethore, sektori rrethor, segment rrethor.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të njehsojnë syprinën e unazës rrethore.
2. Të njehsojnë syprinën e sektorit rrethore.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e shkencave natyrore, shkencave shoqërore dhe filozofike.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. **Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve** (rrjeti i komunikimit)

Mësimdhënësi: Përsërit syprinën e rrethit.

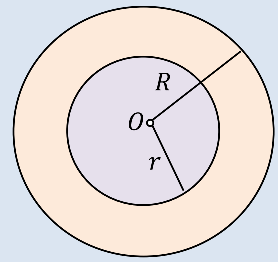
b. **Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo –analizo-diskuto)**

Përkufizimi. *Unazë rrethore quhet sipërfaqja e rrafshët që shtrihet ndërmjet dy rrathëve koncentrikë.*

Nëse me R dhe r shënojmë rrezet e dy rrathëve koncentrikë ($r < R$), atëherë syprina e unazës rrethore është baras me ndryshimin e syprinave që merret
kur nga syprina e rrethit me rreze R zbresim syprinë e rrethit
me rreze r. Dmth $S = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$.

Pra, formula për njehsimin e syprinës së unazës rrethore është

$S = \pi(R^2 - r^2)$



Syprina e sektorit rrethor

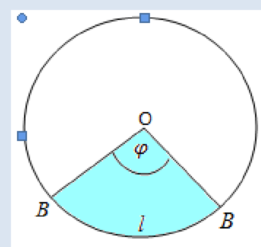
Sektor rrethor e quajmë një pjesë të sipërfaqes rrethore që ndodhet ndërmjet një harku rrethor dhe dy rrezeve të rrethit që bashkojnë qendrën e rrethit me pikat e skajshme të harkut rrethor.

Në një rreth, harqeve të barabarta u përgjigjen sektorë të barabartë rrethorë. Rrjedhimisht, syprina e një sektori është proporcionale me madhësinë e këndit përkatës qendror. Në qoftë se me φ shënojmë këndin AOB(fig.11.36), të matur në radian, atëherë syprina e S ë sektorit rrethor AOB është

$$\frac{S}{\pi R^2} = \frac{\varphi}{2\pi},\ \text{prej nga marrim}\ \ S = \frac{1}{2}R^2\varphi.$$

Formulën e fundit mund ta shkruajmë në formën $S = \frac{1}{2}RR\,\varphi$, e duke ditur se prodhimi $R\varphi$ paraqet gjatësinë l të harkut $\widehat{AB}$, atëherë formula për njehsimin e syprinës së sektorit rrethor merr formën $S = \frac{1}{2}R\,l$. Pra, formula për njehsimin e syprinës së segmentit rrethor kur është dhënë rrezja e rrethit dhe gjatësia e harkut të segmentit rrethor është $S = \frac{1}{2}R\,l$.

Syprina e segmentit rrethor



Segment rrethor e quajmë sipërfaqen e rrafshët që shtrihet ndërmjet një harku rrethor (më i vogël se gjysmërrethi) dhe tetivës që bashkon skajet e atij harku rrethor.

Në qoftë se me s shënojmë syprinën e segmentit rrethor, atëherë ajo është baras me ndryshimin e syprinës se sektorit rrethor AOB dhe syprinës së trekëndëshit OAB. Prandaj $S = \frac{1}{2}R^2\varphi - \frac{1}{2}R^2 sin\varphi = \frac{1}{2}R^2(\varphi - sin\varphi)$. Pra, syprina e segmentit rrethor është

$$S = \frac{1}{2}R^2(\varphi - sin\varphi)$$

ku këndi φ është shprehur në radian.

c. Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (punë e pavarur ose në grupe)

Shembulli 27. Njehsoni gjatësinë e harkut rrethor me rreze $r = 12$ dhe kënd qendror $\alpha = 60^0$.

Zgjidhja: Kemi

$$l = \frac{\pi r\alpha}{180^0} = \frac{12\cdot\pi\cdot 60^0}{180^0} = \frac{12\pi}{3} = 4\pi.$$

Shembulli 28. Njehsoni këndin qendror të harku rrethor me gjatësi $l = 7.85$ dhe rreze të rrethit $r = 9$.

Zgjidhja: Nga formula$l = \frac{\pi r \alpha}{180^0}$

Marrim

$$\alpha = \frac{l \cdot 180^0}{\pi r} = \frac{7.85 \cdot 180^0}{9 \cdot 3.14} = \frac{1413.00^0}{28.26} = 50^0.$$

Shembulli 29. Të njehsohet syprina e sektorit rrethor nëse janë dhënë rrezja e rrethit dhe këndi përkatës qendror:

$r = 47,\ \alpha = 60^0;$ b) $r = 72,\ \alpha = 135^0,$ c) $r = 30,\ \alpha = 202^0 30',$ d) $r = 52,\ \alpha = 85^0.$

Zgjidhja: a) $S = \frac{1}{2} R^2 \varphi = \frac{1}{2} 47^2 \cdot \frac{\pi}{3} \approx 368\pi$ ..., ku këndit $\alpha = 60^0 \ldots$i

përgjigjet këndi $\frac{\pi}{3}$ në radian.

Ngjashëm zgjidhen rastet e tjera.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes me detyra.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhës së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t\`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit
- Zgjidhje e problemeve
- Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që bën pyetje. Po ashtu bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë. Fokus i vlerësimit është vlerësim formativ, duke përcjellë progresin e nxënësve.

Detyrat dhe puna e pavarur

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes me detyra.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhës së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit
- Zgjidhje e problemeve
- Lidhja matematike

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

KAPITULLI 12. STATISTIKA

Tema: **12.1. STATISTIKA - ROLI DHE LËNDA E STUDIMIT**

Njësia mësimore: **12.1.1. Koncepti i statistikës dhe llojet e statistikave**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **12.1. STATISTIKA - ROLI DHE LËNDA E STUDIMIT**	**Rezultati i të nxënit të temës:** 1. *Përkufizon populacionin, karakteristikat dhe vargun statistikor;* 2. *Cakton numrin e klasave ose grup-intervalet;* 3. *Cakton gjerësinë e intervaleve;* 4. *Cakton kufirin e grupit të intervaleve* 5. *Vendos të dhënat në çdo grup;* 6. *Numron njësitë për çdo klasë;* 7. *Bën shpërndarjen e frekuencave relative dhe fekuencave në përqindje;* 8. *Identifikon mesin e intervalit.*		
Njësia mësimore: **12.1.1. Koncepti i statistikës dhe llojet e statistikave**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Përkufizon konceptin e statistikës;* 2. *Identifikon llojet e statistikave;* 3. *Arsyeton studimin e statistikës*		

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: Të:

1. *Kuptojë rëndësinë dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
2. *Demonstrojë njohuri për grumbullimin dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
3. *Formojë tabela të shpërndarjes së frekuencave për të dhënat cilësore dhe sasiore;*
4. *Analizojë lloje të ndryshme të tabelave dhe diagrameve;*
5. *Interpretojë treguesit e variacionit;*
6. *Përdorë teknologjinë për të komunikuar dhe prezantuar të dhënat e grumbulluara.*

Qasja e të nxënit:
Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe të nxënësve, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për rolin e statistikës në matematikë dhe në jetën e përditëshme.

Fjalët kyçe: statistika, dukuria, njësia statistikore, mostra, popullimi, vrojtimi.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi, kalkulatori.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojnë konceptet themelore të statistikës duke interpretuar me shembuj.
2. Të dallojnë llojet e statistikave përmes metodave të hulumtimit;
3. Të arsyetojnë (përmes shembujve) studimin e statistikës dhe përdorimin e saj në jetën e përditshme.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e jeta dhe puna dhe me histori kur bëhet fjalë për kohën e zhvillimeve të çështjeve statistikore

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënsi: Shtron disa pytje që lidhen me statistikë P.sh.

1. Nota mesatare e klasës suaj?
2. Përqindja e pjesëmarrjes së popullatës në votimet e vitit 2017.
3. Numri i veturave të regjistruara gjatë vitit 2017.
4. Rritja e zhvillimit ekonomik të Kosovës gjatë vitit 2016-2017.
5. Lindja e diellit gjatë muajit mars.

Mësimdhënësi , shembujt interpretohen në bashkëpunim me nxënësit.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi përkufizon dukuritë, variablat dhe konstante. Po ashtu ai përkufizon edhe njësinë statistikore dhe i sqaron përmes shembujve. Numri i nxënësve të klasës së dhjetë. Nxënësit e klasës 10/2 . Grumbullimi i të dhënave për studentë të Republikës së Kosovës.
Po ashtu ai përkufizon konceptin e populacionit (si grup i madh) dhe konceptin e mostrës (si grup i vogël). Përmes shembujve mësimdhënësi sqaron arsyen e të mësuarit të statistikës dhe përdorimin e saj në fushat të tjera.
Prej nga përkufizon edhe konceptin e statistikës si shkencë e cila grumbullon, organizon, prezanton, analizon dhe interpreton të dhënat e dukurive masive variabile dhe ndarjen e saj në statistikë deskriptive
dhe statistikë analitike. *Mësimdhënësi u jep rëndësi shembujve 1, 2 dhe 3.*

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 1,2,3). Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjigjeve të nxënësve, prej momentit që jep shembuj, përkufizon konceptet themelore të statistikës dhe nxjerrjes së informatave relevante lidhur me konceptet statistikore në klasa. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësit do të punojnë në fletore ushtrimin 4. Detyra jepen edhe nga libri i nxënësit dhe libri i përmbledhjes me detyra.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhës së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në realizim të plotë të rezultateve të të nxënit.

P.sh. në përkufizimin e koncepteve si mostra, populacioni, njësia statistikore dhe interpretimi i tyre i drejtë përmes shembujve adekuatë.

Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit.

Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me konceptet elementare.
- Zgjidhje problemore: nga jeta e përditshme
- Lidhja: me shkencat e natyrës dhe shoqërisë
- Përdorimi i teknologjisë- kalkulatorit në llogaritjen e shembujve praktikë.

Nxënësit në grupe u japim shemuj që kanë të bëjnë me elementet themelore të statistikës. Do të pasojnë reagimet dhe përgjigjet.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **12. 1. STATISTIKA - ROLI DHE LËNDA E STUDIMIT**

Njësia mësimore: **12.1.2**. Bashkësia statistikore dhe karakteristikat statistikore

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema: **12.1. STATISTIKA - ROLI DHE LËNDA E STUDIMIT**	**Rezultati i të nxënit të temës:** 1. *Përkufizon populacionin, karakteristikat dhe vargun statistikor;* 2. *Cakton numrin e klasave ose gup intervalet;* 3. *Cakton gjerësinë e intervaleve;* 4. *Cakton kufirin e grupit të intervaleve* 5. *Vendos të dhënat në çdo grup;* 6. *Numron njësitë për çdo klasë;* 7. *Bën shpërndarjen e frekuencave relative dhe fekuencave në përqindje;* 8. *Identifikon mesin e intervalit.*
Njësia mësimore: **12.1.2. Bashkësia statistikore dhe karakteristikat statistikore**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Përkufizon bashkësinë statistikore,* 2. *Përkufizon vargun statistikor,* 3. *Përkufizon serinë statistikore;*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: Të:

1. *Kuptojë rëndësinë dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
2. *Demonstrojë njohuri për grumbullimin dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
3. *Formojë tabela të shpërndarjes së frekuencave për të dhënat cilësore dhe sasiore;*
4. *Analizojë lloje të ndryshme të tabelave dhe diagrameve;*
5. *Interpretojë treguesit e variacionit;*
6. *Përdorë teknologjinë për të komunikuar dhe prezantuar të dhënat e grumbulluara.*

Qasja e të nxënit:
Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe të nxënësit, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për bashkësitë statistikore, vargun dhe seritë statistikore. Kjo realizohet me metodë interaktive në qendër nxënësin.

Fjalët kyçe: Bashkësi statistikore, varg statistikor, seri statistikore.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi, kalkulatori.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, jeta dhe puna dhe me shkenca natyrore.

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

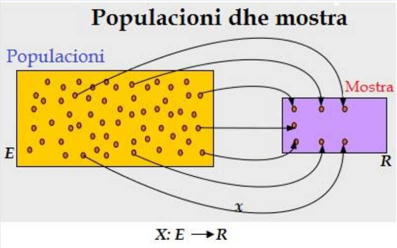
a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Tanimë, nxënësit kanë njohuri për bashkësinë, por mësimdhënësi përmes shembujve me karakteristika të elementeve të bashkësisë e përkufizon bashkësinë statistikore. P.sh.

1. Hulumtimi i lumenjve që derdhen në detin Adriatik, (karakteristikë kualitative është niveli i ndotjes së ujit, ndërsa karakteristikë kuantitative është p.sh. gjatësia e rrjedhës).
   Populacioni është: Bashkësia e të gjithë lumenjve që derdhen në detin e caktuar.
2. Koha e qëndresës së poçit elektrik të cilën e prodhon fabrika A, (kriter është cilësia e prodhimit).
   Populacion është: Numri i tërësishëm i poçave të prodhuar nga fabrika A.

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi, përmes këtyre shembujve apo edhe shembujve të tjerë të këtij lloji e interpreton bashkësinë statistikore dhe vetitë e elementeve të saj. E shënon dhe e interpreton me diagram si:



Populacionin E me elementet $\{e_1, e_2, \dots\}$ simbolikisht e shënojmë $E = \{e_1, e_2, \dots\}$.
Karakteristika X e elementeve të populacionit E është një pasqyrim i llojit $X: E \to R$, ku R është bashkësia e numrave realë.
Njëkohësisht mësimdhënësi përkufizon konceptin e vargut dhe të serisë statistikore.

***c. Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura** (punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen ushtrime nga libri i nxënësit (ushtrimet 3,4 dhe 5).Ushtrimet mund të jepen që nxënësit të punojnë në grupe ose në mënyrë të pavarur.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore
1. Të përkufizojë bashkësinë statistikore me elemente që kanë veti të përbashkëta.
2. Të interpretojë në formë analitike dhe tabelare bashkësinë statistikore.
3. Të paraqesë vargun dhe serinë statistikore.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjegjeve të nxënësve, prej momentit që jep shembuj, përkufizon konceptet e bashkësisë, bashkësisë statistikore dhe nxjerrjes së informatave relevante për secilin lidhur me konceptin e bashkësisë statistikore. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësit do të marrin shembuj vetë , bazuar nga shembujt e librit. Detyra jepen libri i përmbledhjes së detyrave.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhës së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Çka ka kaluar mirë, kujt duhet t`i kushtohet rëndësi dhe si mund ta plotësojë në orët me përsëritje dhe ushtrime për njësinë në

realizim të plotë të rezultateve të të nxënit. P.sh. në përkufizimin e koncepteve si bashkësinë, vargun dhe serinë statistikore dhe interpretimi i tyre i drejtë përmes shembujve adekuatë. Në këtë mënyrë nxënësit i arrijnë rezultatet e të nxënit. Mësimdhënësi i bën vetes pyetje se cilat kompetenca të matematikës nxënësit po i arrijnë: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me shkruarjen dhe interpretimin e bashkësisë statistikore. ▪ Zgjidhje problemore: nga jeta e përditshme ▪ Lidhja: me shkencat e natyrës dhe shoqërisë ▪ Përdorimi i teknologjisë- kalkulatorit në llogaritjen e shembujve praktikë. Nxënësit në grupe do të japin shemuj që kanë të bëjnë me bashkësinë, vargun dhe serinë statistikore. Pasojnë reagimet dhe përgjigjet. Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema: **12.2. PËRGATITJA DHE PROGRAMI I VROJTIMIT**

Njësia mësimore: **12.2.1. Plani i mbledhjes së të dhënave**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema: **12.2. PËRGATITJA DHE PROGRAMI I VROJTIMIT**	**Rezultati i të nxënit të temës:** 1. *Përgatit planin e vrojtimit;* 2. *Përkufizon konceptet kryesore në analizën statistikore: popullimi – dukuria masive, mostra - zgjedhja, njësia statistikore – eksperimentale, variabla - tipari statistikor;* 3. *Grumbullon të dhëna statistikore, i nda në klasë, i rregullon dhe i analizon ato;* 4. *Identifikon instrumentet për grumbullimin e të dhënave (vrojtimi, evidenca, eksperimenti, pyetësori),* 5. *Organizon të dhënat dhe i prezanton (bar graf, vijor, histogram, rrethor, tabelar, pikor, diagram);*		

	6. *Vizaton poligonin e frekuencave;* 7. *Shpërndan frekuencat komulative;* 8. *Përdor diagrame të ndryshme për shpërndarjen;* 9. *Paraqet grafikët e frekuencave komulative;* 9. *Identifikon shpërndarjen e karakteristikave.*
Njësia mësimore: **12.2. 1. Plani i mbledhjes së të dhënave**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Planifikon grumbullimin e të dhënave;* 2. *Identifikon burimet e të dhënave;* 3. *Interpreton planifikimin dhe llojet e burimeve të të dhënave*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: Të:

1. *Kuptojë rëndësinë dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
2. *Demonstrojë njohuri për grumbullimin dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
3. *Formojë tabela të shpërndarjes së frekuencave për të dhënat cilësore dhe sasiore;*
4. *Analizojë lloje të ndryshme të tabelave dhe diagrameve;*
5. *Interpretojë treguesit e variacionit;*
6. *Përdorë teknologjinë për të komunikuar dhe prezantuar të dhënat e grumbulluara.*

Qasja e të nxënit:

Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe të nxënësit, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për grumbullimin e të dhënave dhe interpretimin e planit. Kjo realizohet me metodë interaktive me nxënësin në qendër.

Fjalët kyçe: Planifikim,   organizim, hulumtimit , burimi i të dhënave, vrojtim, tipare.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të bëjnë planin për grumbullimin e të dhënave;
2. Të përvetësojnë burimet të cilat mundësojnë planin e grumbullimit të të dhënave;
3. Të realizojnë praktikisht një plan për grumbullimin e të dhënave.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi, kalkulatori.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, jeta dhe puna dhe me fushën e shkencave natyrore

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi, shtron disa pytje. P.sh.

1. Çfarë është planifikimi?

2. Si mund të mbledhen të dhënat?
3. Çfarë kuptohet me vrojtim?
4. Çfarë janë burimet e të dhënave

Nxënësit përgjigjen ashtu si ata janë në gjendje të përgjigjen dhe bëhen diskutime në mes tyre dhe mësimdhënësit . Kryesisht duhet të lidhen me bashkësinë statistikore dhe karakteristikat e elementeve).

b. *Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)*

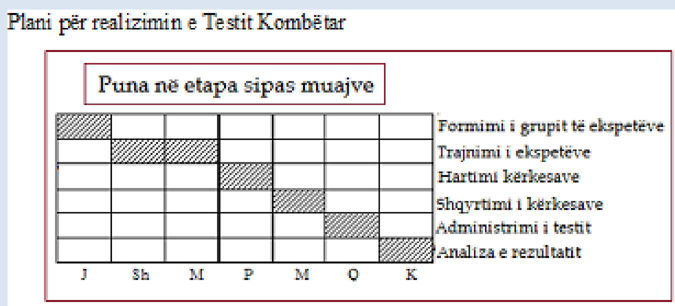
Mësimdhënësi fillimisht jep informata se çka është vrojtimi, mandej bën pytje se çka lypset për përgatitjen e vrojtimit (përgjigjet janë *a. përpilimi i programit të vrojtimit*, *dhe b. planifikimi i organizimit të hulumtimeve*).

Mësimdhënësi sqaron se *t*iparet e njësive statistikore të vrojtimit janë si karakteristikat ose vetitë në bazë të të cilave njësitë statistikore dallohen nga njëra-tjetra dhe vrojtohen. Jep shembuj të tipareve dhe kërkon nga nxënësit të gjejnë shembuj.

Po ashtu, mësimdhënësi bën pytje se çfarë duhet të përmbajë një plan për mbledhjen e informatave.

Përmes diskutimeve i paraqesin elementet e përmbajtjes së planit (definimin e qartë të qëllimit të vrojtimit; përcaktimin e tërësisë statistikore; zgjedhjen e karakteristikave; përcaktimin e pyetësorëve dhe përcaktimin e mënyrës dhe metodave të grumbullimit të dhënave)

Po ashtu parashtrohet pyetja se edhe çka është e nevojshme të ketë plani për realizim (përgjigje: ndarja e punës në etapa dhe faza kohore; afatet; kuadri i nevojshëm; kushtet e punës; shpenzimet materiale).



Mësimdhënësi bën pyetje: Prej nga grumbullohen të dhënat? (përgjigja duhet të dalë nga nxënësi dhe mësimdhënësi - përmes burimeve)

Mësimdhënësi përmes shembujve definon se cilat burime janë primare dhe cilat janë sekondare dhe ku bazohen këto burime (vrojtimit, evidencës dhe eksperimentit).

Mësimdhënësi përmes pyetjeve e orienton kërkesën: Çfarë bëhet me këto burime? (përgjigja: duhet regjistruar, të shënohen diku) . Si bëhet regjistrimi (përgjigja është përmes pyetësorëve apo edhe në ndonjë formë tjetër). Të gjitha këto arsyetohen përmes shembujve.

c. *Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura* *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen detyrë që ata ta bëjnë plani e grumbullimit të të dhënave për ndonjë problem nga jeta.

Vlerësimi i nxënësve Mësimdhënësi përdor vlerësimin e vazhdueshëm, duke evidentuar çdo detaj të përgjegjeve të nxënësve, gjatë pyetjeve që i shtron mësimdhënësi dhe gjenerimi i informacioneve të nxënësve lidhur me planin e grumbullimit të të dhënave. Po ashtu *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*
Detyrat dhe puna e pavarura Nxënësi ta bëjë një plan për mbledhjen e të dhënave (realizimi i një miniprojekti).
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhës së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim të orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve. Fokusi vihet në çështjet thelbësore si në formulimin e drejtë të planit, burimet të cilat duhen për mbledhjen e të dhënave dhe çfarë instrumente nevojiten për mbledhjen e të dhënave. Cilat kompetenca po arrin nxënësi dhe në çfarë niveli i ka arritur: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me planin e mbledhjes së të dhënave. ▪ Zgjidhje problemore: plani i mbledhjes së të dhënave nga jeta e përditshme ▪ Lidhja: me shkencat e natyrës dhe shoqërisë ▪ Përdorimi i teknologjisë- kalkulatorit në llogaritjen e shembujve praktikë. Nxënësit në grupe do të japin shemuj që kanë të bëjnë me elementet themelore të statistikës. Do të pasojnë reagimet dhe përgjigjet. Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema **12. 2. PËRGATITJA DHE PROGRAMI I VROJTIMIT**

Njësia mësimore: **12.2.2. Grumbullimi i të dhënave dhe diagramet**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**

Tema:**12.2. PËRGATITJA DHE PROGRAMI I VROJTIMIT**	**Rezultati i të nxënit të temës:** 1. *Përgatit planin e vrojtimit;* 2. *Përkufizon konceptet kryesore në analizën statistikore: popullimi – dukuria masive, mostra - zgjedhja, njësia statistikore – eksperimentale, variabla - tipari statistikor;* 3. *Grumbullon të dhëna statistikore, i ndan në klasë, i rregullon dhe i analizon ato;* 4. *Identifikon instrumentet për grumbullimin e të dhënave (vrojtimi, evidenca, eksperimenti, pyetësori),* 5. *Organizon të dhënat dhe i prezanton (bar graf, vijor, histogram, rrethor, tabelar, pikor, diagram);* 6. *Vizaton poligonin e frekuencave;* 7. *Shpërndan frekuencat komulative;* 8. *Përdor diagrame të ndryshme për shpërndarjen;* 9. *Paraqet grafikët e frekuencave komulative;* 10. *Identifikon shpërndarjen e karakteristikave.*
Njësia mësimore: **12.2.2. Grumbullimi i të dhënave dhe diagramet**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Planifikon frekuencën absolute dhe relative;* 2. *Interpreton të dhënat përmes llojeve të diagrameve*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: Të:

1. *Kuptojë rëndësinë dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
2. *Demonstrojë njohuri për grumbullimin dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
3. *Formojë tabela të shpërndarjes së frekuencave për të dhënat cilësore dhe sasiore;*
4. *Analizojë lloje të ndryshme të tabelave dhe diagrameve;*
5. *Interpretojë treguesit e variacionit;*
6. *Përdorë teknologjinë për të komunikuar dhe prezantuar të dhënat e grumbulluara.*

Qasja e të nxënit:
Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe të nxënësit, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për interpretimin e planit të frekuencave dhe interpretimin e të dhënave përmes diagrameve. Kjo realizohet me metodë interaktive nxënësin në qendër.

Fjalët kyçe: frekuencë**,** absolute, relative , diagram.

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të bëjnë grumbullimin e të dhënave;
2. Të interpretojnë planin e grumbullimit të të dhënave;

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi, mundësi kompjuteri.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e jeta dhe puna dheme fushën e shkencave natyrore

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënsi, shtron disa pytje. P.sh.

1. Si mund të mbledhën të dhënat?

Nxënësit përgjigjen - nga njësia paraprake përmes burimeve si:

- Vrojtimit
- Evidencës
- Eksperimentit

2. Si bëhet regjistrimi?

Nxënësit përgjigjen – përmes pyetësorëve si

- Hulumtues
- Intrvistues
- Anketues

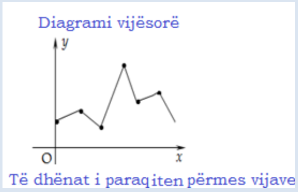
Pyetjet kryesisht duhen të lidhen me grumbullimin e të dhënave.

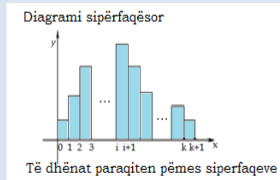
b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

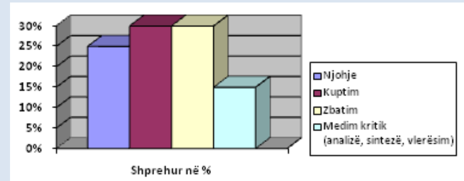
Mësimdhënsi po ashtu shtron pyetjen se çfarë duhet të bëhet me pyetësorë? Bashkërisht me nxënsit jep informacione se : Pyetësorët e grumbulluar, pasi që të jenë plotësuar, paraqesin lëndën ose materialin të cilin duhet përpunuar, grupuar sipas karakteristikave të përgjigjeve (në seri statistikore).

Mësimdhënësi merr shembullin nga libri i nxënësit: ***Shembull 1.*** *Marrim nxënësit e gjimanzit ,,Sami Frashëri" në Prishtinë për bashkësi statistikore. Nëse nxënësit i vrojtojmë sipas gjinisë, si një karakteristikë e tyre, ata ndahen në dy grupe (meshkuj, femra). E nëse i ndajmë sipas niveleve të klasës, ata ndahen në tri grupe (klasa (10, 11, 12). E po që se i ndajmë sipas peshës si karakteristikë të tyre, atëherë do t'i dallojmë disa grupe. P.sh. nxënësit që kanë prej (50 – 55) kg, (56-60), (61-65), (66-70), (71-75) etj.*

Mësimdhënësi përmes këtij shembulli përkufizon konceptin e frekuencës absolute (Numri i njësive statistikore, i cili i përgjigjet një karakteristike, quhet *frekuencë absolute e karakteristikës*) dhe frekuencës relative (herësi i frekuencës absolute të një karakteristike me numrin e të gjitha njësive të vrojtimit të bashkësisë statistikore quhet *frekuencë relative* e karakteristikës). Shënon vargun e frekuencave absolute $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ dhe vargu i frekuencave relative $\frac{f_1}{n}, \frac{f_2}{n}, \dots, \frac{f_k}{n}$ të karakteristikave të cilat mund të paraqiten grafikisht në rrafshin e Dekartit xOy si bashkësi pikash $M(x, fx)$ apo $M\left(x, \frac{fx}{n}\right)$ dhe i quajmë diagrame. Në këtë formë definon diagramin si koncept. Këto bashkësi pikash përvec formës analitike dhe tabelare jepen në formë diagramesh të ndryshme.







c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen detyrë që ata të grumbullojnë të dhëna për ndonjë problem nga jeta (të grumbullojnë të dhëna dhe t`i paraqesin ato në formë tabelare dhe diagrami)

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë nga detyrat e dhëna si në përgjigje të grumbullimit të të dhënave po ashtu edhe në interpretim të tyre*

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësi ta bëjë një plan për mbledhjen e të dhënave dhe interpretimin e tyre. (Realizimi i një miniprojekti).

Reflektimi i orës mësimore:

Sa nxënësit kanë bërë

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim të orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë të lidhjes në mes të planit për grumbullimin e të dhënave dhe sa janë në gjendje t`i dallojnë frekuencat absolute dhe frekuencat relative dhe interpretimin e shënimeve të grumbulluara.

Cilat kompetenca po i arrijnë nxënësit dhe në çfarë niveli i kanë arritur:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me planin e mbledhjes së të dhënave dhe interprimin e tyre.
- Zgjidhje problemore: plani i mbledhjes së të dhënave dhe interpretimi nga jeta e përditshme
- Lidhja: me shkencat e natyrës dhe shoqërisë
- Përdorimi i teknologjisë: kompjuterit.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

.

Tema **12. 3. ANALIZA E TË DHËNAVE**

Njësia: **12.3.1. Masat e vlerës mesatare - Mesatarja aritmetike**

<table>
<tr><td colspan="4"><u>PLANIT I ORËS MËSIMORE</u></td></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema 12.3. ANALIZA E TË DHËNAVE</td><td colspan="3"><u>Rezultati i të nxënit të temës:</u>
Në fund të kësaj teme nxënësi do të jetë në gjendje të:
1. Përkufizojë matësit e tendencës qendrore, mesataren aritmetike, gjeometrike dhe harmonike, medianën dhe modën;
2. Njehsojë mesataren aritmetike për të dhënat e pagrupuara dhe të grupuara;
3. Njehsojë medianën (vlerën mesatare);
4. Njehsojë modën (vlerën dominuese);
5. Gjejë lidhjen në mes të madhësive mesatare;
6. Njehsojë mesataren gjeometrike;
7. Zbatojë metodat dhe ecuritë e hulumtimeve statistikore.</td></tr>
<tr><td>Njësia: 12.3.1.Masat e vlerës mesatare-Mesatarja aritmetike</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>
1. Përkufizon masat e vlerës mesatare (mesatarja aritmetike e thjeshtë; mesatarja aritmetike e ponderuar);
2. Përkufizon mesataren aritmetike ($\overline{X}$);
3. Interpreton mesataren aritmetike përmes problemeve</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: T</u>ë:
1. Kuptojë rëndësinë dhe interpretimin e të dhënave statistikore;
2. Demonstrojë njohuri për grumbullimin dhe interpretimin e të dhënave statistikore;
3. Formojë tabela të shpërndarjes së frekuencave për të dhënat cilësore dhe sasiore;
4. Analizojë lloje të ndryshme të tabelave dhe diagrameve;
5. Interpretojë treguesit e variacionit;
6. Përdorë teknologjinë për të komunikuar dhe prezantuar të dhënat e grumbulluara.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Qasja e të nxënit:</u>
Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe të nxënësit, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për të përkufizuar masat e tendencave qendrore. Kjo realizohet me metodë interaktive me nxënësin në qendër.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Fjalët kyçe:</u> mesatare, mesatare aritmetike, mesatare e thjeshtë dhe mesatare e pondurueme.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:</u>
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi, kalkulatori.</td></tr>
</table>

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, jeta dhe puna dhe me fushën e shkencave natyrore

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi, shtron disa pytje.

1. *Sa është mesatarja e notave nga matematika (2dhe 4)?*
2. *Sa është mesatarja e të ardhurave të punëtorëve të një firme?*
3. *Cilat janë karakteristikat e përbashkëta të një bashkësie statistikore?*

Pyetjet kryesisht lidhen me vlerat mesatare.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi, nga pyetja 3 emërton:
Masat e vlerës mesatare

- *Mesatarja aritmetike e thjeshtë* quhet mesatarja aritmetike për të dhënat e pagrupuara
- *Mesatarja aritmetike e ponderuar* quhet e mesatarja aritmetike për të dhënat e grupuara/frekuenca.

Po ashtu mësimdhënësi sipas disa veçorive të të dhënave në bashkësi statistikore sipas kritereve të ndryshme ndahen në dy grupe:

1) Vlerat e llogaritura mesatare (aritmetike, gjeometrike, harmonike) dhe
2) Vlerat e pozicionit mesatar (moda dhe mediana).

Mësimdhënësi përkufizon mesataren aritmetike si atë të thjeshtën edhe atë të ponuruar, merr shembullin nga libri i nxënësit: **Shembulli 3.** Në klasën tuaj keni zgjedhur mostrën prej 5 nxënësish dhe i keni vrojtur sipas numrit të mungesave me arsye: 17, 20, 23, 25, 35.
Mesatarja aritmetike për numrin e mungesave është:

$$\overline{X}=\frac{17+20+23+25+35}{5}=\frac{120}{5}=24$$

d.m.th. numri mesatar i mungesave për një nxënës është i barabartë më 24. (E arsyeton së bashku me nxënës)

Mesatarja aritmetike quhet e **thjeshtë nëse ajo** është mesatare e bashkësisë me të dhëna të pa grupuara

Shembulli nga libri i nxënësit: Në një shitore pemësh me çmim prej 0,7 € janë shitur 70 kg mollë, me çmim prej 0.9 € janë shitur 40 kg mollë, me çmim prej 1€ janë shitur 60 kg mollë. Të njehsohet çmimi mesatar i shitjes së mollëve.
Zgjidhjen po e realizojmë, duke zbatuar formulën

$$\overline{X}=\frac{x_1\cdot f_1+x_2\cdot f_2+\cdots+x_i f_i+\cdots+x_n\cdot f_n}{f_1+f_2+\cdots+f_i+\cdots+f_n},$$

$$\overline{X} = \frac{70 \cdot 0,7 + 40 \cdot 0,9 + 60 \cdot 1}{70 + 40 + 60} = \frac{49 + 36 + 60}{170} = \frac{145}{170} = 0,85 \text{ €}.$$

Mesatarja aritmetike quhet e **ponderuar** nëse ajo është mesatare e bashkësisë me të dhëna të grupuara.

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura *(punë e pavarur ose në grupe)*

Nxënësve u jepen detyrë nga libri i nxënësit (shembulli 4, 5 dhe 6)që ata t`i zgjidhin dhe të nxjerin gjykim mbi përfundimin.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojnë mesataren e thjeshtë dhe të ponduruar;
2. Të përkufizojnë mesataren aritmetike të thjeshtë dhe të ponduruar;
3. Të zgjidhin problem përmes mesatares.

Vlerësimi i nxënësve

Mësimdhënësi *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë nga detyrat e dhëna.*

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësi u jepen detyra lidhur me mesataren aritmetike (të thjeshtë dhe të ponduruara).

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhës së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim të orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë të lidhjes masat e vlerës mesatare, sa nxënës po bëjnë dallimin në mes të mesatares së thjeshtë dhe asaj të ponduruar. Cilat kompetenca po arrihen nga nxënësi dhe në çfarë niveli i ka arritur:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me mesataren aritmetike.
- Zgjidhje problemore: me zbatimin e mesaterës aritmetike
- Lidhja: me shkencat e natyrës dhe shoqërisë
- Përdorimi i teknologjisë-kompjuterit.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema **12.3. ANALIZA E TË DHËNAVE**

Njësia **12.3.2. Mesatarja gjeometrike dhe mesatarja harmonike**

PLANIT I ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare:	Lënda mësimore:	Shkalla e kurrikulës:	Klasa:
MATEMATIKË	MATEMATIKË	V	X

Tema **12.3. ANALIZA E TË DHËNAVE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Në fund të kësaj teme nxënësi do të jetë në gjendje të:* 1. *Përkufizojë matësit e tendencës qendrore, mesataren aritmetike, gjeometrike dhe harmonike, medianën dhe modën;* 2. *Njehsojë mesataren aritmetike për të dhënat e pagrupuara dhe të grupuara;* 3. *Njehsojë medianën (vlerën mesatare);* 4. *Njehsojë modën (vlerën dominuese);* 5. *Gjejë lidhjen në mes të madhësive mesatare;* 6. *Njehsojë mesatarën gjeometrike;* 7. *Zbatojë metodat dhe ecuritë e hulumtimeve statistikore.*
Njësia: **12.3.2. Mesatarja gjeometrike dhe mesatarja harmonike**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Përkufizon mesataren gjeometrike dhe mesataren harmonike;* 2. *Interpreton mesataren gjeometrike dhe mesataren harmonike;*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: Të:

1. *Kuptojë rëndësinë dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
2. *Demonstrojë njohuri për grumbullimin dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
3. *Formojë tabela të shpërndarjes së frekuencave për të dhënat cilësore dhe sasiore;*
4. *Analizojë lloje të ndryshme të tabelave dhe diagrameve;*
5. *Interpretojë treguesit e variacionit;*
6. *Përdorë teknologjinë për të komunikuar dhe prezantuar të dhënat e grumbulluara.*

Qasja e të nxënit:

Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe të nxënësit, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për të interpretuar mesataren gjeometrike dhe harmonike. Kjo realizohet me metodë interaktive me nxënësin në qendër.

Fjalët kyçe: *mesatare gjeometrike, mesatare harmonike;.*

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi, kalkulatori.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, me fushën e jeta dhe puna dheme fushën e shkencave natyrore

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi, shtron disa pytje.

1. *Çka quhet mesatare?*
2. *Çka quhet varg statistikor?*
3. *Çka kuptoni me prodhim të termave të vargut?*

Pyetjet kryesisht lidhen me mesatare.

c. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi, nga përgjigjet e tri pyetjeve të mësipërme e përkufizon mesataren gjeometrike.
Mesatarja gjeometrike e një vargu prej n- vlerash është barabartë me rrënjën e n-të të prodhimit të termave të vargut
Jep formulën për mesataren e thjeshtë dhe të ponduruar:

$G=\sqrt[n]{x_1\cdot x_2 \ldots x_n}$ ose $G=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}$ dhe $G=\sqrt[n]{(x_1f_1)\cdot(x_2f_2)\ldots(x_nf_n)}$ ose $G=\sqrt[n]{\prod_{1}^{n} x_i\, f_i}$.

Jep shembullin 8 dhe nxënësit duke përdorur formulën gjejnë zgjidhjen.
Mësimdhënësi e definon mesataren harmonike si *vlera reciproke e mesatares aritmetike.*

$H=\frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\cdots+\frac{1}{x_i}+\cdots+\frac{1}{x_n}}$ ose $H=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}}$ dhe $H=\frac{n}{\frac{f_1}{x_1}+\frac{f_2}{x_2}+\cdots+\frac{f_i}{x_i}+\cdots+\frac{f_n}{x_n}}$ ose $H=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{f_i}{x_i}}$.

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura *(punë e pavarur ose në grupe)*
Meësimdhënsi iu jep nxënsëve shembullin 3, 4, 6 nga mesi aritmetik, duke zbatuar formulën nxënësit gjejnë mesin harmonik.

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojnë mesataren gjeometrike dhe mesataren harmonike;
2. Të interpretojnë mesataret në raste konkrete.

Vlerësimi i nxënësve
Nga detyrat e dhëna, mësimdhënësi *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

Detyrat dhe puna e pavarura Nxënësi u jepen detyra lidhur me mesataren harmonike dhe gjeometrike (të thjeshtë dhe të ponduruara).
Reflektimi i orës mësimore: Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim të orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë të lidhjes masat e vlerës mesatareve, aritmetike , gjeometrike dhe harmoni, sa nxënësit po bëjnë dallimin në mes të mesatares së thjeshtë dhe asaj të ponduruar dhe sa janë në gjendje t`i zbatojnë në situata reale. Cilat kompetenca po arrihen nga nxënësi dhe në çfarë niveli i ka arritur: ▪ Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me mesatare. ▪ Zgjidhje problemore: me zbatimin e mesatereve ▪ Lidhja: me shkencat e natyrës dhe shoqërisë ▪ Arsyetimet: në çfarë mase po i arsyetojnë dhe po i analizojnë problemet që lidhen me mesatare. ▪ Përdorimi i teknologjisë-kompjuterit. Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

.

Tema **12. 3. ANALIZA E TË DHËNAVE**

Njësia mësimore **12.3.3. Mediana (M_e) dhe moda (M_o)**

PLANIT I ORËS MËSIMORE			
Fusha kurrikulare: **MATEMATIKË**	Lënda mësimore: **MATEMATIKË**	Shkalla e kurrikulës: **V**	Klasa: **X**
Tema **12. ANALIZA E TË DHËNAVE**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Në fund të kësaj teme nxënësi do të jetë në gjendje të:* *1. Përkufizojë matësit e tendencës qëndrore, mesataren aritmetike, gjeometrike dhe harmonike, medianën dhe modën;* *2. Njehsojë mesataren aritmetike për të dhënat e pagrupuara dhe të grupuara;* *3. Njehsojë medianën (vlerën mesatare);* *4. Njehsojë modën (vlerën dominuese);*		

	5. *Gjejë lidhjen në mes të madhësive mesatare;* 6. *Njehsojë mesatarën gjeometrike;* 7. *Zbatojë metodat dhe ecuritë e hulumtimeve statistikore.*
Njësia mësimore **12.7. Mediana dhe moda**	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Përkufizon medianën dhe modën* 2. *Interpreton medianën dhe modën;*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: Të:

1. *Kuptojë rëndësinë dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
2. *Demonstrojë njohuri për grumbullimin dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
3. *Formojë tabela të shpërndarjes së frekuencave për të dhënat cilësore dhe sasiore;*
4. *Analizojë lloje të ndryshme të tabelave dhe diagrameve;*
5. *Interpretojë treguesit e variacionit;*
6. *Përdorë teknologjinë për të komunikuar dhe prezantuar të dhënat e grumbulluara.*

Qasja e të nxënit:
Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe të nxënësit, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për të përkufizuar dhe interpretuar medianën dhe modën. Kjo realizohet me metodë interaktive me nxënësin në qendër.

Fjalët kyçe: mediana, moda.

Kriteret e suksesit:
Mësimdhënis, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojnë medianën dhe modën;
2. Të interpretojnë medianën dhe modën në raste konkrete.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi, kalkulatori.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, jeta dhe puna dhe me fushën e shkencave natyrore

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe
Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënsi, shtron disa pytje.

1. Si ndahen vlerat mesatare e veçorive të të dhënave në bashkësi statistikore sipas kritereve të ndryshme?
2. Cilat janë vlerat e llogaritura mesatare?
3. Cilat janë vlerat e pozicionit mesatar

Nxënësit japin përgjigje: Vlerat mesatare ndahen në vlera të llogaritura dhe në vlerat e pozicionit.

Vlerat e llogaritura mesatare jane mesatare (aritmetike, gjeometrike, harmonike)
Vlerat e pozicionura mesatare janë : mediana dhe moda
Pyetjet kryesisht lidhen me vlerat e pozicionuara.

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Mësimdhënësi, nga përgjigjet e pyetjes së tretë përkufizon medianën dhe modën.

Mediana nuk është vlerë mesatare e llogaritur, por vlerë e veçorisë e përcaktuar sipas pozitës që ka në vargun e të dhënave

Po ashtu mësimdhënësi përkufizon edhe modën si karakteristikë më e shprehur në varg të dhënë.

Modë quhet vlera e veçorisë e cila ka frekuencë më të lartë. (Vlera dominues).

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Mësimdhënësi, nga libri i nxënësit merr shembujt 11,12,15 ku nxënësit i zgjidhin.

Vlerësimi i nxënësve

Nga detyrat e dhëna, mësimdhënësi *bën vlerësimin e punës së kryer nga grupet apo nxënës të veçantë.*

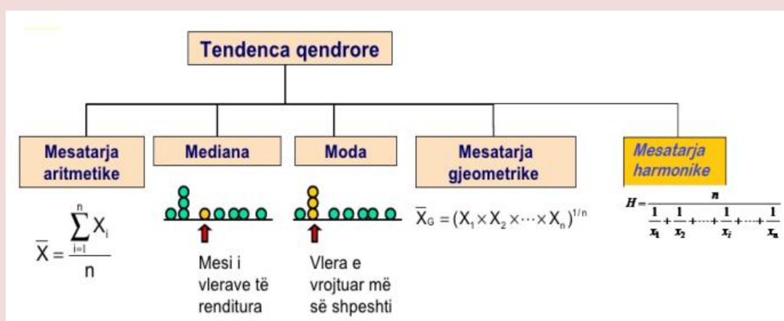
Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësi u jepen detyra lidhur me medianën dhe modën.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim të orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë të dallimit në mes të vlerave të llogaritura dhe vlerave pozicionale dhe llogaritja e tyre në situata reale.

Cilat kompetenca po arrihen nga nxënësi dhe në çfarë niveli i ka arritur:



- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me mesatare.
- Zgjidhje problemore: me zbatimin e mesatereve
- Lidhja: me shkencat e natyrës dhe shoqërisë
- Arsyetimet: në çfarë mase po i arsyetojnë dhe po i analizojnë problemet që lidhen me mesatare.
- Përdorimi i teknologjisë-kompjuterit.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

Tema **12. 4. NJËSITË THEMELORE PËR MATJEN E VARIABILITETIT**
Njësia mësimore **12.4**.1. **Rangu i variacionit dhe varianca**

<table>
<tr><td colspan="4"><u>PLANIT I ORËS MËSIMORE</u></td></tr>
<tr><td>Fusha kurrikulare:
MATEMATIKË</td><td>Lënda mësimore:
MATEMATIKË</td><td>Shkalla e kurrikulës:
V</td><td>Klasa:
X</td></tr>
<tr><td>Tema 12.4. NJËSITË THEMELORE PËR MATJEN E VARIABILITETIT</td><td colspan="3"><u>Rezultati i të nxënit të temës:</u>
Në fund të kësaj teme nxënësi do të jetë në gjendje të:
1. Përkufizojë shpërndarjen apo variacionin për të dhënat e pagrupuara dhe të grupuara;
2. Njehsojë gjerësinë e variacionit;
3. Njehsojë variancën, koficientin e variacionit dhe devijimn standard të populacionit dhe mostrave për të dhënat e grupuara dhe pagrupuara;
4. Zbatojë teoremën e Chbyshoev-it për përdorimin dhe interpretimin e devijimit standard;
8. Përdorë programet kompjuterike (Excel) për zgjidhjen e problemeve nga statistika dhe nga jeta reale.</td></tr>
<tr><td>Njësia mësimore 12.4.. Rangu i variacionit dhe varianca</td><td colspan="3"><u>Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:</u>
1. Përkufizon rangun e variacionit dhe variacionit
2. Zbaton variancën në situata reale</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: T</u>ë
1. Kuptojë rëndësinë dhe interpretimin e të dhënave statistikore;
2. Demonstrojë njohuri për grumbullimin dhe interpretimin e të dhënave statistikore;
3. Formojë tabela të shpërndarjes së frekuencave për të dhënat cilësore dhe sasiore;
4. Analizojë lloje të ndryshme të tabelave dhe diagrameve;
5. Interpretojë treguesit e variacionit;
6. Përdorë teknologjinë për të komunikuar dhe prezantuar të dhënat e grumbulluara.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Qasja e të nxënit:</u>
Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe të nxënësit, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për të përkufizuar dhe zbatojnë variancën dhe devijimin standard në probleme nga jeta. Kjo realizohet me metodë interaktive me nxënësin në qendër</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Fjalët kyçe:</u> rang , variacion; variancë, devijim .</td></tr>
</table>

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi, kalkulatori.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:
Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, jeta dhe puna dhe me fushën e shkencave natyrore

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve
Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi, shtron disa pytje.

1. *Si bëhet grumbullimi i të dhënave?*
2. *Çka janë madhësitë mesatare?*
3. *Si bëhet matja e shpërndarjes së të dhënave?*

Nxënësit japin përgjigje:
Përmes burimeve dhe regjistrimit
Madhësitë mesatare janë meset (aritmetik, gjeometri, harmonik), mesorja dhe moda
Vlerat e llogaritura mesatare jane mesatare (aritmetike, gjeometrike, harmonike)
Shpërndarja e të dhënave bëhet për matjen e variabilitetit si:

- *Rangu (gjërësia) i variacionit (R)*
- *Varianca* (σ^2)
- *Devijimi standard* (σ)
- *Koeficienti i variacionit*

b. Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)

Mësimdhënësi, nga përgjigjet e pyetjes së tretë përkufizon rangun.

Rangu i variacionit (për të dhënat e grupuara dhe pa grupuara) quhet ndyshimi në mes vlerës më të lartë dhe vlerës më të ulët e të dhënave të hulumtuara

$R = X_{\max} - X_{\min}$

Shembull 2. Të gjendet rangu i numrave:

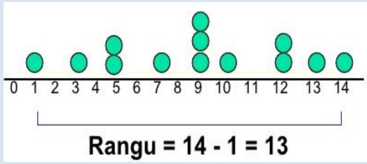
a) 1, 2, 3,....,14.
b) 3, 4, 6, 7, 9.

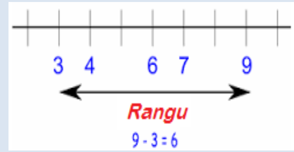
Zgjidhje:

a) Rangu 14-1=13

b) Rangu 9-3=6

Po ashtu





mësimdhënësi e përkufizon variancën si paraqitje e devijimit (shmangies) mesatar katror i të dhënave në varg, nga mesi aritmetik, i atij vargu.

-Varianca e thjeshtë (për të dhëna e pagrupuara):

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

-Varianca e ponderuar (për të dhënat e grupuara):

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i})$$

Ku: σ^2 - është simboli i variancës së popullimit

$\bar{x}$ - është mesatarja aritmetike e mostrës

n- është numri total vrojtimeve

Vlerat e variancës janë: $0 \le \sigma^2 \le \infty$

c. ***Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura*** *(punë e pavarur ose në grupe)*

Mësimdhënës, nga libri i nxënësit merr shembujt 1, 3 dhe 4 ku nxënësit i zgjidhin.

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

3. Të përkufizojnë vargun dhe variacionin;
4. Të interpretojnë variacionin në situata reale në raste konkrete.

Vlerësimi i nxënësve

Nga detyrat e dhëna, mësimdhënësi në detaje përcjell punën e nxënësve, se sa ata po realizojnë detyrat e dhëna dhe se sa janë në gjendje të zbatojnë në situata reale.

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësi u jepen detyra lidhur me rangun dhe variancën.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhën së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim të orës mësimore në raport me përmbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë për variancën.

Cilat kompetenca po arrihen nga nxënësi dhe në çfarë niveli i ka arritur:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me variancën.
- Zgjidhje problemore: me zbatimin e variancës
- Lidhja: me shkencat e natyrës dhe shoqërisë
- Arsyetimet: në çfarë mase po i arsyetojnë dhe po i analizojnë problemet që lidhen me mesatare.

- Përdorimi i teknologjisë-kompjuterit.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.

.

Tema **12. 4. NJËSITË THEMELORE PËR MATJEN E VARIABILITETIT**

Njësia mësimore **12.4**.2. **Devijimi standard, dispersioni dhe koeficienti i variacionit**

PLANIT I ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare:	Lënda mësimore:	Shkalla e kurrikulës:	Klasa:
MATEMATIKË	**MATEMATIKË**	**V**	**X**

Tema **4. NJËSITË THEMELORE PËR MATJEN E VARIABILITETIT**	**Rezultati i të nxënit të temës:** *Në fund të kësaj teme nxënësi do të jetë në gjendje të:* 1. *Përkufizojë shpërndarjen apo variacionin për të dhënat e pagrupuara dhe të grupuara;* 2. *Njehsojë gjerësinë e variacionit;* 3. *Njehsojë variancën, koficientin e variacionit dhe devijimn standard të populacionit dhe mostrave për të dhënat e grupuara dhe pagrupuara;* 4. *Zbatojë teoremën e Chbyshoev-it për përdorimin dhe interpretimin e devijimit standard;* 5. *Përdorë programet kompjuterike (Excel) për zgjidhjen e problemeve nga statistika dhe nga jeta reale.*
Njësia: **12.4.2. Devijimi standard,** ***dispersioni dhe koeficienti i variacionit***	**Rezultatet e të nxënit sipas kompetencave të fushës së kurrikulës për njësinë mësimore:** 1. *Përkufizon devijim standard, dispersionin dhe koeficientin e variacionit* 2. *Zbaton devijimin, dispersionin dhe koeficientin e variacionit në situata reale*

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës: Të:

1. *Kuptojë rëndësinë dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
2. *Demonstrojë njohuri për grumbullimin dhe interpretimin e të dhënave statistikore;*
3. *Formojë tabela të shpërndarjes së frekuencave për të dhënat cilësore dhe sasiore;*

4. *Analizojë lloje të ndryshme të tabelave dhe diagrameve;*
5. *Interpretojë treguesit e variacionit;*
6. *Përdorë teknologjinë për të komunikuar dhe prezantuar të dhënat e grumbulluara.*

Qasja e të nxënit:

Angazhimi individual, në dyshe dhe në grupe të nxënësit, duke diskutuar për zbatimin dhe analizimin e njohurive dhe aftësive ekzistuese, për të përkufizuar dhe zbatojnë variancën dhe devijimin standard në probleme nga jeta. Kjo realizohet me metodë interaktive me nxënësin në qendër.

Fjalët kyçe: *devijim standard, dispersionin, koeficient i variacionit*

Kriteret e suksesit:

Mësimdhënësi, kriteret e suksesit i cakton në bashkëpunim me nxënësit në fillim të orës mësimore

1. Të përkufizojnë devijimin standard, dispersionin dhe koeficientin e variacionit;
2. Të interpretojnë devijimin standard, dispersionin dhe koeficientin e variacionit në situata reale në raste konkrete.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

Libri i nxënësit, libri i përmbledhjes me detyra, internet, fletorja, lapsi, kalkulatori.

Lidhja me lëndet e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore:

Me fushën e gjuhës dhe komunikimit, jeta dhe puna dhe me fushën e shkencave natyrore

Metodologjia dhe veprimtaritë e nxënësve

Rrjeti i komunikimit, vëzhgo-analizo-diskuto, punë e pavarur ose në grupe

Përshkrimi i metodologjisë, teknikat e punës dhe veprimtaritë e punës me nxënës

Organizimi i orës së mësimit:

a. ***Lidhjen e njësisë mësimore me njohuritë e mëparshme të nxënësve*** *(rrjeti i komunikimit)*

Mësimdhënësi fillimisht bën përsëritje lidhur me rangun e variacionit dhe variancën.

Merr shembullin 5 dhe gjen variancën. Njehson rrënjën katrore të variancën që bën të kuptojnë *se ka njehsuar devijimin standard.*

b. ***Ndërtimi i njohurive të reja (vëzhgo–analizo-diskuto)***

Andaj mësimdhënësi përkufizon devijimin standard si rrënja katrore të variancës.

Devijimi standard për të dhëna të pagrupuara (devijimi i standard i thjeshtë) njehsohet me formulën

$$\sigma=\sqrt{\sigma^2}=\sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}} \quad \text{ose} \quad \sigma=\sqrt{\sigma^2}=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}-\bar{x}^2}$$

Devijimi standard nga të dhënat e grupuara (devijimi standard i konderuar) njehsohet me formulën

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f}} \quad \text{ose} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2}{\sum f} - \bar{x}^2}$$

Ku:

σ - është simboli i devijimit standard

$\bar{x}$ - është mesatarja aritmetike e mostrës

n - është numri total vrojtimeve

Për interpretimin e devijimit standard jep ***Teorema e Chebyshev-it:***

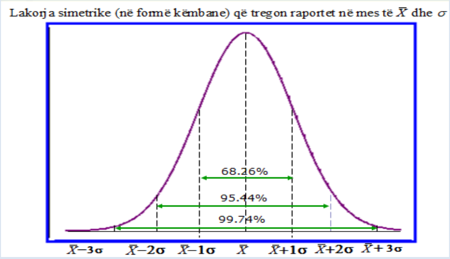
Për një grumbull të vrojtimeve (nga mostra ose populacioni) pjesa e vlerave që gjendet brenda ***k*** devijime standarde nga mesatarja aritmetike, është së paku

$1 - \frac{1}{k^2}$, ku k - është çdo numër më i madh se 1.

Interpretimi dhe përdorimi i devijimit standard

Rregulla empirike/normale: Për çdo distribucion normal/simetrik/ në formë kambane, nëse $\bar{x}$ është mesatarja aritmetike, do të kemi:

- Përafërsisht **68,26%** e vrojtimeve gjendet në mes (brenda) mesatares aritmetike $\bar{x}$ dhe $\pm 1\sigma$.
- Përafërsisht **95,44%** e vrojtimeve gjendet brenda mesatares aritmetike $\bar{x}$ dhe $\pm 2\sigma$.
- Përafërsisht **99.74%** gjendet brenda mesatares aritmetike $\bar{x}$ dhe $\pm 3\sigma$.



duhet te jetë $\bar{x}$ dhe $\bar{x} \pm 1\sigma$, Duhet të jetë $\bar{x}$ dhe $\bar{x} \pm 2\sigma$ etj.

Mësimdhënësi jep **Shembull 6.** Një pensionist ka pensionin 175€. Mostra që prezanton shumën e shpenzimeve mujore për ushqim për të i afrohet shpërndarjes normale në formë kambane. Mesatarja e mostrës është $\bar{x} = 120$ €, kurse devijimi standard është δ =10€.

a. Në mes të cilave vlera janë rreth 68% e shpenzimeve mujore?
b. Në mes të cilave vlera janë rreth 95% e shpenzimeve mujore?
c. Në mes të cilave vlera gati të gjitha shpenzimet mujore janë?

Nxënësit e zgjidhin bashkvrisht me mësimdhënësin. Po ashtu e përkufizon edhe dispersionin si produkt të devijimit me rrënjën katrore të 2.

Dispersioni i thjeshtë (shmngia e thjeshtë), dmth dispersioni për të dhëna të pa grupuara, llogaritet me formulën:

$$\delta = \sigma\sqrt{2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} 2(x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{ose} \quad \delta = \sqrt{2}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i^2}{n} - \overline{x^2}\right)$$

Dispersioni i ponderuar (shmngia e ponderuar), dmth dispersioni për të dhëna të grupuara, llogaritet me formulën:

$$\delta = \sigma\sqrt{2} = \sqrt{2\cdot\left(\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i}\right)} \quad \text{ose} \quad \delta = \sqrt{2\left(\sum p_i x_i^2 - \bar{x}^2\right)}.$$

Njëkohësisht përkufizon edhe koeficientin e variacionit

Hersi në mes devijimit standard dhe mesatares aritmetike shprehur në përqindje quhet koeficient i variacionit.

$$KV = \frac{\sigma}{\bar{x}}\cdot 100\%$$

c. Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura *(punë e pavarur ose në grupe)*

Mësimdhënës, nga libri i nxënësit merr:

Shembull 7. Janë dhënë numrat 3, 7, 10, 8, 8, 6. Të gjendet

a. Rangu (gjërësia) i variacionit (R)

b. Varianca (σ^2)

c. Devijimi standard (σ)

d. Koeficienti i variacionit

Vlerësimi i nxënësve

Nga detyrat e dhëna, mësimdhënësi në detaje përcjell punën e nxënësve, se sa ata po relizojnë detyrat e dhëna dhe se sa janë në gjendje të zbatojnë në situata reale.

Detyrat dhe puna e pavarura

Nxënësi u jepen detyra lidhur me devijimin standard, dispersionin dhe koeficientin e variacionit.

Reflektimi i orës mësimore:

Reflektimin e rrjedhës së orës mësimore, mësimdhënësi bën një vetëreflektim, vetëvlerësim të orës mësimore në raport me devijimin standard, dispersionin dhe koeficientin e variacionit.

Cilat kompetenca po arrihen nga nxënësi dhe në çfarë niveli i ka arritur:

- Komunikimi dhe të shprehurit: që lidhen me devijimin standard, dispersionin dhe koeficientin e variacionit.
- Zgjidhje problemore: me zbatimin e devijimin standard, dispersionin dhe koeficientin e variacionit
- Lidhja: me shkencat e natyrës dhe shoqërisë
- Arsyetimet: në çfarë mase po i arsyetojnë dhe po i analizojnë problemet që lidhen me devijimin standard, dispersionin dhe koeficientin e variacionit.
- Përdorimi i teknologjisë-kompjuterit.

Nxënësi, diskuton në grupe në mënyrë konstruktive të përmbledhur, duke dhënë dhe duke marrë informacione për një temë të caktuar, po ashtu ai krijon një situatë logjike nga jeta e përditshme që kërkon zgjidhje dhe përcakton procedurën e zgjidhjes së problemit; modelon zgjidhjen e një problemi të dhënë për temën, njëkohësisht ai demonstron shkathtësi funksionale të matematikës në jetën e përditshme, në përmbushjen ë kërkesave të ndryshme për kryerjen e detyrave, parashtron pyetje dhe shfaq mendime të konstruktuara për zgjidhjen e problemit apo detyrës.