PËR MËSIMDHËNËSIN/EN

dukagjini
shtëpia botuese publishing house

Hava Osmani-Kelmendi, Bregan Isufi,
Fehmi Sylejmani, Vjollca Ferizi-Feka

MATEMATIKA

9

Për klasën e nëntë të arsimit të mesëm të ulët

PËRMBAJTJA

Të dashur mësimdhënës dhe mësimdhënëse,

Në duar keni librin tuaj, i hartuar për t'ju ardhur në ndihmë në zhvillimin e mësimit, mbështetur në metodologjitë më të përparuara të sotme.

Sistemi arsimor në Kosovë ka kaluar përmes vështirësive të panumërta dhe në shkolla janë përdorur metoda tradicionale të mësimdhënies. Sot kemi mundësinë që arsimi t'i pajisë nxënësit me kompetencat që u nevojiten, për të formësuar jetën e tyre dhe për të kontribuuar në shoqëri. Për të gjetur mënyrën më të mirë dhe për ta realizuar këtë synim, shtëpia botuese "Dukagjini" në vazhdim të nismës për përfshirjen e metodologjive të mësimdhënies ndërvepruese në librat e mësimdhënësve, ka për qëllim t'ju ndihmojë të gjeni përgjigje për pyetjen themelore: *Çfarë metodologjie do të përdorni për të ndërtuar e krijuar dije, shkathtësi, qëndrime dhe vlera që do t'u nevojiten nxënësve të Kosovës për të formësuar të ardhmen e tyre?*

Integrimi në hapësirën arsimore të shekullit të 21-të kërkon, midis të tjerash, modernizimin e metodave ekzistuese të mësimdhënies dhe nxënies, futjen e veprimtarive bashkëkohore në mësim, që mundësojnë përgatitjen e një individi aktiv, të pavarur dhe të lirë, të pajisur me shprehi të të menduarit kritik, krijues, komunikues, bashkëpunues dhe kurioz, i aftë për të përmbushur kërkesat e shoqërisë së sotme dhe të nesërme shqiptare.

Cilësia e re e të nxënit dhe mësimdhënies përbën përparësi absolute për arsimin. Ju nuk jeni vetëm burime informacioni, por kërkohet të përdorni metoda dinamike të mësimdhënies, të quajtura edhe metoda mësimore ndërvepruese, të cilat përbëjnë elementet bazë të këtij modeli, për t'i motivuar nxënësit që të angazhohen më shumë në mësim.

Modeli i këtyre librave është i pranishëm për herë të parë në Kosovë i zbatuar në vitin 2022 dhe mësimet janë hartuar nga kolegët tuaj, me përkushtim dhe përgjegjësi maksimale.

UDHËRRËFYES
për konceptimin e mësimeve model

Faqja në të majtë

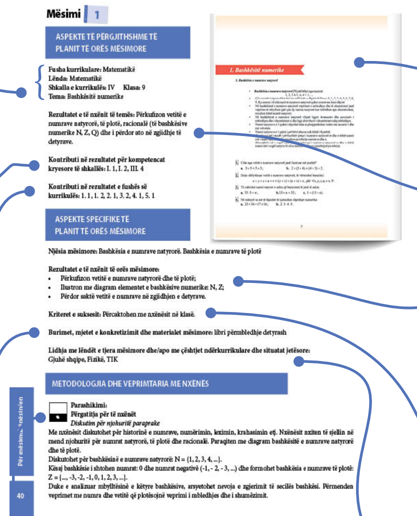
Këto janë të dhëna identifikuese, të cilat orientojnë për mësimin.

Mësimi synon që, përmes rezultateve të të nxënit, të kontribuojë në një ose disa prej kompetencave.

Rezultatet specifike janë në koherencë me ato të fushës.

Të gjitha mjetet dhe materialet, e çdo lloji, që shërbejnë për konkretizim në ndihmë të të nxënit.

Parashikimi është faza e parë e orës mësimore që siguron përqendrimin dhe aktivizimin e nxënësve në mësim.



Paraqitja e faqes së librit të nxënësit ndihmon mësimdhënësin/en gjatë përgatitjes.

Rezultatet e të nxënit të temës janë në koherencë me ato të orës mësimore; tema është më e gjerë.

Rezultatet specifike të të nxënit janë ato mbi të cilat ndërtohet mësimi.

Janë zbërthim i rezultateve të të nxënit sipas niveleve të arritjes. Përcaktohen me nxënësit në klasë.

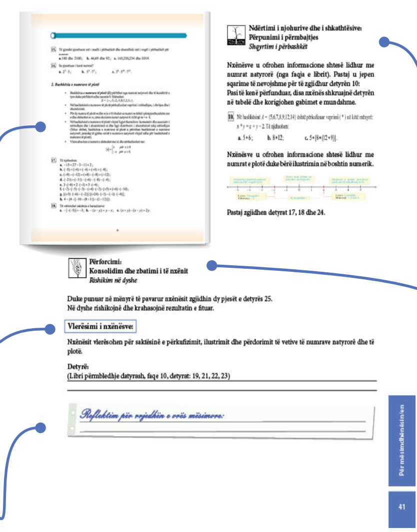
Zakonisht, mësimi ka lidhje me lëndë dhe fusha të tjera, të cilat evidentohen.

Faqja në të djathtë

Paraqitja e faqes së librit të nxënësit ndihmon mësimdhënësin gjatë përgatitjes.

Vlerësimi formues në raport me rezultatet e të nxënit.

Vetëreflektim dhe vetëvlerësim për orën mësimore në raport me arritjen e rezultateve të nxënësve.



Përpunimi i përmbajtjes është faza e dytë e orës mësimore, ku bëhet përzgjedhja e materialit mësimor dhe organizimin metodologjik i tij.

Përforcimi është faza e tretë e orës mësimore, ku bëhet integrimi i dijeve dhe shprehive, si dhe zbatimi i tyre.

Përshkrim i rubrikave kryesore të orës së mësimit

Rezultatet e të nxënit të temës janë hartuar mbi bazën e koncepteve të përgjithshme, të cilat janë pika referuese në përzgjedhjen e përmbajtjeve mësimore për lëndën dhe rezultateve të të nxënit për këtë temë. Në këtë rast, mund të merren nga tabela e krahasimit të planeve dhe programeve ekzistuese me Kurrikulën Bërthamë, por edhe mund të hartohen vetë, mund të jenë një, dy a më shumë rezultate. Një rezultat i të nxënit të lëndës mësimore mund të shërbejë për një apo më shumë njësi mësimore - kjo varet nga përshkrimi i rezultatit të të nxënit dhe nga elementet përbërëse të tij.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës. Duke filluar nga klasa e tretë e më lart, nxënësit zotërojnë operacione mendore; të menduarit e tyre është konkret, me elemente të të menduarit abstrakt. Prandaj, mësimi me këta nxënës kalon në tri faza, dhe të menduarit e tyre sipas proceseve njohëse.
Zhvillimi i kompetencave, përkatësisht në rezultatet e tyre, bëhet përmes fushës kurrikulare, e cila kontribuon në arritjen e rezultateve të kompetencave. Të gjitha kompetencat kryesore të kurrikulës zbërthehen në rezultate të të nxënit. Ato janë pjesë e Kurrikulës Bërthamë dhe parashihen të përvetësohen nga nxënësit, me rastin e përfundimit të shkallës së kurrikulës.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës. Shprehin kërkesat thelbësore të arritjes në fushën kurrikulare, drejt zotërimit të kompetencave kryesore në përfundim të shkallës. Ato përshkruajnë atë se çfarë duhet të dijë, të besojë, të vlerësojë dhe të jetë i aftë për të bërë nxënësi në fund të shkallës a nivelit dhe shprehin një varg domenesh, duke përfshirë: njohuritë, shkathtësitë, qëndrimet dhe vlerat. Vendosen rezultatet e të nxënit të fushës kurrikulare, vetëm ato që reflektohen në temën mësimore.

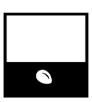
Rezultatet e të nxënit. Rezultatet specifike të të nxënit janë ato mbi të cilat ndërtohet ora e mësimit, të cilat përbëjnë detajimin e rezultateve të të nxënit të temës që janë në koherencë me ato të fushës së kurrikulës.

Kriteret e vlerësimit/suksesit janë zbërthim i rezultateve të të nxënit sipas niveleve të arritjes dhe sigurojnë vlerësim të drejtë për shkallën e zotërimit. Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Metodologjia dhe veprimtaritë me nxënës - fazat e zhvillimit të mësimit. Tashmë nxënësit, duke filluar nga klasa e tretë e lart, zotërojnë operacionet mendore, të cilat kanë karakter konkret, me elemente të të menduarit abstrakt. Me kalimin në klasat më të larta, marrin karakter mbizotërues, pasi të menduarit është formal. Mësimi me këta nxënës kalon në tri faza të të menduarit gjatë të nxënit, sipas proceseve njohëse.

Çfarë simbolizon modeli me tri pamje të ndryshme të ciklit të jetës së bimës së grurit në tri fazat e mësimit?

Mbillet një farë. Pasi është bërë puna themelore e fillimit, mësimdhënësi vazhdon dhe fara e grurit lëshon rrënjë dhe bima rritet. Kalliri i grurit është pjekur dhe përmban fara për shumë bimë të tjera; po kështu, edhe mësimi mund të çojë në shumë veprimtari të tjera. Cikli i jetës së grurit, nga fara në tokë, në bimë, e prapë në farë, sugjeron, gjithashtu, ciklin e vazhdueshëm të shkollimit përmes mbështetjes në njohuritë ekzistuese, për të vazhduar më tej.



Parashikimi: Përgatitja për të nxënët
Në fazën e parashikimit mbillet një farë në një truall pjellor. Mësimi duhet të mbështetet edhe në njohuritë ekzistuese të nxënësve, ashtu si fara merr ushqim nga trualli ku është mbjellë.

Kjo është faza e parë e strukturës për zhvillimin e të menduarit dhe të të nxënit. Në këtë fazë kryhen veprimtari të ndryshme njohëse, nxënësi është i përfshirë gjallërisht në rikujtimin e asaj çka di rreth temës së mësimit, bën lidhjen e njohurive të reja me ato që dihen. Nxënësit ndërtojnë njohuritë, konceptet, kuptimin e ri mbi dukuritë e caktuara nga bazat e njohurive të mëparshme.

Ndërtimi i njohurive: Përpunimi i përmbajtjes
Mësimi vazhdon me fazën e ndërtimit të njohurive; fara e grurit lëshon rrënjë dhe bima rritet. Kjo është faza e dytë e strukturës për zhvillimin e të menduarit të nivelit të lartë gjatë të nxënit dhe nxënësi është i përfshirë në procesin e përftimit të kuptimit të njohurive. Gjithashtu, ruan interesin dhe ritmin e vendosur gjatë fazës së parashikimit.

Përforcimi: Konsolidimi i të nxënit
Mësimi përfundon me fazën e përforcimit. Kalliri i grurit është pjekur dhe përmban fara për shumë bimë të tjera; po kështu, edhe mësimi mund të çojë në shumë veprimtari të tjera. Në këtë fazë, nxënësit konsolidojnë të nxënët e ri dhe ristrukturojnë skemën e tyre për të përshtatur konceptet e reja dhe për t'i zbatuar ato.

HYRJE

Konceptimi dhe ndërtimi i librit për mësimdhënësin/en

MATEMATIKA 9

Fusha e matematikës përkufizon arsimimin matematik që shpjegon mbështetjet teorike të matematikës dhe organizon materien, duke përshkruar mënyrën se si janë të sistemuara njohuritë, proceset dhe aftësitë themelore matematike. Në të janë të përshkruara kontekstet në të cilat nxënësi/ja përballet gjatë të mësuarit të matematikës dhe me problemat matematike në jetën e përditshme.

Fusha kurrikulare e matematikës u mundëson nxënësve që të zhvillojnë dhe t'i avancojnë aftësitë matematike, ndërsa mësimdhënësve u jep mundësinë të gjejnë mënyrën më të mirë të mundshme që t`i nxisin nxënësit e tyre për të mësuar.

Matematika përfaqësohet si fushë dhe lëndë mësimore që është organizuar në koncepte të përgjithshme të fushës, në rezultate për shkallë kurrikulare që përshkruajnë njohuritë, aftësitë, shkathtësitë dhe qëndrimet që nxënësi/ja duhet të përvetësojë në raport me moshën. Radhitja e koncepteve matematike reflekton veçoritë e nivelit dhe të shkallës, duke shërbyer si bazë për programet mësimore për klasë.

Fusha e matematikës ka si qëllim të pajisë nxënësit me modelet e të menduarit matematik, me idetë bazë për strukturat matematikore, si dhe t'u zhvillojë atyre aftësitë për llogaritje dhe zgjidhje të problemave në jetën e përditshme. Nëpërmjet fushës së matematikës, synohet zhvillimi intelektual, aftësimi për të gjykuar nga këndvështrime të ndryshme, si dhe zhvillimi i imagjinatës dhe i aftësisë krijuese.

Karakteristikë e mënyrës së të punuarit dhe të menduarit matematik është përdorimi i saktë i gjuhës, zhvillimi i qartë i koncepteve, të menduarit logjik, argumentimi dhe kuptimi i varësive reciproke ndërmjet dukurive e proceseve matematikore, natyrore dhe shoqërore.

Fusha e matematikës në këtë nivel promovon zhvillim të mëtejshëm, përforcim dhe orientim në thellimin e njohurive, kryerjen e veprimeve themelore matematikore, njohjen me figura dhe trupa gjeometrikë, përdorimin e njësive dhe të nënnjësive të matjeve, grumbullimin e të dhënave, leximin dhe paraqitjen e grafikëve, si dhe vendosjen e një baze të njohjes mbi probabilitetin. Bën orientimin në përdorimin e matematikës për zgjidhje të problemave nga jeta e përditshme.

Fusha e matematikës mundëson zhvillimin e shkathtësive dhe të aftësive të nxënësve për të menduar në mënyrë kritike, zhvillimin e personalitetit të tyre, zhvillimin e shkathtësive për të punuar në mënyrë të pavarur dhe sistematike, nxitjen dhe inkurajimin e ndërtimit të njohurive të reja me qëllim të zbatimit dhe të integrimit të tyre në fushat e tjera dhe zgjidhjen e situatave problemore në jetën e përditshme.

Po ashtu, njëri nga qëllimet e fushës së matematikës është edhe integrimi i saj me të gjitha fushat dhe çështjet ndërkurrikulare përmes të cilave zotërohen kompetencat kryesore.

Udhëzime metodologjike

Për të realizuar qëllimet e kurrikulës, përmes fushës *Matematikë*, këshillohet përdorimi i metodave të ndryshme që plotësojnë njëra-tjetrën dhe që mundësojnë zhvillimin e të menduarit kritik e krijues te nxënësi, për zbatimin e njohurive dhe shkathtësive në situata të ndryshme.

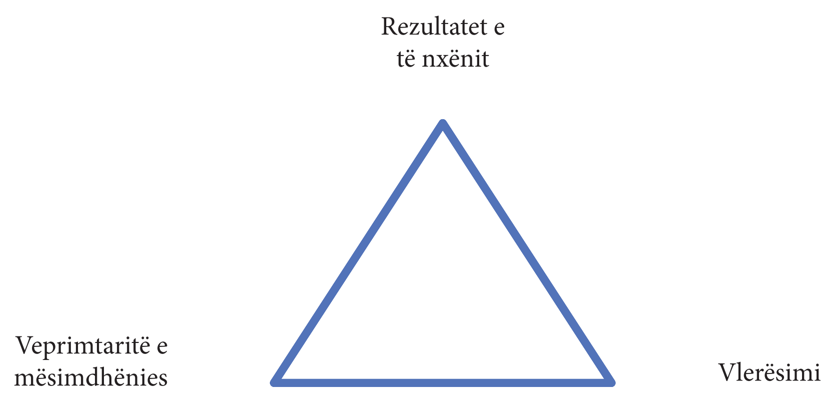
Përzgjedhja e metodave është kompetencë e mësimdhënësit/es të fushës. Ajo bëhet në përshtatje me nevojat dhe kërkesat e nxënësve, me natyrën e përmbajtjes tematike mësimore dhe të rezultateve të kompetencave për shkallën e katërt kurrikulare, me bazën didaktike dhe me nivelin e formimit të nxënësve, duke i dhënë secilit mundësinë të shfaqë dhe të zhvillojë maksimumin e potencialit që zotëron brenda vetes.

Mësimdhënësi/ja është i/e lirë të përdorë metoda mësimore bashkëkohore ndërvepruese dhe gjithëpërfshirëse, teknika e forma të shumëllojta të punës dhe një kompleks të tërë procedurash. Këto metoda duhet të jenë në funksion të nxitjes së mendimit të pavarur, kritik e krijues. Metodat dhe teknikat e punës me nxënës, kërkohen të jenë të kombinuara dhe të shumëllojta, në funksion të arritjeve të rezultateve të të nxënit dhe të zbatimit në jetën e përditshme.

Metodologjia ndërvepruese në mësimdhënie dhe të nxënët

Libri që keni në duar, është hartuar për t'ju pajisur me metodologjinë ndërvepruese në ndërtimin e dijeve dhe formimin e shkathësive. Ai trajton temat mësimore në përputhje "Kurrikula Bërthamë e Arsimit të Mesëm të Ulët të Kosovës" (e rishikuar) (2016) si edhe të gjitha dokumentet dhe udhëzimet administrative në fuqi ku është mbështetur metodologjia me të gjithë elementet përbërëse, duke filluar me kontributin në kompetencat kryesore dhe rezultatet e të nxënit të fushës, rezultatet specifike të të nxënit të njësisë mësimore, mjetet e punës, ecuria metodologjike e orës së mësimit e deri te vlerësimi i nxënësve. Një nga risitë e këtij libri është se përmban edhe një rubrikë: *Reflektim për rrjedhën e orës mësimore*. Qëllimi i kësaj rubrike është që t'ju ndihmojë të mbani shënime për punën tuaj në klasë, arritjet, por edhe dështimet, dhe më pas të reflektoni kur të bëni përsëritje, të kontrolloni dijet dhe të bëni vlerësimin e nxënësve, por edhe kur të zhvilloni mësimin një vit apo disa vjet më pas.

Në aspektin metodologjik te hartimit të modeleve orientuese për çdo orë mësimi, është treguar kujdes i veçantë në harmonizimin e të gjitha veprimtarive. Marrëdhëniet midis rezultateve të të nxënit - procedurave të mësimdhënies dhe të nxënit - vlerësimit, përbëjnë atë që në metodologjinë e sotme quhet "trekëndësh magjik". Ky trekëndësh paraqet marrëdhëniet koherente midis rezultateve të të nxënit, veprimtaritë e mësimdhënies të të nxënit dhe vlerësimit. Këta tre komponentë janë në koherencë me njëri-tjetrin, me qëllim që nxënësit të inkurajohen për të mësuar, të jenë pjesëmarrës aktivë në ndërtimin e dijes dhe të shkathtësive.



Burimi: Metodologji e mësimdhënies, (faqe 102), B. Musai, 2014. Botuar në Tiranë: CDE

Zgjeroni dhe thelloni dijet *Për më shumë lexoni në: Musai. B. (2014) Metodologji e mësimdhënies.Tiranë: CDE, faqe 101-128.*

Metodologjia e çdo teme zhvillohet në mënyrë pamore rreth mësimit të librit të nxënësit, e cila ju ndihmon ta shikoni atë pa pasur nevojën që ta keni pranë. Përdorimi i këtaj mënyre të paraqitjes metodologjike të mësimit ka dhënë rezultate mjaft të mira.

Metodologjia ndërvepruese ka si qëllim përfshirjen aktive të nxënësve në ndërtimin e dijes dhe formimin e shprehive. Zhvillimi i nxënësve që mendojnë në mënyrë kritike e që janë krijues është në qendër të metodave të mësimdhënies, të mënyrave të të nxënit e të çdo veprimtarie tjetër, me synim zhvillimin e shprehive të të menduarit të nivelit të lartë. Por, nga ana tjetër, jemi mbështetur edhe në parimet e psikologjisë së edukimit, kryesisht të zhvillimit njohës sipas moshave, me konsideratë të veçantë Zonën e Zhvillimit Proksimal të Vigotskit, e cila është zona midis nivelit aktual të zhvillimit të fëmijës, sipas përcaktimit të aftësive për zgjidhjen e pavarur të problemeve dhe nivelit të zhvillimit që fëmija është në gjendje të arrijë, përmes orientimit të të rriturve, apo në bashkëpunim me bashkëmoshatarët e tij më të aftë. Kjo është një hapësirë dinamike ku mësimdhënia mund të japë rezultate e ndodhet diku midis asaj që nxënësi di dhe asaj që nxënësi nuk është gati të mësojë. Zona e zhvillimit proksimal është hapësira e mësimit midis së mërzitshmes dhe së pamundurës. Në këtë hapësirë, mbështetja nga mësimdhënësi apo nga një bashkëmoshatar mund të bëjë që mësimi të japë rezultate.

Zgjeroni dhe thelloni dijet *Për më shumë lexoni në: Woolfolk. A. (2011) Psikologji edukimi.Tiranë: CDE, faqe 47-51.*

Burimi: *Psikologji edukimi,* (faqe 47), A. Woolfolk, 2011. Botuar në Tiranë: CDE

Zgjeroni dhe thelloni dijet
Për më shumë lexoni në: Woolfolk. A. (2011) Psikologji edukimi.Tiranë: CDE, faqe 32-36.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës 4

Nr.	Rezultatet e të nxënit për shkallën 4 dhe kompetencat kryesore
I	**Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit - Komunikues efektiv**
1.	Transmeton saktë të dhënat e mbledhura për një temë konkrete, në formë tekstuale, numerike, verbale, elektronike apo në ndonjë formë tjetër të të shprehurit.
2.	Përshkruan një ngjarje, të dhënë si detyrë, të lexuar ose të dëgjuar më parë, në formë verbale, vizuale ose me shkrim, duke e ruajtur rrjedhën logjike të saj.
3.	Diskuton për një temë të caktuar në gjuhën amtare, në gjuhën angleze ose në gjuhën e dytë të huaj në lëndë të ndryshme, duke i respektuar rregullat e pjesëmarrjes efektive për këmbimin e informatave dhe të ideve.
4.	Harton një tekst, deri në pesëqind fjalë, duke e vazhduar një rrëfim gojor apo tekst të lexuar paraprakisht, duke u bazuar në imagjinatën e vet.
5.	Prezanton para të tjerëve një projekt për një temë të dhënë, të përgatitur vetë ose në bashkëpunim me grupin, duke i gërshetuar format e komunikimit verbal, elektronik dhe veprimin praktik.
6.	Analizon përmbajtjen dhe kuptimin e nocioneve (koncepteve) të reja, duke e përdorur leksikun adekuat, të përshtatshëm dhe të saktë dhe i bën ato pjesë të dosjes mësimore.
7.	Identifikon burime të ndryshme të informacionit për arsimim, orientimin profesional dhe harton një plan individual për zhvillimin e karrierës në fushën e komunikimit (gazetar etj.).
8.	Inicion biseda shoqërore me moshatarët dhe me të rriturit për tema me interes mësimor/shoqëror, duke shtruar pyetje për temën dhe duke u përgjigjur dhe veçuar informatën kryesore.

II	Kompetenca të menduarit - Mendimtar kreativ dhe kritik
1.	Paraqet, në formë gojore ose të shkruar, grafike, me simbole, argumente të veçanta për të sforcuar mendimin apo qëndrimin e vet për një problem nga fusha të caktuara.
2.	Përzgjedh informata nga burime të ndryshme, për një temë konkrete, i klasifikon ato në bazë të një kriteri të caktuar dhe i përdor ato për marrjen e një vendimi apo për zgjidhjen e një problemi/detyre.
3.	Analizon një punim artistik ose joartistik (p.sh., artikull gazetaresk, pikturë etj.) duke gjetur analogji dhe dallime me punime të ngjashme nga autorë të ndryshëm.
4.	Përpunon idenë e vet në një projekt me shkrim për një çështje të caktuar duke propozuar aktivitetet kryesore, përcakton qëllimin kryesor, afatet, vendin, personat, materialet dhe mjetet e nevojshme për kryerjen e atyre aktiviteteve si dhe parasheh pengesat e mundshme gjatë realizimit të tyre.
5.	Arsyeton ndërmarrjen e hapave konkretë, të cilët kanë rezultuar në përfundimin e një detyre/aktiviteti, zgjidhjen e një problemi apo të ndonjë punimi në klasë/shkollë apo gjetiu.
6.	Demonstron zgjidhjen e një problemi (matematik, linguistik etj.) bazuar në të dhënat tekstuale ose tekstuale numerike, eksperimentale të detyrës e cila bëhet në klasë/shkollë apo jashtë saj duke arsyetuar me gojë zbatimin e ecurive përkatëse për arritjen e rezultatit.
7.	Interpreton me fjalë, me shkrim/me gojë një rregull, koncept apo proces të caktuar duke e ilustruar atë me shembuj konkretë nga situata të jetës së përditshme.
8.	Identifikon me anë të krahasimit dallimet dhe ngjashmëritë midis ligjeve dhe dukurive që ndodhin në natyrë me ato në shoqëri, duke vënë në dukje lidhjen shkak-pasojë midis këtyre dukurive.

III	Kompetenca të mësuarit për të nxënë - Nxënës i suksesshëm
1.	Regjistron në formë të shkruar, grafike, me TI etj., informatat ose faktet për një temë të caktuar duke i veçuar, me anë të teknikave të ndryshme, pjesët e rëndësishme dhe më pak të rëndësishme të nevojshme për atë temë/detyrë të dhënë.
2.	Shfrytëzon në mënyrë efikase fjalorët, enciklopeditë dhe teknologjinë informative apo burimet e tjera gjatë ndërtimit të një ideje ose projekti me bazë klase/shkolle ose jashtë saj.
3.	Regjistron në skeda dhe teknika të tjera të veçanta, TI etj., informatat ose faktet a formulat për një temë të caktuar duke i radhitur ato sipas llojit, burimit dhe rëndësisë mësimore të tyre.
4.	I parashtron pyetje vetes për çështjet që trajton dhe organizon mendimet për të gjetur përgjigje për temën apo problemin e caktuar duke e regjistruar përparimin apo ngecjen derisa ta gjejë zgjidhjen përfundimtare.
5.	Paraqet/skicon idetë e veta për ecurinë dhe mënyrën e zhvillimit të një aktiviteti duke e sqaruar dhe duke argumentuar më pas këtë para të tjerëve.
6.	Ndjek në mënyrë të pavarur udhëzimet apo skicat e dhëna në libër, skicë, plan, partiturë muzikore, skenar, koreografi etj., ose të ndonjë burimi tjetër, për të performuar një veprim, aktivitet ose detyrë që kërkohet prej tij/saj.
7.	Shfrytëzon në mënyrë të efektshme teknika të ndryshme gjatë të nxënit të temës së dhënë duke veçuar informatat që i kupton nga informatat e reja, të panjohura, si dhe informatat që për të mbeten ende të paqarta.
8.	Zbaton elementet e dosjes personale për identifikimin e anëve të veta të forta, i shfrytëzon ato për orientim në profesionin e ardhshëm si dhe për vetëvlerësimin e përparimit, qoftë për përmirësimin apo ngecjen në fusha të ndryshme mësimore.

IV	Kompetenca për jetë, punë dhe mjedis - Kontribues produktiv
1.	Vlerëson rëndësinë e punës individuale dhe në grupe për zhvillimin e komunitetit duke paraqitur, në forma të ndryshme të të shprehurit, shembuj konkretë nga jeta e përditshme.
2.	Ndërmerr aktivitete të ndryshme (ekspozitë, performancë, instalacion, fushatë, protestë paqësore, tubim, avokim etj.) në bazë të projektit, të hartuar me anëtarët e grupit, për zgjidhjen e një problemi me rëndësi shoqërore, për shkollën ose për komunitetin.
3.	Analizon pasojat që sjell dëmtimi i mjedisit për jetën e njeriut dhe të biodiversitetit, paraqet në formë të shkruar, apo në ndonjë formë tjetër të të shprehurit, mendimin dhe qëndrimin e vet për këtë çështje, por edhe organizon ndonjë aktivitet për mbrojtjen e mjedisit.
4.	Përdor programet kompjuterike për përpunimin e të dhënave dhe paraqitjen e vizatimeve/diagrameve të nevojshme për përgatitjen e materialeve individuale apo/ dhe publikimeve të ndryshme të shkollës.
5.	Zhvillon një plan për shpenzimet dhe kursimet mujore personale, të familjes ose të klasës, arsyeton pastaj rëndësinë e krijimit të shprehisë për të planifikuar.
6.	Përdor materiale, burime të ndryshme informimi, teknologjinë në shkollë dhe në jetën e përditshme si ndihmë për përparimin në mësime dhe për orientim në karrierë.
7.	Propozon kriteret për vlerësim të paanshëm të një aktiviteti sportiv, shkencor, teknologjik, artistik etj., si anëtar jurie të ngritur në nivel klase, shkolle apo shoqërie civile.
8.	Hulumton nevojat e shkollës ose të komunitetit (me anë të fotografive, videoprojektimit të të dhënave nga terreni) dhe në bazë të tyre organizon aksione vullnetare dhe humanitare për plotësimin ose përmirësimin e atyre nevojave.

V	Kompetenca personale - Individ i shëndoshë
1.	Vlerëson përmbajtjen dhe vlerat ushqyese të llojeve të ushqimeve të cilat njeriu i konsumon, duke i kategorizuar ato në bazë të nevojave të individit për to në situata të ndryshme, si: gjatë stinëve, sëmundjeve etj.
2.	Argumenton nevojën e respektimit të regjimit për ushqyerje të shëndetshme dhe rekreacion ditor, javor apo mujor, sipas udhëzimeve të lexuara ose të dëgjuara nga mjeku gjatë një diskutimi në klasë, në shkollë apo në familje.
3.	Vlerëson domosdoshmërinë e kushteve të mira higjienike për përgatitjen dhe konsumimin e ushqimeve dhe pijeve dhe shpjegon rrethanat e mundshme të helmimit nga ushqimet dhe papastërtia.
4.	Zhvillon aktivitete fizike dhe sportive me karakter rekreativ apo garues, duke bërë përpjekje për arritjen e standardeve të caktuara, me angazhim dhe sjellje të pëlqyera, por edhe duke i menaxhuar emocionet e veta gjatë paraqitjes së rezultateve.
5.	Analizon shkaqet e një reagimi konfliktuoz apo emocional nxënës-nxënës dhe propozon alternativa për zgjidhje të drejtë e pa pasoja, duke i ndarë përvojat, mendimet dhe ndjenjat me anëtarët e grupit.
6.	Dallon atributet e mirësjelljes nga ato përçmuese ndaj të tjerëve gjatë punës në grup ose në situata emocionale dhe propozon masat për parandalimin/ kapërcimin e tyre.
7.	U shpjegon moshatarëve, me forma dhe mjete të ndryshme të komunikimit, rëndësinë e identifikimit të personave dhe shërbimeve kompetente, veç e veç, të nevojshme për mbështetje në situata që konsiderohen potencialisht të rrezikshme për shëndetin fizik dhe mendor.
8.	Përshkruan mundësitë, rreziqet dhe pasojat e infeksioneve dhe sëmundjeve seksualisht të transmetueshme dhe sqaron mënyrat dhe mjetet për parandalimin e tyre, duke përdorur forma të ndryshme të prezantimit (të folur, të shkruar, grafike, pllakate, pamflete, lojë teatrale, performancë artistike etj.).
9.	Reagon ndaj sjelljeve asociale të moshatarëve duke i identifikuar shkaqet e shfaqjes dhe pasojat e mundshme për shëndetin dhe mirëqenien e individit nga dukuritë dhe shprehitë negative (p.sh., përdorimi i duhanit, i alkoolit apo i drogës) etj.

VI	Kompetenca qytetare - Qytetar i përgjegjshëm
1.	Praktikon të drejtat dhe detyrimet e qytetarisë në situata konkrete jetësore të përditshme, qoftë në klasë, qoftë në shkollë apo gjetiu (si: gjatë diskutimit, respektimit të mendimit të tjetrit etj.).
2.	Reagon, nëpërmjet formave të ndryshme të të shprehurit, ndaj personave të cilët në ndonjë mënyrë shkelin, cenojnë ose mohojnë të drejtat e të tjerëve, duke ilustruar me shembujt e figurave të shquara historike, personazheve nga letërsia a filmat si dhe i arsyeton pasojat e këtyre veprimeve për individin, grupin dhe komunitetin.
3.	Shpreh solidaritet me personat në nevojë ose të rrezikuar, duke ndërmarrë veprime/aksione konkrete për ofrimin e ndihmës sipas nevojës që kanë.
4.	Merr pjesë në përgatitjen dhe organizimin e një votimi të zhvilluar në klasë ose në shkollë për një aktivitet të caktuar duke i zbatuar rregullat përkatëse dhe raporton më pas me shkrim për rrjedhën e gjithë procesit.
5.	Reagon me maturi ndaj sjelljeve apo veprimeve jo të mira që ndodhin në klasë/shkollë apo jashtë saj, promovon sjelljet dhe veprimet e mira duke vënë në pah shkaqet dhe pasojat e manifestimit të tyre për individin dhe për të tjerët.
6.	Identifikon paragjykimet apo dukuritë jo të mira në klasë, në shkollë apo në komunitet, merr qëndrim ndaj tyre duke propozuar veprime konkrete për luftimin e tyre.
7.	Përgatit një aktivitet me bashkëpjesëmarrje me të tjerët, duke e përdorur tolerancën si mjet për promovimin e diversitetit kulturor, etnik, gjinor, fetar, social etj., në shkollë apo në komunitet.
8.	Përshkruan, në forma të ndryshme të të shprehurit, procedurat dhe institucionet përgjegjëse për hartimin dhe ndryshimin e ligjeve duke e argumentuar domosdoshmërinë e zbatimit të tyre në jetën e përditshme.

I	Njohuritë, të kuptuarit dhe shkathtësitë që zhvillohen përmes përvojave mësimore që ndërlidhen me formimin matematik të nxënësve:
1.	Zgjidhjen e problemave
2.	Arsyetimet dhe vërtetimet matematike
3.	Komunikimin në/përmes matematikë/s
4.	Lidhjet matematike
5.	Përfaqësimin matematik
6.	Promovimin e modelimit matematik
7.	Strukturimin e të menduarit matematik
8.	Përdorimin e TIK-ut në/për matematikë

I	Zgjidhja e problemave
	Zgjidhja e problemave matematikore është proces që zhvillon njohuritë e nxënësve në matematikë përmes detyrave ku rezultati dhe procedura e zgjidhjes nuk është e njohur më parë. Nxënësi ndërton njohuri, përshkruan dhe zgjidh situata problemore që krijohen brenda matematikës dhe në kontekste nga fushat e tjera si dhe nga përvojat e përbashkëta të jetës së përditshme. Përzgjedh, zbaton dhe përshtat një shumëllojshmëri të strategjive të përshtatshme për të zgjidhur problemat. Nxënësi:
1.	Përdor koncepte, simbole dhe fakte për zgjidhjen problemore që lidhen me numra realë.
2.	Demonstron zgjidhjen problemore që lidhen me shprehjet algjebrike dhe transformime gjeometrike.
3.	Përdor matjet në figurat 2D dhe në objekte 3D për zgjidhjen problemore.
4.	Kryen vrojtime, hetime që ndihmojnë në të kuptuarit e njohurive dhe zotërimin e shprehive matematike.

2	Arsyetimet dhe vërtetimet matematike
	Arsyetimi është një proces që zhvillon aftësitë matematike të nxënësve përmes ndërthurjeve matematike, nxjerrjeve e përfundimeve logjike, hipotezave dhe të menduarit të tyre kritik, justifikim idesh, analizim të provave dhe ndërtim argumentesh. Nxënësve u mundësohet përdorimi i argumenteve për arsyetimin, argumentimin dhe vërtetimin e aspekteve themelore të matematikës. Nxënësi:
1.	Argumenton shndërrimet direkte dhe indirekte të zbatuara në veprimet me numra realë, transformime gjeometrike, matje, probabilitet dhe statistikë.
2.	Zhvillon dhe zbaton shprehitë e arsyetimit (dallimi i marrëdhënieve, përgjithësimi me anë të induksionit, deduksione të thjeshta, përdorimi empirik i kundërshembullit).
3.	Hamendëson dhe gjykon hamendësime.
4.	Planifikon dhe strukturon argumente matematike për përfundimet e gjetura.
5.	Përdor kundërshembullin në rastet e mundshme.

3	Komunikimi në/përmes matematikë/s
	Komunikimi matematik është proces që zhvillon aftësitë e nxënësit për t`i shprehur idetë matematikore sipas rrjedhës logjike që i justifikon ato në audiencë dhe në shoqëri përmes të folurit dhe të shkruarit për mënyrën se si punojnë me simbole, terma, grafikë, modele dhe shprehje matematikore. Nxënësve u mundësohet përdorimi i komunikimit nëpërmjet shenjave, të folurit, të lexuarit, të shkruarit, diskutimit, të dëgjuarit, të pyeturit për të organizuar dhe qartësuar të menduarit matematik. Pra, për të konsideruar matematikën si pjesë të kulturës njerëzore. Nxënësi:
1.	Grumbullon dhe ruan informacione nga burime të ndryshme që ndërlidhen me numrat realë dhe vetitë e tyre, shprehje algjebrike, statistikë dhe probabilitet.
2.	Përkthen nga gjuha natyrore në atë të matematikës dhe anasjelltas.
3.	Komunikon të menduarit e tij matematik (nëpërmjet të lexuarit, të shkruarit, diskutimit, të dëgjuarit, të pyeturit) duke përdorur: a. fjalorin dhe simbolet matematike; b. paraqitje të ndryshme të përshtatshme.
4.	Krijon shumëllojshmëri të paraqitjeve me vizatime apo me përdorimin e teknologjisë, të koncepteve matematike (numerike, gjeometrike, algjebrike, grafike).
5.	Krijon krahasime dhe zbaton paraqitje të përshtatshme në zgjidhjen e problemave.

4	Lidhjet në matematikë
	Lidhja matematike është një proces që zhvillon aftësitë e nxënësit për t`i lidhur idetë dhe njohuritë matematike, brenda fushës së matematikës dhe jashtë saj. Nxënësve u mundësohet për të njohur dhe përdorur lidhjet e ideve matematikore, për të kuptuar se si idetë matematikore ndërtohen njëra mbi tjetrën dhe për të prodhuar një tërësi koherente si dhe zbatimi i matematikës në kontekste brenda dhe jashtë fushës së saj. Nxënësi:
1.	Lidh koncepte dhe modele të reja matematike me ato të përvetësuara më parë nga fusha e matematikës dhe fushat e tjera dhe kupton formimin e tyre.
2.	Përdor varësitë ndërmjet koncepteve matematike mbi njëri-tjetrin, për të formuar një të tërë.
3.	Integron njohuritë dhe shprehitë matematike me situata ose dukuritë e marra nga kontekste të tjera (jeta e përditshme, lëndët e tjera, sportet, arti dhe kultura, ngjarjet aktuale etj.).

5	**Përfaqësimet matematike**
	Përfaqësimi matematik është një proces që zhvillon aftësitë e nxënësit për të përfaqësuar objektet matematikore, veprimet dhe marrëdhëniet ndërmjet tyre, duke përfshirë numra (konstante), ndryshore (variabla) dhe forma. Përfaqëson dhe analizon situatat dhe strukturat matematikore. Nxënësve u mundësohet për të krijuar dhe përdorur përfaqësitë, për të organizuar, regjistruar dhe komunikuar idetë matematikore, për t'i zgjidhur, përkthyer dhe zbatuar përfaqësimet që kanë të bëjnë me zgjidhje të problemave matematikore, për t'i përdorur përfaqësimet për modele dhe interpretime të fenomeneve sociale, natyrore dhe matematikore. Nxënësi:
1.	Identifikon rregullat themelore për njehsimet me numra; kupton përdorimin e ndryshoreve për zgjidhjen e problemave nga matematika dhe nga jeta e përditshme.

6	**Modelimi matematik**
	Modelimi matematik është një proces që zhvillon aftësitë e nxënësit për të kuptuar format dhe modelet në kontekste të ndryshme, marrëdhëniet dhe funksionet, paraqitjen dhe analizimin e strukturave matematikore. Nxënësve u mundësohet për të krijuar, përdorur, paraqitur modele të ndryshme dhe për ta caktuar rolin e tyre në kontekst të caktuar. Nxënësit përdorin modelet për të përfaqësuar dhe për të kuptuar marrëdhëniet sasiore, për të interpretuar fenomenet sociale, natyrore dhe matematikore. Nxënësi:
1.	Përshkruan dhe krijon modele duke përdorur veprimet themelore matematikore në situata të përditshme (p.sh.të ekonomisë familjare, statistika elementare për jetën etj.), që lidhen me numrat, figurat 2D dhe objektet 3D.
2.	Kupton përdorimin e ndryshoreve për zgjidhjen e problemave nga matematika dhe jeta e përditshme.

7	**Strukturimi i të menduarit matematik**
	Të menduarit matematik është një proces që zhvillon aftësitë e nxënësit për të parashtruar pyetje/hipoteza dhe pritjet nga përgjigjet/rezultatet e mundshme. Nxënësve u mundësohet për t'u ndërgjegjësuar për mënyrën, formën, qasjen dhe për llojet e pyetjeve që e karakterizojnë matematikën si dhe llojet e përgjigjeve të pritshme. Nxënësi:
1.	Krijon ide për zhvillimin e ndryshoreve dhe krijon struktura matematike për një problem të botës reale dhe jep supozime për të nxjerrë konkludime.

8	**Përdorimi i TIK-ut në/për matematikë**
	Përdorimi i teknologjisë zhvillon njohuritë dhe aftësitë e nxënësve për të përmbushur rezultatet e të nxënit të fushës së matematikës dhe t'i bëjë të suksesshëm edhe përtej shkollës. Nxënësve u mundësohet për të përdorur teknologjinë si mjet për të zgjidhur apo verifikuar zgjidhjet si dhe për të mbledhur, komunikuar e zbuluar informacione. Nxënësi:
1.	Përdor kalkulatorin ose pajisjet e tjera teknologjike për verifikimin e saktësisë së zgjidhjeve matematikore.

Temat dhe rezultatet e të nxënit

Nxënësit në klasën e nëntë arrijnë rezultatet e të nxënit të lëndës (RNL) për temat e përcaktuara në tabelën e mëposhtme, të dala nga rezultatet e të nxënit të fushës (RNF) Matematikë, të shkallës së katërt të kurrikulës (Shk. 4) në Kurrikulën Bërthamë për arsimin e mesëm të ulët:

Koncepti	Temat	Rezultatet specifike të të nxënit të lëndës për temë (RNLT)
Numri, funksioni dhe algjebra	**Bashkësitë numerike**	Nxënësi: • Përkufizon vetitë e numrave natyrorë, të plotë, racionalë (të bashkësive numerike N, Z, Q) dhe i përdor ato në zgjidhje të detyrave • Dallon numrat dhjetorë që mund të shkruhen si numra thyesorë dhe ata që nuk mund të shkruhen si numra thyesorë • Identifikon numrat iracionalë dhe i paraqet në boshtin numerik • Përkufizon numrat realë (bashkësinë e numrave realë R) dhe i paraqet në boshtin numerik • Krahason dy numra realë • Përkufizon vlerën absolute të numrave realë • Kryen veprimet themelore me numra realë
	Shprehjet shkronjore racionale	Nxënësi: • Përkthen shprehjet nga gjuha e zakonshme në atë algjebrike dhe anasjelltas • Cakton domenën (bashkësinë e përkufizimit) të shprehjes racionale • Zbërthen në faktor të thjeshtë shprehjet racionale • Nxjerr faktorin e përbashkët të shprehjes racionale • Thjeshton shprehjet shkronjore racionale • Kryen veprimet me shprehjet racionale • Përdor formulat algjebrike (katrorin e binomit, ndryshimin e katrorëve, kubin e binomit) gjatë veprimeve me shprehje shkronjore racionale • Përcakton shmvp-në e dy e më shumë polinomeve • Paraqet gjeometrikisht shprehjet shkronjore racionale
	Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute	Nxënësi: • Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet lineare sipas shkronjave • Diskuton zgjidhjen e ekuacioneve dhe të inekuacioneve lineare me një të panjohur • Paraqet zgjidhjet e inekuacioneve në boshtin numerik • Identifikon intervalin e hapur dhe të mbyllur te inekuacionet duke e paraqitur simbolikisht • Zgjidh inekuacionet me vlerë absolute dhe paraqet grafikisht bashkësitë e zgjidhjeve të tyre • Zgjidh ekuacionet kuadratike të formës $x^2 + mx + n = 0$ ($m, n \in Z$) duke zbërthyer trinomin $(x - x1)(x - x2) = 0$ • Përdor ekuacionet në fizikë, kimi dhe lëmenj të tjerë.
	Përpjesëtimi i drejtë dhe i zhdrejtë	Nxënësi: • Përkufizon përpjesën dhe përpjesëtimin • Identifikon përpjesëtimin e drejtë dhe të zhdrejtë • Përkufizon përpjesëtimin e thjeshtë dhe të zgjeruar • Dallon madhësitë të cilat janë në përpjesëtim të drejtë nga ato që janë në përpjesëtim të zhdrejtë • Zbaton vetitë e përpjesës në zgjidhjen e detyrave praktike • Llogarit ndarjen dhe përzierjen në detyra praktike • Llogarit përqindjen, kamatën dhe promilin • Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes, promilit dhe kamatës për zgjidhje të pro- • blemave me kontekste nga situata jetësore • Përdor kalkulatorin dhe kompjuterin për zgjidhjen e problemave të ndryshme

	Ekuacionet lineare me dy ndryshore	Nxënësi: • Përcakton pozitën e pikës në rrafshin e koordinatave, kur janë dhënë koordinatat dhe anasjelltas • Paraqet grafikisht ekuacionin linear me dy ndryshore • Diskuton grafikun e ekuacionit linear me dy ndryshore në varësi të parametrave k dhe m • Përdor ekuacionet lineare me dy ndryshore për zgjidhjen e problemave matematike dhe atyre nga jeta e përditshme • Përcakton pozitën e drejtëzës në lidhje me boshtet e koordinatave në varësi nga koefici-enti i pjerrësisë
	Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore	Nxënësi: • Përcakton kur një dyshe e renditur është zgjidhje e sistemit • Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me metoda të ndryshme (metodën grafike, metodën e zëvendësimit, metodën e eliminimit) • Arsyeton zgjidhshmërinë e sistemit të ekuacioneve lineare • Diskuton zgjidhjen e sistemeve në varësi të parametrave • Zbaton sistemet e ekuacioneve lineare në zgjidhjen e problemave praktike
Forma, hapë-sira, matjet dhe gjeome-tria	**Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh**	Nxënësi: • Dallon objektet themelore gjeometrike (pikën, drejtëzën, rrafshin) • Përkufizon kuptimet e nxjerra dhe themelore gjeometrike • Dallon kur dy trekëndësha janë kongruentë • Zbaton kongruencën e trekëndëshave për zgjidhjen e detyrave praktike • Konstrukton disa nga vendet gjeometrike të pikave në rrafsh • Përkufizon vektorët dhe përcakton mbledhjen, zbritjen e vektorëve si dhe shumëzimin e vektorit me skalarë
	Homotetia dhe ngjashmëria	Nxënësi: • Përkufizon rregullën për raportin e segmenteve (Teoremën e Talesit) • Zbaton Teoremën e Talesit për raportin e segmenteve • Zbaton vetitë e proporcionit gjatë zgjidhjes së detyrave • Përkufizon homotetinë dhe zbaton vetitë e saj për zgjidhje të problemave praktike • Përkufizon ngjashmërinë e figurave gjeometrike, posaçërisht trekëndëshave duke emër-tuar rregullat për ngjashmërinë e tyre
	Trigonometria	Nxënësi: • Përkufizon funksionet trigonometrike në trekëndëshin kënddrejtë • Cakton vlerat numerike të funksioneve trigonometrike (sin, cos, tg) të disa këndeve në trekëndëshin kënddrejtë (30°,45°,60°) • Cakton funksionet trigonometrike të këndeve komplementare • Vërteton dhe zbaton identitetet themelore trigonometrike • Zbaton kuptimet elementare të trigonometrisë
Të dhënat dhe probabiliteti	**Probabiliteti**	Nxënësi: • Përcakton popullacionin dhe mostrën gjatë një hulumtimi • Interpreton në forma të ndryshme të dhënat statistikore (liston rezultatet, paraqet në formë tabelare dhe me diagrame në forma të ndryshme duke i vizatuar në fletore ose duke përdorur teknologjinë-programe aplikative) dhe përcakton i vlerat mesatare të tyre (vlerën mesatare, modën dhe medianën) • Klasifikon ngjarjet e provave dhe i llogarit ato • Interpreton përkufizimin klasik dhe statistikor të probabilitetit • Identifikon vetitë e probabilitetit dhe i zbaton ato gjatë zgjidhjes së problemave matem-atikore dhe atyre nga situata jetësore

Planifikimi vjetor i temave mësimore për fushën e kurrikulës: Matematikë, Klasa IX

Lëndët e fushës kurrikulare	TEMAT MËSIMORE TË SHPËRNDARA GJATË MUAJVE				Rezultatet e kompetencave (Rezultatet e të nxënit për shkallë)
	Gjysmëvjetori I		Gjysmëvjetori II		
	Shtator—tetor	Nëntor—dhjetor	Janar—shkurt—mars	Prill—maj—qershor	
Matematikë	Bashkësitë numerike (17) Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute (12) Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh (6)	Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh (10) Shprehjet shkronjore racionale (22)	Përpjesëtimi i drejtë dhe i zhdrejtë Pëpjesëtimi (proporcioni, përqindja, promili dhe kamata (18) Homotetia dhe ngjashmëria (11) Përpunimi i të dhënave (4) Elementet e probabilitetit(7) Ekuacionet lineare me dy ndryshore (4)	Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore (19) Trigonometria (10) Ekuacionet kuadratike(2)	Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit – Komunikues efektiv 1, 2, 5, 6 Kompetenca e të menduarit - Mendimtar kreativ 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Kompetenca e të nxënit - Nxënës i suksesshëm 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Kompetenca për jetë, për punë dhe për mjedis - Kontribues produktiv 4, 5, 6 Kompetenca personale - Individ i shëndoshë 1 Kompetenca qytetare - Qytetar i përgjegjshëm 4, 5
	Gjithsej 35 orë	Gjithsej 32 orë	Gjithsej 44 orë	Gjithsej 31 orë	

PLANI DYMUJOR: SHTATOR—TETOR

Lënda mësimore: Matematikë

Fusha e kurrikulës: Matematikë **Klasa**: IX

Temat mësimore: Bashkësitë numerike
Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute
Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës që synohet të arrihen përmes shtjellimit të temës/temave: *I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit – Komunikues efektiv*	
1.	Transmeton saktë të dhënat e mbledhura për një temë konkrete, në formë tekstuale, numerike, verbale, elektronike apo në ndonjë formë tjetër të të shprehurit.
2.	Përshkruan një ngjarje, të dhënë si detyrë, të lexuar ose të dëgjuar më parë, në formë verbale, vizuale ose me shkrim, duke e ruajtur rrjedhën logjike të saj.
5.	Prezanton para të tjerëve një projekt për një temë të dhënë, të përgatitur vetë ose në bashkëpunim me grupin, duke i gërshetuar format e komunikimit verbal, elektronik dhe veprimin praktik.
6.	Analizon përmbajtjen dhe kuptimin e nocioneve (koncepteve) të reja, duke e përdorur leksikun adekuat, të përshtatshëm dhe të saktë dhe i bën ato pjesë të dosjes mësimore.

Kompetenca e të menduarit – Mendimtar kreativ dhe kritik	
1.	Paraqet, në formë gojore ose të shkruar, grafike, me simbole, argumente të veçanta për të sforcuar mendimin apo qëndrimin e vet për një problem nga fusha të caktuara.
2.	Përzgjedh informata nga burime të ndryshme, për një temë konkrete, i klasifikon ato në bazë të një kriteri të caktuar dhe i përdor ato për marrjen e një vendimi apo për zgjidhjen e një problemi/detyre.
4.	Përpunon idenë e vet në një projekt me shkrim për një çështje të caktuar duke propozuar aktivitetet kryesore, përcakton qëllimin kryesor, afatet, vendin, personat, materialet dhe mjetet e nevojshme për kryerjen e atyre aktiviteteve si dhe parasheh pengesat e mundshme gjatë realizimit të tyre.
5.	Arsyeton ndërmarrjen e hapave konkretë, të cilët kanë rezultuar në përfundimin e një detyre/aktiviteti, në zgjidhjen e një problemi apo të ndonjë punimi në klasë/shkollë apo gjetiu.
6.	Demonstron zgjidhjen e një problemi (matematik, linguistik etj.) bazuar në të dhënat tekstuale ose tekstuale numerike, eksperimentale të detyrës e cila bëhet në klasë/shkollë apo jashtë saj duke arsyetuar me gojë zbatimin e ecurive përkatëse për arritjen e rezultatit.
7.	Interpreton me fjalë, me shkrim/me gojë një rregull, koncept apo proces të caktuar duke e ilustruar atë me shembuj konkretë nga situata të jetës së përditshme.
8.	Identifikon me anë të krahasimit dallimet dhe ngjashmëritë midis ligjeve dhe dukurive që ndodhin në natyrë me ato në shoqëri, duke vënë në dukje lidhjen shkak-pasojë midis këtyre dukurive.

Kompetenca e të nxënit – Nxënës i suksesshëm	
1.	Regjistron në formë të shkruar, grafike, me TI etj., informatat ose faktet për një temë të caktuar duke i veçuar, me anë të teknikave të ndryshme, pjesët e rëndësishme dhe më pak të rëndësishme të nevojshme për atë temë/detyrë të dhënë.
3.	Regjistron në skeda dhe teknika të tjera të veçanta, TI etj., informatat ose faktet a formulat për një temë të caktuar duke i radhitur ato sipas llojit, burimit dhe rëndësisë mësimore të tyre.
4.	I parashtron pyetje vetes për çështjet që trajton dhe organizon mendimet për të gjetur përgjigje për temën apo problemin e caktuar duke regjistruar përparimin apo ngecjen derisa të gjejë zgjidhjen përfundimtare.
5.	Paraqet/skicon idetë e veta për ecurinë dhe mënyrën e zhvillimit të një aktiviteti duke e sqaruar dhe duke argumentuar më pas këtë para të tjerëve.
6.	Ndjek në mënyrë të pavarur udhëzimet apo skicat e dhëna në libër, skicë, plan, partiturë muzikore, skenar, koreografi etj., ose të ndonjë burimi tjetër, për të performuar një veprim, aktivitet ose detyrë që kërkohet prej tij/saj.
7.	Shfrytëzon në mënyrë të efektshme teknika të ndryshme gjatë të nxënit të temës së dhënë duke veçuar informatat që i kupton nga informatat e reja, të panjohura, si dhe informatat që për të mbeten ende të paqarta.
8.	Zbaton elementet e dosjes personale për identifikimin e anëve të veta të forta, i shfrytëzon ato për orientim në profesionin e ardhshëm si dhe për vetëvlerësimin e përparimit, qoftë në përmirësimin apo ngecjen në fusha të ndryshme mësimore.

Kompetenca për jetë, për punë dhe për mjedis – Kontribues produktiv	
4.	Përdor programet kompjuterike për përpunimin e të dhënave dhe paraqitjen e vizatimeve/diagrameve të nevojshme për përgatitjen e materialeve individuale apo/dhe publikimeve të ndryshme të shkollës.
5.	Zhvillon një plan për shpenzimet dhe kursimet mujore personale, të familjes ose të klasës, arsyeton pastaj rëndësinë e krijimit të shprehisë për të planifikuar.
6.	Përdor materiale, burime të ndryshme informimi, teknologjinë në shkollë dhe në jetën e përditshme si ndihmë për përparimin në mësime dhe për orientim në karrierë.

Kompetenca personale - Individ i shëndoshë	
1.	Vlerëson përmbajtjen dhe vlerat ushqyese të llojeve të ushqimeve të cilat njeriu i konsumon, duke i kategorizuar ato në bazë të nevojave të individit për to në situata të ndryshme, si: gjatë stinëve, sëmundjeve etj.

Kompetenca qytetare - Qytetar i përgjegjshëm	
4.	Merr pjesë në përgatitjen dhe organizimin e një votimi të zhvilluar në klasë ose në shkollë për një aktivitet të caktuar duke zbatuar rregullat përkatëse dhe raporton më pas me shkrim për rrjedhën e gjithë procesit.
5.	Reagon me maturi ndaj sjelljeve apo veprimeve jo të mira që ndodhin në klasë/shkollë apo jashtë saj, promovon sjelljet dhe veprimet e mira duke vënë në pah shkaqet dhe pasojat e manifestimit të tyre për individin dhe për të tjerët.

Temat mësimore	Rezultatet e të nxënit për tema mësimore	Njësitë mësimore	Koha mësimore (orë mësimore)	Metodologjia e mësimdhënies	Metodologjia e vlerësimit	Ndërlidhja me lëndët e tjera mësimore, me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore	Burimet
Bashkësitë numerike	- Përkufizon vetitë e numrave natyrorë, të plotë, racionalë (bashkësive numerike N, Z, Q) dhe i përdor ato në zgjidhje të detyrave; - Dallon numrat dhjetorë që mund të shkruhen si numra thyesorë dhe ata që nuk mund të shkruhen si numra thyesorë; - Identifikon numrat iracionalë dhe i paraqet në boshtin numerik; - Përkufizon numrat realë, bashkësinë e numrave realë (R) dhe i paraqet në boshtin numerik; - Krahason dy numra realë; - Përkufizon vlerën absolute të numrave realë; - Kryen veprimet themelore me numra realë duke përfshirë edhe fuqizimin dhe rrënjëzimin; - Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet lineare sipas shkronjave; - Diskuton zgjidhjen e ekuacioneve dhe të inekuacioneve lineare me një të panjohur; - Paraqet zgjidhjet e inekuacioneve në boshtin numerik; - Identifikon intervalin e hapur dhe të mbyllur tek inekuacionet duke e paraqitur simbolikisht; - Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute dhe paraqet grafikisht bashkësitë e zgjidhjeve të tyre; - Përdor ekuacionin në fizikë, kimi dhe lëmenj të tjerë;	1. Bashkësia e numrave natyrorë. Bashkësia e numrave të plotë 2. Bashkësia e numrave racionalë 3. Ushtrime: Bashkësia e numrave racionalë 4. Numrat dhjetorë periodikë dhe joperiodikë - shndërrime 5. Ushtrime: Veprime me numra dhjetorë periodikë dhe joperiodikë 6. Numrat iracionalë 7. Numrat iracionalë - paraqitja në drejtëz numerike 8. Ushtrime lidhur me numrat iracionalë 9. Bashkësia e numrave realë 10. Krahasimi dhe paraqitja e numrave realë në drejtëz numerike 11. Ushtrime: Numrat realë 12. Vlera absolute e numrave realë 13. Ushtrime: Vlera absolute e numrave realë 14. Veprime lidhur me numra realë 15. Detyra lidhur me fuqizimin dhe rrënjëzimin e numrave realë	35 orë	- Mësimdhënia dhe nxënia me nxënësin në qendër dhe gjithëpërfshirja; - Mësimdhënia e diferencuar; - Mësimdhënia dhe nxënia me çasje të integruar.	-Vlerësimi me gojë (diskutime, debate, prezantime). - Vlerësimi me test. - Vlerësimi me shkrim, i cili realizohet përmes teknikave të ndryshme (testeve, kuizeve, eseve, raportet e punës). - Vlerësimi i punës praktike/ eksperimentale. - Vlerësimi për ecurinë dhe produktin e punës me projekte. - Vlerësimi i portfolios. - Vlerësimi individual dhe grupor gjatë punës kërkimore. - Vlerësimi i detyrave të shtëpisë.	Gjuhë shqipe Fizikë Gjeografi	Matematika 9 (Ramadan Zejnullahu, Rexhep Gjergji, Fevzi Berisha, Abdullah Zejnulllahu, Ramadan Limani) Detyra të zgjidhura (Islam Shehu, Rexhep Gjergji, Mustafë Kadriu, Sejdi Bilalli) etj. https://www.mathopenref.com/ https://www.thatquiz.org/ -

	- Dallon objektet themelore gjeometrike (pikën, drejtëzën, rrafshin); - Përkufizon kuptimet e nxjerra dhe themelore gjeometrike; - Dallon kur dy trekëndësha janë kongruentë; - Zbaton kongruencën e trekëndëshave për zgjidhjen e detyrave praktike.	16. Ushtrime: Detyra lidhur me fuqizimin dhe rrënjëzimin e numrave realë 17. Ushtrime: Bashkësitë numerike 18. Zgjidhja e ekuacioneve lineare me një të panjohur 19. Zgjidhja e ekuacioneve lineare me një të panjohur - diskutimi i zgjidhshmërisë 20. Ushtrime: Zgjidhja e ekuacioneve lineare me një të panjohur 21. Zgjidhja e inekuacioneve lineare me një të panjohur -intervalet 22. Ushtrime: Zgjidhja e inekuacioneve lineare me një të panjohur 23. Ekuacionet me vlerë absolute 24. Ushtrime: Zgjidhja e ekuacioneve me vlerë absolute 25. Inekuacionet me vlerë absolute. Forma $\|x\| < a$ 26. Ushtrime: Zgjidhja e inekuacioneve të formës $\|x\| < a$ 27. Inekuacionet me vlerë absolute: forma $\|x\| > a$ 28. Ushtrime: Zgjidhja e inekuacioneve të formës $\|x\| > a$ 29. Ushtrime: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute 30. Hyrje në gjeometri - kuptimet themelore dhe të nxjerra 31. Aksiomat dhe teoremat 32. Disa aksioma të rëndësishme 33. Kongruenca e trekëndëshave 34. Ushtrime: Kongruenca e trekëndëshave 35. Ushtrime: Zbatime të kongruencës së trekëndëshave (1)					

PLANI DYMUJOR: NËNTOR—DHJETOR

Lënda mësimore: Matematikë

Fusha e kurrikulës: Matematikë **Klasa:** IX

Temat mësimore: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh
Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës që synohet të arrihen përmes shtjellimit të temës/temave: *I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit – Komunikues efektiv*	
1.	Transmeton saktë të dhënat e mbledhura për një temë konkrete, në formë tekstuale, numerike, verbale, elektronike apo në ndonjë formë tjetër të të shprehurit.
2.	Përshkruan një ngjarje, të dhënë si detyrë, të lexuar ose të dëgjuar më parë, në formë verbale, vizuale ose me shkrim, duke e ruajtur rrjedhën logjike të saj.
5.	Prezanton para të tjerëve një projekt për një temë të dhënë, të përgatitur vetë ose në bashkëpunim me grupin, duke i gërshetuar format e komunikimit verbal, elektronik dhe veprimin praktik.
6.	Analizon përmbajtjen dhe kuptimin e nocioneve (koncepteve) të reja, duke e përdorur leksikun adekuat, të përshtatshëm dhe të saktë dhe i bën ato pjesë të dosjes mësimore.

Kompetenca e të menduarit – Mendimtar kreativ dhe kritik	
1.	Paraqet, në formë gojore ose të shkruar, grafike, me simbole, argumente të veçanta për të sforcuar mendimin apo qëndrimin e vet për një problem nga fusha të caktuara.
2.	Përzgjedh informata nga burime të ndryshme, për një temë konkrete, i klasifikon ato në bazë të një kriteri të caktuar dhe i përdor ato për marrjen e një vendimi apo për zgjidhjen e një problemi/detyre
4.	Përpunon idenë e vet në një projekt me shkrim për një çështje të caktuar duke propozuar aktivitetet kryesore, përcakton qëllimin kryesor, afatet, vendin, personat, materialet dhe mjetet e nevojshme për kryerjen e atyre aktiviteteve si dhe parasheh pengesat e mundshme gjatë realizimit të tyre.
5.	Arsyeton ndërmarrjen e hapave konkretë, të cilët kanë rezultuar përfundimin e një detyre/aktiviteti, zgjidhjen e një problemi apo të ndonjë punimi në klasë/shkollë apo gjetiu.
6.	Demonstron zgjidhjen e një problemi (matematik, linguistik etj.) bazuar në të dhënat tekstuale ose tekstuale numerike, eksperimentale të detyrës e cila bëhet në klasë/shkollë apo jashtë saj duke arsyetuar me gojë zbatimin e ecurive përkatëse për arritjen e rezultatit.
7.	Interpreton me fjalë, me shkrim/me gojë një rregull, koncept apo proces të caktuar duke e ilustruar atë me shembuj konkretë nga situata të jetës së përditshme.

Kompetenca e të nxënit – Nxënës i suksesshëm	
1.	Kërkon dhe përzgjedh të dhëna nga burime të ndryshme (si: libra, revista, doracakë, fjalorë, enciklopedi ose internet), të cilat i shfrytëzon për realizimin e temës/detyrës së dhënë dhe i klasifikon ato burime sipas rëndësisë që kanë për temën.
2.	Shfrytëzon të dhënat për të demonstruar të kuptuarit e koncepteve numerike, grafike, simboleve, formulave në shkenca natyrore dhe shoqërore, në matematikë ose arte duke i sqaruar në forma të ndryshme të të shprehurit.
3.	Zbaton në mënyrë të pavarur udhëzimet e dhëna në libër ose në një burim tjetër për të nxënë një temë, veprim, aktivitet ose detyrë që i kërkohet.
4.	Shfrytëzon dosjen personale për identifikimin e përparësive dhe mangësive në funksion të vetëvlerësimit të përparimit dhe të përmirësimit të suksesit në fushën e caktuar.
5.	Ndërlidh temën e dhënë që është duke e mësuar me njohuritë dhe përvojat paraprake që tashmë i ka, duke i paraqitur ato në forma të ndryshme të të shprehurit (kolona, tabela, grafikë) sipas një radhitjeje logjike.
6.	Ndjek në mënyrë të pavarur udhëzimet apo skicat e dhëna në libër, skicë, plan, partiturë muzikore, skenar, koreografi etj., ose të ndonjë burimi tjetër, për të performuar një veprim, aktivitet ose detyrë që kërkohet prej tij/saj.
7.	Shfrytëzon në mënyrë të efektshme teknika të ndryshme gjatë të nxënit të temës së dhënë, duke veçuar informatat që i kupton nga informatat e reja, të panjohura, si dhe informatat që për të mbeten ende të paqarta.

Kompetenca personale - Individ i shëndoshë	
1.	Vlerëson përmbajtjen dhe vlerat ushqyese të llojeve të ushqimeve të cilat njeriu i konsumon, duke i kategorizuar ato në bazë të nevojave të individit për to në situata të ndryshme, si: gjatë stinëve, sëmundjeve etj.

Kompetenca qytetare – Qytetar i përgjegjshëm	
5.	Reagon me maturi ndaj sjelljeve apo veprimeve jo të mira që ndodhin në klasë/shkollë apo jashtë saj, promovon sjelljet dhe veprimet e mira duke vënë në pah shkaqet dhe pasojat e manifestimit të tyre për individin dhe për të tjerët.

Temat mësimore	Rezultatet e të nxënit për tema mësimore	Njësitë mësimore	Koha mësimore (orë mësimore)	Metodologjia e mësimdhënies	Metodologjia e vlerësimit	Ndërlidhja me lëndët e tjera, me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore	Burimet
Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh	- Zbaton kongruencën e trekëndëshave për zgjidhjen e detyrave praktike; - Konstrukton disa nga vendet gjeometrike të pikave në rrafsh; - Përkufizon vektorët dhe përcakton mbledhjen e vektorëve, zbritjen e vektorëve si dhe shumëzimin e vektorit me skalar; - Përdor formulat algjebrike (katrorin e binomit, ndryshimin e katrorëve, kubin e binomit) gjatë veprimeve me shprehje shkronjore racionale; - Paraqet gjeometrikisht disa nga formulat algjebrike, si psh: katrorin e binomit, ndryshimin e katrorëve; - Përcakton shmvp-në e dy e më shumë polinomeve; - Përkthen shprehjet nga gjuha e zakonshme në atë algjebrike dhe anasjelltas; - Cakton domenën (bashkësinë e përkufizimit) e shprehjes racionale; - Zbërthen në faktor të thjeshtë shprehjet racionale; - Nxjerr faktorin e përbashkët të shprehjes racionale; - Thjeshton shprehjet shkronjore racionale; - Kryen veprimet me shprehjet racionale.	36. Ushtrime: Zbatime të kongruencës së trekëndëshave (2) 37. Kontruktime të vendeve gjeometrike të pikave 38. Ushtrime: Kontruktime të vendeve gjeometrike të pikave 39. Kuptimi i vektorit, vetitë dhe karakteristikat e tij 40. Mbledhja dhe zbritja e vektorëve 41. Ushtrime: Mbledhja dhe zbritja e vektorëve 42. Shumëzimi i vektorit me skalar 43. Ushtrime: Shumëzimi i vektorit me skalar 44. Ushtrime: Veprimet me vektorë 45. Ushtrime: Kuptimet themelore të gjeometrisë në rrafsh 46. Shprehjet algjebrike - përkthime 47. Katrori i binomit. Ndryshimi i katrorëve 48. Ushtrime: Katrori i binomit. Ndryshimi i katrorëve 49. Kubi i binomit	32 orë	- Mësimdhënia dhe nxënia me nxënësin në qendër dhe gjithëpërfshirja; - Mësimdhënia e diferencuar; - Mësimdhënia dhe nxënia me çasje të integruar.	- Vlerësimi me gojë (diskutime, debate, prezantime). - Vlerësimi me test. - Vlerësimi me shkrim, i cili realizohet përmes teknikave të ndryshme (testeve, kuizeve, eseve, raportet e punës). - Vlerësimi i punës praktike/eksperimentale. - Vlerësimi për ecurinë dhe produktin e punës me projekte. - Vlerësimi i portfolios. - Vlerësimi individual dhe grupor gjatë punës kërkimore. - Vlerësimi i detyrave të shtëpisë.		

		50. Shuma dhe ndryshimi i kubeve 51. Zbërthime të shprehjeve algjebrike 52. Paraqitja gjeometrike e disa formulave algjebrike 53. Shprehjet racionale. Domena e shprehjeve 54. Ushtrime: Domena e shprehjeve racionale 55. Thjeshtimi i shprehjeve racionale 56. Ushtrime: Thjeshtimi i shprehjeve racionale 57. Shumëzimi i shprehjeve racionale 58. Ushtrime: Shumëzimi i shprehjeve racionale 59. Pjesëtimi i shprehjeve racionale 60. Ushtrime: Pjesëtimi i shprehjeve racionale 61. Shumëfishi më i vogël i përbashkët i polinomeve 62. Mbledhja dhe zbritja e shprehjeve racionale 63. Ushtrime: Mbledhja dhe zbritja e shprehjeve racionale 64. Shprehjet e përbëra racionale 65. Ushtrime: Shprehjet e përbëra racionale 66. Ushtrime: Veprime me shprehje racionale 67. Ushtrime: Shprehjet racionale					

PLANI TREMUJOR: JANAR—SHKURT—MARS

Lënda mësimore: Matematikë

Fusha e kurrikulës: Matematikë **Klasa:** IX

Temat mësimore:
Përpjesëtimi i drejtë dhe i zhdrejtë
Përpjesëtimi (proporcioni), përqindja promili dha kamata
Homotetia dhe ngjashmëria
Përpunimi i të dhënave
Elementet e Probabilitetit
Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës që synohet të arrihen përmes shtjellimit të temës/ temave: *I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit – Komunikues efektiv*	
1.	Transmeton saktë të dhënat e mbledhura për një temë konkrete, në formë tekstuale, numerike, verbale, elektronike apo në ndonjë formë tjetër të të shprehurit.
2.	Përshkruan një ngjarje, të dhënë si detyrë, të lexuar ose të dëgjuar më parë, në formë verbale, vizuale ose me shkrim, duke e ruajtur rrjedhën logjike të saj.
5.	Prezanton para të tjerëve një projekt për një temë të dhënë, të përgatitur vetë ose në bashkëpunim me grupin, duke i gërshetuar format e komunikimit verbal, elektronik dhe veprimin praktik.
6.	Analizon përmbajtjen dhe kuptimin e nocioneve (koncepteve) të reja, duke e përdorur leksikun adekuat, të përshtatshëm dhe të saktë dhe i bën ato pjesë të dosjes mësimore.

Kompetenca e të menduarit – Mendimtar kreativ dhe kritik	
1.	Paraqet, në formë gojore ose të shkruar, grafike, me simbole, argumente të veçanta për të sforcuar mendimin apo qëndrimin e vet për një problem nga fusha të caktuara.
2.	Përzgjedh informata nga burime të ndryshme, për një temë konkrete, i klasifikon ato në bazë të një kriteri të caktuar dhe i përdor ato për marrjen e një vendimi apo për zgjidhjen e një problemi/detyre.
5.	Arsyeton ndërmarrjen e hapave konkretë, të cilët kanë rezultuar përfundimin e një detyre/aktiviteti, zgjidhjen e një problemi apo të ndonjë punimi në klasë/shkollë apo gjetiu.
6.	Demonstron zgjidhjen e një problemi (matematik, linguistik etj.) bazuar në të dhënat tekstuale ose tekstuale numerike, eksperimentale të detyrës e cila bëhet në klasë/shkollë apo jashtë saj duke e arsyetuar me gojë zbatimin e ecurive përkatëse për arritjen e rezultatit.
7.	Interpreton me fjalë, me shkrim/me gojë një rregull, koncept apo proces të caktuar duke e ilustruar atë me shembuj konkretë nga situata të jetës së përditshme.
8.	Identifikon me anë të krahasimit dallimet dhe ngjashmëritë midis ligjeve dhe dukurive që ndodhin në natyrë me ato në shoqëri, duke vënë në dukje lidhjen shkak-pasojë midis këtyre dukurive.

Kompetenca e të nxënit – Nxënës i suksesshëm	
1.	Regjistron në formë të shkruar, grafike, me TI etj., informatat ose faktet për një temë të caktuar duke i veçuar, me anë të teknikave të ndryshme, pjesët e rëndësishme dhe më pak të rëndësishme të nevojshme për atë temë/detyrë të dhënë.
3.	Regjistron në skeda dhe teknika të tjera të veçanta, TI etj., informatat ose faktet a formulat për një temë të caktuar duke i radhitur ato sipas llojit, burimit dhe rëndësisë mësimore të tyre.
4.	I parashtron pyetje vetes për çështjet që trajton dhe organizon mendimet për të gjetur përgjigje për temën apo problemin e caktuar duke e regjistruar përparimin apo ngecjen derisa të gjejë zgjidhjen përfundimtare.
5.	Paraqet/skicon idetë e veta për ecurinë dhe mënyrën e zhvillimit të një aktiviteti duke e sqaruar dhe duke argumentuar më pas këtë para të tjerëve.
6.	Ndjek në mënyrë të pavarur udhëzimet apo skicat e dhëna në libër, skicë, plan, partiturë muzikore, skenar, koreografi etj., ose të ndonjë burimi tjetër, për të performuar një veprim, aktivitet ose detyrë që kërkohet prej tij/saj.
7.	Shfrytëzon në mënyrë të efektshme teknika të ndryshme gjatë të nxënit të temës së dhënë duke veçuar informatat që i kupton nga informatat e reja, të panjohura, si dhe informatat që për të mbeten ende të paqarta.

Kompetenca për jetë, për punë dhe për mjedis – Kontribues produktiv	
5.	Zhvillon një plan për shpenzimet dhe kursimet mujore personale, të familjes ose të klasës, arsyeton pastaj rëndësinë e krijimit të shprehisë për të planifikuar.

Kompetenca qytetare – Qytetar i përgjegjshëm	
5.	Reagon me maturi ndaj sjelljeve apo veprimeve jo të mira që ndodhin në klasë/shkollë apo jashtë saj, promovon sjelljet dhe veprimet e mira duke vënë në pah shkaqet dhe pasojat e manifestimit të tyre për individin dhe për të tjerët.

Temat mësimore	Rezultatet e të nxënit për tema mësimore	Njësitë mësimore	Koha mësimore (orë mësimore)	Metodologjia e mësimdhënies	Metodologjia e vlerësimit	Ndërlidhja me lëndët e tjera, me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore	Burimet
Përpjesëtimi i drejtë dhe i zhdrejtë **Përpjesëtimi (proporcioni), përqindja, promili dhe kamata**	- Përkufizon përpjesën dhe përpjesëtimin; - Identifikon përpjesëtimin e drejtë dhe të zhdrejtë; - Përkufizon përpjesëtimin e thjeshtë dhe të zgjeruar; - Dallon madhësitë të cilat janë në përpjesëtim të drejtë nga ato që janë në përpjesëtim të zhdrejtë; - Zbaton vetitë e përpjesës në zgjidhjen e detyrave praktike; - Llogarit ndarjen dhe përzierjen në detyra praktike; - Llogarit përqindjen, kamatën dhe promilin; - Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes, promilit dhe kamatës për zgjidhje të problemave me kontekste nga situata jetësore; - Përdor kalkulatorin dhe kompjuterin për zgjidhjen e problemave të ndryshme; - Përkufizon rregullën për raportin e segmenteve (Teoremën e Talesit); - Zbaton Teoremën e Talesit për raportin e segmenteve; - Zbaton vetitë e proporcionit gjatë zgjidhjes së detyrave; - Përkufizon homotetinë dhe zbaton vetitë e saj për zgjidhje të problemave praktike;	68. Përpjesa dhe përpjesëtimi 69. Përpjesëtimi i drejtë 70. Përpjesëtimi i zhdrejtë 71. Ushtrime: Përpjesëtimi i drejtë dhe i zhdrejtë 72. Përpjesëtimi i thjeshtë dhe i zgjeruar 73. Ushtrime: Përpjesëtimi i thjeshtë dhe i zgjeruar 74. Detyra praktike lidhur me përpjesëtimin 75. Llogaritja e ndarjes dhe e përzierjes 76. Ushtrime: Llogaritja e ndarjes dhe e përzierjes në problema praktike 77. Llogaritja e përqindjes 78. Llogaritja e promilit 79. Llogaritja e kamatës 80. Zbatimi i përqindjes 81. Ushtrime: Zbatimi i përqindjes 82. Zbatimi i kamatës 83. Problema praktike lidhur me perqindjen dhe kamatën	44 orë	- Mësimdhënia dhe nxënia me nxënësin në qendër dhe gjithëpërfshirja; - Mësimdhënia e diferencuar; - Mësimdhënia dhe nxënia me çasje të integruar.	- Vlerësimi me gojë (diskutime, debate, prezantime). - Vlerësimi me test. - Vlerësimi me shkrim, i cili realizohet përmes teknikave të ndryshme (testeve, kuizeve, eseve, raportet e punës). - Vlerësimi i punës praktike/ eksperimentale. - Vlerësimi për ecurinë dhe produktin e punës me projekte. - Vlerësimi i portfolios. - Vlerësimi individual dhe grupor gjatë punës kërkimore. - Vlerësimi i detyrave të shtëpisë.	Gjuhë shqipe Fizikë Kimi Gjeografi	Matematika 9 (Ramadan Zejnullahu, Rexhep Gjergji, Fevzi Berisha, Abdullah Zejnulllahu, Ramadan Limani) Detyra të zgjidhura 9 (Islam Shehu, Rexhep Gjergji, Mustafë Kadriu, Sejdi Bilalli) etj.

	- Përkufizon ngjashmërinë e figurave gjeometrike, posaçërisht trekëndëshave duke emërtuar rregullat për ngjashmërinë e tyre; - Përcakton populacionin dhe mostrën gjatë një hulumtimi; - Interpreton në forma të ndryshme të dhënat statistikore (liston rezultatet, i paraqet në formë tabelare dhe me diagrame në forma të ndryshme duke i vizatuar në fletore ose duke përdorur teknologjinë - programet aplikative) dhe përcakton vlerat mesatare të tyre (vlerën mesatare, modën dhe medianën); - Klasifikon ngjarjet e provave dhe i llogarit ato; - Interpreton përkufizimin klasik dhe statistikor të probabilitetit; - Identifikon vetitë e probabilitetit dhe i zbaton ato gjatë zgjidhjes së problemave matematikore dhe atyre nga situata jetësore; - Përcakton pozitën e pikës në rrafshin e koordinatave, kur janë dhënë koordinatat dhe anasjelltas; - Paraqet grafikisht ekuacionin linear me dy ndryshore; - Diskuton grafikun e ekuacionit linear me dy ndryshore.	84. Përdorimi i kalkulatorit dhe kompjuterit për njehsimin e përqindjes, promilit dhe kamatës 85. Ushtrime: Përpjesëtimi dhe përqindja 86. Raporti (përpjesa) i segmenteve - Teorema e Talesit 87. Ushtrime: Teorema e Talesit 88. Zbatimi i Teoremës së Talesit 89. Homotetia 90. Ushtrime: Homotetia 91. Ngjashmëria e figurave gjeometrike 92. Ngjashmëria e trekëndëshave. Rregulla e parë dhe e dytë 93. Ngjashmëria e trekëndëshave. Rregulla e tretë dhe e katërt 94. Ushtrime: Rregullat për ngjashmërinë e trekëndëshave 95. Zbatime të ngjashmërisë së trekëndëshave 96. Ushtrime: Homotetia dhe ngjashmëria 97. Paraqitja tabelare e të dhënave 98. Paraqitja grafike e të dhënave 99. Ushtrime: Paraqitja e të dhënave statistikore 100. Vlera mesatare, Moda dhe Mediana 101. Populacioni dhe mostra 102. Përkufizimi klasik dhe statistikor i probabiliteti					(Të përdoren tekste të nevojshme plotësuese, të cilat përmbajnë materiale lidhur me trigonometrinë dhe me tema të tjera mësimore) https://www.mathopenref.com/ https://www.thatquiz.org/ etj.

		103. Shkallët e probabilitetit 104. Llogaritja e probabilitetit 105. Vetitë e probabilitetit 106. Zbatime të probabilitetit 107. Ushtrime: Probabiliteti 108. Sistemi koordinativ kënddrejtë në rrafsh 109. Ekuacione lineare me dy të panjohura 110. Ushtrime: Zbatimi i ekuacioneve lineare me dy të panjohura 111. Grafiku i ekuacionit linear me dy ndryshore					

PLANI TREMUJOR: PRILL—MAJ—QERSHOR

Lënda mësimore: Matematikë

Fusha e kurrikulës: Matematikë **Klasa:** IX

Temat mësimore: Sistemet e ekuacionit linear me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës që synohet të arrihen përmes shtjellimit të temës/temave: *I. I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit – Komunikues efektiv*	
1.	Transmeton saktë të dhënat e mbledhura për një temë konkrete, në formë tekstuale, numerike, verbale, elektronike apo në ndonjë formë tjetër të të shprehurit.
2.	Përshkruan një ngjarje, të dhënë si detyrë, të lexuar ose të dëgjuar më parë, në formë verbale, vizuale ose me shkrim, duke e ruajtur rrjedhën logjike të saj.
5.	Prezanton para të tjerëve një projekt për një temë të dhënë, të përgatitur vetë ose në bashkëpunim me grupin, duke i gërshetuar format e komunikimit verbal, elektronik dhe veprimin praktik.
6.	Analizon përmbajtjen dhe kuptimin e nocioneve (koncepteve) të reja, duke e përdorur leksikun adekuat, të përshtatshëm dhe të saktë dhe i bën ato pjesë të dosjes mësimore.

Kompetenca e të menduarit – Mendimtar kreativ dhe kritik	
1.	Paraqet, në formë gojore ose të shkruar, grafike, me simbole, argumente të veçanta për të sforcuar mendimin apo qëndrimin e vet për një problem nga fusha të caktuara.
2.	Përzgjedh informata nga burime të ndryshme, për një temë konkrete, i klasifikon ato në bazë të një kriteri të caktuar dhe i përdor ato për marrjen e një vendimi apo për zgjidhjen e një problemi/detyre.
4.	Përpunon idenë e vet në një projekt me shkrim për një çështje të caktuar duke propozuar aktivitetet kryesore, përcakton qëllimin kryesor, afatet, vendin, personat, materialet dhe mjetet e nevojshme për kryerjen e atyre aktiviteteve si dhe parasheh pengesat e mundshme gjatë realizimit të tyre.
5.	Arsyeton ndërmarrjen e hapave konkretë, të cilët kanë rezultuar përfundimin e një detyre/aktiviteti, zgjidhjen e një problemi apo të ndonjë punimi në klasë/shkollë apo gjetiu.
6.	Demonstron zgjidhjen e një problemi (matematik, linguistik etj.) bazuar në të dhënat tekstuale ose tekstuale numerike, eksperimentale të detyrës e cila bëhet në klasë/shkollë apo jashtë saj duke arsyetuar me gojë zbatimin e ecurive përkatëse për arritjen e rezultatit.
7.	Interpreton me fjalë, me shkrim/me gojë një rregull, koncept apo proces të caktuar duke e ilustruar atë me shembuj konkretë nga situata të jetës së përditshme.
8.	Identifikon me anë të krahasimit dallimet dhe ngjashmëritë midis ligjeve dhe dukurive që ndodhin në natyrë me ato në shoqëri, duke vënë në dukje lidhjen shkak-pasojë midis këtyre dukurive.

Kompetenca e të nxënit – Nxënës i suksesshëm	
1.	Regjistron në formë të shkruar, grafike, me TI etj., informatat ose faktet për një temë të caktuar duke i veçuar, me anë të teknikave të ndryshme, pjesët e rëndësishme dhe më pak të rëndësishme të nevojshme për atë temë/detyrë të dhënë.
3.	Regjistron në skeda dhe teknika të tjera të veçanta, TI etj., informatat ose faktet a formulat për një temë të caktuar duke i radhitur ato sipas llojit, burimit dhe rëndësisë mësimore të tyre.
5.	Paraqet/skicon idetë e veta për ecurinë dhe mënyrën e zhvillimit të një aktiviteti duke e sqaruar dhe duke argumentuar më pas këtë para të tjerëve.
6.	Ndjek në mënyrë të pavarur udhëzimet apo skicat e dhëna në libër, skicë, plan, partiturë muzikore, skenar, koreografi etj., ose të ndonjë burimi tjetër, për të performuar një veprim, aktivitet ose detyrë që kërkohet prej tij/saj.

Kompetenca për jetë, për punë dhe për mjedis – Kontribues produktiv	
4.	Përdor programet kompjuterike për përpunimin e të dhënave dhe paraqitjen e vizatimeve/diagrameve të nevojshme për përgatitjen e materialeve individuale apo/dhe publikimeve të ndryshme të shkollës.
6.	Përdor materiale, burime të ndryshme informimi dhe teknologjinë në shkollë dhe në jetën e përditshme si ndihmë për përparimin në mësime dhe për orientim në karrierë.

Temat mësimore	Rezultatet e të nxënit për tema mësimore	Njësitë mësimore	Koha mësimore (orë mësimore)	Metodologjia e mësimdhënies	Metodologjia e vlerësimit	Ndërlidhja me lëndët e tjera, me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore	Burimet
Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore	- Përdor ekuacionet lineare me dy ndryshore për zgjidhjen e problemave matematike dhe atyre nga jeta e përditshme; - Përcakton pozitën e drejtëzës në lidhje me boshtet e koordinatave në varësi nga koeficienti i pjerrësisë; - Përcakton kur një dyshe e renditur është zgjidhje e sistemit; - Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me metoda të ndryshme (metodën grafike, metodën e zëvendësimit, metodën e eliminimit); - Arsyeton zgjidhshmërinë e sistemit të ekuacioneve lineare; - Diskuton zgjidhjen e sistemeve në varësi të parametrave; - Zbaton sistemet e ekuacioneve lineare në zgjidhjen e problemeve praktike; - Përkufizon funksionet trigonometrike në trekëndëshin kënddrejtë; - Cakton vlerat numerike të funksioneve trigonometrike (sin, cos, tg) të disa këndeve në trekëndëshin kënddrejtë); - Cakton funksionet trigonometrike të këndeve komplementare; - Vërteton dhe zbaton identitetet themelore trigonometrike; - Zbaton kuptimet elementare të trigonometrisë te detyrat problemore me trekëndësh kënddrejtë;	112. Ushtrime: Grafiku i ekuacionit linear me dy ndryshore 113. Grafiku i funksionit $y = kx + m$ 114. Ushtrime: Grafiku i funksionit $y = kx + m$ 115. Këndi i pjerrësisë së drejtëzës 116. Ushtrime: Këndi i pjerrësisë së drejtëzës 117. Ushtrime: Ekuacionet lineare me dy ndryshore 118. Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore 119. Zgjidhja e sistemit të ekuacioneve lineare me dy të panjohura me metodën grafike 120. Ushtrime: Metoda grafike 121. Metoda e zëvendësimit 122. Ushtrime: Metoda e zëvendësimit 123. Ushtrime: Metoda e zëvendësimit 124. Metoda e eliminimit (Metoda e Gauss-it) 125. Ushtrime: Metoda e eliminimit (Metoda e Gauss-it)	31 orë	- Mësimdhënia dhe nxënia me nxënësin në qendër dhe gjithëpërfshirja; - Mësimdhënia e diferencuar; - Mësimdhënia dhe nxënia me çasje të integruar.	- Vlerësimi me gojë (diskutime, debate, prezantime). - Vlerësimi me test. - Vlerësimi me shkrim, i cili realizohet përmes teknikave të ndryshme (testeve, kuizeve, eseve, raportet e punës). - Vlerësimi i punës praktike/eksperimentale. - Vlerësimi për ecurinë dhe produktin e punës me projekte. - Vlerësimi i portfolios. - Vlerësimi individual dhe grupor gjatë punës kërkimore. - Vlerësimi i detyrave të shtëpisë.		

Trigonometria **Ekuacionet kuadratike**	- Zgjidh ekuacionet kuadratike të formës $x^2 + m x + n = 0$ (m, n∈Z) duke e zbërthyer trinomin.	126. Ushtrime: Metoda e eliminimit (Metoda e Gauss-it) 127. Zbatimi i sistemeve të ekuacioneve lineare me dy ndryshore 128. Ushtrime: Zbatimi i sistemeve të ekuacioneve lineare me dy ndryshore 129. Ushtrime: Zbatimi i sistemeve të ekuacioneve lineare me dy ndryshore 130. Ushtrime: Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore. Përkufizimi i funksioneve trigonometrike në trekëndësh kënddrejtë 131. Vlerat e funksioneve trigonom etrike të disa këndeve të veçanta (30°, 60°) 132. Vlerat e funksioneve trigonometrike të disa këndeve të veçanta (45°) 133. Ushtrime: Vlerat e funksioneve trigonometrike të disa këndeve të veçanta (30°, 45°, 60°) 134. Funksionet trigonometrike të këndeve (0° dhe 90°) 135. Identitetet themelore trigonometrike. Syprina e sipërfaqes së trekëndëshit 136. Funksionet trigonometrike të këndeve komplementare 137. Zbatimi i identiteteve themelore trigonometrike 138. Ushtrime: Zbatimi i identiteteve themelore trigonometrike 139. Zbatime të trigonometrisë në problema praktike në trekëndësh kënddrejtë 140. Ushtrime: Trigonometria 141. Zgjidhja e ekuacionit kuadratik 142. Ushtrime: Zgjidhja e ekuacionit kuadratik					

Mësimi 1

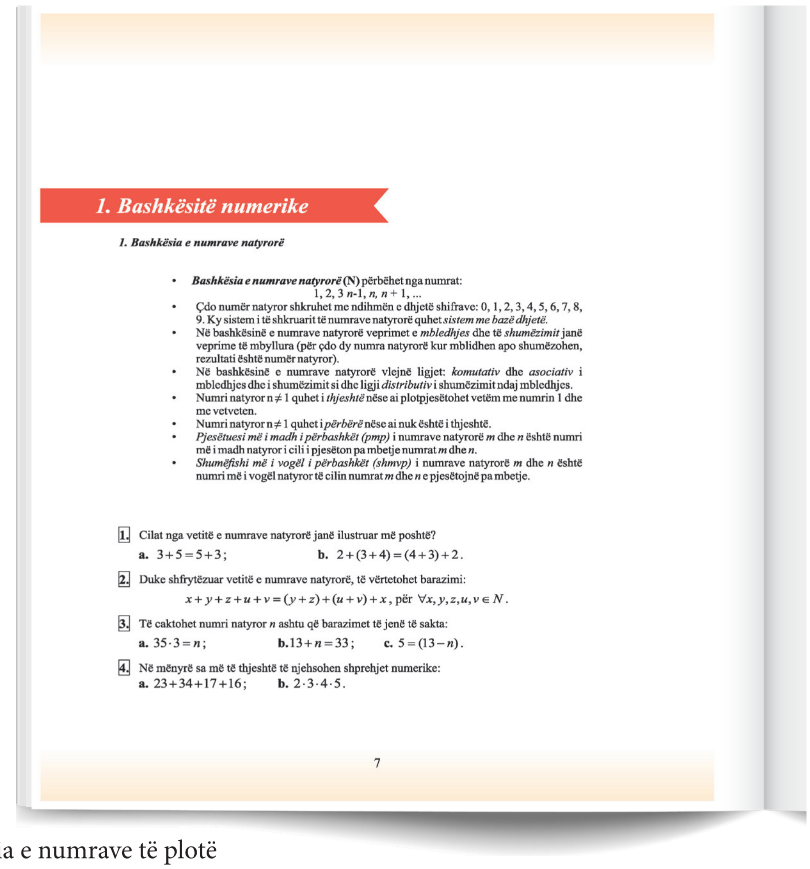
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon vetitë e numrave natyrorë, të plotë, racionalë (të bashkësive numerike N, Z, Q) dhe i përdor ato në zgjidhje të detyrave.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



1. Bashkësitë numerike

1. Bashkësia e numrave natyrorë

- ***Bashkësia e numrave natyrorë*** **(N)** përbëhet nga numrat:
  1, 2, 3 n-1, n, n + 1, ...
- Çdo numër natyror shkruhet me ndihmën e dhjetë shifrave: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Ky sistem i të shkruarit të numrave natyrorë quhet *sistem me bazë dhjetë.*
- Në bashkësinë e numrave natyrorë veprimet e *mbledhjes* dhe të *shumëzimit* janë veprime të mbyllura (për çdo dy numra natyrorë kur mblidhen apo shumëzohen, rezultati është numër natyror).
- Në bashkësinë e numrave natyrorë vlejnë ligjet: *komutativ* dhe *asociativ* i mbledhjes dhe i shumëzimit si dhe ligji *distributiv* i shumëzimit ndaj mbledhjes.
- Numri natyror $n \neq 1$ quhet i *thjeshtë* nëse ai plotpjesëtohet vetëm me numrin 1 dhe me vetveten.
- Numri natyror $n \neq 1$ quhet i *përbërë* nëse ai nuk është i thjeshtë.
- *Pjesëtuesi më i madh i përbashkët (pmp)* i numrave natyrorë m dhe n është numri më i madh natyror i cili i pjesëton pa mbetje numrat m dhe n.
- *Shumëfishi më i vogël i përbashkët (shmvp)* i numrave natyrorë m dhe n është numri më i vogël natyror të cilin numrat m dhe n e pjesëtojnë pa mbetje.

1. Cilat nga vetitë e numrave natyrorë janë ilustruar më poshtë?
a. $3+5=5+3$; **b.** $2+(3+4)=(4+3)+2$.

2. Duke shfrytëzuar vetitë e numrave natyrorë, të vërtetohet barazimi:
$$x+y+z+u+v=(y+z)+(u+v)+x, \text{ për } \forall x,y,z,u,v \in N.$$

3. Të caktohet numri natyror n ashtu që barazimet të jenë të sakta:
a. $35\cdot 3=n$; **b.** $13+n=33$; **c.** $5=(13-n)$.

4. Në mënyrë sa më të thjeshtë të njehsohen shprehjet numerike:
a. $23+34+17+16$; **b.** $2\cdot 3\cdot 4\cdot 5$.

7

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Bashkësia e numrave natyrorë. Bashkësia e numrave të plotë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon vetitë e numrave natyrorë dhe të plotë;
- Ilustron me diagram elementet e bashkësive numerike: N, Z;
- Përdor saktë vetitë e numrave në zgjidhjen e detyrave.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

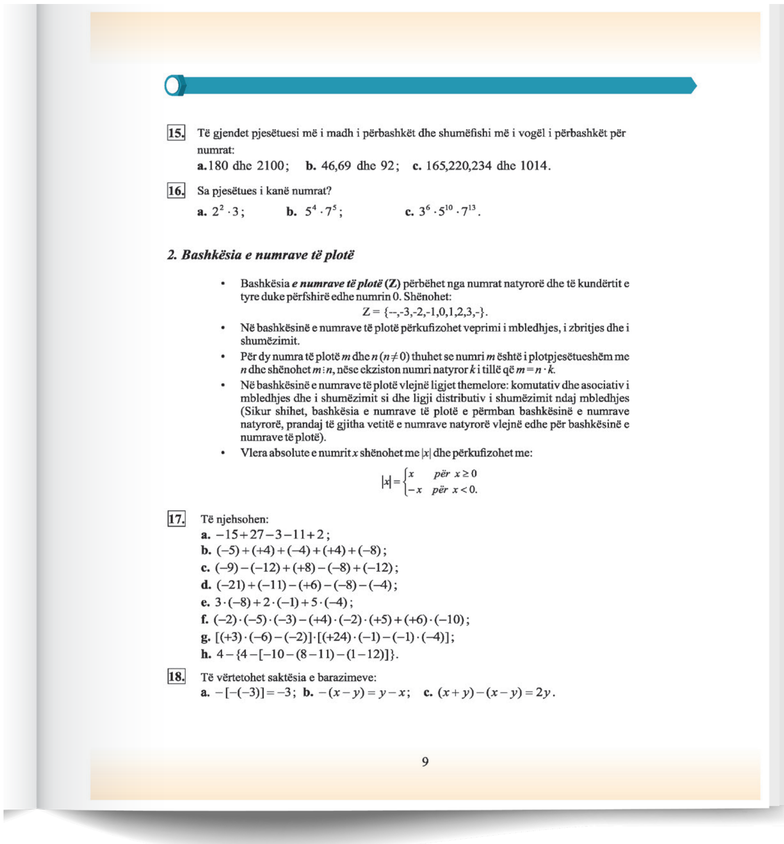
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri përmbledhje detyrash

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Me nxënësit diskutohet për historinë e numrave, numërimin, leximin, krahasimin etj. Nxënësit nxiten të sjellin në mend njohuritë për numrat natyrorë, të plotë dhe racionalë. Paraqiten me diagram bashkësitë e numrave natyrorë dhe të plotë.
Diskutohet për bashkësinë e numrave natyrorë: N = {1, 2, 3, 4, ...}.
Kësaj bashkësie i shtohen numrat: 0 dhe numrat negativë (-1, - 2, - 3, ...) dhe formohet bashkësia e numrave të plotë: Z = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}.
Duke e analizuar mbylltësinë e këtyre bashkësive, arsyetohet nevoja e zgjerimit të secilës bashkësi. Përmenden veprimet me numra dhe vetitë që plotësojnë veprimi i mbledhjes dhe i shumëzimit.



15. Të gjendet pjesëtuesi më i madh i përbashkët dhe shumëfishi më i vogël i përbashkët për numrat:
a. 180 dhe 2100; **b.** 46,69 dhe 92; **c.** 165,220,234 dhe 1014.

16. Sa pjesëtues i kanë numrat?
a. $2^2 \cdot 3$; **b.** $5^4 \cdot 7^5$; **c.** $3^6 \cdot 5^{10} \cdot 7^{13}$.

2. Bashkësia e numrave të plotë

- Bashkësia ***e numrave të plotë* (Z)** përbëhet nga numrat natyrorë dhe të kundërtit e tyre duke përfshirë edhe numrin 0. Shënohet:
$$Z = \{--,-3,-2,-1,0,1,2,3,-\}.$$
- Në bashkësinë e numrave të plotë përkufizohet veprimi i mbledhjes, i zbritjes dhe i shumëzimit.
- Për dy numra të plotë m dhe n ($n \neq 0$) thuhet se numri m është i plotpjesëtueshëm me n dhe shënohet $m \vdots n$, nëse ekziston numri natyror k i tillë që $m = n \cdot k$.
- Në bashkësinë e numrave të plotë vlejnë ligjet themelore: komutativ dhe asociativ i mbledhjes dhe i shumëzimit si dhe ligji distributiv i shumëzimit ndaj mbledhjes (Sikur shihet, bashkësia e numrave të plotë e përmban bashkësinë e numrave natyrorë, prandaj të gjitha vetitë e numrave natyrorë vlejnë edhe për bashkësinë e numrave të plotë).
- Vlera absolute e numrit x shënohet me $|x|$ dhe përkufizohet me:
$$|x| = \begin{cases} x & \textit{për } x \geq 0 \\ -x & \textit{për } x < 0. \end{cases}$$

17. Të njehsohen:
a. $-15+27-3-11+2$;
b. $(-5)+(+4)+(-4)+(+4)+(-8)$;
c. $(-9)-(-12)+(+8)-(-8)+(-12)$;
d. $(-21)+(-11)-(+6)-(-8)-(-4)$;
e. $3\cdot(-8)+2\cdot(-1)+5\cdot(-4)$;
f. $(-2)\cdot(-5)\cdot(-3)-(+4)\cdot(-2)\cdot(+5)+(+6)\cdot(-10)$;
g. $[(+3)\cdot(-6)-(-2)]\cdot[(+24)\cdot(-1)-(-1)\cdot(-4)]$;
h. $4-\{4-[-10-(8-11)-(1-12)]\}$.

18. Të vërtetohet saktësia e barazimeve:
a. $-[-(-3)]=-3$; **b.** $-(x-y)=y-x$; **c.** $(x+y)-(x-y)=2y$.

9

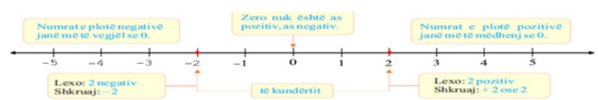
Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shqyrtim i përbashkët

Nxënësve u ofrohen informacione shtesë lidhur me numrat natyrorë (nga faqja e librit). Pastaj u jepen sqarime të nevojshme për të zgjidhur detyrën 10:
Pasi të kenë përfunduar, disa nxënës shkruajnë detyrën në tabelë dhe korigjohen gabimet e mundshme.

10. Në bashkësinë $A = \{5,6,7,8,9,12,14\}$ është përkufizuar veprimi (*) në këtë mënyrë: $x * y = x + y - 2$. Të njehsohen:

a. $5*6$; **b.** $8*12$; **c.** $5*[8*(12*9)]$.

Nxënësve u ofrohen informacione shtesë lidhur me numrat e plotë duke bërë ilustrimin në boshtin numerik.



Pastaj zgjidhen detyrat 17, 18 dhe 24.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Duke punuar në mënyrë të pavarur nxënësit zgjidhin dy pjesët e detyrës 25.
Në dyshe rishikojnë dhe krahasojnë rezultatin e fituar.

Vlerësimi i nxënësve:

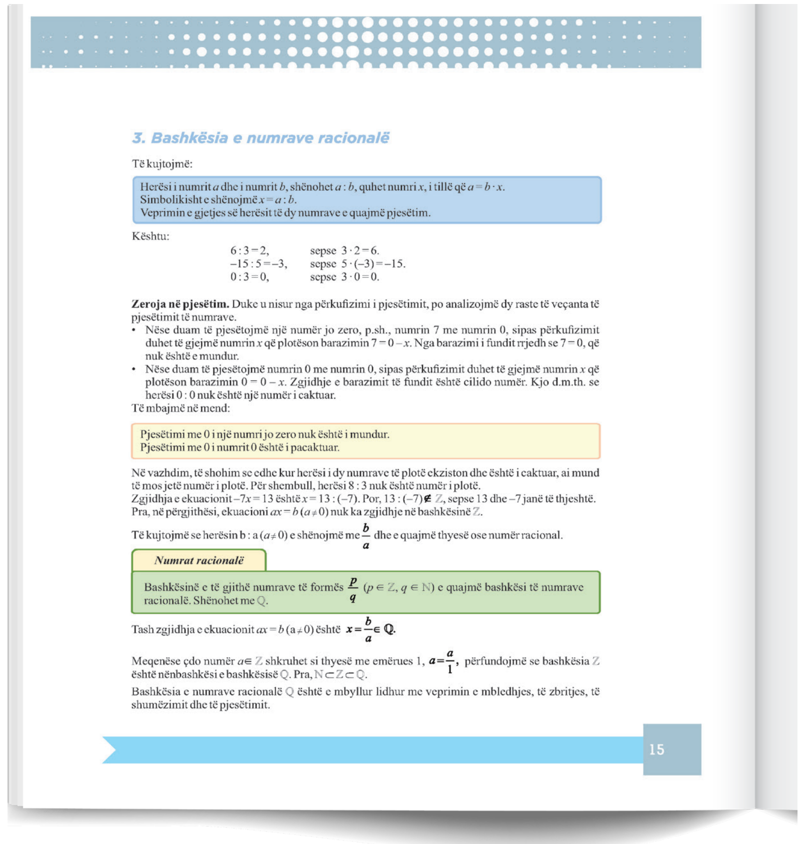
Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit, ilustrimit dhe përdorimit të vetive të numrave natyrorë dhe të plotë.

Detyrë:
(Libri përmbledhje datyrash, faqe 10, detyrat: 19, 21, 22, 23)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 2

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE


3. Bashkësia e numrave racionalë

Të kujtojmë:

Herësi i numrit a dhe i numrit b, shënohet $a : b$, quhet numri x, i tillë që $a = b \cdot x$.
Simbolikisht e shënojmë $x = a : b$.
Veprimin e gjetjes së herësit të dy numrave e quajmë pjesëtim.

Kështu:

$6 : 3 = 2$, sepse $3 \cdot 2 = 6$.
$-15 : 5 = -3$, sepse $5 \cdot (-3) = -15$.
$0 : 3 = 0$, sepse $3 \cdot 0 = 0$.

Zeroja në pjesëtim. Duke u nisur nga përkufizimi i pjesëtimit, po analizojmë dy raste të veçanta të pjesëtimit të numrave.

- Nëse duam të pjesëtojmë një numër jo zero, p.sh., numrin 7 me numrin 0, sipas përkufizimit duhet të gjejmë numrin x që plotëson barazimin $7 = 0 - x$. Nga barazimi i fundit rrjedh se $7 = 0$, që nuk është e mundur.
- Nëse duam të pjesëtojmë numrin 0 me numrin 0, sipas përkufizimit duhet të gjejmë numrin x që plotëson barazimin $0 = 0 - x$. Zgjidhje e barazimit të fundit është cilido numër. Kjo d.m.th. se herësi $0 : 0$ nuk është një numër i caktuar.

Të mbajmë në mend:

Pjesëtimi me 0 i një numri jo zero nuk është i mundur.
Pjesëtimi me 0 i numrit 0 është i pacaktuar.

Në vazhdim, të shohim se edhe kur herësi i dy numrave të plotë ekziston dhe është i caktuar, ai mund të mos jetë numër i plotë. Për shembull, herësi $8 : 3$ nuk është numër i plotë.
Zgjidhja e ekuacionit $-7x = 13$ është $x = 13 : (-7)$. Por, $13 : (-7) \notin \mathbb{Z}$, sepse 13 dhe -7 janë të thjeshtë.
Pra, në përgjithësi, ekuacioni $ax = b$ $(a \neq 0)$ nuk ka zgjidhje në bashkësinë $\mathbb{Z}$.

Të kujtojmë se herësin $b : a$ $(a \neq 0)$ e shënojmë me $\frac{b}{a}$ dhe e quajmë thyesë ose numër racional.

Numrat racionalë

Bashkësinë e të gjithë numrave të formës $\frac{p}{q}$ $(p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N})$ e quajmë bashkësi të numrave racionalë. Shënohet me $\mathbb{Q}$.

Tash zgjidhja e ekuacionit $ax = b$ $(a \neq 0)$ është $x = \frac{b}{a} \in \mathbb{Q}$.

Meqenëse çdo numër $a \in \mathbb{Z}$ shkruhet si thyesë me emërues 1, $a = \frac{a}{1}$, përfundojmë se bashkësia $\mathbb{Z}$ është nënbashkësi e bashkësisë $\mathbb{Q}$. Pra, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Bashkësia e numrave racionalë $\mathbb{Q}$ është e mbyllur lidhur me veprimin e mbledhjes, të zbritjes, të shumëzimit dhe të pjesëtimit.

15

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon vetitë e numrave natyrorë, të plotë, racionalë (të bashkësive numerike N, Z, Q) dhe i përdor ato në zgjidhje të detyrave.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Bashkësia e numrave racionalë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon bashkësinë e numrave racionalë;
- Ilustron me diagram bashkësinë e numrave racionalë;
- Përdor saktë vetitë e numrave në zgjidhjen e detyrave.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

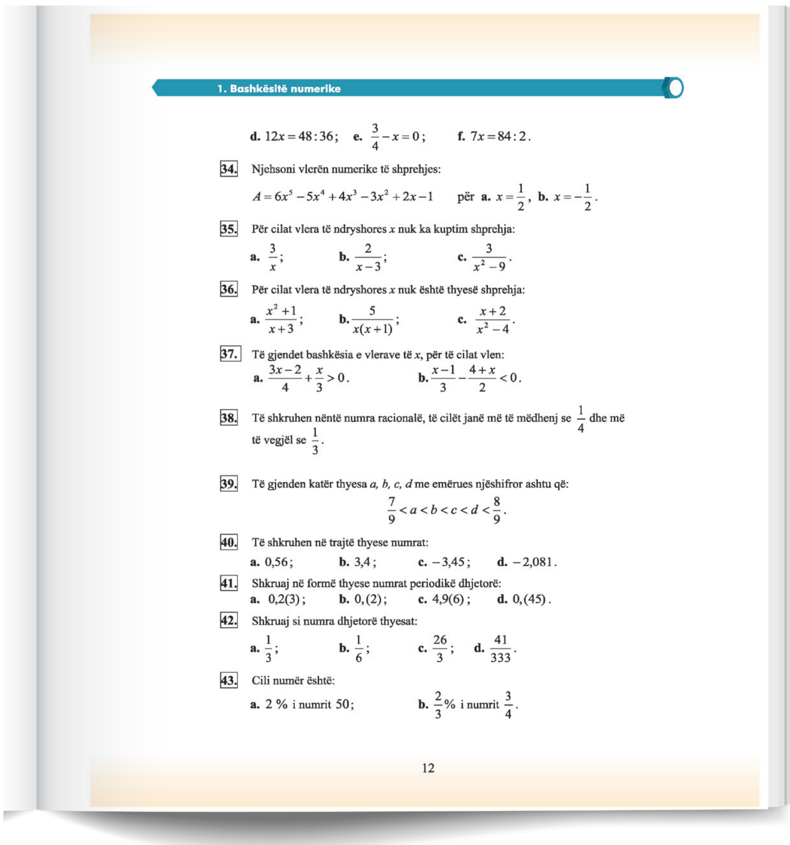
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Fizikë, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Pesëvargëshi

Thyesa
e rregullt e parregullt
ndahet ilustrohet shndërrohet
Thyesa është numër matës.
Herësi


1. Bashkësitë numerike

d. $12x = 48:36$; e. $\frac{3}{4} - x = 0$; f. $7x = 84:2$.

34. Njehsoni vlerën numerike të shprehjes:

$A = 6x^5 - 5x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ për **a.** $x = \frac{1}{2}$, **b.** $x = -\frac{1}{2}$.

35. Për cilat vlera të ndryshores x nuk ka kuptim shprehja:

a. $\frac{3}{x}$; **b.** $\frac{2}{x-3}$; **c.** $\frac{3}{x^2-9}$.

36. Për cilat vlera të ndryshores x nuk është thyesë shprehja:

a. $\frac{x^2+1}{x+3}$; **b.** $\frac{5}{x(x+1)}$; **c.** $\frac{x+2}{x^2-4}$.

37. Të gjendet bashkësia e vlerave të x, për të cilat vlen:

a. $\frac{3x-2}{4} + \frac{x}{3} > 0$. **b.** $\frac{x-1}{3} - \frac{4+x}{2} < 0$.

38. Të shkruhen nëntë numra racionalë, të cilët janë më të mëdhenj se $\frac{1}{4}$ dhe më të vegjël se $\frac{1}{3}$.

39. Të gjenden katër thyesa a, b, c, d me emërues njëshifror ashtu që:

$$\frac{7}{9} < a < b < c < d < \frac{8}{9}.$$

40. Të shkruhen në trajtë thyese numrat:

a. 0,56; **b.** 3,4; **c.** −3,45; **d.** −2,081.

41. Shkruaj në formë thyese numrat periodikë dhjetorë:

a. 0,2(3); **b.** 0,(2); **c.** 4,9(6); **d.** 0,(45).

42. Shkruaj si numra dhjetorë thyesat:

a. $\frac{1}{3}$; **b.** $\frac{1}{6}$; **c.** $\frac{26}{3}$; **d.** $\frac{41}{333}$.

43. Cili numër është:

a. 2 % i numrit 50; **b.** $\frac{2}{3}$% i numrit $\frac{3}{4}$.

12

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Nxënësve u ofrohen informacione shtesë lidhur me numrat racionalë. Përkufizohen vetitë dhe veprimet me numra racionalë. Ilustrohen me diagram bashkësitë N, Z dhe Q.

Numrat racionalë

Bashkësinë e të gjithë të numrave të formës $\frac{p}{q}$ $(p \in Z, q \in N)$ e quajmë bashkësi të numrave racionalë. Shënohet me Q.

Tash zgjidhja e ekuacionit $ax = b$ $(a \neq 0)$ është $x = \frac{b}{a} \in Q$.

Meqenëse çdo numër $a \in Z$ shkruhet si thyesë me emërues 1, $a = \frac{a}{1}$, përfundojmë se bashkësia Z është nënbashkësi e bashkësisë Q. Pra, $N \subset Z \subset Q$.

Bashkësia e numrave racionalë Q është e mbyllur lidhur me veprimin e mbledhjes, të zbritjes, të shumëzimit dhe të pjesëtimit.

Nxënësit udhëzohen të zgjidhin detyrat 34 deri 38.
Zgjidhen detyrat në tabelë dhe kontrollohen rezultatet.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Duke punuar në mënyrë të pavarur nxënësit zgjidhin detyrën 39.
Në dyshe rishikojnë dhe krahasojnë rezultatin e fituar.

Vlerësimi i nxënësve:

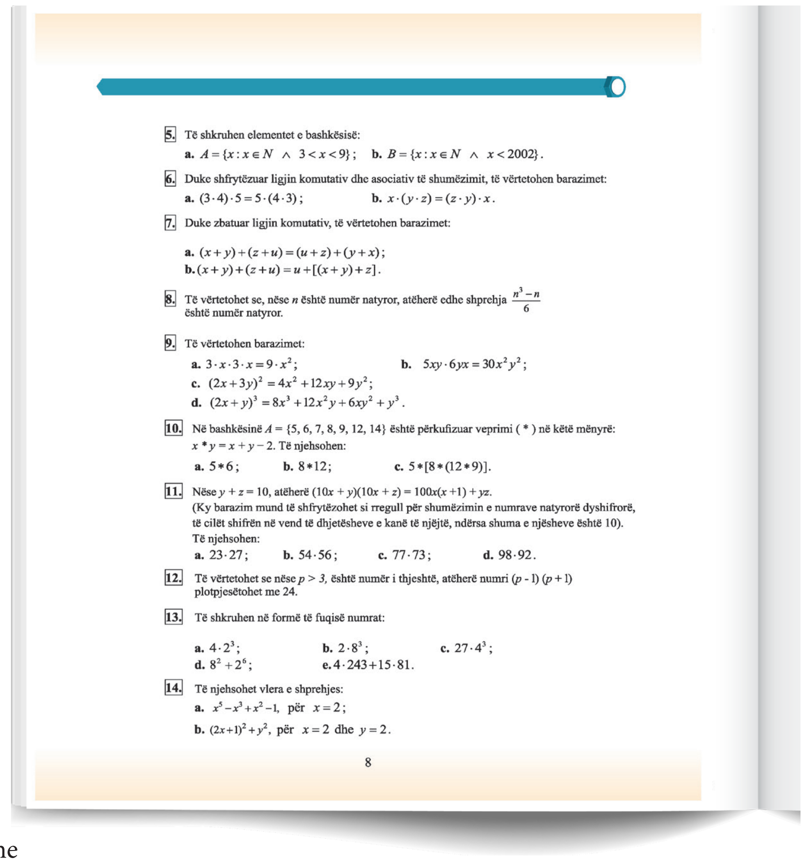
Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit, ilustrimit dhe përdorimit të vetive të numrave racionalë.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 8, detyrat: 7, 8, 9, 13)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Për mësimdhënësin/en

Mësimi 3



5. Të shkruhen elementet e bashkësisë:
a. $A=\{x:x\in N \ \wedge \ 3<x<9\}$; b. $B=\{x:x\in N \ \wedge \ x<2002\}$.

6. Duke shfrytëzuar ligjin komutativ dhe asociativ të shumëzimit, të vërtetohen barazimet:
a. $(3\cdot 4)\cdot 5=5\cdot(4\cdot 3)$; b. $x\cdot(y\cdot z)=(z\cdot y)\cdot x$.

7. Duke zbatuar ligjin komutativ, të vërtetohen barazimet:
a. $(x+y)+(z+u)=(u+z)+(y+x)$;
b. $(x+y)+(z+u)=u+[(x+y)+z]$.

8. Të vërtetohet se, nëse n është numër natyror, atëherë edhe shprehja $\frac{n^3-n}{6}$ është numër natyror.

9. Të vërtetohen barazimet:
a. $3\cdot x\cdot 3\cdot x=9\cdot x^2$; b. $5xy\cdot 6yx=30x^2y^2$;
c. $(2x+3y)^2=4x^2+12xy+9y^2$;
d. $(2x+y)^3=8x^3+12x^2y+6xy^2+y^3$.

10. Në bashkësinë $A=\{5, 6, 7, 8, 9, 12, 14\}$ është përkufizuar veprimi (*) në këtë mënyrë: $x * y=x+y-2$. Të njehsohen:
a. $5*6$; b. $8*12$; c. $5*[8*(12*9)]$.

11. Nëse $y+z=10$, atëherë $(10x+y)(10x+z)=100x(x+1)+yz$.
(Ky barazim mund të shfrytëzohet si rregull për shumëzimin e numrave natyrorë dyshifrorë, të cilët shifrën në vend të dhjetësheve e kanë të njëjtë, ndërsa shuma e njësheve është 10).
Të njehsohen:
a. $23\cdot 27$; b. $54\cdot 56$; c. $77\cdot 73$; d. $98\cdot 92$.

12. Të vërtetohet se nëse $p>3$, është numër i thjeshtë, atëherë numri $(p-1)(p+1)$ plotpjesëtohet me 24.

13. Të shkruhen në formë të fuqisë numrat:
a. $4\cdot 2^3$; b. $2\cdot 8^3$; c. $27\cdot 4^3$;
d. 8^2+2^6; e. $4\cdot 243+15\cdot 81$.

14. Të njehsohet vlera e shprehjes:
a. $x^5-x^3+x^2-1$, për $x=2$;
b. $(2x+1)^2+y^2$, për $x=2$ dhe $y=2$.

8

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon vetitë e numrave natyrorë, të plotë, racionalë (të bashkësive numerike N, Z, Q) dhe i përdor ato në zgjidhje të detyrave.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Bashkësia e numrave racionalë - ushtrime

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon vetitë e numrave racionalë;
- Kryen saktë veprimet me numra racionalë;
- Zbaton vetitë e numrave në zgjidhjen e detyrave.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

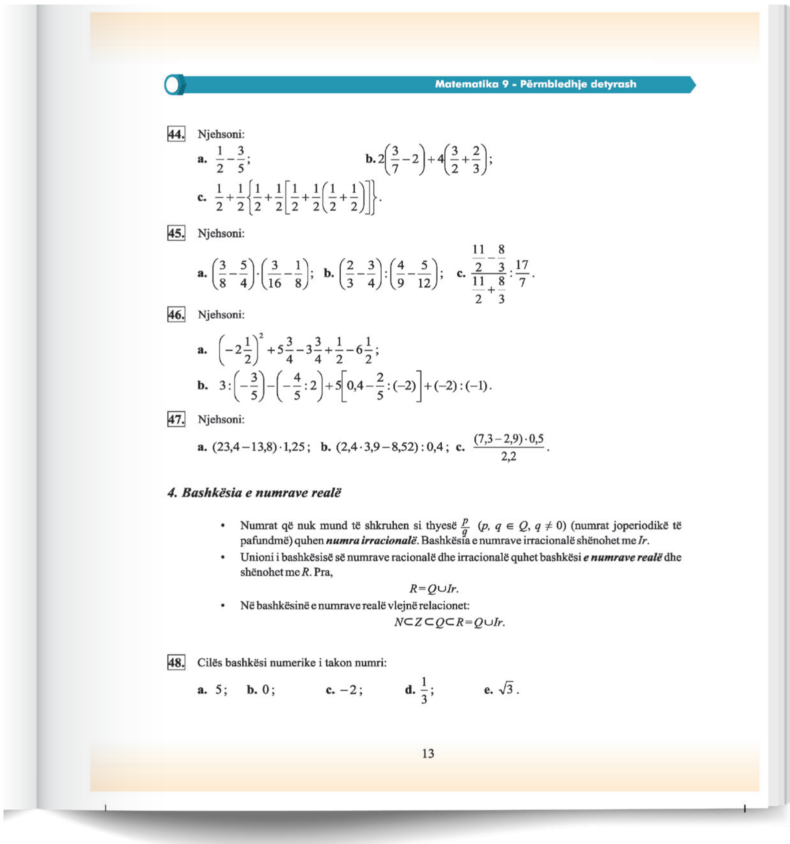
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Sistemi ndërveprues i shënimeve (INSERT)

Duke punuar në grupe nxënësit udhëzohen të kryejnë detyrat 13, 14, 15, 16. Nxënësit nxiten me pyetje për fuqitë, shmvp-në, pmmp-në dhe u ofrohen sqarime shtesë sipas nevojës.


Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

44. Njehsoni:

a. $\frac{1}{2}-\frac{3}{5}$; **b.** $2\left(\frac{3}{7}-2\right)+4\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)$;

c. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$.

45. Njehsoni:

a. $\left(\frac{3}{8}-\frac{5}{4}\right)\cdot\left(\frac{3}{16}-\frac{1}{8}\right)$; **b.** $\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right):\left(\frac{4}{9}-\frac{5}{12}\right)$; **c.** $\dfrac{\frac{11}{2}-\frac{8}{3}}{\frac{11}{2}+\frac{8}{3}}:\frac{17}{7}$.

46. Njehsoni:

a. $\left(-2\frac{1}{2}\right)^2+5\frac{3}{4}-3\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-6\frac{1}{2}$;

b. $3:\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{4}{5}:2\right)+5\left[0,4-\frac{2}{5}:(-2)\right]+(-2):(-1)$.

47. Njehsoni:

a. $(23,4-13,8)\cdot 1,25$; **b.** $(2,4\cdot 3,9-8,52):0,4$; **c.** $\frac{(7,3-2,9)\cdot 0,5}{2,2}$.

4. Bashkësia e numrave realë

- Numrat që nuk mund të shkruhen si thyesë $\frac{p}{q}$ $(p, q \in Q, q \neq 0)$ (numrat joperiodikë të pafundmë) quhen ***numra irracionalë***. Bashkësia e numrave irracionalë shënohet me *Ir*.
- Unioni i bashkësisë së numrave racionalë dhe irracionalë quhet bashkësi ***e numrave realë*** dhe shënohet me *R*. Pra,
$$R=Q\cup Ir.$$
- Në bashkësinë e numrave realë vlejnë relacionet:
$$N\subset Z\subset Q\subset R=Q\cup Ir.$$

48. Cilës bashkësi numerike i takon numri:

a. 5; **b.** 0; **c.** -2; **d.** $\frac{1}{3}$; **e.** $\sqrt{3}$.

13

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shqyrtim i përbashkët

Nxënësve u ofrohen informacione të nevojshme për të zgjidhur detyrën 44 b).
Pasi të përfundojnë detyrën e parë shkruhet zgjidhja në tabelë. Dikutohen hapat e zgjidhjes dhe përmenden vetitë e përdorura.
Në mënyrë të ngjashme veprohet edhe me detyrat: 45 b), c), 46 a), b).
Nxënësit nxiten me pyetje për vetitë dhe veprimet me numrat dhjetorë, pastaj u ofrohen informacione shtesë për të zgjidhur detyrën 47 c).

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Duke punuar në mënyrë të pavarur nxënësit zgjidhin detyrën 47 c).
Në dyshe rishikojnë dhe krahasojnë rezultatin e fituar.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit, njehsimit dhe zbatimit të vetive të numrave racionalë.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 13, detyrat: 44 a), 45 a), 47 a), b))

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 4

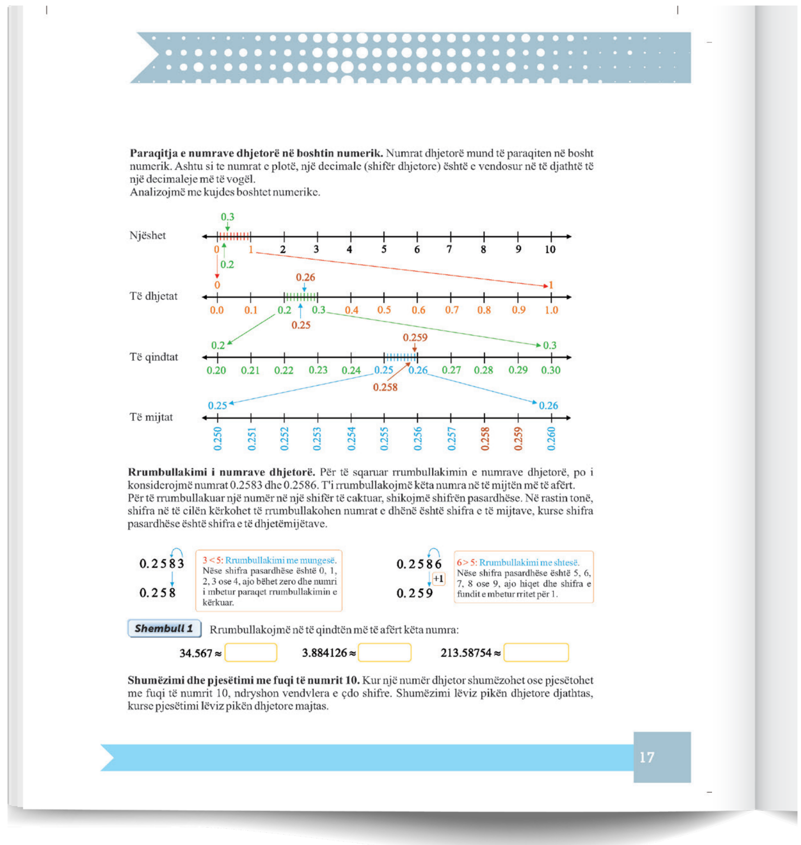
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës: Dallon numrat dhjetorë që mund të shkruhen si numra thyesorë dhe ata që nuk mund të shkruhen si numra thyesorë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



Paraqitja e numrave dhjetorë në boshtin numerik. Numrat dhjetorë mund të paraqiten në bosht numerik. Ashtu si te numrat e plotë, një decimale (shifër dhjetore) është e vendosur në të djathtë të një decimaleje më të vogël.
Analizojmë me kujdes boshtet numerike.

Rrumbullakimi i numrave dhjetorë. Për të sqaruar rrumbullakimin e numrave dhjetorë, po i konsiderojmë numrat 0.2583 dhe 0.2586. T'i rrumbullakojmë këta numra në të mijtën më të afërt.
Për të rrumbullakuar një numër në një shifër të caktuar, shikojmë shifrën pasardhëse. Në rastin tonë, shifra në të cilën kërkohet të rrumbullakohen numrat e dhënë është shifra e të mijtave, kurse shifra pasardhëse është shifra e të dhjetëmijëtave.

0.2583 → 0.258 — 3 < 5: Rrumbullakimi me mungesë. Nëse shifra pasardhëse është 0, 1, 2, 3 ose 4, ajo bëhet zero dhe numri i mbetur paraqet rrumbullakimin e kërkuar.

0.2586 → (+1) 0.259 — 6 > 5: Rrumbullakimi me shtesë. Nëse shifra pasardhëse është 5, 6, 7, 8 ose 9, ajo hiqet dhe shifra e fundit e mbetur rritet për 1.

Shembull 1 Rrumbullakojmë në të qindtën më të afërt këta numra:

$34.567 \approx$ ☐ $3.884126 \approx$ ☐ $213.58754 \approx$ ☐

Shumëzimi dhe pjesëtimi me fuqi të numrit 10. Kur një numër dhjetor shumëzohet ose pjesëtohet me fuqi të numrit 10, ndryshon vendvlera e çdo shifre. Shumëzimi lëviz pikën dhjetore djathtas, kurse pjesëtimi lëviz pikën dhjetore majtas.

17

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Numrat dhjetorë periodikë dhe joperiodikë - shndërrime

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Shndërron thyesën si numër dhjetor dhe anasjelltas;
- Dallon numrat dhjetorë që mund të shkruhen si numra thyesorë dhe ata që nuk mund të shkruhen si numra thyesorë;
- Paraqet numrin dhjetor periodik si thyesë.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

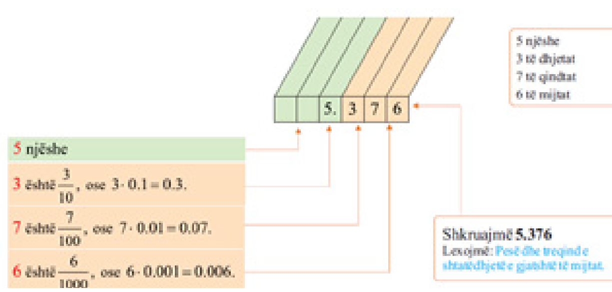
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat

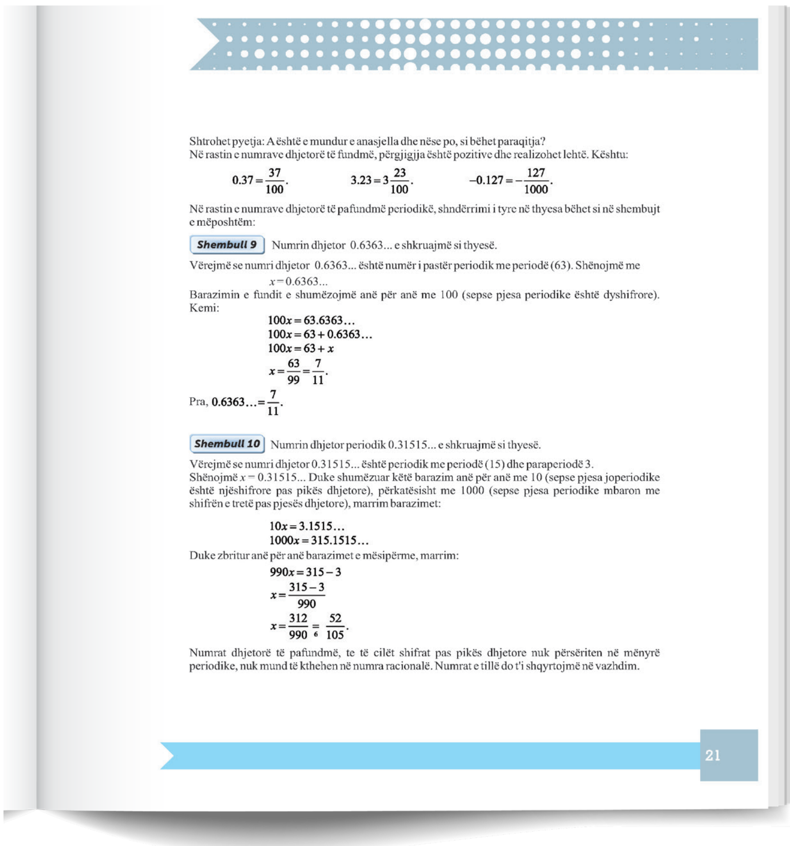
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjeografi, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Nxënësit nxiten me pyetje për t'i rikujtuar njohuritë për numrat dhjetorë.
Si paraqitet thyesa në numër dhjetor?
Si paraqitet numri dhjetor në thyesë? A është kjo çdoherë e mundshme? etj.
Nxënësve u ofrohen sqarime për detyrën:




Shtrohet pyetja: A është e mundur e anasjella dhe nëse po, si bëhet paraqitja?
Në rastin e numrave dhjetorë të fundmë, përgjigjja është pozitive dhe realizohet lehtë. Kështu:

$$0.37=\frac{37}{100}. \qquad 3.23=3\frac{23}{100}. \qquad -0.127=-\frac{127}{1000}.$$

Në rastin e numrave dhjetorë të pafundmë periodikë, shndërrimi i tyre në thyesa bëhet si në shembujt e mëposhtëm:

Shembull 9 Numrin dhjetor 0.6363... e shkruajmë si thyesë.

Vërejmë se numri dhjetor 0.6363... është numër i pastër periodik me periodë (63). Shënojmë me

$$x=0.6363...$$

Barazimin e fundit e shumëzojmë anë për anë me 100 (sepse pjesa periodike është dyshifrore). Kemi:

$$100x=63.6363\ldots$$
$$100x=63+0.6363\ldots$$
$$100x=63+x$$
$$x=\frac{63}{99}=\frac{7}{11}.$$

Pra, $0.6363\ldots=\frac{7}{11}$.

Shembull 10 Numrin dhjetor periodik 0.31515... e shkruajmë si thyesë.

Vërejmë se numri dhjetor 0.31515... është periodik me periodë (15) dhe paraperiodë 3.
Shënojmë $x=0.31515...$ Duke shumëzuar këtë barazim anë për anë me 10 (sepse pjesa joperiodike është njëshifrore pas pikës dhjetore), përkatësisht me 1000 (sepse pjesa periodike mbaron me shifrën e tretë pas pjesës dhjetore), marrim barazimet:

$$10x=3.1515\ldots$$
$$1000x=315.1515\ldots$$

Duke zbritur anë për anë barazimet e mësipërme, marrim:

$$990x=315-3$$
$$x=\frac{315-3}{990}$$
$$x=\frac{312}{990}\underset{6}{=}\frac{52}{105}.$$

Numrat dhjetorë të pafundmë, te të cilët shifrat pas pikës dhjetore nuk përsëriten në mënyrë periodike, nuk mund të kthehen në numra racionalë. Numrat e tillë do t'i shqyrtojmë në vazhdim.

21

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Rrugëzgjidhje për të lexuarit në matematikë

Nxënësit udhëzohen të vendosin në boshtin numerik numrat dhjetorë: 0.2 dhe 0.26. Pastaj, analizohet si janë paraqitur në boshtin numerik këta dhe disa numra të tjerë dhjetorë në libër. Ofrohen informacione shtesë për paraqitjen e thyesave si numra dhjetorë. Kërkohet nga nxënësit të paraqesin me numra dhjetorë thyesat e dhëna.

$$\frac{1}{2}=\frac{5}{10}=0.5=0.50=0.500=\ldots \qquad \frac{1}{3}=0.33333\ldots$$
$$\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=0.25. \qquad \frac{4}{9}=0.44444\ldots$$
$$-\frac{3}{4}=-\frac{75}{100}=-0.75. \qquad \frac{5}{3}=1.66666\ldots$$

Udhëzohen nxënësit të zgjidhin detyrat 40 dhe 42.
Ofrohen informacione për numrat dhjetorë joperiodikë.
Në rastin e numrave dhjetorë të fundmë, përgjigjja është pozitive dhe realizohet lehtë. Kështu, në rastin e numrave dhjetorë të pafundmë periodikë, shndërrimi i tyre në thyesa bëhet si në shembujt 9 dhe 10.
Pastaj, zgjidhet një shembull me numër dhjetor periodik që ka paraperiodë, p.sh. 0.2(5).

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Duke punuar në mënyrë të pavarur nxënësit shndërrojnë në thyesë numrin dhjetor periodik: 1.(3).
Në dyshe rishikojnë dhe krahasojnë rezultatin e fituar.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për mënyrën e shndërrimit të thyesës në numër dhjetor periodik dhe anasjelltas, të dallimit të numrave dhjetorë.

Detyrë:
(Krijo dhe zgjidh nga 4 shembuj të ngjashëm prej dy llojeve)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 5

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës: Dallon numrat dhjetorë që mund të shkruhen si numra thyesorë dhe ata që nuk mund të shkruhen si numra thyesorë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1

Etiketa me numra thyesorë të përgatitura nga mësimdhënësi

$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{11},$

$\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{22}{7}, \frac{2}{27},$

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Veprime me numra dhjetorë periodikë dhe joperiodikë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Dallon numrat dhjetorë që mund të shkruhen si numra thyesorë dhe ata që nuk mund të shkruhen si numra thyesorë;
- Shndërron thyesën në numër dhjetor dhe anasjelltas;
- Kryen veprime me numra dhjetorë.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

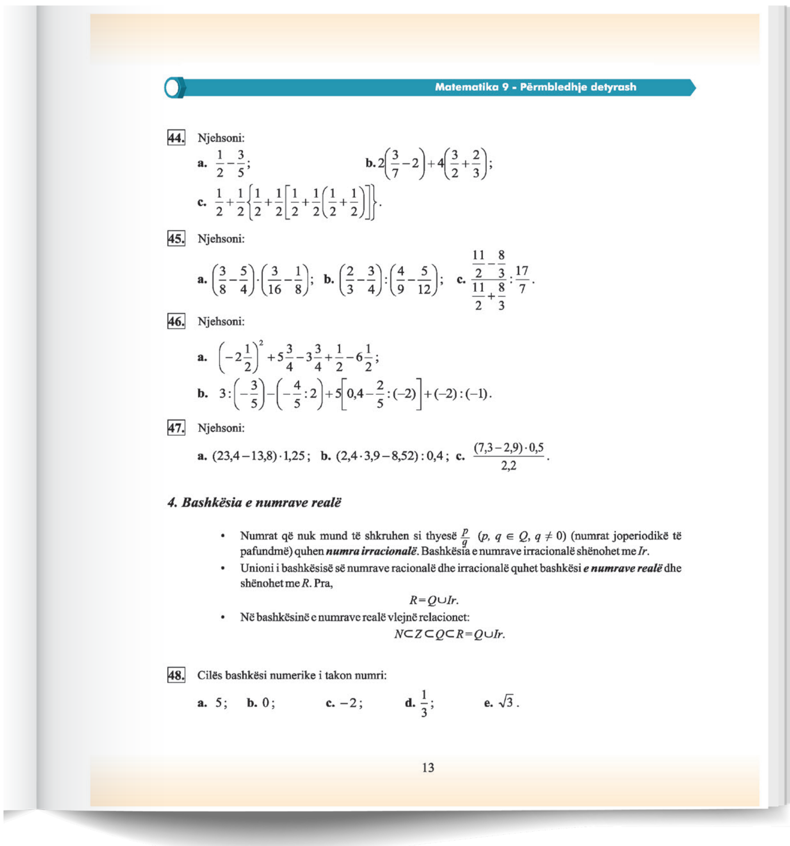
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, etiketa me numra thyesorë

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjeografi, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Analiza e tipareve semantike

Nxënësve duke punuar në grupe u shpërndahen etiketa (të përgatitura më parë) me numra thyesorë dhe kërkohet t'i ndajnë në dy grupe:
1. Thyesat që mund të shndërrohen në numra dhjetorë joperiodikë dhe,
2. Thyesat që mund të shndërrohen në numra dhjetorë periodikë.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

44. Njehsoni:

a. $\frac{1}{2}-\frac{3}{5}$; **b.** $2\left(\frac{3}{7}-2\right)+4\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)$;

c. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$.

45. Njehsoni:

a. $\left(\frac{3}{8}-\frac{5}{4}\right)\cdot\left(\frac{3}{16}-\frac{1}{8}\right)$; **b.** $\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right):\left(\frac{4}{9}-\frac{5}{12}\right)$; **c.** $\dfrac{\frac{11}{2}-\frac{8}{3}}{\frac{11}{2}+\frac{8}{3}}:\frac{17}{7}$.

46. Njehsoni:

a. $\left(-2\frac{1}{2}\right)^2+5\frac{3}{4}-3\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-6\frac{1}{2}$;

b. $3:\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{4}{5}:2\right)+5\left[0{,}4-\frac{2}{5}:(-2)\right]+(-2):(-1)$.

47. Njehsoni:

a. $(23{,}4-13{,}8)\cdot 1{,}25$; **b.** $(2{,}4\cdot 3{,}9-8{,}52):0{,}4$; **c.** $\frac{(7{,}3-2{,}9)\cdot 0{,}5}{2{,}2}$.

4. Bashkësia e numrave realë

- Numrat që nuk mund të shkruhen si thyesë $\frac{p}{q}$ $(p,\ q\in Q,\ q\neq 0)$ (numrat joperiodikë të pafundmë) quhen ***numra irracionalë***. Bashkësia e numrave irracionalë shënohet me Ir.
- Unioni i bashkësisë së numrave racionalë dhe irracionalë quhet bashkësi ***e numrave realë*** dhe shënohet me R. Pra,

$$R=Q\cup Ir.$$

- Në bashkësinë e numrave realë vlejnë relacionet:

$$N\subset Z\subset Q\subset R=Q\cup Ir.$$

48. Cilës bashkësi numerike i takon numri:

a. 5; **b.** 0; **c.** -2; **d.** $\frac{1}{3}$; **e.** $\sqrt{3}$.

13

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Ditari dypjesësh

Nga nxënësi kërkohet t'i shndërrojë në numra dhjetorë thyesat e grupit të parë. Duke bërë provën të argumentojë rezultatin.

Shndërro thyesën në numër dhjetor	Bëj provën
1/2 =1:2 =0.5	0.5=5/10 =1/2
2/5 =2:5 =0.4	0.4 =4/10 =2/5
1/3 =1:3 =0.3333…	Shkruaj procedurën

Zgjidhen detyrat dhe diskutohen rezultatet.
Nxënësve u jepen sqarime të nevojshme për të kryer veprimet me numra dhjetorë te detyrat 47 a), b).

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Duke punuar në mënyrë të pavarur nxënësi njehson për 3 minuta veprimet me numra dhjetorë:
(24.5 + 3.2) : 5 =
Në dyshe rishikojnë dhe krahasojnë rezultatin e fituar.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për mënyrën e shndërrimit të thyesës në numër dhjetor periodik (joperiodik) dhe anasjelltas, të dallimit të numrave dhjetorë.

Detyrë:
(Disa detyra me veprime me numra dhjetorë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 6

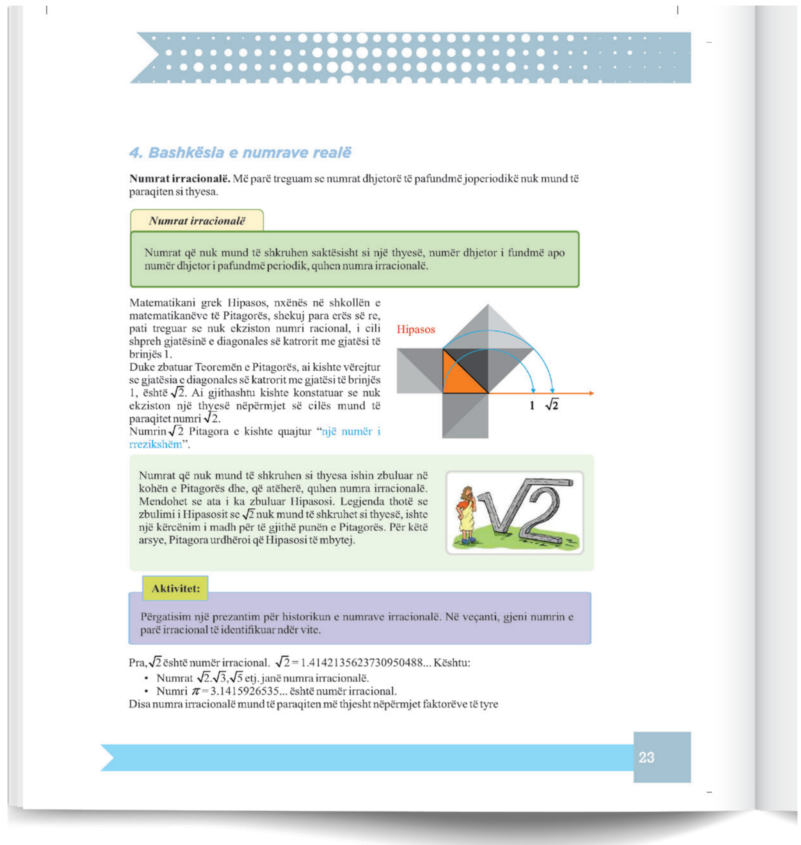
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës: Identifikon numrat iracionalë dhe i paraqet në boshtin numerik.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



4. Bashkësia e numrave realë

Numrat irracionalë. Më parë treguam se numrat dhjetorë të pafundmë joperiodikë nuk mund të paraqiten si thyesa.

Numrat irracionalë

Numrat që nuk mund të shkruhen saktësisht si një thyesë, numër dhjetor i fundmë apo numër dhjetor i pafundmë periodik, quhen numra irracionalë.

Matematikani grek Hipasos, nxënës në shkollën e matematikanëve të Pitagorës, shekuj para erës së re, pati treguar se nuk ekziston numri racional, i cili shpreh gjatësinë e diagonales së katrorit me gjatësi të brinjës 1.
Duke zbatuar Teoremën e Pitagorës, ai kishte vërejtur se gjatësia e diagonales së katrorit me gjatësi të brinjës 1, është $\sqrt{2}$. Ai gjithashtu kishte konstatuar se nuk ekziston një thyesë nëpërmjet së cilës mund të paraqitet numri $\sqrt{2}$.
Numrin $\sqrt{2}$ Pitagora e kishte quajtur "një numër i rrezikshëm".

Numrat që nuk mund të shkruhen si thyesa ishin zbuluar në kohën e Pitagorës dhe, që atëherë, quhen numra irracionalë. Mendohet se ata i ka zbuluar Hipasosi. Legjenda thotë se zbulimi i Hipasosit se $\sqrt{2}$ nuk mund të shkruhet si thyesë, ishte një kërcënim i madh për të gjithë punën e Pitagorës. Për këtë arsye, Pitagora urdhëroi që Hipasosi të mbytej.

Aktivitet:

Përgatisim një prezantim për historikun e numrave irracionalë. Në veçanti, gjeni numrin e parë irracional të identifikuar ndër vite.

Pra, $\sqrt{2}$ është numër irracional. $\sqrt{2} = 1.4142135623730950488...$ Kështu:
- Numrat $\sqrt{2}.\sqrt{3},\sqrt{5}$ etj. janë numra irracionalë.
- Numri $\pi = 3.1415926535...$ është numër irracional.

Disa numra irracionalë mund të paraqiten më thjesht nëpërmjet faktorëve të tyre

23

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Numrat iracionalë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Identifikon numrat iracionalë;
- Emërton bashkësinë e numrave iracionalë;
- Paraqet në boshtin numerik numrat iracionalë.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, etiketa me numra thyesorë, vizore, kompas etj.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjeografi, Fizikë

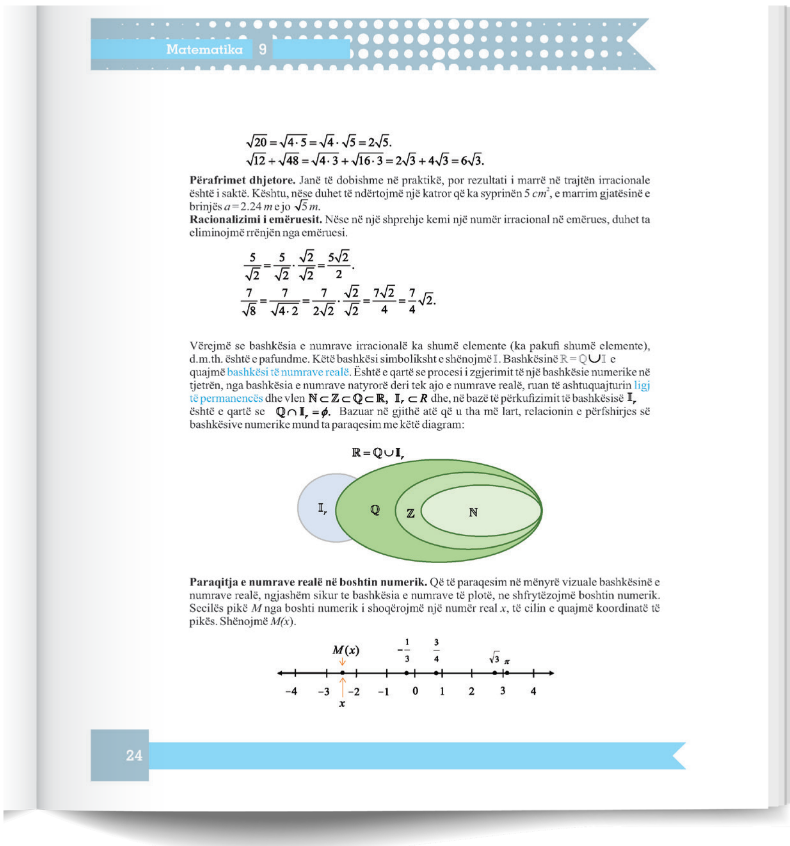
METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Analiza e tipareve semantike

Etiketa me numra të pafundmë dhjetorë joperiodikë:

1)	1,4142356230950488...	2)	3.1415926535...
3)	1.732050807568877...	4)	2.23606797749979...

Kërkohet nga nxënësit të analizojnë tiparet e numrit në etiketë dhe të tregojnë a mund të paraqitet si thyesë. Nxënësi argumenton se numri nga etiketa nuk mund të shkruhet si thyesë, sepse është numër i pafundmë dhjetor joperiodik.



Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të lexuarit dhe e të menduarit të drejtuar (DRTA)

Nxënësit udhëzohen të lexojnë (në libër), me ndalesa dhe të komentojnë kuptimin e çdo pjese.

Pra, $\sqrt{2}$ është numër irracional. $\sqrt{2}=1.4142135623730950488...$ Kështu:

- Numrat $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, etj janë numra irracionalë.
- Numri $\pi=3.1415926535...$ është numër irracional.

Përkufizohet bashkësia e numrave iracionalë Ir, duke theksuar se kjo bashkësi ka pa kufi elemente, d.m.th. është e pafundme. Ekzistojnë numra iracionalë negativë, si :-√5, -√3, -√2 etj.

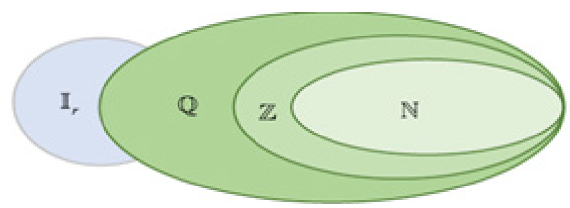
Nxënësit ofrojnë informacione shtesë për paraqitjen e numrave iracionalë në formë tjetër, duke i përdorur vetitë e rrënjëzimit.

$\sqrt{20}=\sqrt{4\cdot 5}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}=2\sqrt{5}.$

$\sqrt{12}+\sqrt{48}=\sqrt{4\cdot 3}+\sqrt{16\cdot 3}=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=6\sqrt{3}.$

Po ashtu, theksohet se bashkësia e numrave racionalë nuk ka asgjë të përbashkët me bashkësinë e numrave iracionalë. Pra,

$\mathbb{Q}\cap\mathbb{I}_r=\phi.$



Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Duke punuar në mënyrë të pavarur nxënësit zgjidhin detyrën:

Cila është radhitja sipas madhësisë së numrave $-3, 5, \sqrt{5}, \sqrt{4}, 1, 0$?

a) $-3, \sqrt{4}, 0, 1, \sqrt{5}, 5$ b) $-3, 0, 1, \sqrt{4}, \sqrt{5}, 5$

c) $-3, 0, \sqrt{4}, \sqrt{5}, 1, 5$ d) $0, 1, -3, 5, \sqrt{4}, \sqrt{5}$

Në dyshe rishikojnë dhe krahasojnë rezultatin e fituar.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për mënyrën e identifikimit, emërtimit dhe paraqitjes së numrave iracionalë në boshtin numerik.

Detyrë:
(Disa detyra me veprime me numra dhjetorë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 7

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

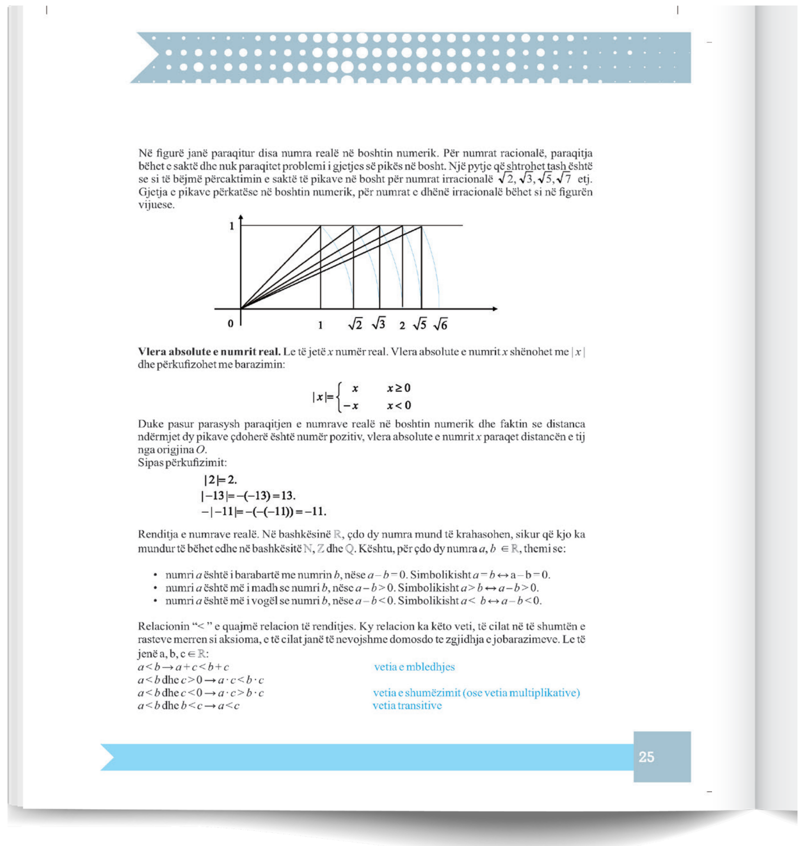
Rezultatet e të nxënit të temës: Identifikon numrat iracionalë dhe i paraqet në boshtin numerik.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Numrat iracionalë - paraqitja në drejtëz numerike



Në figurë janë paraqitur disa numra realë në boshtin numerik. Për numrat racionalë, paraqitja bëhet e saktë dhe nuk paraqitet problemi i gjetjes së pikës në bosht. Një pytje që shtrohet tash është se si të bëjmë përcaktimin e saktë të pikave në bosht për numrat irracionalë $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ etj. Gjetja e pikave përkatëse në boshtin numerik, për numrat e dhënë irracionalë bëhet si në figurën vijuese.

Vlera absolute e numrit real. Le të jetë x numër real. Vlera absolute e numrit x shënohet me $|x|$ dhe përkufizohet me barazimin:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

Duke pasur parasysh paraqitjen e numrave realë në boshtin numerik dhe faktin se distanca ndërmjet dy pikave çdoherë është numër pozitiv, vlera absolute e numrit x paraqet distancën e tij nga origjina O.
Sipas përkufizimit:

$|2| = 2.$
$|-13| = -(-13) = 13.$
$-|-11| = -(-(-11)) = -11.$

Renditja e numrave realë. Në bashkësinë $\mathbb{R}$, çdo dy numra mund të krahasohen, sikur që kjo ka mundur të bëhet edhe në bashkësitë $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ dhe $\mathbb{Q}$. Kështu, për çdo dy numra $a, b \in \mathbb{R}$, themi se:

- numri a është i barabartë me numrin b, nëse $a-b=0$. Simbolikisht $a=b \leftrightarrow a-b=0$.
- numri a është më i madh se numri b, nëse $a-b>0$. Simbolikisht $a>b \leftrightarrow a-b>0$.
- numri a është më i vogël se numri b, nëse $a-b<0$. Simbolikisht $a< b \leftrightarrow a-b<0$.

Relacionin "<" e quajmë relacion të renditjes. Ky relacion ka këto veti, të cilat në të shumtën e rasteve merren si aksioma, e të cilat janë të nevojshme domosdo te zgjidhja e jobarazimeve. Le të jenë $a, b, c \in \mathbb{R}$:

$a<b \rightarrow a+c<b+c$ vetia e mbledhjes
$a<b$ dhe $c>0 \rightarrow a \cdot c<b \cdot c$
$a<b$ dhe $c<0 \rightarrow a \cdot c>b \cdot c$ vetia e shumëzimit (ose vetia multiplikative)
$a<b$ dhe $b<c \rightarrow a<c$ vetia transitive

25

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Identifikon numrat iracionalë;
- Emërton bashkësinë e numrave iracionalë;
- Paraqet në drejtëzën numerike numrat iracionalë.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

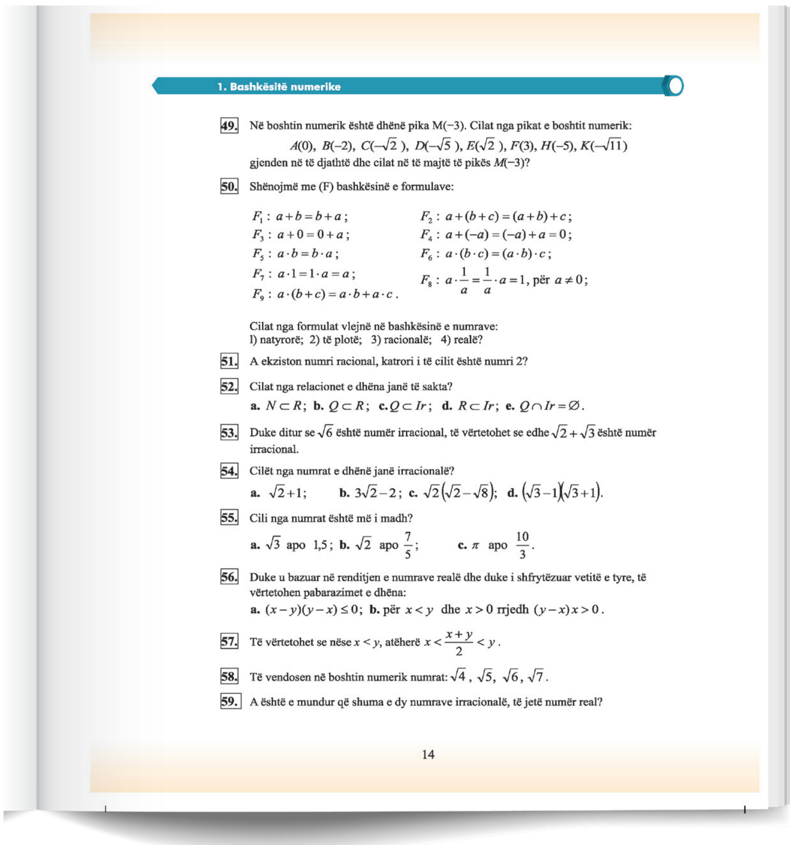
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, etiketa me numra thyesorë, vizore, kompas etj.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjeografi, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Analiza e tipareve semantike

Etiketa me numra të pafundmë dhjetorë joperiodikë:
1) 1,4142356230950488... 2) 3.1415926535...
3) 1.732050807568877... 4) 2.23606797749979...
Kërkohet nga nxënësit të njehsojnë vlerën numerike të numrave iracionalë: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.
Të analizojnë tiparet e numrit në etiketë dhe të gjejnë numrin iracional që i përgjigjet.
Nxënësi argumenton se numri iracional është i barabartë me një nga numrat nga etiketa.
Kurse numri 3.1415926535... paraqet numrin π.
$\pi \approx 3.1415926535...$


1. Bashkësitë numerike

49. Në boshtin numerik është dhënë pika M(−3). Cilat nga pikat e boshtit numerik:
$A(0)$, $B(-2)$, $C(-\sqrt{2})$, $D(-\sqrt{5})$, $E(\sqrt{2})$, $F(3)$, $H(-5)$, $K(-\sqrt{11})$
gjenden në të djathtë dhe cilat në të majtë të pikës $M(-3)$?

50. Shënojmë me (F) bashkësinë e formulave:

$F_1 : a+b=b+a$; $F_2 : a+(b+c)=(a+b)+c$;
$F_3 : a+0=0+a$; $F_4 : a+(-a)=(-a)+a=0$;
$F_5 : a\cdot b=b\cdot a$; $F_6 : a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$;
$F_7 : a\cdot 1=1\cdot a=a$; $F_8 : a\cdot\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\cdot a=1$, për $a\neq 0$;
$F_9 : a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$.

Cilat nga formulat vlejnë në bashkësinë e numrave:
l) natyrorë; 2) të plotë; 3) racionalë; 4) realë?

51. A ekziston numri racional, katrori i të cilit është numri 2?

52. Cilat nga relacionet e dhëna janë të sakta?
a. $N\subset R$; **b.** $Q\subset R$; **c.** $Q\subset Ir$; **d.** $R\subset Ir$; **e.** $Q\cap Ir=\varnothing$.

53. Duke ditur se $\sqrt{6}$ është numër irracional, të vërtetohet se edhe $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ është numër irracional.

54. Cilët nga numrat e dhënë janë irracionalë?
a. $\sqrt{2}+1$; **b.** $3\sqrt{2}-2$; **c.** $\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{8})$; **d.** $(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$.

55. Cili nga numrat është më i madh?
a. $\sqrt{3}$ apo 1,5; **b.** $\sqrt{2}$ apo $\frac{7}{5}$; **c.** π apo $\frac{10}{3}$.

56. Duke u bazuar në renditjen e numrave realë dhe duke i shfrytëzuar vetitë e tyre, të vërtetohen pabarazimet e dhëna:
a. $(x-y)(y-x)\leq 0$; **b.** për $x<y$ dhe $x>0$ rrjedh $(y-x)x>0$.

57. Të vërtetohet se nëse $x<y$, atëherë $x<\frac{x+y}{2}<y$.

58. Të vendosen në boshtin numerik numrat: $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$.

59. A është e mundur që shuma e dy numrave irracionalë, të jetë numër real?

14

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shqyrtim i përbashkët

Nxënësit i ofrohen informacione shtesë për paraqitjen e numrave iracionalë në boshtin numerik. Analizohet vendosja e numrave në boshtin numerik (figura në libër).
Udhëzohen nxënësit se si duhet t'i vendosin numrat iracionalë në boshtin numerik, duke i vizatuar në fletore:
√2 ,√3 ,√5, -√6, -√2.
Nxënësit udhëzohen të zgjidhin detyrën 58 (faqja 14 e librit përmbledhje detyrash).
Nxënësve u ofrohen sqarime të nevojshme për të zgjidhur detyrën 51.

51. Jo. Që të vërtetojmë këtë fakt supozojmë të kundërtën, pra supozojmë se ekziston thyesa e pathjeshtueshme $\frac{p}{q}$ e tillë që $\left(\frac{p}{q}\right)^2=2$, që nga d.m.th. se $p^2=2q^2$, e kjo d.m.th. se p^2 është numër çift.
Nëse shënojmë $p=2n$, atëherë kemi $(2n)^2=2q^2$ ose $4n^2=2q^2$ Rrjedhimisht $2n^2=q^2$ që d.m.th. se edhe numri q është çift, e kjo do të thotë se thyesa $\frac{p}{q}$ është e thjeshtueshme, gjë që është në kundërshtim me faktin që $\frac{p}{q}$ është thyesë e pathjeshtueshme
Nga ky kontradiksion përfundojmë që $\left(\frac{p}{q}\right)^2\neq 2$.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Duke punuar në mënyrë të pavarur kërkohet nga nxënësit të zgjidhin në dy mënyra detyrën (55a):

a. $\sqrt{3}$ apo 1,5

Njëri nxënës e gjen zgjidhjen me llogaritje, kurse tjetri i vendos numrat në boshtin numerik. Në dyshe rishikojnë dhe krahasojnë rezultatin e fituar.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për mënyrën e identifikimit, emërtimit dhe paraqitjes së numrave iracionalë në boshtin numerik.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 14, detyra 55 b. c; 58)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 8

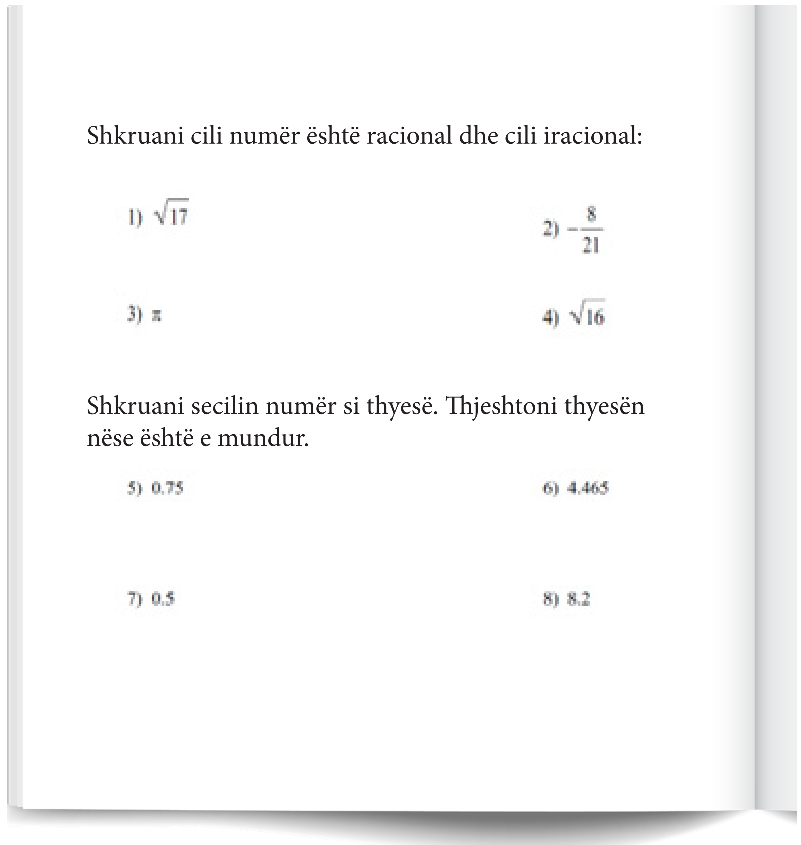
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës: Dallon numrat dhjetorë që mund të shkruhen si numra thyesorë dhe ata që nuk mund të shkruhen si numra thyesorë. Identifikon numrat iracionalë dhe i paraqet në boshtin numerik.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



Shkruani cili numër është racional dhe cili iracional:

1) $\sqrt{17}$ 2) $-\frac{8}{21}$

3) π 4) $\sqrt{16}$

Shkruani secilin numër si thyesë. Thjeshtoni thyesën nëse është e mundur.

5) 0.75 6) 4.465

7) 0.5 8) 8.2

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime lidhur me numrat iracionalë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Dallon numrat iracionalë nga numrat racionalë;
- Shndërron thyesën në numër dhjetor dhe anasjelltas;
- Paraqet në drejtëzën numerike numrat iracionalë.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

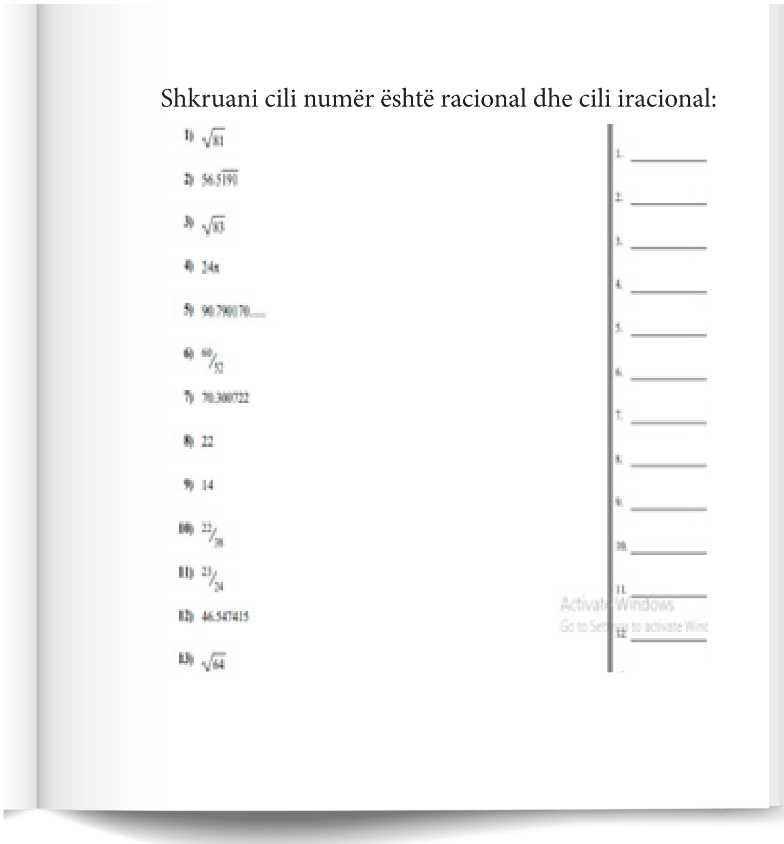
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: link për material nga interneti https://splash.tdchristian.ca/classes/math/VanStryland/9PD/1%20Real%20Numbers/Homework/Homework%20%231%20-%20Rational%20and%20Irrational%20Numbers.pdf

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Me nxënësit diskutohet për bashkësinë e numrave iracionalë, elementet, vendosjen e elementeve në boshtin numerik etj. Nxënësit nxiten të sjellin në mend njohuritë për numrat racionalë dhe të dallojnë ata nga numrat iracionalë. Kërkohet nga nxënësit të zgjidhin katër detyrat e para nga fleta e punës (e përgatitur më parë nga mësimdhënësi).



Shkruani cili numër është racional dhe cili iracional:

1) $\sqrt{81}$
2) $56.5\overline{191}$
3) $\sqrt{83}$
4) 24π
5) 90.790170....
6) $^{60}/_{52}$
7) 70.300722
8) 22
9) 14
10) $^{22}/_{38}$
11) $^{23}/_{24}$
12) 46.547415
13) $\sqrt{64}$

1. ________
2. ________
3. ________
4. ________
5. ________
6. ________
7. ________
8. ________
9. ________
10. ________
11. ________
12. ________

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shënime mbi shënime

Nxënësit udhëzohen të zgjidhin detyrat 5 deri 8.
Shndërroni në thyesa numrat dhjetorë dhe thjeshto thyesën, në qoftë se është e mundur.

Pasi të përfundojnë, zgjidhen detyrat në tabelë dhe kontrollohen rezultatet.
Në mënyrë të ngjashme veprohet edhe me detyrat nga fleta tjetër e punës.
Zgjidhen disa detyra dhe diskutohet rezultati.
Shembull: Shndërroni në thyesa numrat: 0.3(2) dhe 2.5 (3). Tregoni cilës bashkësi numerike i takon rezultati i fituar.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Nxënësit rishikojnë në dyshe rezultatet e fituara.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për mënyrën e dallimit, të shndërrimit, paraqitjes në drejtëzën numerike të numrave iracionalë.

Detyrë:
(Vazhdojnë disa ushtrime nga fleta e punës)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 9

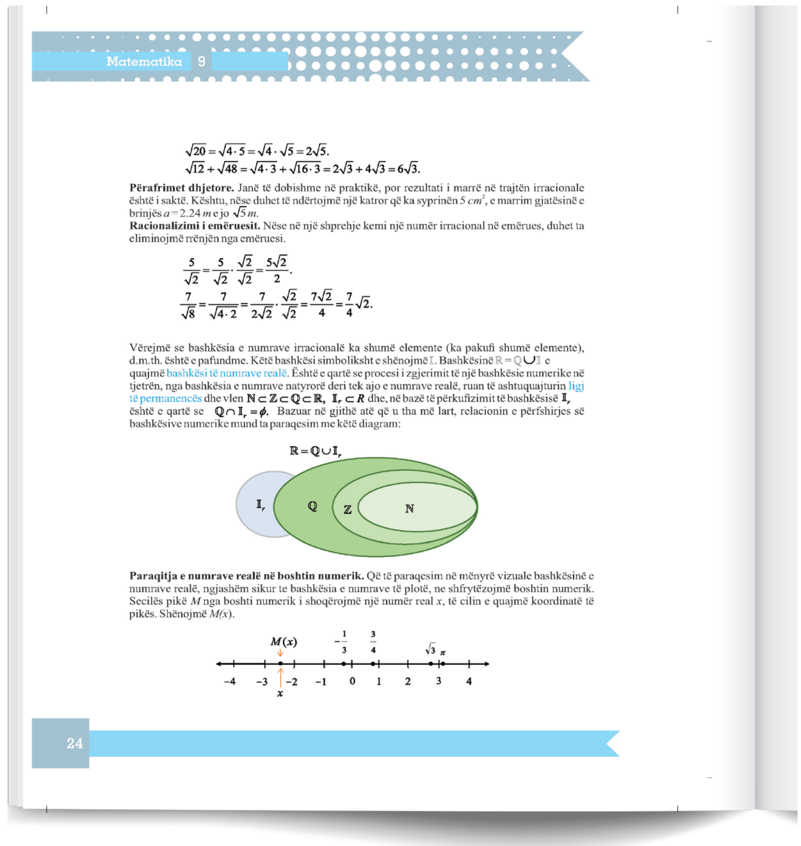
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon numrat realë, bashkësinë e numrave realë R) dhe i paraqet në boshtin numerik.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1


Matematika 9

$\sqrt{20}=\sqrt{4\cdot 5}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}=2\sqrt{5}.$
$\sqrt{12}+\sqrt{48}=\sqrt{4\cdot 3}+\sqrt{16\cdot 3}=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=6\sqrt{3}.$

Përafrimet dhjetore. Janë të dobishme në praktikë, por rezultati i marrë në trajtën irracionale është i saktë. Kështu, nëse duhet të ndërtojmë një katror që ka syprinën 5 cm^2, e marrim gjatësinë e brinjës $a=2.24\,m$ e jo $\sqrt{5}\,m$.
Racionalizimi i emëruesit. Nëse në një shprehje kemi një numër irracional në emërues, duhet ta eliminojmë rrënjën nga emëruesi.

$$\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}.$$
$$\frac{7}{\sqrt{8}}=\frac{7}{\sqrt{4\cdot 2}}=\frac{7}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{4}=\frac{7}{4}\sqrt{2}.$$

Vërejmë se bashkësia e numrave irracionalë ka shumë elemente (ka pakufi shumë elemente), d.m.th. është e pafundme. Këtë bashkësi simbolikisht e shënojmë $\mathbb{I}$. Bashkësinë $\mathbb{R}=\mathbb{Q}\cup\mathbb{I}$ e quajmë bashkësi të numrave realë. Është e qartë se procesi i zgjerimit të një bashkësie numerike në tjetrën, nga bashkësia e numrave natyrorë deri tek ajo e numrave realë, ruan të ashtuquajturin ligj të permanencës dhe vlen $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R},\ \mathbb{I}_r\subset R$ dhe, në bazë të përkufizimit të bashkësisë $\mathbb{I}_r$ është e qartë se $\mathbb{Q}\cap\mathbb{I}_r=\phi.$ Bazuar në gjithë atë që u tha më lart, relacionin e përfshirjes së bashkësive numerike mund ta paraqesim me këtë diagram:

$\mathbb{R}=\mathbb{Q}\cup\mathbb{I}_r$

$\mathbb{I}_r$ $\mathbb{Q}$ $\mathbb{Z}$ $\mathbb{N}$

Paraqitja e numrave realë në boshtin numerik. Që të paraqesim në mënyrë vizuale bashkësinë e numrave realë, ngjashëm sikur te bashkësia e numrave të plotë, ne shfrytëzojmë boshtin numerik. Secilës pikë *M* nga boshti numerik i shoqërojmë një numër real *x*, të cilin e quajmë koordinatë të pikës. Shënojmë *M(x)*.

$M(x)$ $-\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\sqrt{3}$ π
−4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4
x

24

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Bashkësia e numrave realë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon numrat realë;
- Përkufizon bashkësinë e numrave realë;
- Paraqet në boshtin numerik numrat realë.

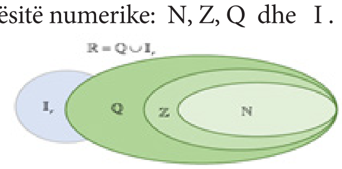
Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja, kompasi etj.

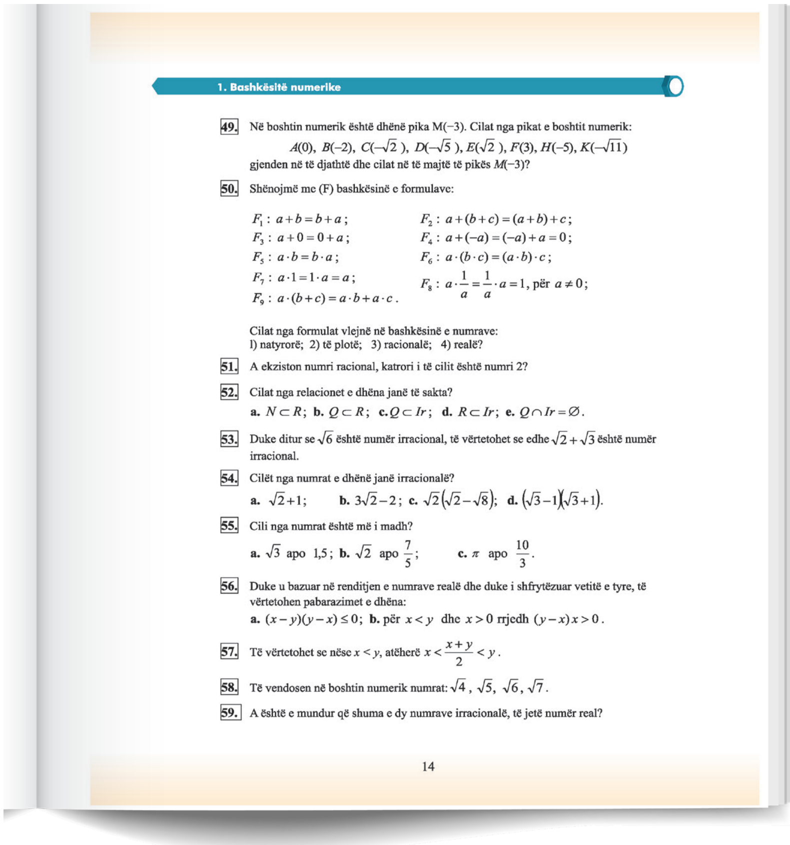
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive
Duke u përgjigjur në pyetje nxënësit rikujtojnë njohuritë paraprake për bashkësitë numerike: N, Z, Q dhe I.
Çfarë është prerja e bashkësive Q dhe I?
$\mathbb{Q}\cap\mathbb{I}_r=\phi.$
Çfarë është unioni i bashkësive Q dhe I?



Bashkë me nxënësit përkufizohet bashkësia e numrave realë R.
Nxënësve u ofrohen informacione rreth procesit të zgjerimit të një bashkësie numerike në tjetrën, nga bashkësia e numrave natyrorë deri tek ajo e numrave realë, ruan të ashtuquajturin ligj të permanencës dhe vlen
$\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R},\ \mathbb{I}_r\subset R$



1. Bashkësitë numerike

49. Në boshtin numerik është dhënë pika M(−3). Cilat nga pikat e boshtit numerik:
$A(0)$, $B(-2)$, $C(-\sqrt{2})$, $D(-\sqrt{5})$, $E(\sqrt{2})$, $F(3)$, $H(-5)$, $K(-\sqrt{11})$
gjenden në të djathtë dhe cilat në të majtë të pikës $M(-3)$?

50. Shënojmë me (F) bashkësinë e formulave:

$F_1: a+b=b+a$; $F_2: a+(b+c)=(a+b)+c$;
$F_3: a+0=0+a$; $F_4: a+(-a)=(-a)+a=0$;
$F_5: a\cdot b=b\cdot a$; $F_6: a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$;
$F_7: a\cdot 1=1\cdot a=a$; $F_8: a\cdot\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\cdot a=1$, për $a\neq 0$;
$F_9: a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$.

Cilat nga formulat vlejnë në bashkësinë e numrave:
l) natyrorë; 2) të plotë; 3) racionalë; 4) realë?

51. A ekziston numri racional, katrori i të cilit është numri 2?

52. Cilat nga relacionet e dhëna janë të sakta?
a. $N\subset R$; **b.** $Q\subset R$; **c.** $Q\subset Ir$; **d.** $R\subset Ir$; **e.** $Q\cap Ir=\varnothing$.

53. Duke ditur se $\sqrt{6}$ është numër irracional, të vërtetohet se edhe $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ është numër irracional.

54. Cilët nga numrat e dhënë janë irracionalë?
a. $\sqrt{2}+1$; **b.** $3\sqrt{2}-2$; **c.** $\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{8})$; **d.** $(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$.

55. Cili nga numrat është më i madh?
a. $\sqrt{3}$ apo 1,5; **b.** $\sqrt{2}$ apo $\frac{7}{5}$; **c.** π apo $\frac{10}{3}$.

56. Duke u bazuar në renditjen e numrave realë dhe duke i shfrytëzuar vetitë e tyre, të vërtetohen pabarazimet e dhëna:
a. $(x-y)(y-x)\leq 0$; **b.** për $x<y$ dhe $x>0$ rrjedh $(y-x)x>0$.

57. Të vërtetohet se nëse $x<y$, atëherë $x<\frac{x+y}{2}<y$.

58. Të vendosen në boshtin numerik numrat: $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$.

59. A është e mundur që shuma e dy numrave irracionalë, të jetë numër real?

14

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Nxënësit nxiten me pyetje të rikujtojnë paraqitjen e numrave iracionalë në boshtin numerik.
Nxënësve u jepen informacione për paraqitjen e numrave realë në boshtin numerik. Analizohet paraqitja vizuale e numrave realë në boshtin numerik në faqen e librit. Konkludohet se secilës pikë M nga boshti numerik i shoqërohet një numër real x të cilin e quajmë koordinatë të pikës *M(x)*.

Nxënësit udhëzohen të zgjidhin detyrën 49 (nga libri përmbledhje detyrash, faqe 14).
Duke i vendosur në boshtin numerik pikat me koordinatë të dhënë vërehet se cilat pika janë në të majtë, e cilat në të djathtë të pikës M (-3).

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Duke u përgjigjur në pyetje për relacionet e dhëna në detyrën 52, nxënësit përforcojnë njohuritë e fituara për numrat realë.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për mënyrën e përkufizimit, bashkësisë R dhe paraqitjes në drejtëzën numerike të numrave realë.

Detyrë:
(Krijo dhe zgjidh dy detyra të ngjashme me detyrën 49)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Për mësimdhënësin/en

Mësimi 10

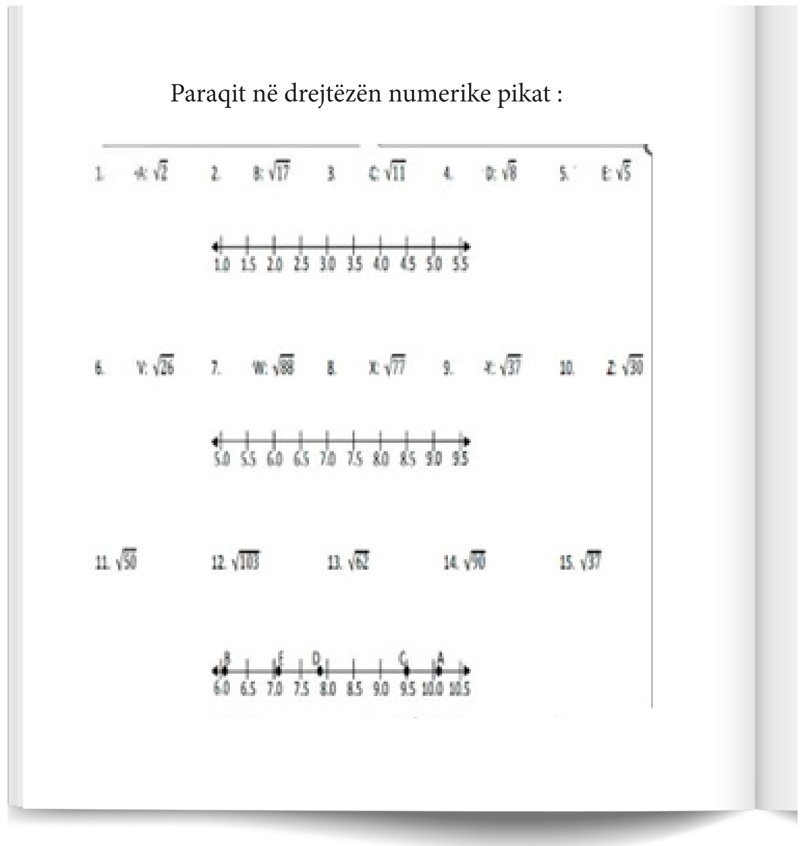
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës:
Krahason dy numra realë. Përkufizon numrat realë, bashkësinë e numrave realë R) dhe i paraqet në boshtin numerik.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Krahasimi dhe paraqitja e numrave realë në drejtëzën numerike

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon numrat realë,
- Krahason numrat realë;
- Paraqet në drejtëzën numerike pikat me koordinata të dhëna.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

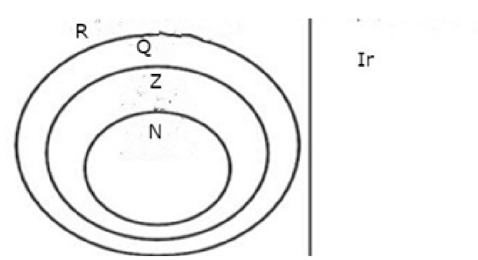
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: l ppt (ose fletë pune) me detyra të përgatitura, vizorja, kompasi etj. Linku http://mrshicklin.pbworks.com/w/file/fetch/53734481/Algebra

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë

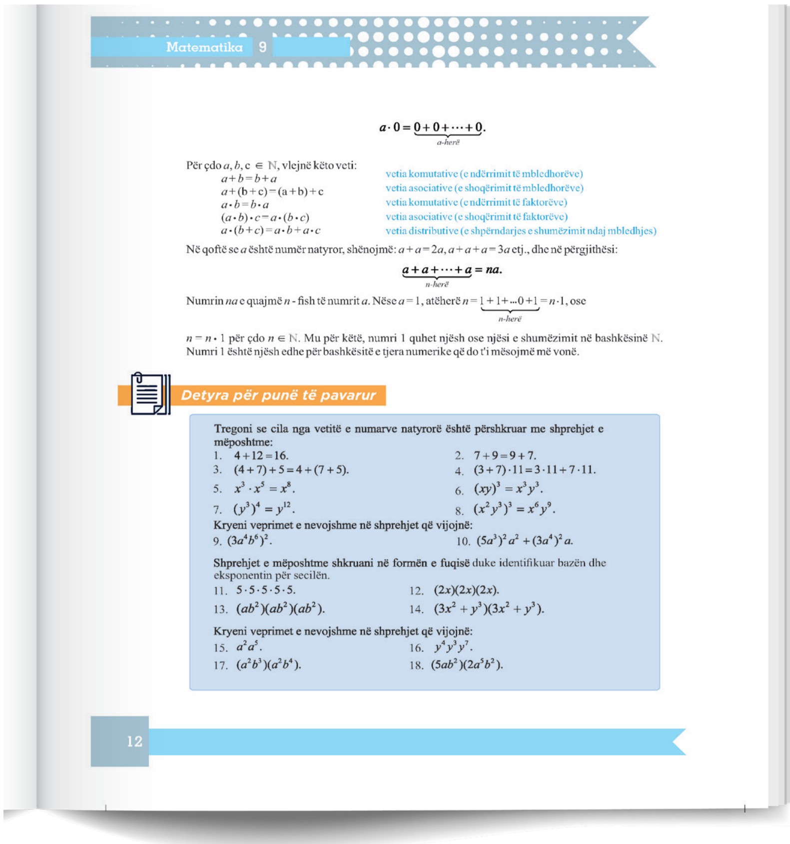
METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Harta e konceptit

Nxënësit udhëzohen të zgjidhin dy detyra. Të vizatojnë Diagramet e Venit, të plotësojnë secilën bashkësi numerike me disa elemente.



Për mësimdhënësin/en



Matematika 9

$$a \cdot 0 = \underbrace{0+0+\cdots+0}_{a\text{-herë}}.$$

Për çdo $a, b, c \in \mathbb{N}$, vlejnë këto veti:

$a+b=b+a$ — vetia komutative (e ndërrimit të mbledhorëve)
$a+(b+c)=(a+b)+c$ — vetia asociative (e shoqërimit të mbledhorëve)
$a \cdot b=b \cdot a$ — vetia komutative (e ndërrimit të faktorëve)
$(a \cdot b) \cdot c=a \cdot (b \cdot c)$ — vetia asociative (e shoqërimit të faktorëve)
$a \cdot (b+c)=a \cdot b+a \cdot c$ — vetia distributive (e shpërndarjes e shumëzimit ndaj mbledhjes)

Në qoftë se a është numër natyror, shënojmë: $a+a=2a$, $a+a+a=3a$ etj., dhe në përgjithësi:

$$\underbrace{a+a+\cdots+a}_{n\text{-herë}} = na.$$

Numrin na e quajmë n - fish të numrit a. Nëse $a=1$, atëherë $n=\underbrace{1+1+\dots0+1}_{n\text{-herë}}=n \cdot 1$, ose

$n=n \cdot 1$ për çdo $n \in \mathbb{N}$. Mu për këtë, numri 1 quhet njësh ose njësi e shumëzimit në bashkësinë $\mathbb{N}$. Numri 1 është njësh edhe për bashkësitë e tjera numerike që do t'i mësojmë më vonë.

Detyra për punë të pavarur

Tregoni se cila nga vetitë e numarve natyrorë është përshkruar me shprehjet e mëposhtme:

1. $4+12=16$.
2. $7+9=9+7$.
3. $(4+7)+5=4+(7+5)$.
4. $(3+7) \cdot 11=3 \cdot 11+7 \cdot 11$.
5. $x^3 \cdot x^5 = x^8$.
6. $(xy)^3 = x^3y^3$.
7. $(y^3)^4 = y^{12}$.
8. $(x^2y^3)^3 = x^6y^9$.

Kryeni veprimet e nevojshme në shprehjet që vijojnë:

9. $(3a^4b^6)^2$.
10. $(5a^3)^2 a^2 + (3a^4)^2 a$.

Shprehjet e mëposhtme shkruani në formën e fuqisë duke identifikuar bazën dhe eksponentin për secilën.

11. $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$.
12. $(2x)(2x)(2x)$.
13. $(ab^2)(ab^2)(ab^2)$.
14. $(3x^2+y^3)(3x^2+y^3)$.

Kryeni veprimet e nevojshme në shprehjet që vijojnë:

15. a^2a^5.
16. $y^4y^3y^7$.
17. $(a^2b^3)(a^2b^4)$.
18. $(5ab^2)(2a^5b^2)$.

12

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shënime mbi shënime

Nxënësit udhëzohen të vendosin në boshtin numerik pikat me koordinata të dhëna, në fletë pune (detyra të përgatitura nga mësimdhënësi).

Nxënësve u ofrohen sqarime të nevojshme për të zgjidhur detyrën 38 dhe 39.
Zgjidhen detyrat në tabelë dhe kontrollohen rezultatet.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Duke punuar në mënyrë të pavarur kërkohet nga nxënësit të zgjidhin në dy mënyra detyrën:

- Cili nga numrat është më i madh $\sqrt{2}$ *apo* 1.4 ?

Njëri nxënës e gjen zgjidhjen me llogaritje, kurse tjetri i vendos numrat në boshtin numerik. Në dyshe rishikojnë dhe krahasojnë rezultatin e fituar.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit, krahasimit, paraqitjes në drejtëzën numerike të numrave realë.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 12, detyrat 34 dhe 43)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

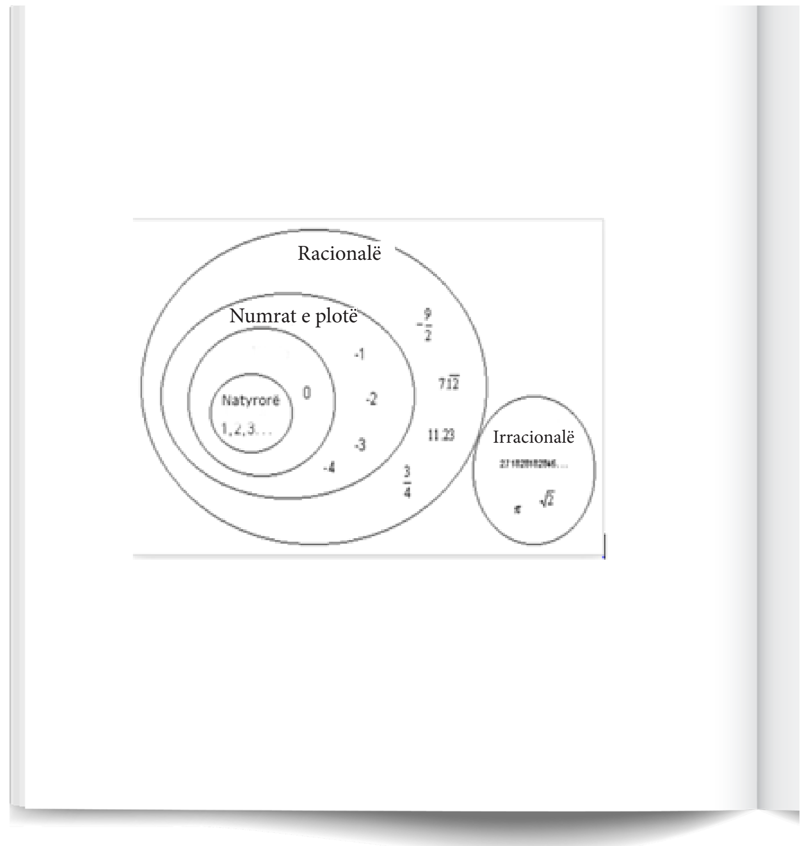
Mësimi 11

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës:
Krahason dy numra realë. Përkufizon numrat realë, bashkësinë e numrave realë R dhe i paraqet në boshtin numerik.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4
Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Numrat realë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon numrat realë;
- Krahason numrat realë;
- Paraqet në drejtëzën numerike pikat me koordinata të dhëna.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: ppt (ose fletë pune) me detyra të përgatitura, vizorja, kompasi etj. Linku http://mrshicklin.pbworks.com/w/file/fetch/53734481/Algebra

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë

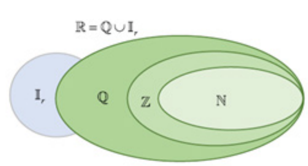
METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit rikujtojnë njohuritë paraprake për bashkësitë numerike: N, Z, Q, I dhe R .
Ilustrojnë me diagram procesin e zgjerimit të një bashkësie në tjetrën, nga bashkësia e numrave natyrorë deri tek ajo e numrave realë.

$\mathbb{Q}\cap\mathbb{I}_r=\phi.$

$\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R},\ \mathbb{I}_r\subset R$



Renditni numrat nga më i vogli deri te më i madhi:

$\frac{8}{3},\ 2.3\text{x}10^1,\ 2.7\text{x}10^0,\ \sqrt{6},\ 2\frac{1}{3}$

$\pi,\ 3.14,\ 3\frac{1}{4},\ \sqrt{9},\ \frac{23}{7}$

$\frac{3}{2},\ \frac{\pi}{2},\ \frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{3},\ \frac{\sqrt{4}}{4}$

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shqyrtim i përbashkët

Duke punuar në grupe nga tre nxënës, udhëzohen të zgjidhin detyrat nga fleta e punës e përgatitur më parë. Së pari njehsohet vlera numerike e secilit numër, pastaj numrat renditen nga më i vogli deri te më i madhi. Nga një përfaqësues i grupit shkruan detyrën e parë në tabelë, tjetri të dytën dhe tjetri të tretën. Analizohet zgjidhja dhe kontrollohet rezultati.
Në mënyrë të ngjashme vazhdon ecuria e punës me shembullin pasues.

Shembull: Është dhënë bashkësia

$A = \{1.2;\ 4;\ \frac{2}{3};\ \sqrt{4};\ -\sqrt{7};\ \sqrt{2};\ \frac{1}{5}\}$;

a) Tregoni cilës bashkësi numerike i takon secili prej elementeve,
b) Radhitni elementet e bashkësisë A nga më i vogli,
c) Vendosni në boshtin numerik elementet e bashkësisë A.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Ditari dypjesësh

Numri $\sqrt{8}$ është:	Arsyetimi:
a) racional; b) irracional.	$\sqrt{8} = \sqrt{(4 \cdot 2)} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

Vlerësimi i nxënësve:

https://quizizz.com/en-us/print/5bfbf34ad3a848001b5448de/64525e1aae84e3b58e1d30b9/8
Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit, krahasimit, paraqitjes në drejtëzën numerike të numrave realë.

Detyrë:

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 12

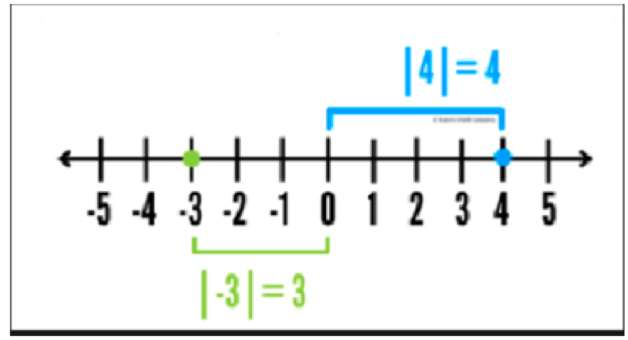
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës:
Përkufizon vlerën absolute të numrave realë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Vlera absolute e numrave realë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon vlerën absolute të numrave realë;
- Mat largësinë e numrit nga origjina e drejtëzës numerike;
- Përcakton vlerën absolute të numrave realë.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

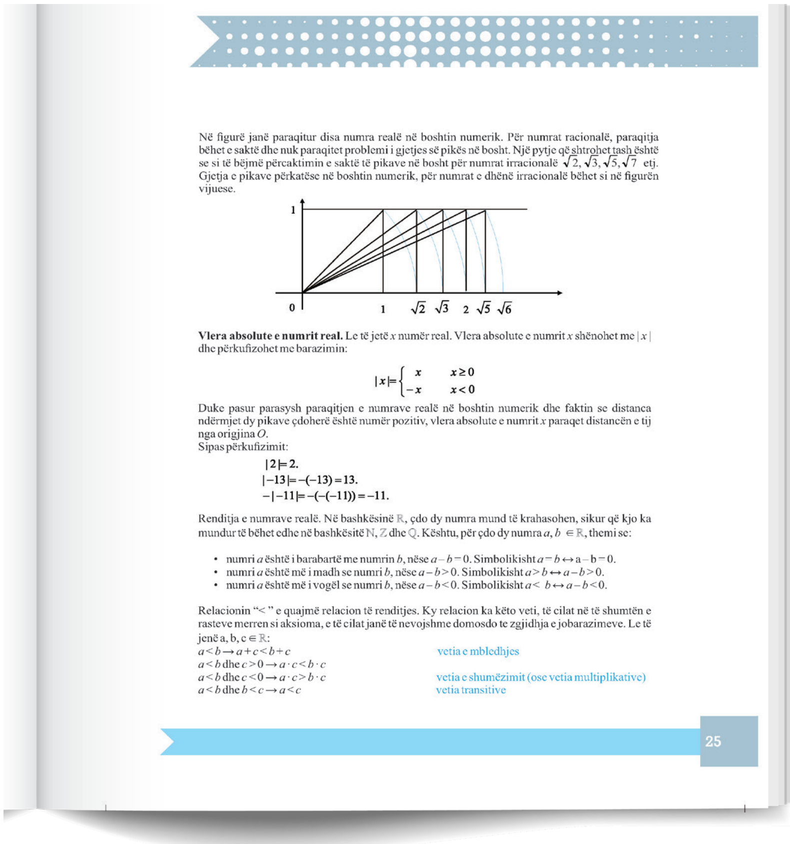
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: materiale nga interneti (ose fletë pune)
https://www.youtube.com/watch?v=BrYy1bgh3Y0

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit nxiten me pyetje për të kujtuar konceptet e mësuara në lidhje me numrat dhe drejtëzën numerike.
Kërkohet nga nxënësit të punojnë në grup detyrën.
Shembulli 1. a) Vendosni në drejtëzën numerike pikat e dhëna me koordinata:
$A(2)$; $B(-4)$; $C(1.2)$; $D\left(-4\frac{1}{2}\right)$; $E(\sqrt{2})$; $F(-\sqrt{3})$ etj.
Pasi të vendosin pikat në drejtëzën numerike diskutohet për largësinë e secilës pikë nga origjina.



Në figurë janë paraqitur disa numra realë në boshtin numerik. Për numrat racionalë, paraqitja bëhet e saktë dhe nuk paraqitet problemi i gjetjes së pikës në bosht. Një pytje që shtrohet tash është se si të bëjmë përcaktimin e saktë të pikave në bosht për numrat irracionalë $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ etj. Gjetja e pikave përkatëse në boshtin numerik, për numrat e dhënë irracionalë bëhet si në figurën vijuese.

Vlera absolute e numrit real. Le të jetë x numër real. Vlera absolute e numrit x shënohet me $|x|$ dhe përkufizohet me barazimin:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

Duke pasur parasysh paraqitjen e numrave realë në boshtin numerik dhe faktin se distanca ndërmjet dy pikave çdoherë është numër pozitiv, vlera absolute e numrit x paraqet distancën e tij nga origjina O.
Sipas përkufizimit:

$$|2| = 2.$$
$$|-13| = -(-13) = 13.$$
$$-|-11| = -(-(-11)) = -11.$$

Renditja e numrave realë. Në bashkësinë $\mathbb{R}$, çdo dy numra mund të krahasohen, sikur që kjo ka mundur të bëhet edhe në bashkësitë $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ dhe $\mathbb{Q}$. Kështu, për çdo dy numra $a, b \in \mathbb{R}$, themi se:

- numri a është i barabartë me numrin b, nëse $a - b = 0$. Simbolikisht $a = b \leftrightarrow a - b = 0$.
- numri a është më i madh se numri b, nëse $a - b > 0$. Simbolikisht $a > b \leftrightarrow a - b > 0$.
- numri a është më i vogël se numri b, nëse $a - b < 0$. Simbolikisht $a < b \leftrightarrow a - b < 0$.

Relacionin "$<$" e quajmë relacion të renditjes. Ky relacion ka këto veti, të cilat në të shumtën e rasteve merren si aksioma, e të cilat janë të nevojshme domosdo te zgjidhja e jobarazimeve. Le të jenë $a, b, c \in \mathbb{R}$:

$a < b \rightarrow a + c < b + c$ vetia e mbledhjes
$a < b$ dhe $c > 0 \rightarrow a \cdot c < b \cdot c$
$a < b$ dhe $c < 0 \rightarrow a \cdot c > b \cdot c$ vetia e shumëzimit (ose vetia multiplikative)
$a < b$ dhe $b < c \rightarrow a < c$ vetia transitive

25

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shënime mbi shënime

b) Vendosni në drejtëzën numerike pikat e dhëna me koordinata, numra të kundërt me numrat e dhënë më sipër.
Kërkohet nga nxënësit që të caktojnë distancën e secilës nga pikat prej origjinës së drejtëzës numerike dhe kështu vijnë në përfundim se vlera absolute e numrit nuk mund të jetë numër negativ pasi largësia mund të jetë zero ose numër pozitiv. Pastaj, formohen dyshet e pikave të cilat janë të baraslarguara prej zeros dhe ndodhen në anë të kundërta të zeros.
Nxënësit vijnë në përfundim se numrat e kundërt kanë vlera absolute të barabarta dhe vlera absolute e numrit 0 është e barabartë me 0.
Shënohet përkufizimi i vlerës absolute.
Nxënësit i ofrohen informacione për renditjen e numrave realë.
Analizohen vetitë e relacionit të renditjes.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Pesëvargëshi

Kërkohet nga nxënësit të shkruajnë pesëvargësh për vlerën absolute.

Vlera absolute
E vogël E madhe
Shkruhet Njehsohet Paraqitet
Vlera absolute tregon largësinë e numrit nga origjina e drejtëzës numerike.
Moduli

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit, matjes, përcaktimit dhe vlerës absolute të numrave realë.

Detyrë:
Zgjidhni 5 detyra të ngjashme.

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 13

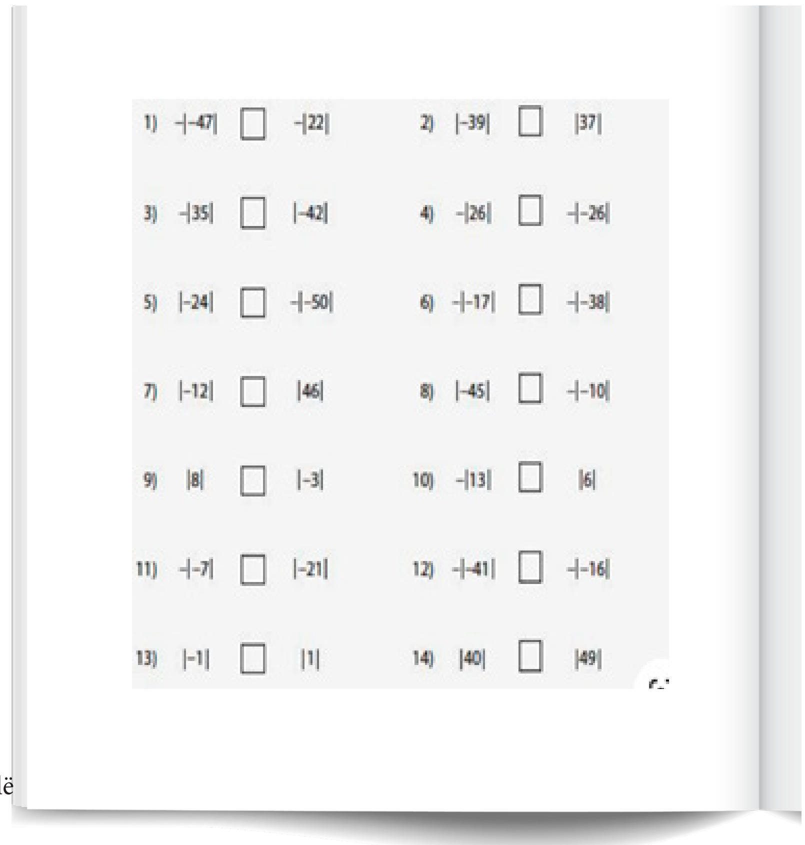
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës:
Përkufizon vlerën absolute të numrave realë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



1)	$-\lvert -47 \rvert$	$\square$	$-\lvert 22 \rvert$	2)	$\lvert -39 \rvert$	$\square$	$\lvert 37 \rvert$
3)	$-\lvert 35 \rvert$	$\square$	$\lvert -42 \rvert$	4)	$-\lvert 26 \rvert$	$\square$	$-\lvert -26 \rvert$
5)	$\lvert -24 \rvert$	$\square$	$-\lvert -50 \rvert$	6)	$-\lvert -17 \rvert$	$\square$	$-\lvert -38 \rvert$
7)	$\lvert -12 \rvert$	$\square$	$\lvert 46 \rvert$	8)	$\lvert -45 \rvert$	$\square$	$-\lvert -10 \rvert$
9)	$\lvert 8 \rvert$	$\square$	$\lvert -3 \rvert$	10)	$-\lvert 13 \rvert$	$\square$	$\lvert 6 \rvert$
11)	$-\lvert -7 \rvert$	$\square$	$\lvert -21 \rvert$	12)	$-\lvert -41 \rvert$	$\square$	$-\lvert -16 \rvert$
13)	$\lvert -1 \rvert$	$\square$	$\lvert 1 \rvert$	14)	$\lvert 40 \rvert$	$\square$	$\lvert 49 \rvert$

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Vlera absolute e numrave realë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon vlerën absolute të numrave realë;
- Mat largësinë e numrit nga origjina e drejtëzës numerike;
- Përcakton vlerën absolute të numrave realë.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

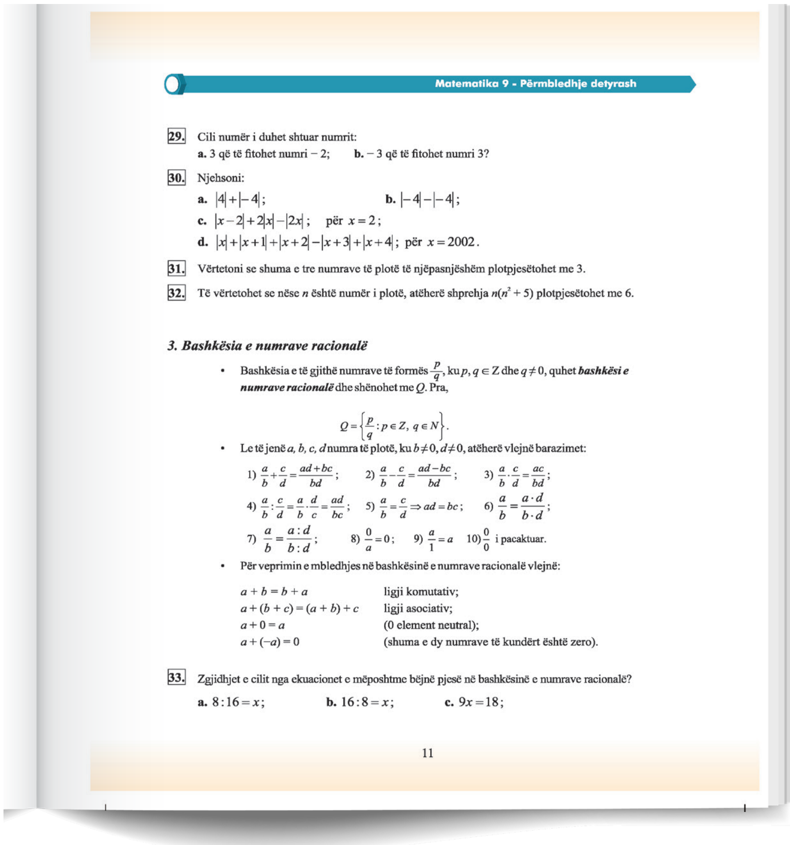
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: materiale nga interneti (ose fletë pune)
https://www.khanacademy.org/math/cc-sixth-grade-math/cc-6th-negative-number-topic/cc-6th-absolute-value/v/absolute-value-of-integers

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Shënime mbi shënime

Nxënësit duke punuar në dyshe udhëzohen të krahasojnë numrat me vlerë absolute në detyrat e përgatitura në fletë pune.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

29. Cili numër i duhet shtuar numrit:
a. 3 që të fitohet numri − 2; **b.** − 3 që të fitohet numri 3?

30. Njehsoni:
a. $|4|+|-4|$; **b.** $|-4|-|-4|$;
c. $|x-2|+2|x|-|2x|$; për $x=2$;
d. $|x|+|x+1|+|x+2|-|x+3|+|x+4|$; për $x=2002$.

31. Vërtetoni se shuma e tre numrave të plotë të njëpasnjëshëm plotpjesëtohet me 3.

32. Të vërtetohet se nëse n është numër i plotë, atëherë shprehja $n(n^2+5)$ plotpjesëtohet me 6.

3. Bashkësia e numrave racionalë

- Bashkësia e të gjithë numrave të formës $\frac{p}{q}$, ku $p, q \in Z$ dhe $q \neq 0$, quhet ***bashkësi e numrave racionalë*** dhe shënohet me Q. Pra,

$$Q=\left\{\frac{p}{q}: p \in Z,\ q \in N\right\}.$$

- Le të jenë a, b, c, d numra të plotë, ku $b \neq 0, d \neq 0$, atëherë vlejnë barazimet:

1) $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$; 2) $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$; 3) $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$;
4) $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$; 5) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow ad=bc$; 6) $\frac{a}{b}=\frac{a\cdot d}{b\cdot d}$;
7) $\frac{a}{b}=\frac{a:d}{b:d}$; 8) $\frac{0}{a}=0$; 9) $\frac{a}{1}=a$ 10) $\frac{0}{0}$ i pacaktuar.

- Për veprimin e mbledhjes në bashkësinë e numrave racionalë vlejnë:

$a+b=b+a$ ligji komutativ;
$a+(b+c)=(a+b)+c$ ligji asociativ;
$a+0=a$ (0 element neutral);
$a+(-a)=0$ (shuma e dy numrave të kundërt është zero).

33. Zgjidhjet e cilit nga ekuacionet e mëposhtme bëjnë pjesë në bashkësinë e numrave racionalë?
a. $8:16=x$; **b.** $16:8=x$; **c.** $9x=18$;

11

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shqyrtim i përbashkët

Nxënësit udhëzohen të zgjidhin detyrën 29 (Përmbledhje detyrash, faqe 11). Të njehsojnë numrin e panjohur, duke zhvendosur në boshtin numerik numrat e dhënë.

Pastaj njehsojnë në fletore vlerën numerike të shprehjeve me vlerë absolute të dhëna te detyra 30.
Kur t'i përfundojnë detyrat, zgjidhen edhe në tabelë.
Analizohet zgjidhja dhe kontrollohet rezultati.
Nxënësit mund të krijojnë detyra të ngjashme, pastaj t'i zgjidhin ato.
Nxënësve mund t'u ofrohen informacione shtesë nga videoja e dhënë në link.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Marrëdhëniet pyetje – përgjigje

Duke u përgjigjur në pyetje nxënësit i përforcojnë njohuritë e fituara për vlerën absolute të numrave realë.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për mënyrën e matjes së largësisë, krahasimit, përcaktimit të vlerës absolute të numrave të plotë dhe racionalë në drejtëzën numerike.

Detyrë:

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 14

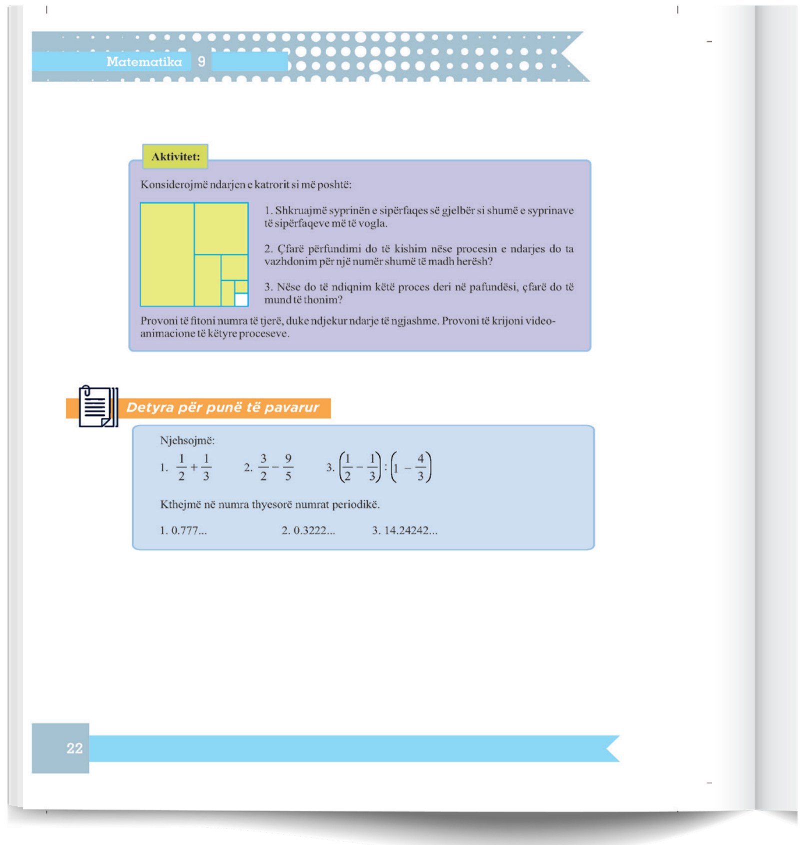
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës:
Kryen veprimet themelore me numra realë duke përfshirë edhe fuqizimin dhe rrënjëzimin.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1


Matematika 9

Aktivitet:

Konsiderojmë ndarjen e katrorit si më poshtë:

1. Shkruajmë syprinën e sipërfaqes së gjelbër si shumë e syprinave të sipërfaqeve më të vogla.

2. Çfarë përfundimi do të kishim nëse procesin e ndarjes do ta vazhdonim për një numër shumë të madh herësh?

3. Nëse do të ndiqnim këtë proces deri në pafundësi, çfarë do të mund të thonim?

Provoni të fitoni numra të tjerë, duke ndjekur ndarje të ngjashme. Provoni të krijoni video-animacione të këtyre proceseve.

Detyra për punë të pavarur

Njehsojmë:

1. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ 2. $\frac{3}{2}-\frac{9}{5}$ 3. $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right):\left(1-\frac{4}{3}\right)$

Kthejmë në numra thyesorë numrat periodikë.

1. 0.777... 2. 0.3222... 3. 14.24242...

22

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Veprime lidhur me numra realë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon bashkësinë e numrave realë;
- Kryen saktë veprimet themelore me numra realë;
- Zbaton vetitë e numrave realë në zgjidhjen e detyrave.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

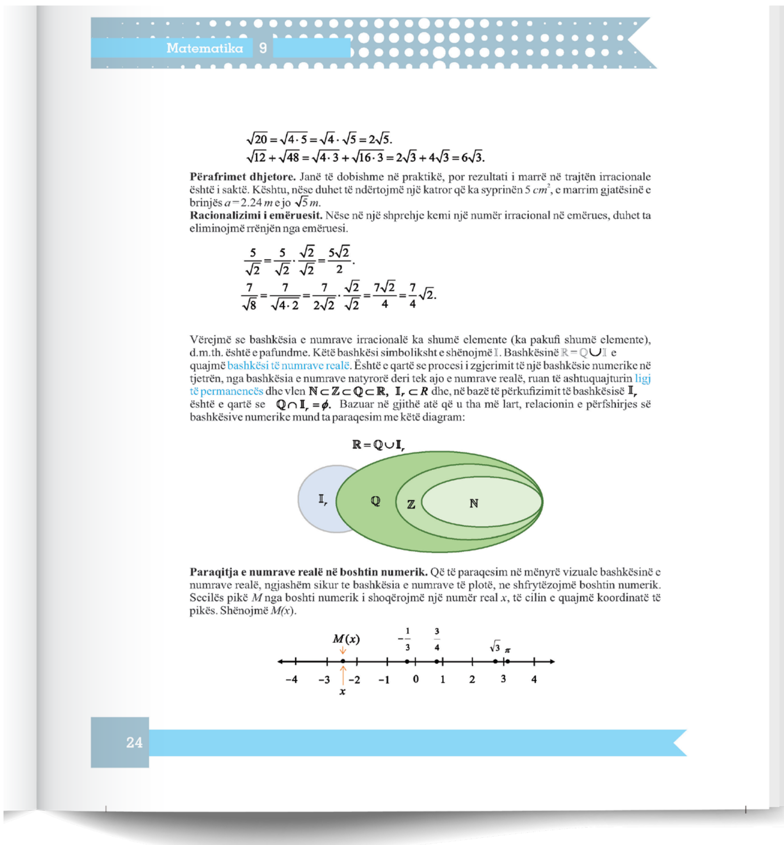
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë pune me detyra të përgatitura më parë
https://quizizz.com/en/operations-with-rational-numbers-worksheets-class-5

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Fizikë, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit nxiten të diskutojnë për veprimet themelore me numra realë. Përmendet vetia e mbylltësisë së kësaj bashkësie lidhur me katër veprimet themelore, pra në secilin rast rezultati është numër real.
Nxitet kureshtja e nxënësve për diskutim.
Provohet a ka zgjidhje në bashkësinë R, vlera e shprehjes $\sqrt{-4}$?
Jo, nuk do të gjenden zgjidhje në bashkësinë R.
Kjo bashkësi do të zgjerohet në bashkësinë e numrave C (kompleksë), që do të mësohet në klasën e dhjetë.
Nxënësit zgjidhin detyrat 1, 2, 3 nga libri bazë (fq. 22). Zgjidhen detyra lidhur me veprimet me numra realë të përgatitura ose nga interneti.



Matematika 9

$$\sqrt{20}=\sqrt{4\cdot 5}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}=2\sqrt{5}.$$
$$\sqrt{12}+\sqrt{48}=\sqrt{4\cdot 3}+\sqrt{16\cdot 3}=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=6\sqrt{3}.$$

Përafrimet dhjetore. Janë të dobishme në praktikë, por rezultati i marrë në trajtën irracionale është i saktë. Kështu, nëse duhet të ndërtojmë një katror që ka syprinën 5 cm^2, e marrim gjatësinë e brinjës $a=2.24\,m$ e jo $\sqrt{5}\,m$.

Racionalizimi i emëruesit. Nëse në një shprehje kemi një numër irracional në emërues, duhet ta eliminojmë rrënjën nga emëruesi.

$$\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}.$$
$$\frac{7}{\sqrt{8}}=\frac{7}{\sqrt{4\cdot 2}}=\frac{7}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{4}=\frac{7}{4}\sqrt{2}.$$

Vërejmë se bashkësia e numrave irracionalë ka shumë elemente (ka pakufi shumë elemente), d.m.th. është e pafundme. Këtë bashkësi simboliksht e shënojmë $\mathbb{I}$. Bashkësinë $\mathbb{R}=\mathbb{Q}\cup\mathbb{I}$ e quajmë bashkësi të numrave realë. Është e qartë se procesi i zgjerimit të një bashkësie numerike në tjetrën, nga bashkësia e numrave natyrorë deri tek ajo e numrave realë, ruan të ashtuquajturin ligj të permanencës dhe vlen $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$, $\mathbb{I}_r\subset R$ dhe, në bazë të përkufizimit të bashkësisë $\mathbb{I}_r$ është e qartë se $\mathbb{Q}\cap\mathbb{I}_r=\phi$. Bazuar në gjithë atë që u tha më lart, relacionin e përfshirjes së bashkësive numerike mund ta paraqesim me këtë diagram:

Paraqitja e numrave realë në boshtin numerik. Që të paraqesim në mënyrë vizuale bashkësinë e numrave realë, ngjashëm sikur te bashkësia e numrave të plotë, ne shfrytëzojmë boshtin numerik. Secilës pikë M nga boshti numerik i shoqërojmë një numër real x, të cilin e quajmë koordinatë të pikës. Shënojmë $M(x)$.

24

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shënime mbi shënime

Njehso shumën: a) $(-13)+(-18)=$
b) $\left(+3\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)=$

Njehso ndryshimin: a) $(-26)-(-18)=$
b) $(-5.7)-(+10.7)=$

Njehso prodhimin: a) $(-8.5)\cdot(+46.8)=$
b) $\left(+\frac{4}{5}\right)\cdot\left(-\frac{15}{16}\right)=$

Njehso herësin: a) $(-14.4):(+1.2)=$
b) $\left(+\frac{3}{2}\right):\left(-\frac{21}{18}\right)=$

Nxënësve u ofrohen informacione për racionalizimin e emëruesit të thyesës.
Pastaj zgjidhen dy shembujt e dhënë në libër.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Duke punuar në mënyrë të pavarur kërkohet nga nxënësit ta zgjidhin në dy mënyra detyrën:

$a)\ \frac{2}{\sqrt{2}}=\qquad b)\ \frac{7}{\sqrt{7}}=$

Njëri nxënës e zgjidh detyrën a), kurse tjetri b). Në dyshe rishikojnë dhe krahasojnë rezultatin e fituar.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të bashkësisë dhe të kryerjes së veprimeve duke zbatuar vetitë e numrave realë.

Detyrë:

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 15

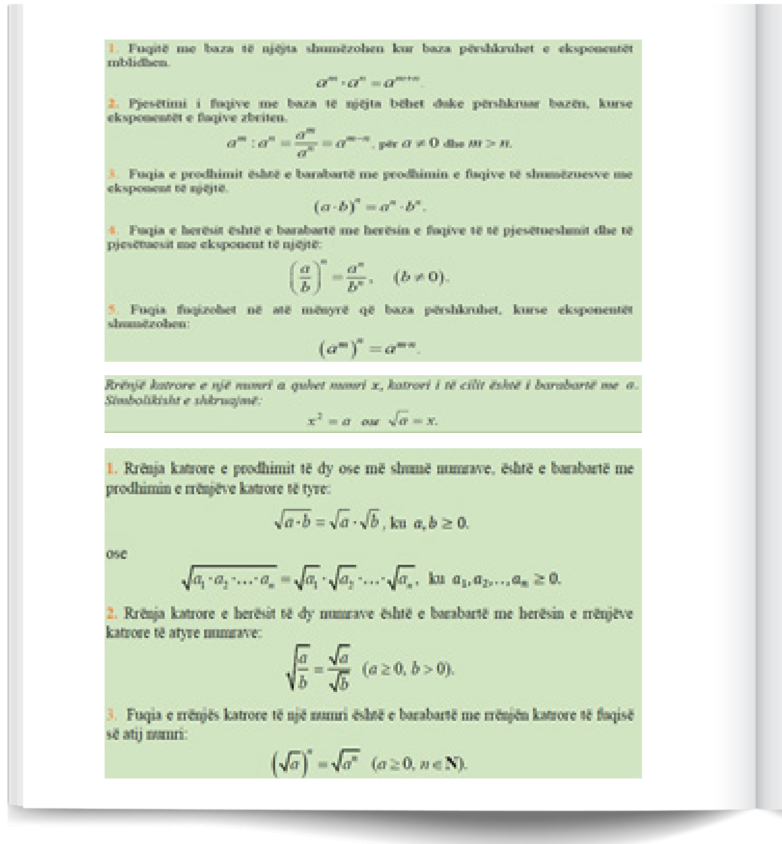
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës:
Kryen veprimet themelore me numra realë duke përfshirë edhe fuqizimin dhe rrënjëzimin.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



1. Fuqitë me baza të njëjta shumëzohen kur baza përshkruhet e eksponentët mblidhen.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

2. Pjesëtimi i fuqive me baza të njëjta bëhet duke përshkruar bazën, kurse eksponentët e fuqive zbriten.

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \text{ për } a \neq 0 \text{ dhe } m > n.$$

3. Fuqia e prodhimit është e barabartë me prodhimin e fuqive të shumëzuesve me eksponent të njëjtë.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n.$$

4. Fuqia e herësit është e barabartë me herësin e fuqive të të pjesëtueshmit dhe të pjesëtuesit me eksponent të njëjtë:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad (b \neq 0).$$

5. Fuqia fuqizohet në atë mënyrë që baza përshkruhet, kurse eksponentët shumëzohen:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}.$$

Rrënjë katrore e një numri a quhet numri x, katrori i të cilit është i barabartë me a. Simbolikisht e shkruajmë:

$$x^2 = a \text{ ose } \sqrt{a} = x.$$

1. Rrënja katrore e prodhimit të dy ose më shumë numrave, është e barabartë me prodhimin e rrënjëve katrore të tyre:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \text{ ku } a, b \geq 0.$$

ose

$$\sqrt{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n} = \sqrt{a_1} \cdot \sqrt{a_2} \cdot \ldots \cdot \sqrt{a_n}, \text{ ku } a_1, a_2, \ldots, a_n \geq 0.$$

2. Rrënja katrore e herësit të dy numrave është e barabartë me herësin e rrënjëve katrore të atyre numrave:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$$

3. Fuqia e rrënjës katrore të një numri është e barabartë me rrënjën katrore të fuqisë së atij numri:

$$\left(\sqrt{a}\right)^n = \sqrt{a^n} \quad (a \geq 0, n \in \mathbf{N}).$$

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Detyra lidhur me fuqizimin dhe rrënjëzimin e numrave realë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon fuqizimin dhe rrënjëzimin e numrave realë;
- Kryen saktë veprimet themelore me numra realë;
- Zbaton vetitë e fuqizimit dhe rrënjëzimit të numrave realë në zgjidhjen e detyrave.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë pune me detyra të përgatitura më parë
liveworksheets.com/w/en/math/1867117
https://www.mathantics.com/files/pdfs/Worksheets_LawsOfExponents_Answers.pdf

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Fizikë, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit nxiten të diskutojnë për veprimet e fuqizimit dhe rrënjëzimit të numrave realë dhe vetitë e tyre.

(Me projektor mund të përdoret kjo fletë pune për ushtrime).

Kryeni veprimet me fuqi:

$a)\ \dfrac{a^3}{a^4 a^7}.$

$d)\ \dfrac{3^3 a^4 b^5}{3^2 a^2 b^3}.$

$g)\ (2a^{-3})(3a^{-5}).$

$j)\ (5a^{-3}b^{-4})(2a^2b^5).$

$m)\ \left(\dfrac{2x^5y^2}{4x^3y^7}\right)^4.$

$p)\ \left(\dfrac{y^{-4}z^{-3}}{y^{-5}z^4}\right)^2.$

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shënime mbi shënime

Nxënësit udhëzohen të zgjidhin detyrat duke i zbatuar rregullat e fuqive:

1.

Njehsoni vlerën e shprehjeve:

$a)\ \dfrac{3^3\cdot(3^5)^2}{3^4\cdot 3^2}.\qquad b)\ \dfrac{5^{-3}\cdot 5^4}{5^{12}}.\qquad c)\ \dfrac{(a^7\cdot a^3)^4}{a^5}.\qquad d)\ \dfrac{x^{15}\cdot x^7}{x^{11}\cdot x^3}.$

2.

Njehsoni:

$a)\ \left(\dfrac{5^3-5^2}{5^3+5^2}\right)^3.\qquad b)\ \left(\dfrac{6^2-6}{3^4-3^3}\right)^2.\qquad c)\ \left(\dfrac{4^2+4^3}{3^4+3^2}\right)^3.$

Nxënësve u ofrohen informacione shtesë për rrënjëzimin e numrave realë.

Pastaj zgjidhen dy shembujt e dhënë në fletë pune.

- Për çdo $a \geq 0,\ b \geq 0$ vlen $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$.

Me të vërtetë:

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{2}}=(a\cdot b)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a\cdot b}$$

Shembulli 15.

a. $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{2\cdot 8}=\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4.$

b. Nëse $x, y, z \in R^+$, atëherë:

$$\sqrt{x^2y^2z^4}=\sqrt{x^2}\cdot\sqrt{y^2}\cdot\sqrt{z^4}=x\cdot y\sqrt{(z^2)^2}=xyz^2.$$

Për çdo $a \geq 0,\ b \geq 0$, vlen:

- Për çdo $a \geq 0,\ a \in Z^+$ dhe $n \in Z$, vlen: $\left(\sqrt{a}\right)^n=\sqrt{a^n}$.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Duke punuar në mënyrë të pavarur kërkohet nga nxënësit të zgjidhin në dy mënyra detyrën:

a) $4\sqrt{(9\ )}-5^2=$ $\qquad$ $b)\ 5^3\cdot\frac{7}{\sqrt{5}}+12=$

Njëri nxënës e zgjidh detyrën a), kurse tjetri b). Në dyshe rishikojnë dhe krahasojnë rezultatin e fituar.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit, llogaritjes, zbatimit të vetive të fuqizimit dhe rrënjëzimit të numrave realë.

Detyrë:
(Detyra nga fleta e punës, ta shikojnë videon: https://www.youtube.com/watch?v=B4zejSI8zho)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 16

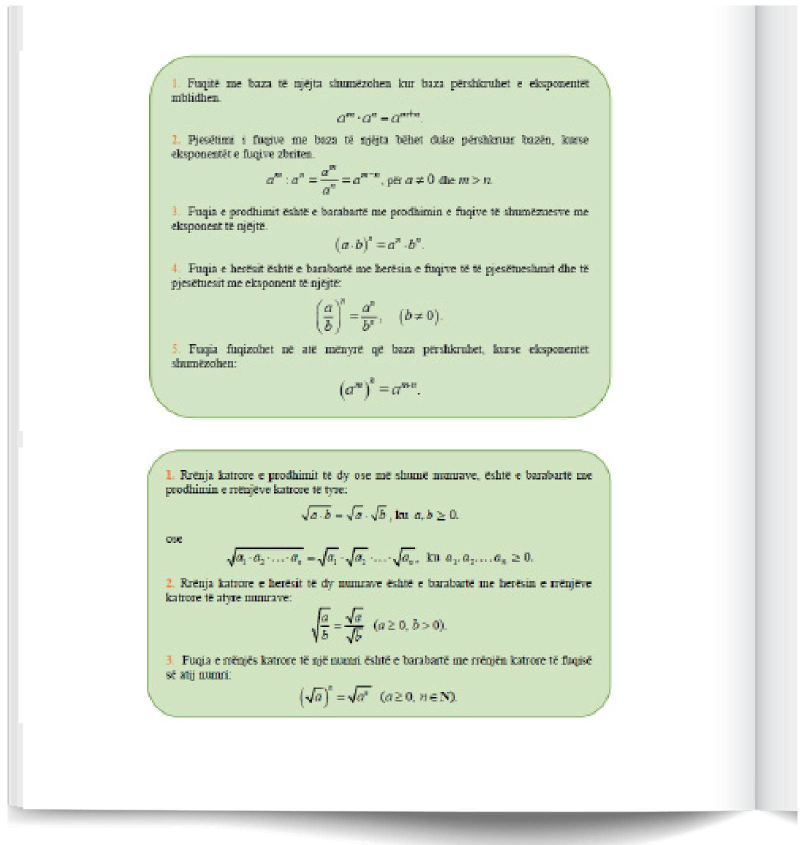
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës:
Kryen veprimet themelore me numra realë duke përfshirë edhe fuqizimin dhe rrënjëzimin.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



1. Fuqitë me baza të njëjta shumëzohen kur baza përshkruhet e eksponentët mblidhen.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

2. Pjesëtimi i fuqive me baza të njëjta bëhet duke përshkruar bazën, kurse eksponentët e fuqive zbriten.

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \text{ për } a \neq 0 \text{ dhe } m > n.$$

3. Fuqia e prodhimit është e barabartë me prodhimin e fuqive të shumëzuesve me eksponent të njëjtë.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n.$$

4. Fuqia e herësit është e barabartë me herësin e fuqive të të pjesëtueshmit dhe të pjesëtuesit me eksponent të njëjtë:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad (b \neq 0).$$

5. Fuqia fuqizohet në atë mënyrë që baza përshkruhet, kurse eksponentët shumëzohen:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}.$$

1. Rrënja katrore e prodhimit të dy ose më shumë numrave, është e barabartë me prodhimin e rrënjëve katrore të tyre:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \text{ ku } a, b \geq 0.$$

ose

$$\sqrt{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n} = \sqrt{a_1} \cdot \sqrt{a_2} \cdot \ldots \cdot \sqrt{a_n}, \text{ ku } a_1, a_2, \ldots, a_n \geq 0.$$

2. Rrënja katrore e herësit të dy numrave është e barabartë me herësin e rrënjëve katrore të atyre numrave:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$$

3. Fuqia e rrënjës katrore të një numri është e barabartë me rrënjën katrore të fuqisë së atij numri:

$$\left(\sqrt{a}\right)^n = \sqrt{a^n} \quad (a \geq 0, n \in N).$$

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Detyra lidhur me fuqizimin dhe rrënjëzimin e numrave realë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon fuqizimin dhe rrënjëzimin e numrave realë;
- Kryen saktë veprimet themelore me numra realë;
- Zbaton vetitë e fuqizimit dhe rrënjëzimit të numrave realë në zgjidhjen e detyrave.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

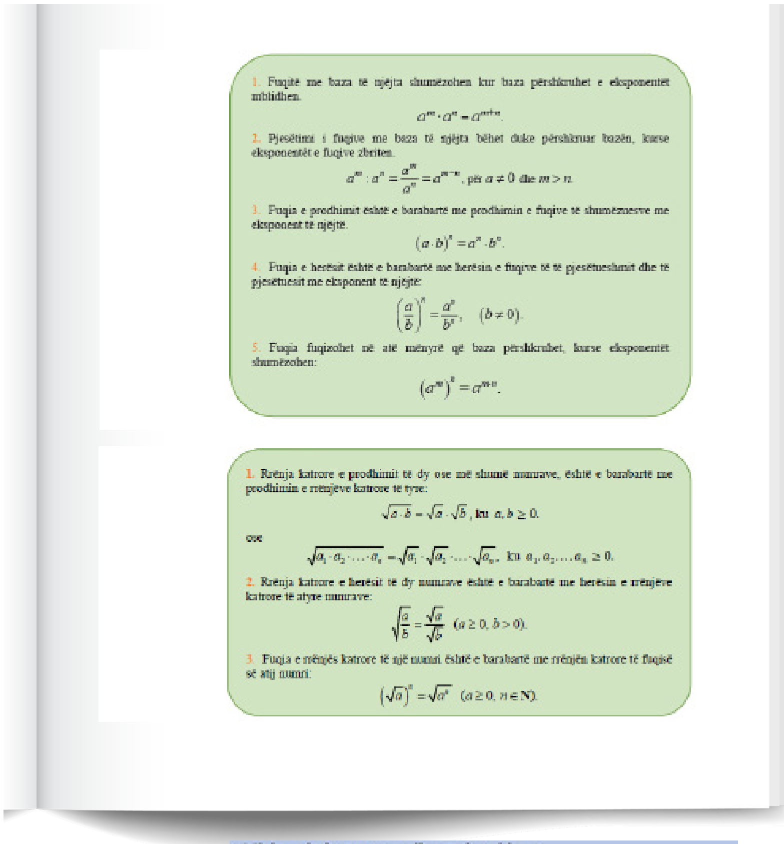
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: ppt kuiz i përgatitur ose fletë pune me detyra të përgatitura më parë; liveworksheets.com/w/en/math/1867117
https://www.mathantics.com/files/pdfs/Worksheets_LawsOfExponents_Answers.pdf
https://www.youtube.com/watch?v=B4zejSI8zho

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Fizikë, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit nxiten të rikutojnë veprimet e fuqizimit dhe rrënjëzimit të numrave realë dhe rregullat e mësuara që lidhen me këto veprime.



1. Fuqitë me baza të njëjta shumëzohen kur baza përshkruhet e eksponentët mblidhen.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

2. Pjesëtimi i fuqive me baza të njëjta bëhet duke përshkruar bazën, kurse eksponentët e fuqive zbriten.

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \text{ për } a \neq 0 \text{ dhe } m > n.$$

3. Fuqia e prodhimit është e barabartë me prodhimin e fuqive të shumëzuesve me eksponent të njëjtë.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n.$$

4. Fuqia e herësit është e barabartë me herësin e fuqive të të pjesëtueshmit dhe të pjesëtuesit me eksponent të njëjtë:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad (b \neq 0).$$

5. Fuqia fuqizohet në atë mënyrë që baza përshkruhet, kurse eksponentët shumëzohen:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}.$$

1. Rrënja katrore e prodhimit të dy ose më shumë numrave, është e barabartë me prodhimin e rrënjëve katrore të tyre:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \text{ ku } a, b \geq 0.$$

ose

$$\sqrt{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n} = \sqrt{a_1} \cdot \sqrt{a_2} \cdot \ldots \cdot \sqrt{a_n}, \text{ ku } a_1, a_2, \ldots, a_n \geq 0.$$

2. Rrënja katrore e herësit të dy numrave është e barabartë me herësin e rrënjëve katrore të atyre numrave:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$$

3. Fuqia e rrënjës katrore të një numri është e barabartë me rrënjën katrore të fuqisë së atij numri:

$$\left(\sqrt{a}\right)^n = \sqrt{a^n} \quad (a \geq 0, n \in \mathbf{N}).$$

Njehsoni vlerën numerike të shprehjeve:

a) $4\sqrt{9}$; b) $5\sqrt{4}$; c) $\frac{1}{5}\sqrt{900}$.

d) $\sqrt{\frac{25}{36}} + \sqrt{100}$. e) $-6\sqrt{0.01}$ f) $\sqrt{3600} + \sqrt{4900}$.

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shënime mbi shënime

Nxënësit udhëzohen të zgjidhin detyrat duke i zbatuar rregullat e fuqive:

Njehsoni:

a) $\left(\frac{2x}{y}\right)^3$. b) $\left(\frac{x^{-3}y}{z^4}\right)^{-2}$. c) $\left(\frac{3x}{y^3}\right)^2\left(\frac{y^4}{x^3}\right)^3$.

Njehsoni vlerën e shprehjeve:

a) $\frac{5^7 \cdot 125 : 5^4}{5 \cdot 5^3}$. b) $\frac{27 \cdot 3^4 : 3}{3^2 \cdot 3^0}$. c) $\frac{(a^2 \cdot a^3)^2}{a \cdot a^5} : a^4$.

Njehsoni:

a) $(2x^3y^4)^3$. b) $(3a^3b^6)^2$. c) $(-3a^2)(2ab^3)(-4a^3b^5)$.

Nxënësve u ofrohen informacione shtesë për rrënjëzimin e numrave realë.
Pastaj zgjidhen shembujt e dhënë në fletë pune.

1. Vërtetoni se a janë të sakta barazimet:
   a) $\sqrt{169} = 13$. b) $\sqrt{144} = 12$. c) $\sqrt{121} = 11$.
   d) $\sqrt{400} = 20$. e) $\sqrt{1.5625} = 1.25$. f) $\sqrt{0.49} = 0.7$.
2. Cili është numri, rrënja katrore e të cilit është 7?
3. Njehsoni vlerën numerike të shprehjeve:
   a) $4\sqrt{9}$; b) $5\sqrt{4}$; c) $\frac{1}{5}\sqrt{900}$.
   d) $\sqrt{\frac{25}{36}} + \sqrt{100}$. e) $-6\sqrt{0.01}$ f) $\sqrt{3600} + \sqrt{4900}$.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Duke punuar në mënyrë të pavarur kërkohet nga nxënësit të zgjidhin dy detyra:
a)-6√(81)- 7²= $\quad$ *b*) $4^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} + 16 =$

Njëri nxënës e zgjidh detyrën a), kurse tjetri b). Në dyshe rishikojnë dhe krahasojnë rezultatin e fituar.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit, llogaritjes, zbatimit të vetive të fuqizimit dhe rrënjëzimit të numrave realë.

Detyrë:
(Detyra nga fleta e punës)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 17

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të temës:
Përkufizon numrat realë, bashkësinë e numrave realë (R) dhe i paraqet në boshtin numerik. Kryen veprimet themelore me numra realë duke përfshirë edhe fuqizimin dhe rrënjëzimin.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, III. 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1

Rradhitni nga numri më i vogël te më i madhi:

$\frac{8}{3}$, $2.3\text{x}10^1$, $2.7\text{x}10^0$, $\sqrt{6}$, $2\frac{1}{3}$

π, 3.14, $3\frac{1}{4}$, $\sqrt{9}$, $\frac{23}{7}$

$\frac{3}{2}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\frac{\sqrt{4}}{4}$

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Bashkësitë numerike

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon bashkësitë numerike;
- Kryen saktë veprimet themelore me numra realë;
- Zbaton vetitë e fuqizimit dhe rrënjëzimit të numrave realë në zgjidhjen e detyrave.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:

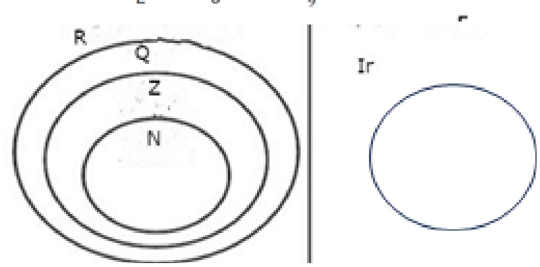
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Shqyrtimi kategorizues

Klasifiko numrat duke i shkruar në vendin përkatës:

1) $-\frac{10}{2}$, $\sqrt{36}$, $\frac{0}{8}$, 7, $\sqrt{140}$, $\frac{4}{9}$, $\sqrt{4}$, $^-8$, $\sqrt{8}$, $^-2.89$



Rradhitni nga numri më i vogël te më i madhi:

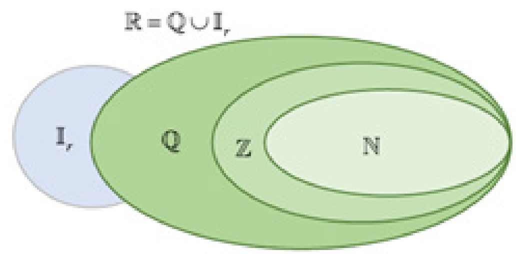
$\frac{8}{3}$, $2.3\text{x}10^1$, $2.7\text{x}10^0$, $\sqrt{6}$, $2\frac{1}{3}$

π, 3.14, $3\frac{1}{4}$, $\sqrt{9}$, $\frac{23}{7}$

$\frac{3}{2}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\frac{\sqrt{4}}{4}$

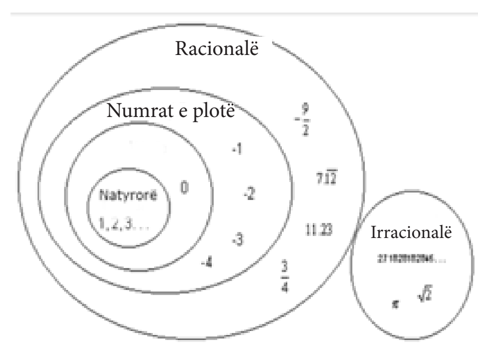
Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shqyrtim i përbashkët

Nxënësit udhëzohen që duke punuar në grupe nga tre të zgjidhin detyrat nga fleta e punës.
Për t'i renditur numrat nga më i vogli deri te më i madhi, së pari kryejnë veprimet e nevojshme. Secili nxënës e kryen një pjesë të detyrës.



Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Harta e konceptit

Nxënësi vizaton diagramin e bashkësive numerike, duke plotësuar tri elemente.



Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të bashkësive numerike, të kryerjes së veprimeve duke zbatuar vetitë e fuqizimit dhe të rrënjëzimit të numrave realë.

Detyrë:

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

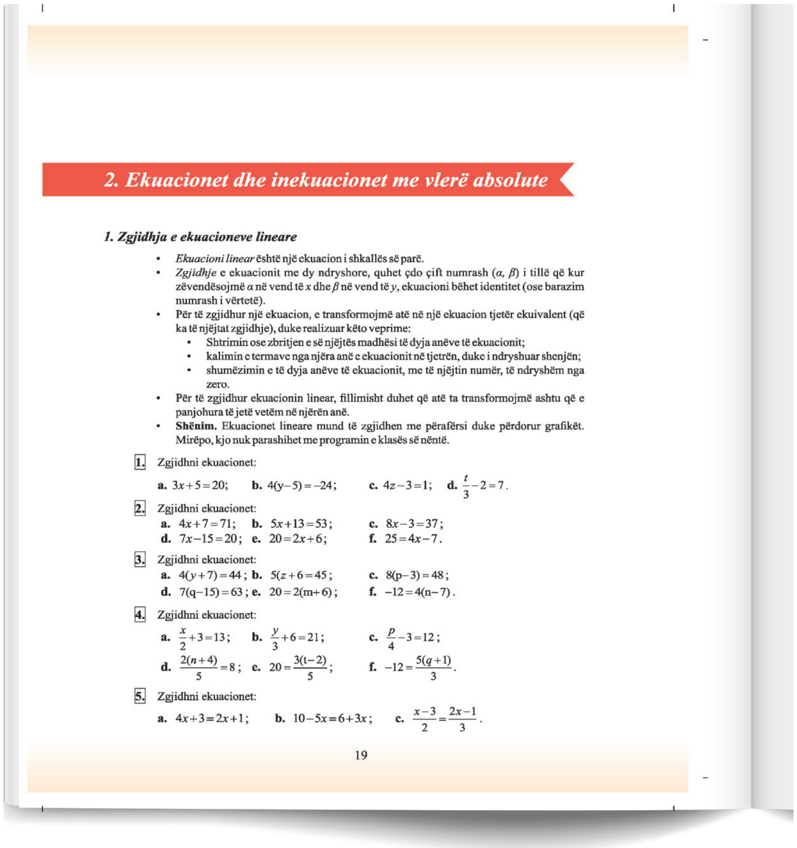
Mësimi 18

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të temës:
Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet lineare sipas shkronjave.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, I. 6, III. 3, III. 4, III. 5, IV. 4, IV. 6, V. 1, VI. 4, VI. 5
Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



2. Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

1. Zgjidhja e ekuacioneve lineare

- *Ekuacioni linear* është një ekuacion i shkallës së parë.
- *Zgjidhje* e ekuacionit me dy ndryshore, quhet çdo çift numrash (α, β) i tillë që kur zëvendësojmë α në vend të x dhe β në vend të y, ekuacioni bëhet identitet (ose barazim numrash i vërtetë).
- Për të zgjidhur një ekuacion, e transformojmë atë në një ekuacion tjetër ekuivalent (që ka të njëjtat zgjidhje), duke realizuar këto veprime:
  - Shtrimin ose zbritjen e së njëjtës madhësi të dyja anëve të ekuacionit;
  - kalimin e termave nga njëra anë e ekuacionit në tjetrën, duke i ndryshuar shenjën;
  - shumëzimin e të dyja anëve të ekuacionit, me të njëjtin numër, të ndryshëm nga zero.
- Për të zgjidhur ekuacionin linear, fillimisht duhet që atë ta transformojmë ashtu që e panjohura të jetë vetëm në njërën anë.
- **Shënim.** Ekuacionet lineare mund të zgjidhen me përafërsi duke përdorur grafikët. Mirëpo, kjo nuk parashihet me programin e klasës së nëntë.

1. Zgjidhni ekuacionet:
a. $3x+5=20$; **b.** $4(y-5)=-24$; **c.** $4z-3=1$; **d.** $\frac{t}{3}-2=7$.

2. Zgjidhni ekuacionet:
a. $4x+7=71$; **b.** $5x+13=53$; **c.** $8x-3=37$;
d. $7x-15=20$; **e.** $20=2x+6$; **f.** $25=4x-7$.

3. Zgjidhni ekuacionet:
a. $4(y+7)=44$; **b.** $5(z+6=45$; **c.** $8(p-3)=48$;
d. $7(q-15)=63$; **e.** $20=2(m+6)$; **f.** $-12=4(n-7)$.

4. Zgjidhni ekuacionet:
a. $\frac{x}{2}+3=13$; **b.** $\frac{y}{3}+6=21$; **c.** $\frac{p}{4}-3=12$;
d. $\frac{2(n+4)}{5}=8$; **e.** $20=\frac{3(t-2)}{5}$; **f.** $-12=\frac{5(q+1)}{3}$.

5. Zgjidhni ekuacionet:
a. $4x+3=2x+1$; **b.** $10-5x=6+3x$; **c.** $\frac{x-3}{2}=\frac{2x-1}{3}$.

19

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zgjidhja e ekuacioneve lineare me një të panjohur

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon ekuacionin linear me një të panjohur;
- Dallon konstantet dhe ndryshoret në ekuacion;
- Zgjidh ekuacionin linear, duke përdorur vetinë aditive dhe multiplikative dhe bën provën.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: projektori, fletë pune me detyra të përgatitura. https://ksteelemathematics.weebly.com/uploads/1/4/0/2/14022512/linear_equations_worksheet_1.pdf

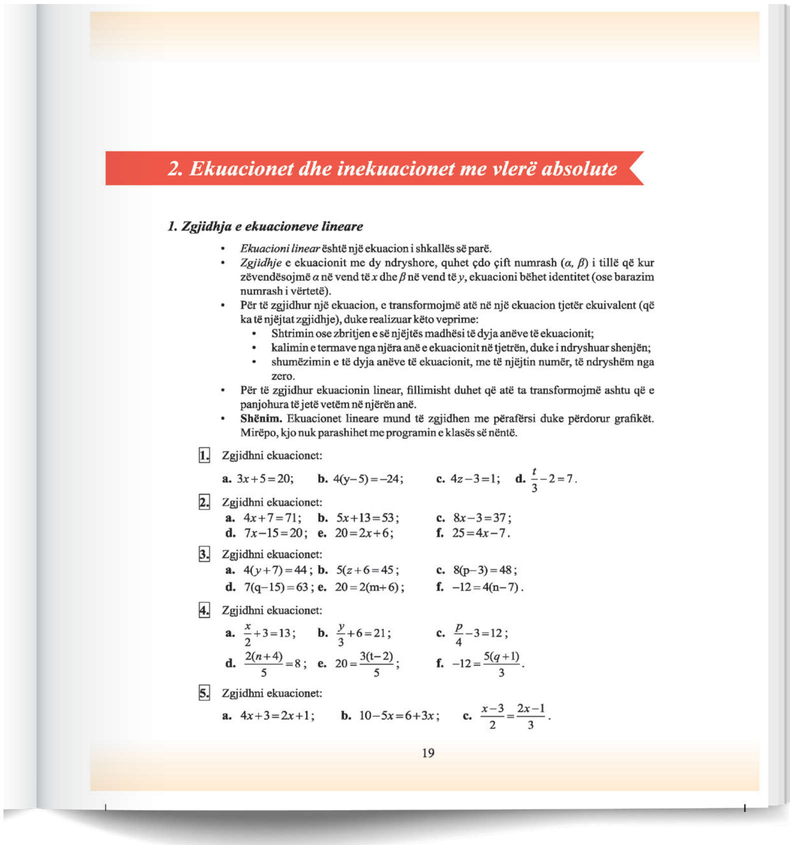
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Nxënësit përgjigjen individualisht në pyetjet: Çka është ekuacioni? Çka quajmë ndryshore? Çka quajmë konstante? Si mund të zgjidhet ekuacioni? etj.

Përmenden ngjashmëria e ekuacionit me peshoren: aq sa shtojmë (ose heqim) në njërën anë duhet të shtojmë (ose heqim) në anën tjetër për të mbajtur baraspeshën. Nxënësit nxiten me pyetje për të kujtuar vetinë aditive dhe multiplikative që përdoren për zgjidhjen e ekuacionit.



2. Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

1. Zgjidhja e ekuacioneve lineare

- *Ekuacioni linear* është një ekuacion i shkallës së parë.
- *Zgjidhje* e ekuacionit me dy ndryshore, quhet çdo çift numrash (α, β) i tillë që kur zëvendësojmë α në vend të x dhe β në vend të y, ekuacioni bëhet identitet (ose barazim numrash i vërtetë).
- Për të zgjidhur një ekuacion, e transformojmë atë në një ekuacion tjetër ekuivalent (që ka të njëjtat zgjidhje), duke realizuar këto veprime:
  - Shtrimin ose zbritjen e së njëjtës madhësi të dyja anëve të ekuacionit;
  - kalimin e termave nga njëra anë e ekuacionit në tjetrën, duke i ndryshuar shenjën;
  - shumëzimin e të dyja anëve të ekuacionit, me të njëjtin numër, të ndryshëm nga zero.
- Për të zgjidhur ekuacionin linear, fillimisht duhet që atë ta transformojmë ashtu që e panjohura të jetë vetëm në njërën anë.
- **Shënim.** Ekuacionet lineare mund të zgjidhen me përafërsi duke përdorur grafikët. Mirëpo, kjo nuk parashihet me programin e klasës së nëntë.

1. Zgjidhni ekuacionet:

a. $3x+5=20$; **b.** $4(y-5)=-24$; **c.** $4z-3=1$; **d.** $\frac{t}{3}-2=7$.

2. Zgjidhni ekuacionet:

a. $4x+7=71$; **b.** $5x+13=53$; **c.** $8x-3=37$;
d. $7x-15=20$; **e.** $20=2x+6$; **f.** $25=4x-7$.

3. Zgjidhni ekuacionet:

a. $4(y+7)=44$; **b.** $5(z+6=45$; **c.** $8(p-3)=48$;
d. $7(q-15)=63$; **e.** $20=2(m+6)$; **f.** $-12=4(n-7)$.

4. Zgjidhni ekuacionet:

a. $\frac{x}{2}+3=13$; **b.** $\frac{y}{3}+6=21$; **c.** $\frac{p}{4}-3=12$;
d. $\frac{2(n+4)}{5}=8$; **e.** $20=\frac{3(t-2)}{5}$; **f.** $-12=\frac{5(q+1)}{3}$.

5. Zgjidhni ekuacionet:

a. $4x+3=2x+1$; **b.** $10-5x=6+3x$; **c.** $\frac{x-3}{2}=\frac{2x-1}{3}$.

19

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegimi i përparuar

Nxënësit udhëzohen të zgjidhin disa prej detyrave (nga faqja 19 e librit), p.sh.: 1, 2, 3. Ekuacionet duhet të zgjidhen duke përdorur vetinë aditive dhe multiplikative.
Kërkohet nga nxënësi të provojë rezultatin e fituar për detyrat: 1a, 2b, 3c. Pasi të përfundojnë, shkruhen detyrat në tabelë dhe komentohet rezultati.
Në mënyrë të ngjashme zgjidhen edhe detyrat 4, 5. Një nxënës shkruan në tabelë zgjidhjen e detyrës 4a, tjetri 5b e kështu me radhë, derisa të zgjidhen të tri detyrat. Komentohen hapat e zgjidhjes me të gjithë nxënësit.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Pesëvargëshi

Ekuacion
Linear Kuadratik
Shkruhet Analizohet Zgjidhet
Ekuacioni është formulë matematikore.
Barazim

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për përkufizimin e ekuacionit, dallimin e ndryshores si dhe për saktësinë e zgjidhjes së ekuacionit.

Detyrë:
(Disa detyra nga fleta e punës)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 19

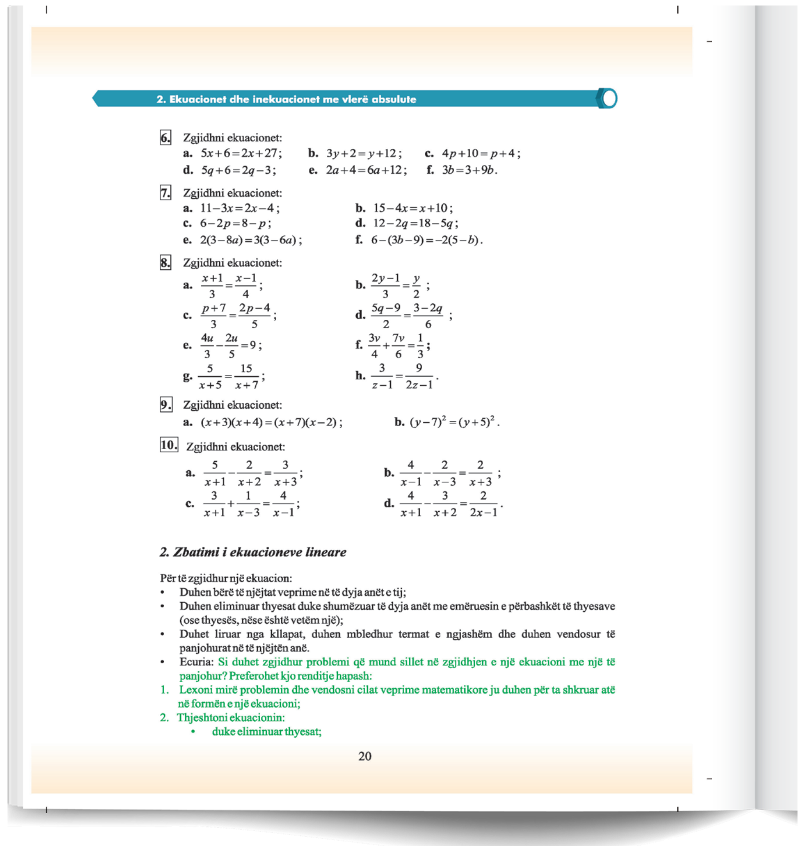
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të temës:
Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet lineare sipas shkronjave.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, I. 6, III. 3, III. 4, III. 5, IV. 4, IV. 6, V. 1, VI. 4, VI. 5
Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE


2. Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absulute

6. Zgjidhni ekuacionet:
a. $5x+6=2x+27$; **b.** $3y+2=y+12$; **c.** $4p+10=p+4$;
d. $5q+6=2q-3$; **e.** $2a+4=6a+12$; **f.** $3b=3+9b$.

7. Zgjidhni ekuacionet:
a. $11-3x=2x-4$; **b.** $15-4x=x+10$;
c. $6-2p=8-p$; **d.** $12-2q=18-5q$;
e. $2(3-8a)=3(3-6a)$; **f.** $6-(3b-9)=-2(5-b)$.

8. Zgjidhni ekuacionet:
a. $\frac{x+1}{3}=\frac{x-1}{4}$; **b.** $\frac{2y-1}{3}=\frac{y}{2}$;
c. $\frac{p+7}{3}=\frac{2p-4}{5}$; **d.** $\frac{5q-9}{2}=\frac{3-2q}{6}$;
e. $\frac{4u}{3}-\frac{2u}{5}=9$; **f.** $\frac{3v}{4}+\frac{7v}{6}=\frac{1}{3}$;
g. $\frac{5}{x+5}=\frac{15}{x+7}$; **h.** $\frac{3}{z-1}=\frac{9}{2z-1}$.

9. Zgjidhni ekuacionet:
a. $(x+3)(x+4)=(x+7)(x-2)$; **b.** $(y-7)^2=(y+5)^2$.

10. Zgjidhni ekuacionet:
a. $\frac{5}{x+1}-\frac{2}{x+2}=\frac{3}{x+3}$; **b.** $\frac{4}{x-1}-\frac{2}{x-3}=\frac{2}{x+3}$;
c. $\frac{3}{x+1}+\frac{1}{x-3}=\frac{4}{x-1}$; **d.** $\frac{4}{x+1}-\frac{3}{x+2}=\frac{2}{2x-1}$.

2. Zbatimi i ekuacioneve lineare

Për të zgjidhur një ekuacion:
- Duhen bërë të njëjtat veprime në të dyja anët e tij;
- Duhen eliminuar thyesat duke shumëzuar të dyja anët me emëruesin e përbashkët të thyesave (ose thyesës, nëse është vetëm një);
- Duhet liruar nga kllapat, duhen mbledhur termat e ngjashëm dhe duhen vendosur të panjohurat në të njëjtën anë.
- Ecuria: Si duhet zgjidhur problemi që mund sillet në zgjidhjen e një ekuacioni me një të panjohur? Preferohet kjo renditje hapash:
1. Lexoni mirë problemin dhe vendosni cilat veprime matematikore ju duhen për ta shkruar atë në formën e një ekuacioni;
2. Thjeshtoni ekuacionin:
   - duke eliminuar thyesat;

20

Njësia mësimore: Zgjidhja e ekuacioneve lineare me një të panjohur - diskutimi i zgjidhshmërisë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon ekuacionin linear me një të panjohur;
- Përdor vetinë aditive dhe multiplikative për zgjidhjen e ekuacionit;
- Zgjidh ekuacionin linear me një të panjohur - diskuton zgjidhshmërinë dhe bën provën.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

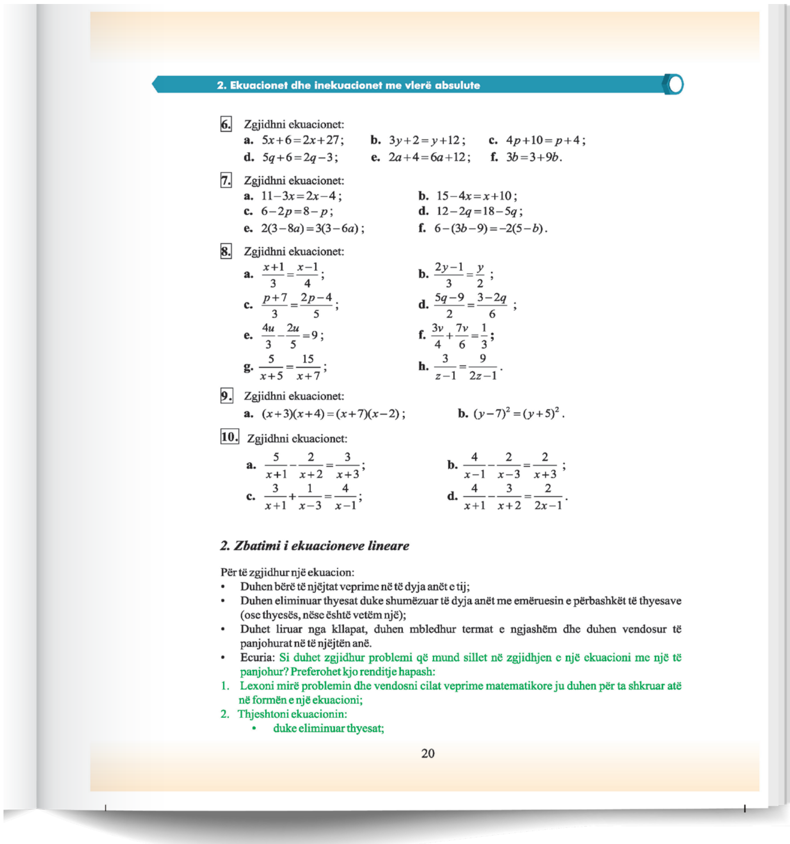
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: projektori, fletë pune me detyra të përgatitura.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Marrëdhëniet pyetje - përgjigje

Nxënësit përgjigjen individualisht në pyetjet: Çka është ekuacioni? Çka quajmë ndryshore? Çka quajmë konstante? Cilët janë hapat e zgjidhjes së ekuacionit? Cilat veti përdoren për zgjidhjen e ekuacionit? etj.
Kështu përforcohen njohuritë e fituara në lidhje me ekuacionet lineare me një të panjohur.


2. Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absulute

6. Zgjidhni ekuacionet:
a. $5x+6=2x+27$; b. $3y+2=y+12$; c. $4p+10=p+4$;
d. $5q+6=2q-3$; e. $2a+4=6a+12$; f. $3b=3+9b$.

7. Zgjidhni ekuacionet:
a. $11-3x=2x-4$; b. $15-4x=x+10$;
c. $6-2p=8-p$; d. $12-2q=18-5q$;
e. $2(3-8a)=3(3-6a)$; f. $6-(3b-9)=-2(5-b)$.

8. Zgjidhni ekuacionet:
a. $\frac{x+1}{3}=\frac{x-1}{4}$; b. $\frac{2y-1}{3}=\frac{y}{2}$;
c. $\frac{p+7}{3}=\frac{2p-4}{5}$; d. $\frac{5q-9}{2}=\frac{3-2q}{6}$;
e. $\frac{4u}{3}-\frac{2u}{5}=9$; f. $\frac{3v}{4}+\frac{7v}{6}=\frac{1}{3}$;
g. $\frac{5}{x+5}=\frac{15}{x+7}$; h. $\frac{3}{z-1}=\frac{9}{2z-1}$.

9. Zgjidhni ekuacionet:
a. $(x+3)(x+4)=(x+7)(x-2)$; b. $(y-7)^2=(y+5)^2$.

10. Zgjidhni ekuacionet:
a. $\frac{5}{x+1}-\frac{2}{x+2}=\frac{3}{x+3}$; b. $\frac{4}{x-1}-\frac{2}{x-3}=\frac{2}{x+3}$;
c. $\frac{3}{x+1}+\frac{1}{x-3}=\frac{4}{x-1}$; d. $\frac{4}{x+1}-\frac{3}{x+2}=\frac{2}{2x-1}$.

2. Zbatimi i ekuacioneve lineare

Për të zgjidhur një ekuacion:
- Duhen bërë të njëjtat veprime në të dyja anët e tij;
- Duhen eliminuar thyesat duke shumëzuar të dyja anët me emëruesin e përbashkët të thyesave (ose thyesës, nëse është vetëm një);
- Duhet liruar nga kllapat, duhen mbledhur termat e ngjashëm dhe duhen vendosur të panjohurat në të njëjtën anë.
- Ecuria: Si duhet zgjidhur problemi që mund sillet në zgjidhjen e një ekuacioni me një të panjohur? Preferohet kjo renditje hapash:

1. Lexoni mirë problemin dhe vendosni cilat veprime matematikore ju duhen për ta shkruar atë në formën e një ekuacioni;
2. Thjeshtoni ekuacionin:
   - duke eliminuar thyesat;

20

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegimi i përparuar

Kërkohet nga nxënësit të zgjidhin ekuacionet e dhëna në libër: 6a, 7a, 8a, 9a dhe më pas të bëjnë provën e detyrave .
Nxënësit udhëzohen të shkruajnë komentin, krahas zgjidhjes së ekuacionit. Detyrat zgjidhen në tabelë dhe dikutohet zgjidhshmëria.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Diskutim i përbashkët

Diskuto zgjidhshmërinë e ekuacionit
2x-3=7+2x
Pasi të kryejnë veprimet e nevojshme nxënësit vijnë në përfundim se ky ekuacion nuk ka zgjidhje.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për saktësinë e përkufizimit, përdorimit të vetive, zgjidhjes, diskutimit të zgjidhshmërisë së ekuacionit.

Detyrë:
(Detyrat 1 d, h, 2 h, 3 j)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 20

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

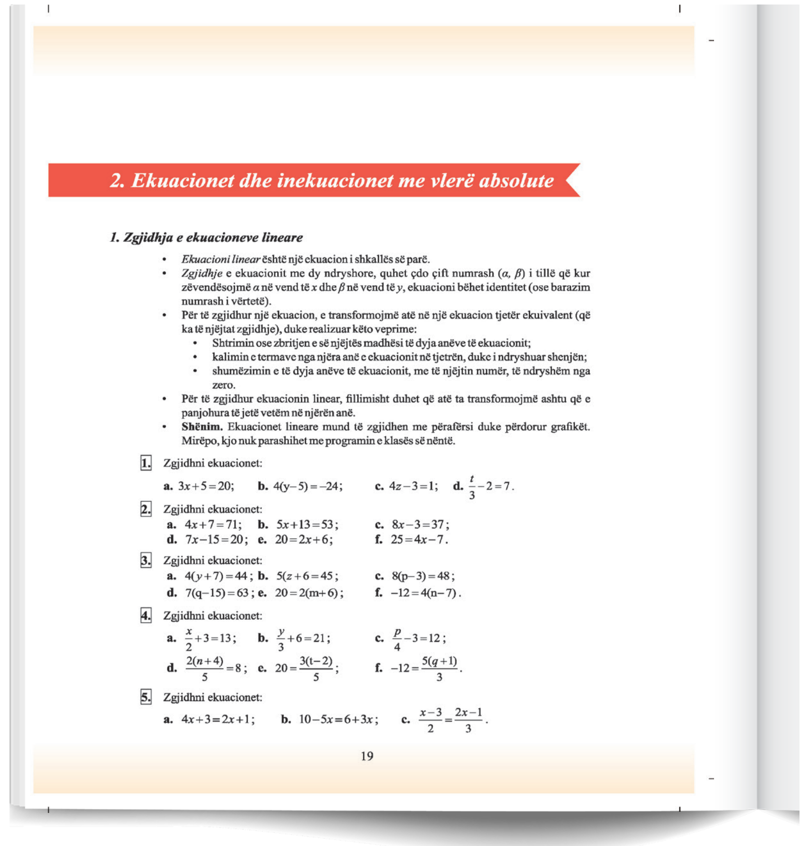
Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të temës:
Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet lineare sipas shkronjave.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, I. 6, III. 3, III. 4, III. 5, IV. 4, IV. 6, V. 1, VI. 4, VI. 5
Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Zgjidhja e ekuacioneve lineare me një të panjohur



2. Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

1. Zgjidhja e ekuacioneve lineare

- *Ekuacioni linear* është një ekuacion i shkallës së parë.
- *Zgjidhje* e ekuacionit me dy ndryshore, quhet çdo çift numrash (α, β) i tillë që kur zëvendësojmë α në vend të x dhe β në vend të y, ekuacioni bëhet identitet (ose barazim numrash i vërtetë).
- Për të zgjidhur një ekuacion, e transformojmë atë në një ekuacion tjetër ekuivalent (që ka të njëjtat zgjidhje), duke realizuar këto veprime:
  - Shtrimin ose zbritjen e së njëjtës madhësi të dyja anëve të ekuacionit;
  - kalimin e termave nga njëra anë e ekuacionit në tjetrën, duke i ndryshuar shenjën;
  - shumëzimin e të dyja anëve të ekuacionit, me të njëjtin numër, të ndryshëm nga zero.
- Për të zgjidhur ekuacionin linear, fillimisht duhet që atë ta transformojmë ashtu që e panjohura të jetë vetëm në njërën anë.
- **Shënim.** Ekuacionet lineare mund të zgjidhen me përafërsi duke përdorur grafikët. Mirëpo, kjo nuk parashihet me programin e klasës së nëntë.

1. Zgjidhni ekuacionet:
a. $3x+5=20$; **b.** $4(y-5)=-24$; **c.** $4z-3=1$; **d.** $\frac{t}{3}-2=7$.

2. Zgjidhni ekuacionet:
a. $4x+7=71$; **b.** $5x+13=53$; **c.** $8x-3=37$;
d. $7x-15=20$; **e.** $20=2x+6$; **f.** $25=4x-7$.

3. Zgjidhni ekuacionet:
a. $4(y+7)=44$; **b.** $5(z+6=45$; **c.** $8(p-3)=48$;
d. $7(q-15)=63$; **e.** $20=2(m+6)$; **f.** $-12=4(n-7)$.

4. Zgjidhni ekuacionet:
a. $\frac{x}{2}+3=13$; **b.** $\frac{y}{3}+6=21$; **c.** $\frac{p}{4}-3=12$;
d. $\frac{2(n+4)}{5}=8$; **e.** $20=\frac{3(t-2)}{5}$; **f.** $-12=\frac{5(q+1)}{3}$.

5. Zgjidhni ekuacionet:
a. $4x+3=2x+1$; **b.** $10-5x=6+3x$; **c.** $\frac{x-3}{2}=\frac{2x-1}{3}$.

19

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon ekuacionin linear me një të panjohur;
- Përdor vetinë aditive dhe multiplikative për zgjidhjen e ekuacionit;
- Zgjidh ekuacionin linear me një të panjohur - diskuton zgjidhshmërinë dhe bën provën.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

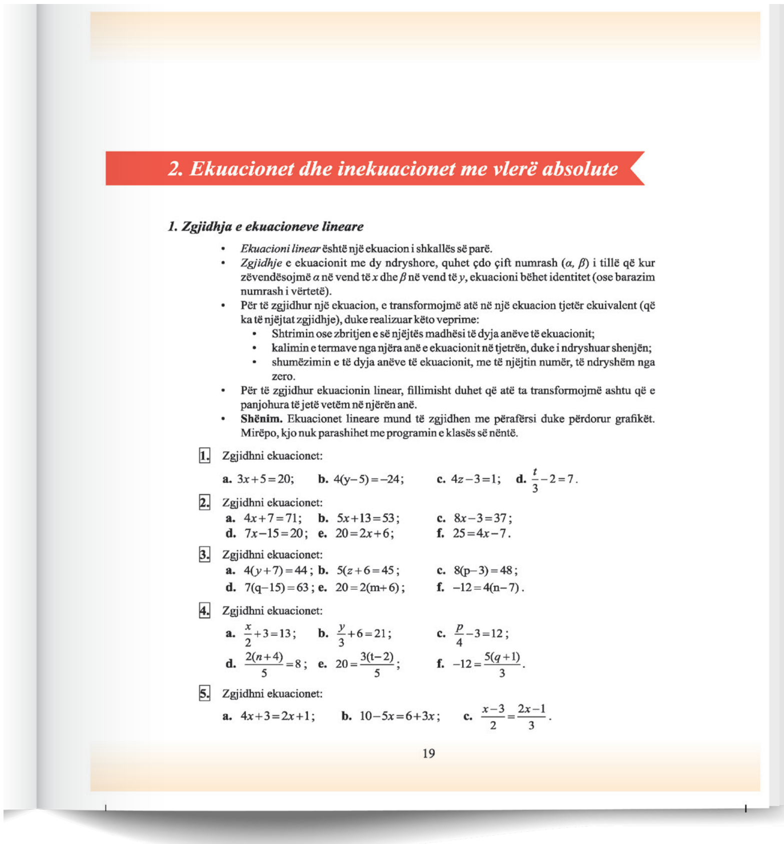
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: projektori, fletë pune me detyra të përgatitura.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Nxënësit rikujtojnë njohuritë e fituara në lidhje me ekuacionet lineare me një të panjohur.



2. Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

1. Zgjidhja e ekuacioneve lineare

- *Ekuacioni linear* është një ekuacion i shkallës së parë.
- *Zgjidhje* e ekuacionit me dy ndryshore, quhet çdo çift numrash (α, β) i tillë që kur zëvendësojmë α në vend të x dhe β në vend të y, ekuacioni bëhet identitet (ose barazim numrash i vërtetë).
- Për të zgjidhur një ekuacion, e transformojmë atë në një ekuacion tjetër ekuivalent (që ka të njëjtat zgjidhje), duke realizuar këto veprime:
  - Shtrimin ose zbritjen e së njëjtës madhësi të dyja anëve të ekuacionit;
  - kalimin e termave nga njëra anë e ekuacionit në tjetrën, duke i ndryshuar shenjën;
  - shumëzimin e të dyja anëve të ekuacionit, me të njëjtin numër, të ndryshëm nga zero.
- Për të zgjidhur ekuacionin linear, fillimisht duhet që atë ta transformojmë ashtu që e panjohura të jetë vetëm në njërën anë.
- **Shënim.** Ekuacionet lineare mund të zgjidhen me përafërsi duke përdorur grafikët. Mirëpo, kjo nuk parashihet me programin e klasës së nëntë.

1. Zgjidhni ekuacionet:

a. $3x+5=20$; **b.** $4(y-5)=-24$; **c.** $4z-3=1$; **d.** $\frac{t}{3}-2=7$.

2. Zgjidhni ekuacionet:

a. $4x+7=71$; **b.** $5x+13=53$; **c.** $8x-3=37$;
d. $7x-15=20$; **e.** $20=2x+6$; **f.** $25=4x-7$.

3. Zgjidhni ekuacionet:

a. $4(y+7)=44$; **b.** $5(z+6=45$; **c.** $8(p-3)=48$;
d. $7(q-15)=63$; **e.** $20=2(m+6)$; **f.** $-12=4(n-7)$.

4. Zgjidhni ekuacionet:

a. $\frac{x}{2}+3=13$; **b.** $\frac{y}{3}+6=21$; **c.** $\frac{p}{4}-3=12$;
d. $\frac{2(n+4)}{5}=8$; **e.** $20=\frac{3(t-2)}{5}$; **f.** $-12=\frac{5(q+1)}{3}$.

5. Zgjidhni ekuacionet:

a. $4x+3=2x+1$; **b.** $10-5x=6+3x$; **c.** $\frac{x-3}{2}=\frac{2x-1}{3}$.

19

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Ditari dypjesësh

Udhëzohen nxënësit të zgjidhin shembullin 11, 13 dhe 16 duke shkruar veprimin anash detyrës.

$\frac{x}{3}-1=\frac{x}{2}$	të dyja anët e barazimit i shumëzojmë me $shvp\{2,3\}=6$
$\left(\frac{x}{3}-1\right)\cdot 6=\frac{x}{2}\cdot 6$	lirohemi nga kllapat
$\frac{x}{3}\cdot 6-1\cdot 6=\frac{x}{2}\cdot 6$	kryejmë shumëzimet e mundshme
$2x-6=3x$	bartim kufizat me ndryshore në anën e majtë, ndërsa ato të lirat në anën e djathtë
$2x-3x=6$	mbledhim monomet e ngjashme
$-x=6$	shumëzojmë të dyja anët e barazimit me -1
$x=-6.$	

Bashkësi e zgjidhjeve është $\{-6\}$. Bëni provën.

$\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}=\frac{1}{3}x+2$	e shumëzojmë ekuacionin me numrin 12
$12\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}\right)=12\left(\frac{1}{3}x+2\right)$	lirohemi nga kllapat
$9x-6=4x+24$	të dyja anëve të ekuacionit ua zbresim shprehjen $4x$
$5x-6=24$	të dyja anëve të ekuacionit ua shtojmë numrin 6
$5x=30$	pjesëtojmë ekuacionin me numrin 5
$x=6.$	

Bashkësia e zgjidhjeve është $\{6\}$.

Në mënyrë të ngjashme zgjidhet edhe shembulli:

$$\frac{5}{3}\left(2x+\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{3}x$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Nxënësit duke punuar në dyshe zgjidhin një ekuacion, duke shkruar hapat e zgjidhjes.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për saktësinë e përkufizimit, përdorimit të vetive, zgjidhjes, diskutimit të zgjidhshmërisë së ekuacionit.

Detyrë:
(Të zgjidhen disa detyra nga faqja 19 e librit)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

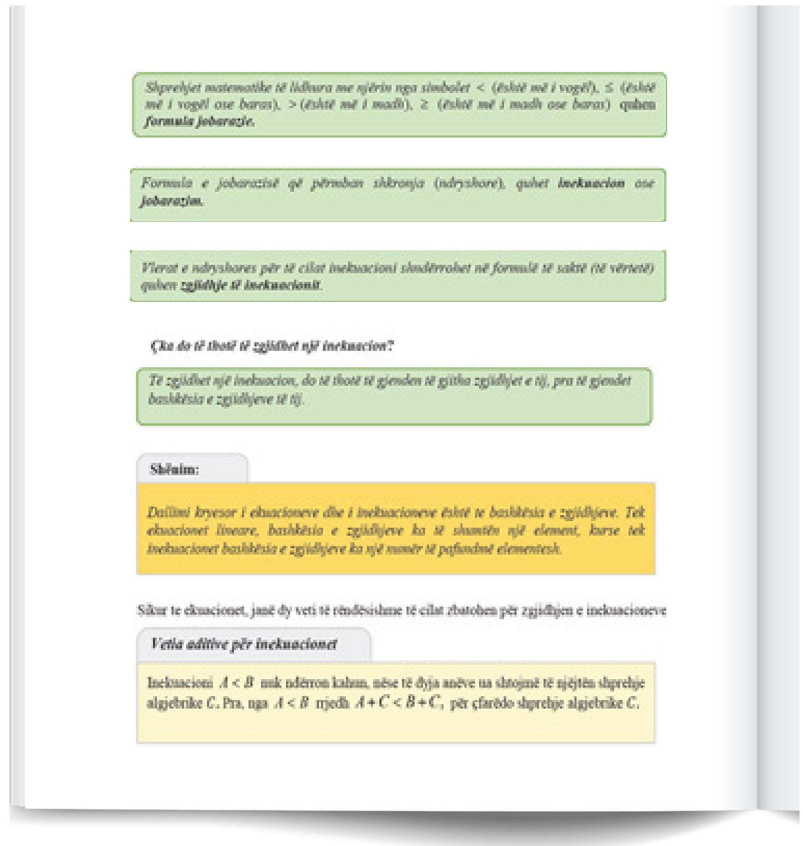
Mësimi 21

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV   **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të temës:
Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet lineare sipas shkronjave; - Paraqet zgjidhjet e inekuacioneve në boshtin numerik; - Identifikon intervalin e hapur dhe të mbyllur te inekuacionet duke e paraqitur simbolikisht.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, I. 6, III. 3, III. 4, III. 5, IV. 4, IV. 6, V. 1, VI. 4, VI. 5
Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1


*Shprehjet matematike të lidhura me njërin nga simbolet < (është më i vogël), ≤ (është më i vogël ose baras), > (është më i madh), ≥ (është më i madh ose baras) quhen **formula jobarazie.***

*Formula e jobarazisë që përmban shkronja (ndryshore), quhet **inekuacion** ose **jobarazim.***

*Vlerat e ndryshores për të cilat inekuacioni shndërrohet në formulë të saktë (të vërtetë) quhen **zgjidhje të inekuacionit.***

Çka do të thotë të zgjidhet një inekuacion?

Të zgjidhet një inekuacion, do të thotë të gjenden të gjitha zgjidhjet e tij, pra të gjendet bashkësia e zgjidhjeve të tij.

Shënim:

Dallimi kryesor i ekuacioneve dhe i inekuacioneve është te bashkësia e zgjidhjeve. Tek ekuacionet lineare, bashkësia e zgjidhjeve ka të shumtën një element, kurse tek inekuacionet bashkësia e zgjidhjeve ka një numër të pafundmë elementesh.

Sikur te ekuacionet, janë dy veti të rëndësishme të cilat zbatohen për zgjidhjen e inekuacioneve

Vetia aditive për inekuacionet

Inekuacioni $A < B$ nuk ndërron kahun, nëse të dyja anëve ua shtojmë të njëjtën shprehje algjebrike C. Pra, nga $A < B$ rrjedh $A + C < B + C$, për çfarëdo shprehje algjebrike C.

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zgjidhja e inekuacioneve lineare me një të panjohur - intervalet

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon inekuacionin linear me një të panjohur;
- Zgjidh inekuacionin linear duke përdorur vetinë aditive dhe multiplikative;
- Bashkësinë e zgjidhjeve e paraqet grafikisht dhe shkruan intervalin.

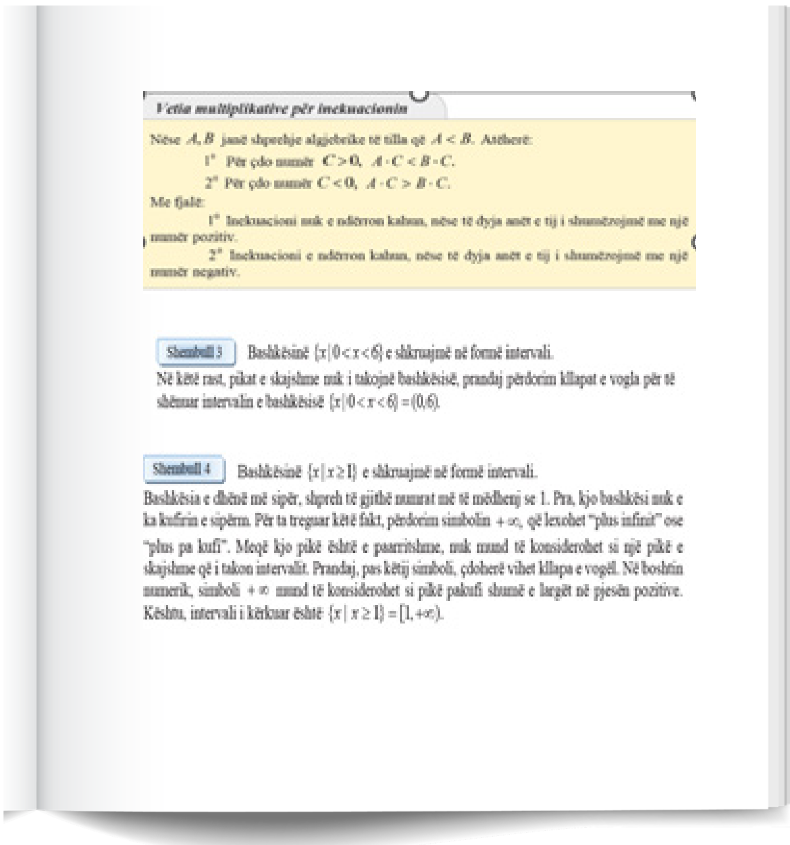
Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, fletë pune me detyra të përgatitura.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Marrëdhëniet pyetje - përgjigje
Nxënësit përgjigjen individualisht në pyetjet: Çka është inekuacioni? Çka quajmë ndryshore? Çka quajmë konstante?
Si mund të zgjidhet inekuacioni? etj.
Përmendet ngjashmëria e ekuacionit me inekuacionin: janë formula me një ndryshore, zgjidhen hap pas hapi duke përdorur vetinë aditive dhe multiplikative etj.



Vetia multiplikative për inekuacionin

Nëse A, B janë shprehje algjebrike të tilla që $A < B$. Atëherë:

1° Për çdo numër $C > 0$, $A \cdot C < B \cdot C$.

2° Për çdo numër $C < 0$, $A \cdot C > B \cdot C$.

Me fjalë:

1° Inekuacioni nuk e ndërron kahun, nëse të dyja anët e tij i shumëzojmë me një numër pozitiv.

2° Inekuacioni e ndërron kahun, nëse të dyja anët e tij i shumëzojmë me një numër negativ.

Shembull 3 Bashkësinë $\{x \mid 0 < x < 6\}$ e shkruajmë në formë intervali.

Në këtë rast, pikat e skajshme nuk i takojnë bashkësisë, prandaj përdorim kllapat e vogla për të shënuar intervalin e bashkësisë $\{x \mid 0 < x < 6\} = (0,6)$.

Shembull 4 Bashkësinë $\{x \mid x \geq 1\}$ e shkruajmë në formë intervali.

Bashkësia e dhënë më sipër, shpreh të gjithë numrat më të mëdhenj se 1. Pra, kjo bashkësi nuk e ka kufirin e sipërm. Për ta treguar këtë fakt, përdorim simbolin $+\infty$, që lexohet "plus infinit" ose "plus pa kufi". Meqë kjo pikë është e paarritshme, nuk mund të konsiderohet si një pikë e skajshme që i takon intervalit. Prandaj, pas këtij simboli, çdoherë vihet kllapa e vogël. Në boshtin numerik, simboli $+\infty$ mund të konsiderohet si pikë pakufi shumë e largët në pjesën pozitive. Kështu, intervali i kërkuar është $\{x \mid x \geq 1\} = [1, +\infty)$.

Përmenden dallimet e ekuacionit me inekuacionin: shenja e barazimit përdoret te ekuacioni, kurse shenjat e jobarazimit te inekuacioni, numri i zgjidhjeve etj. Rikujtohen hapat për zgjidhjen e inekuacionit.

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegimi i përparuar

Nxënësve u ofrohen informacione për përkufizimin e inekuacionit, vetinë aditive dhe multiplikative etj. Udhëzohen nxënësit të zgjidhin shembullin 1.

Shembull 1 Ta shkruajmë në formë intervali bashkësinë $\{x \mid -3 < x \leq 4\}$.

Që ta shkruajmë bashkësinë $\{x \mid -3 < x \leq 4\}$ në formë të intervalit, në fillim shkruajmë kllapën e vogël (për të treguar se skaji i poshtëm - i majtë - nuk i takon bashkësisë së dhënë, pastaj shkruajmë skajin e poshtëm, pra numrin -3, e vendosim, pastaj, presjen ndarëse, mandej e shkruajmë skajin e sipërm, pra numrin 4, dhe, në fund, shkruajmë kllapën e mesme], për të treguar se skaji i sipërm i takon bashkësisë së dhënë.

Inekuacioni rigoroz - kllapa e vogël

$\{x \mid -3 < x \leq 4\}$ është ekuivalent me $(-3,4]$

Inekuacioni i dobët - kllapa e mesme

Paraqitja grafike e bashkësisë $\{x \mid -3 < x \leq 4\}$ është dhënë me fig. 8.1.

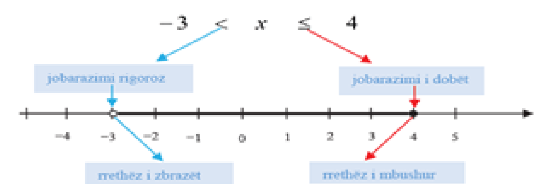


Fig. 8.1

Në mënyrë të ngjashme, sikurse te shembulli 1, zgjidhen shembujt 2, 3, 4 dhe 5.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Pesëvargëshi

<u>Inekuacion</u>
<u>Me shenjën > Me shenjën <</u>
<u>Modelohet Analizohet Zgjidhet</u>
<u>Inekuacioni është formulë matematikore.</u>
<u>Jobarazim</u>

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për saktësinë e përkufizimit, zgjidhjes, paraqitjes grafike dhe caktimit të intervalit të inekuacionit.

Detyrë:
(Fletë pune të përgatitura me detyra të ngjashme)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 22

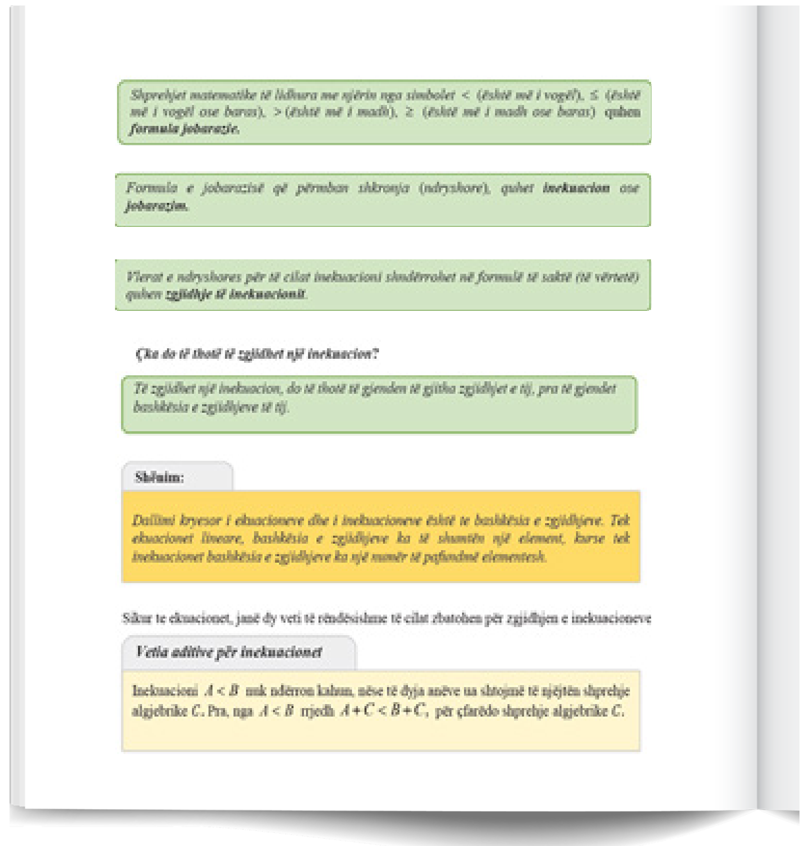
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të temës:
Paraqet zgjidhjet e inekuacioneve në boshtin numerik;
Identifikon intervalin e hapur dhe të mbyllur te inekuacionet duke e paraqitur simbolikisht.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, I. 6, III. 3, III. 4, III. 5, IV. 4, IV. 6, V. 1, VI. 4, VI. 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



*Shprehjet matematike të lidhura me njërin nga simbolet < (është më i vogël), ≤ (është më i vogël ose baras), > (është më i madh), ≥ (është më i madh ose baras) quhen **formula jobarazie.***

*Formula e jobarazisë që përmban shkronja (ndryshore), quhet **inekuacion** ose **jobarazim.***

*Vlerat e ndryshores për të cilat inekuacioni shndërrohet në formulë të saktë (të vërtetë) quhen **zgjidhje të inekuacionit.***

Çka do të thotë të zgjidhet një inekuacion?

Të zgjidhet një inekuacion, do të thotë të gjenden të gjitha zgjidhjet e tij, pra të gjendet bashkësia e zgjidhjeve të tij.

Shënim:

Dallimi kryesor i ekuacioneve dhe i inekuacioneve është te bashkësia e zgjidhjeve. Tek ekuacionet lineare, bashkësia e zgjidhjeve ka të shumtën një element, kurse tek inekuacionet bashkësia e zgjidhjeve ka një numër të pafundmë elementesh.

Sikur te ekuacionet, janë dy veti të rëndësishme të cilat zbatohen për zgjidhjen e inekuacioneve

Vetia aditive për inekuacionet

Inekuacioni $A < B$ nuk ndërron kahun, nëse të dyja anëve ua shtojmë të njëjtën shprehje algjebrike C. Pra, nga $A < B$ rrjedh $A + C < B + C$, për çfarëdo shprehje algjebrike C.

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Zgjidhja e inekuacioneve lineare me një të panjohur - intervalet

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon inekuacionin linear me një të panjohur;
- Zgjidh inekuacionin linear duke përdorur vetinë aditive dhe multiplikative;
- Paraqet grafikisht bashkësinë e zgjidhjeve dhe shkruan intervalin.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, fletë pune me detyra të përgatitura.

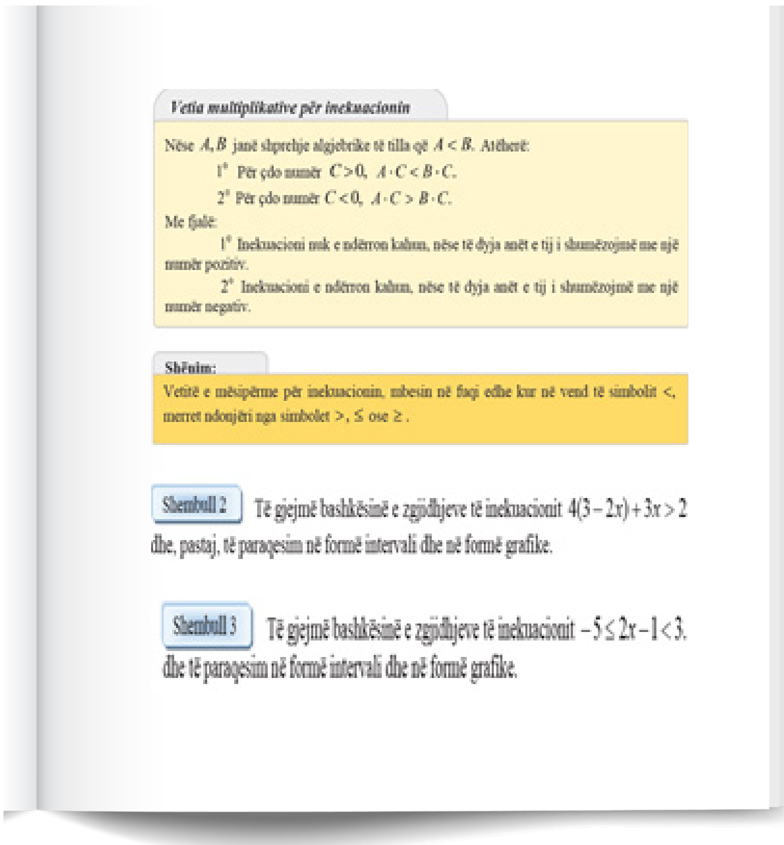
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Marrëdhëniet pyetje - përgjigje
Nxënësit përgjigjen individualisht në pyetjet: Çka është inekuacioni? Çka quajmë ndryshore? Çka quajmë konstante? Si mund të zgjidhet inekuacioni? etj.
Përmendet ngjashmëria e ekuacionit me inekuacionin: janë formula me një ndryshore, zgjidhen hap pas hapi duke përdorur vetinë aditive dhe multiplikative etj.
Përmenden dallimet e ekuacionit me inekuacionin: shenja e barazimit përdoret te ekuacioni, kurse shenjat e jobarazimit te inekuacioni, numri i zgjidhjeve etj. Nxënësit zgjidhin detyrat:

$X + 4 = -8$ dhe $X + 4 > -8$
$X = -12$ $\quad$ $X > -12$

Pra, vijnë në përfundim se ekuacioni linear ka një zgjidhje, kurse inekuacioni linear ka një bashkësi zgjidhjesh.



Vetia multiplikative për inekuacionin

Nëse A, B janë shprehje algjebrike të tilla që $A < B$. Atëherë:

1^0 Për çdo numër $C > 0$, $A \cdot C < B \cdot C$.

2^0 Për çdo numër $C < 0$, $A \cdot C > B \cdot C$.

Me fjalë:

1^0 Inekuacioni nuk e ndërron kahun, nëse të dyja anët e tij i shumëzojmë me një numër pozitiv.

2^0 Inekuacioni e ndërron kahun, nëse të dyja anët e tij i shumëzojmë me një numër negativ.

Shënim:

Vetitë e mësipërme për inekuacionin, mbesin në fuqi edhe kur në vend të simbolit $<$, merret ndonjëri nga simbolet $>$, $\leq$ ose $\geq$.

Shembull 2 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $4(3-2x)+3x>2$ dhe, pastaj, të paraqesim në formë intervali dhe në formë grafike.

Shembull 3 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $-5 \leq 2x-1 < 3$, dhe të paraqesim në formë intervali dhe në formë grafike.

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegimi i përparuar

Nxënësve u ofrohen informacione për përkufizimin e inekuacionit, vetinë aditive dhe multiplikative etj. Udhëzohen nxënësit të zgjidhin shembullin 1.

Shembull 1 **Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $2(1-2x) \geq 4(2-3x)+2x$.**
Paraqesim atë në formë intervali dhe në formë grafike.

Paraqesim atë në formë intervali dhe në formë grafike.

$2-4x \geq 8-12x+2x$	lirohemi nga kllapat
$2-4x \geq 8-12x+2x$	i mbledhim gjymtyrët e ngjashme
$2-4x \geq 8-10x$	të dyja anëve të inekuacionit ua shtojmë shprehjen 10x
$2+6x \geq 8$	të dyja anëve të inekuacionit ua zbresim numrin 2
$6x \geq 6$	të dyja anët e inekuacionit i pjesëtojmë me 6
$x \geq 1.$	

Bashkësia e zgjidhjeve është $\{x \mid x \geq 1\}$, ose në formë intervali $[1, +\infty)$, ose në formë grafike fig. 8.2.

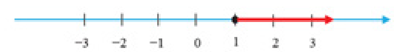


Fig. 8.2

Në mënyrë të ngjashme sikurse te shembulli 1, zgjidhet shembulli 2 dhe shembulli 3.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Duke u përgjigjur në pyetje rreth inekuacioneve nxënësit përforcojnë të kuptuarit.
Çka quajmë inekuacion?
Cilët janë hapat e zgjidhjes?
Si caktohet intervali?
Si paraqitet bashkësia e zgjidhjeve grafikisht?

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për saktësinë e përkufizimit, zgjidhjes, paraqitjes grafike dhe caktimit të intervalit të inekuacionit.

Detyrë:

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 23

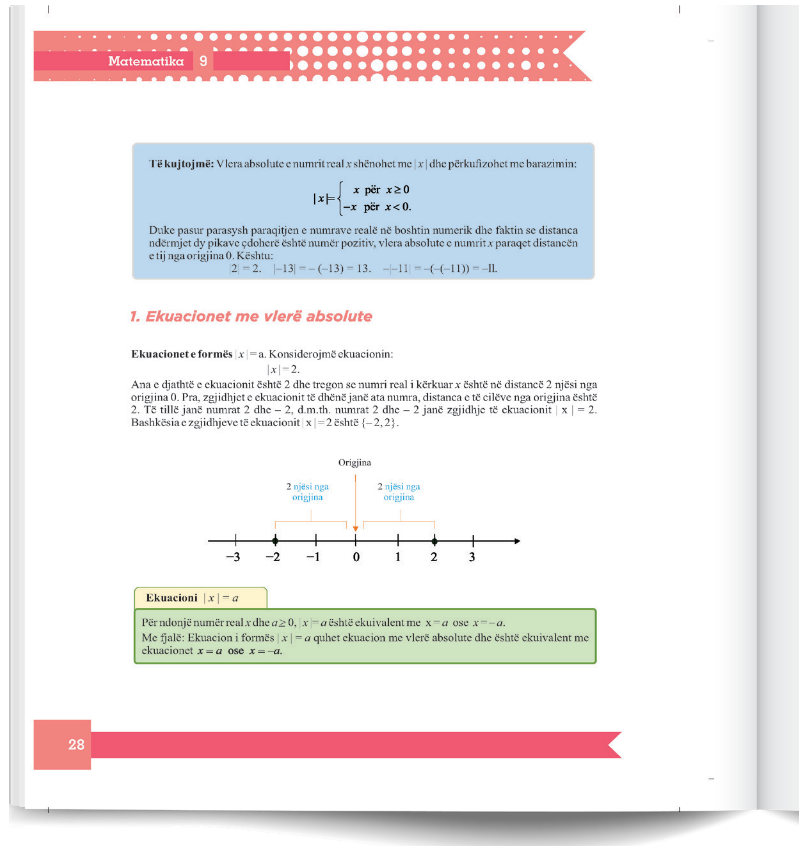
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të temës:
Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute dhe paraqet grafikisht bashkësitë e zgjidhjeve të tyre.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, I. 6, III. 3, III. 4, III. 5, IV. 4, IV. 6, V. 1, VI. 4, VI. 5,

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



Matematika 9

Të kujtojmë: Vlera absolute e numrit real x shënohet me $|x|$ dhe përkufizohet me barazimin:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{për } x \geq 0 \\ -x & \text{për } x < 0. \end{cases}$$

Duke pasur parasysh paraqitjen e numrave realë në boshtin numerik dhe faktin se distanca ndërmjet dy pikave çdoherë është numër pozitiv, vlera absolute e numrit x paraqet distancën e tij nga origjina 0. Kështu:

$|2| = 2$. $|-13| = -(-13) = 13$. $-|-11| = -(-(-11)) = -11$.

1. Ekuacionet me vlerë absolute

Ekuacionet e formës $|x| = a$. Konsiderojmë ekuacionin:

$$|x| = 2.$$

Ana e djathtë e ekuacionit është 2 dhe tregon se numri real i kërkuar x është në distancë 2 njësi nga origjina 0. Pra, zgjidhjet e ekuacionit të dhënë janë ata numra, distanca e të cilëve nga origjina është 2. Të tillë janë numrat 2 dhe – 2, d.m.th. numrat 2 dhe – 2 janë zgjidhje të ekuacionit $|x| = 2$. Bashkësia e zgjidhjeve të ekuacionit $|x| = 2$ është $\{-2, 2\}$.

Ekuacioni $|x| = a$

Për ndonjë numër real x dhe $a \geq 0$, $|x| = a$ është ekuivalent me $x = a$ ose $x = -a$.
Me fjalë: Ekuacion i formës $|x| = a$ quhet ekuacion me vlerë absolute dhe është ekuivalent me ekuacionet $x = a$ ose $x = -a$.

28

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon ekuacionin me vlerë absolute;
- Përcakton rastin e mundshëm të ekuacionit me vlerë absolute (a > 0, a = 0, a < 0);
- Zgjidh ekuacionin duke zbatuar vetinë aditie dhe multiplikative.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

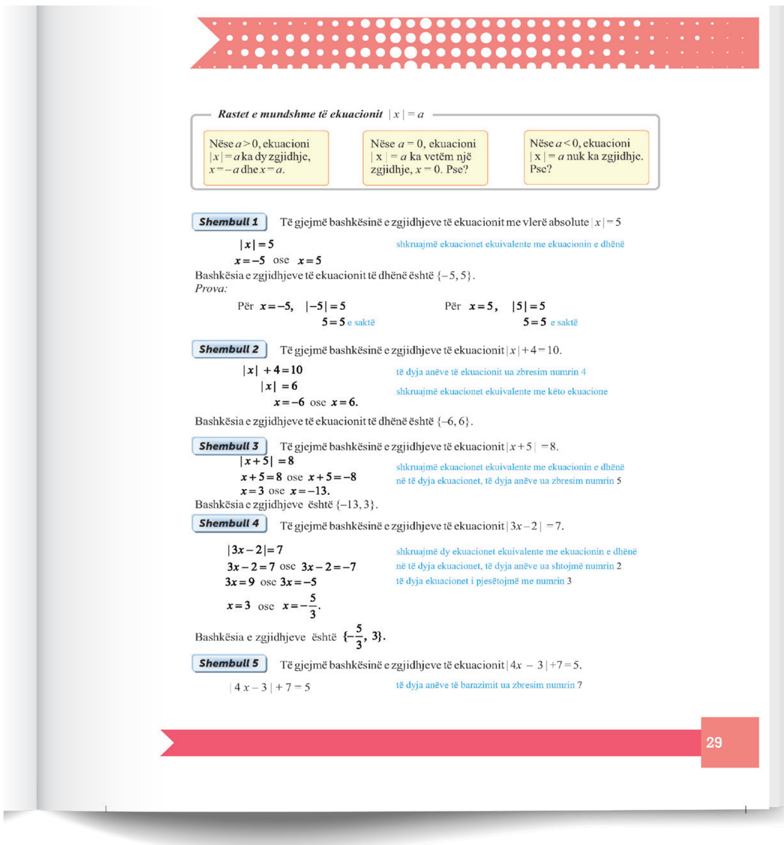
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Di-Dua të di-Mësova

Nxënësit rikujtojnë njohuritë e mëparshme lidhur me:

D – D – M Ekuacionet me vlerë absolute		
D (Di)	D (Dua të di)	M (Mësova)
Vlerën absolute të numrave realë. Ekuacionin linear me një të panjohur. Vetinë aditive dhe multiplikative. Hapat e zgjidhjes së ekuacionit linear.		


Rastet e mundshme të ekuacionit $|x| = a$

Nëse $a > 0$, ekuacioni $|x| = a$ ka dy zgjidhje, $x = -a$ dhe $x = a$.	Nëse $a = 0$, ekuacioni $|x| = a$ ka vetëm një zgjidhje, $x = 0$. Pse?	Nëse $a < 0$, ekuacioni $|x| = a$ nuk ka zgjidhje. Pse?

Shembull 1 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të ekuacionit me vlerë absolute $|x| = 5$

$|x| = 5$ — shkruajmë ekuacionet ekuivalente me ekuacionin e dhënë

$x = -5$ ose $x = 5$

Bashkësia e zgjidhjeve të ekuacionit të dhënë është $\{-5, 5\}$.

Prova:

Për $x = -5$, $|-5| = 5$, $5 = 5$ e saktë

Për $x = 5$, $|5| = 5$, $5 = 5$ e saktë

Shembull 2 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të ekuacionit $|x| + 4 = 10$.

$|x| + 4 = 10$ — të dyja anëve të ekuacionit ua zbresim numrin 4

$|x| = 6$ — shkruajmë ekuacionet ekuivalente me këto ekuacione

$x = -6$ ose $x = 6$.

Bashkësia e zgjidhjeve të ekuacionit të dhënë është $\{-6, 6\}$.

Shembull 3 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të ekuacionit $|x + 5| = 8$.

$|x + 5| = 8$ — shkruajmë ekuacionet ekuivalente me ekuacionin e dhënë

$x + 5 = 8$ ose $x + 5 = -8$ — në të dyja ekuacionet, të dyja anëve ua zbresim numrin 5

$x = 3$ ose $x = -13$.

Bashkësia e zgjidhjeve është $\{-13, 3\}$.

Shembull 4 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të ekuacionit $|3x - 2| = 7$.

$|3x - 2| = 7$ — shkruajmë dy ekuacionet ekuivalente me ekuacionin e dhënë

$3x - 2 = 7$ ose $3x - 2 = -7$ — në të dyja ekuacionet, të dyja anëve ua shtojmë numrin 2

$3x = 9$ ose $3x = -5$ — të dyja ekuacionet i pjesëtojmë me numrin 3

$x = 3$ ose $x = -\frac{5}{3}$.

Bashkësia e zgjidhjeve është $\{-\frac{5}{3}, 3\}$.

Shembull 5 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të ekuacionit $|4x - 3| + 7 = 5$.

$|4x - 3| + 7 = 5$ — të dyja anëve të barazimit ua zbresim numrin 7

29

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Di-Dua të di-Mësova

Nxënësve u jepen informacione për përkufizimin e ekuacionit |x| = a dhe tri rastet e mundshme. Bashkë me nxënësit arsyetohet zgjidhja për secilin rast të mundshëm (a > 0, a = 0, a < 0).

D – D – M Ekuacionet me vlerë absolute		
D (Di)	D (Dua të di)	M (Mësova)
Vlerën absolute të numrave realë. Ekuacionin linear me një të panjohur. Vetinë aditive dhe multiplikative. Hapat e zgjidhjes së ekuacionit linear.	Ekuacionin me vlerë absolute? Zgjidhjen e ekuacionit me vlerë absolute? Rastet e mundshme?	

Nxënësve u jepen sqarime të nevojshme për të zgjidhur shembujt prej 1 deri në 5. Udhëzohen të shkruajnë komentin anash për secilin hap të zgjidhjes.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Di-Dua të di-Mësova

D – D – M Ekuacionet me vlerë absolute		
D (Di)	D (Dua të di)	M (Mësova)
Vlerën absolute të numrave realë. Ekuacionin linear me një të panjohur. Vetinë aditive dhe multiplikative. Hapat e zgjidhjes së ekuacionit linear.	Ekuacionin me vlerë absolute? Zgjidhjen e ekuacionit me vlerë absolute? Rastet e mundshme?	Nëse $a > 0$, ekuacioni $|x| = a$ ka dy zgjidhje, $x = -a$ dhe $x = a$. Nëse $a = 0$, ekuacioni $|x| = a$ ka vetëm një zgjidhje, $x = 0$. Pse? Nëse $a < 0$, ekuacioni $|x| = a$ nuk ka zgjidhje. Pse?

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit, përcaktimit të rastit të mundshëm (a > 0, a = 0, a < 0), zgjidhjes së ekuacionit me vlerë absolute.

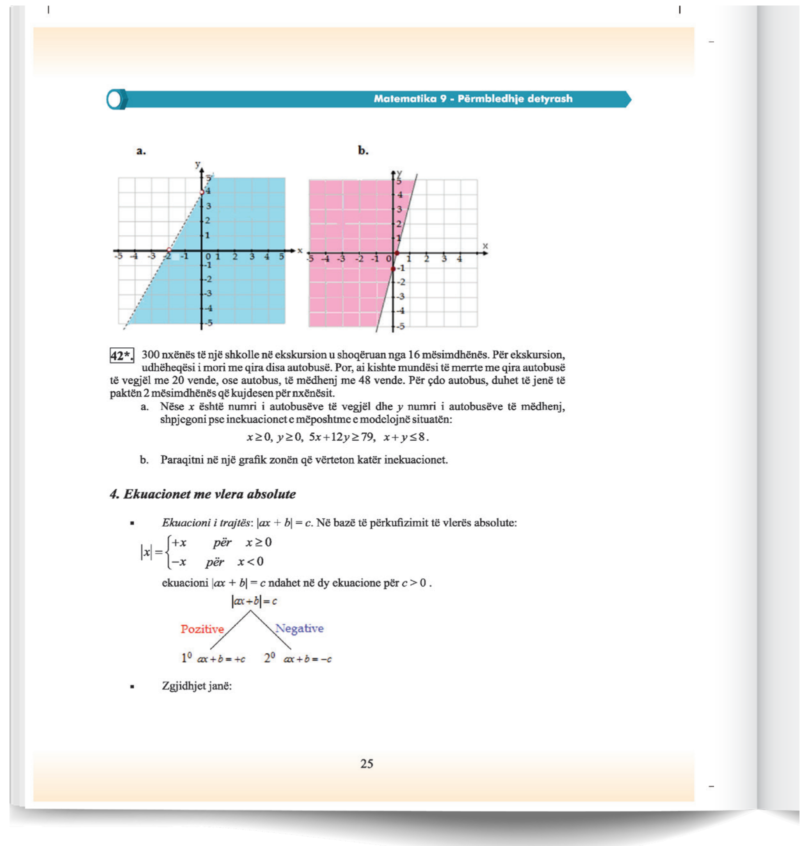
Detyrë:
(Libri bazë, faqe 31, detyrat 1 deri 5)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 24

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute


Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

a. b.

42*. 300 nxënës të një shkolle në ekskursion u shoqëruan nga 16 mësimdhënës. Për ekskursion, udhëheqësi i mori me qira disa autobusë. Por, ai kishte mundësi të merrte me qira autobusë të vegjël me 20 vende, ose autobus, të mëdhenj me 48 vende. Për çdo autobus, duhet të jenë të paktën 2 mësimdhënës që kujdesen për nxënësit.

a. Nëse x është numri i autobusëve të vegjël dhe y numri i autobusëve të mëdhenj, shpjegoni pse inekuacionet e mëposhtme e modelojnë situatën:

$$x \geq 0,\ y \geq 0,\ 5x + 12y \geq 79,\ \ x + y \leq 8.$$

b. Paraqitni në një grafik zonën që vërteton katër inekuacionet.

4. Ekuacionet me vlera absolute

- *Ekuacioni i trajtës*: $|ax + b| = c$. Në bazë të përkufizimit të vlerës absolute:

$$|x| = \begin{cases} +x & \textit{për} \quad x \geq 0 \\ -x & \textit{për} \quad x < 0 \end{cases}$$

ekuacioni $|ax + b| = c$ ndahet në dy ekuacione për $c > 0$.

$|ax+b| = c$

Pozitive Negative

1^0 $ax + b = +c$ 2^0 $ax + b = -c$

- Zgjidhjet janë:

25

Rezultatet e të nxënit të temës:
Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute dhe paraqet grafikisht bashkësitë e zgjidhjeve të tyre.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, I. 6, III. 3, III. 4, III. 5, IV. 4, IV. 6, V. 1, VI. 4, VI. 5,

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon ekuacionin me vlerë absolute;
- Përcakton rastin e mundshëm të ekuacionit me vlerë absolute (a > 0, a = 0, a < 0);
- Zgjidh ekuacionin duke zbatuar vetinë aditive dhe multiplikative.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

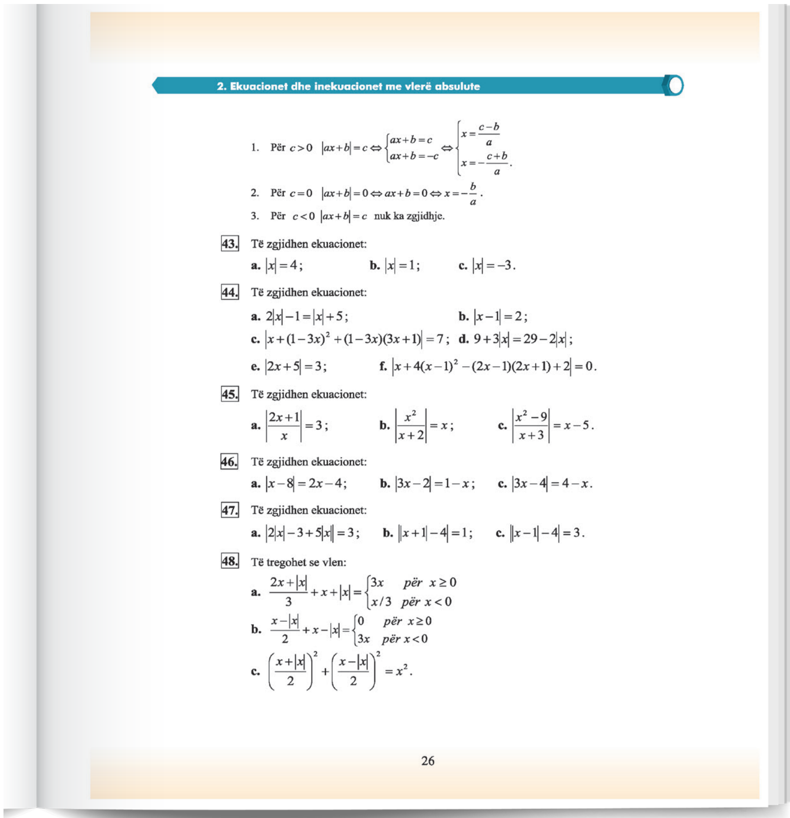
Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Nxënësit rikujtojnë përkufizimin, vetitë dhe rastet e mundshme të ekuacioneve me vlerë absolute. Analizohen disa raste të mundshme për ekuacionin e trajtës: |ax+b| = c dhe shkruhen zgjidhjet. Duke analizuar vërehet ngjashmëria dhe dallimet me zgjidhjen e ekuacionit: |x| = a i cili është mësuar më parë.

1. Për $c > 0$ $\quad |ax+b| = c \Leftrightarrow \begin{cases} ax+b = c \\ ax+b = -c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{c-b}{a} \\ x = -\dfrac{c+b}{a} \end{cases}.$

2. Për $c = 0$ $\quad |ax+b| = 0 \Leftrightarrow ax+b = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{b}{a}$.

3. Për $c < 0$ $\quad |ax+b| = c$ nuk ka zgjidhje.



2. Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absulute

1. Për $c>0$ $|ax+b|=c \Leftrightarrow \begin{cases} ax+b=c \\ ax+b=-c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{c-b}{a} \\ x=-\frac{c+b}{a}. \end{cases}$

2. Për $c=0$ $|ax+b|=0 \Leftrightarrow ax+b=0 \Leftrightarrow x=-\frac{b}{a}$.

3. Për $c<0$ $|ax+b|=c$ nuk ka zgjidhje.

43. Të zgjidhen ekuacionet:

a. $|x|=4$; **b.** $|x|=1$; **c.** $|x|=-3$.

44. Të zgjidhen ekuacionet:

a. $2|x|-1=|x|+5$; **b.** $|x-1|=2$;

c. $|x+(1-3x)^2+(1-3x)(3x+1)|=7$; **d.** $9+3|x|=29-2|x|$;

e. $|2x+5|=3$; **f.** $|x+4(x-1)^2-(2x-1)(2x+1)+2|=0$.

45. Të zgjidhen ekuacionet:

a. $\left|\frac{2x+1}{x}\right|=3$; **b.** $\left|\frac{x^2}{x+2}\right|=x$; **c.** $\left|\frac{x^2-9}{x+3}\right|=x-5$.

46. Të zgjidhen ekuacionet:

a. $|x-8|=2x-4$; **b.** $|3x-2|=1-x$; **c.** $|3x-4|=4-x$.

47. Të zgjidhen ekuacionet:

a. $|2|x|-3+5|x||=3$; **b.** $||x+1|-4|=1$; **c.** $||x-1|-4|=3$.

48. Të tregohet se vlen:

a. $\frac{2x+|x|}{3}+x+|x|=\begin{cases} 3x & për\ x\geq 0 \\ x/3 & për\ x<0 \end{cases}$

b. $\frac{x-|x|}{2}+x-|x|=\begin{cases} 0 & për\ x\geq 0 \\ 3x & për\ x<0 \end{cases}$

c. $\left(\frac{x+|x|}{2}\right)^2+\left(\frac{x-|x|}{2}\right)^2=x^2$.

26

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Analiza e tipareve semantike

Nxënësit udhëzohen të vërejnë rastin e mundshëm që paraqitet në ekuacion (a > 0, a = 0, a < 0) e pastaj të zgjidhin ekuacionin hap pas hapi, duke zbatuar rregullat. Kërkohet nga nxënësit të zgjidhin detyrat prej 43 deri 47 (pjesën e dhënë nën a)).
Nxënësve u ofrohen informacione shtesë sipas nevojës.
Pasi të përfundojnë zgjidhjen kontrollohen rezultatet dhe përmirësohen gabimet e mundshme.
Nxënësve u jepen sqarime të nevojshme për të zgjidhur shembujt prej 1 deri në 5. Udhëzohen të shkruajnë komentin anash për secilin hap të zgjidhjes.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Veprimtari zbatuese
Nxënësve u jepen sqarime të zgjidhin shembujt 6 dhe 7 (libri bazë, faqe 30).
Analizohen rastet, hapat dhe diskutohet zgjidhja e të dy shembujve.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit, përcaktimit të rastit të mundshëm (a > 0, a = 0, a < 0), zgjidhjes së ekuacionit me vlerë absolute.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 26, detyrat 43 deri 47 (pjesa nën b) e detyrës)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 25

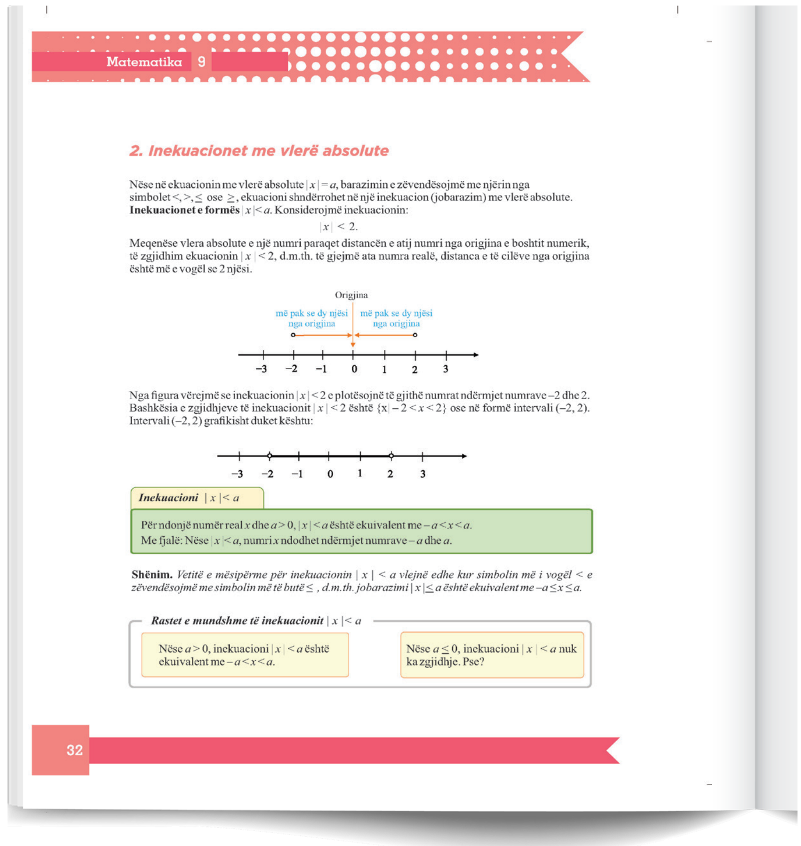
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të temës:
Paraqet zgjidhjet e inekuacioneve në boshtin numerik; Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute dhe paraqet grafikisht bashkësitë e zgjidhjeve të tyre.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, I. 6, III. 3, III. 4, III. 5, IV. 4, IV. 6, V. 1, VI. 4, VI. 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1


Matematika 9

2. Inekuacionet me vlerë absolute

Nëse në ekuacionin me vlerë absolute $|x| = a$, barazimin e zëvendësojmë me njërin nga simbolet $<, >, \leq$ ose $\geq$, ekuacioni shndërrohet në një inekuacion (jobarazim) me vlerë absolute.
Inekuacionet e formës $|x| < a$. Konsiderojmë inekuacionin:

$$|x| < 2.$$

Meqenëse vlera absolute e një numri paraqet distancën e atij numri nga origjina e boshtit numerik, të zgjidhim ekuacionin $|x| < 2$, d.m.th. të gjejmë ata numra realë, distanca e të cilëve nga origjina është më e vogël se 2 njësi.

Nga figura vërejmë se inekuacionin $|x| < 2$ e plotësojnë të gjithë numrat ndërmjet numrave –2 dhe 2. Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit $|x| < 2$ është $\{x| -2 < x < 2\}$ ose në formë intervali (–2, 2). Intervali (–2, 2) grafikisht duket kështu:

Inekuacioni $|x| < a$

Për ndonjë numër real x dhe $a > 0$, $|x| < a$ është ekuivalent me $-a < x < a$.
Me fjalë: Nëse $|x| < a$, numri x ndodhet ndërmjet numrave $-a$ dhe a.

Shënim. *Vetitë e mësipërme për inekuacionin $|x| < a$ vlejnë edhe kur simbolin më i vogël $<$ e zëvendësojmë me simbolin më të butë $\leq$, d.m.th. jobarazimi $|x| \leq a$ është ekuivalent me $-a \leq x \leq a$.*

Rastet e mundshme të inekuacionit $|x| < a$

Nëse $a > 0$, inekuacioni $|x| < a$ është ekuivalent me $-a < x < a$.

Nëse $a \leq 0$, inekuacioni $|x| < a$ nuk ka zgjidhje. Pse?

32

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Inekuacionet me vlerë absolute. Forma |x| < a

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon inekuacionin me vlerë absolute të formës |x| < a;
- Zgjidh inekuacionin vlerë absolute dhe cakton intervalin;
- Paraqet zgjidhjet e inekuacioneve në drejtëzën numerike dhe formon bashkësinë numerike të zgjidhjeve.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

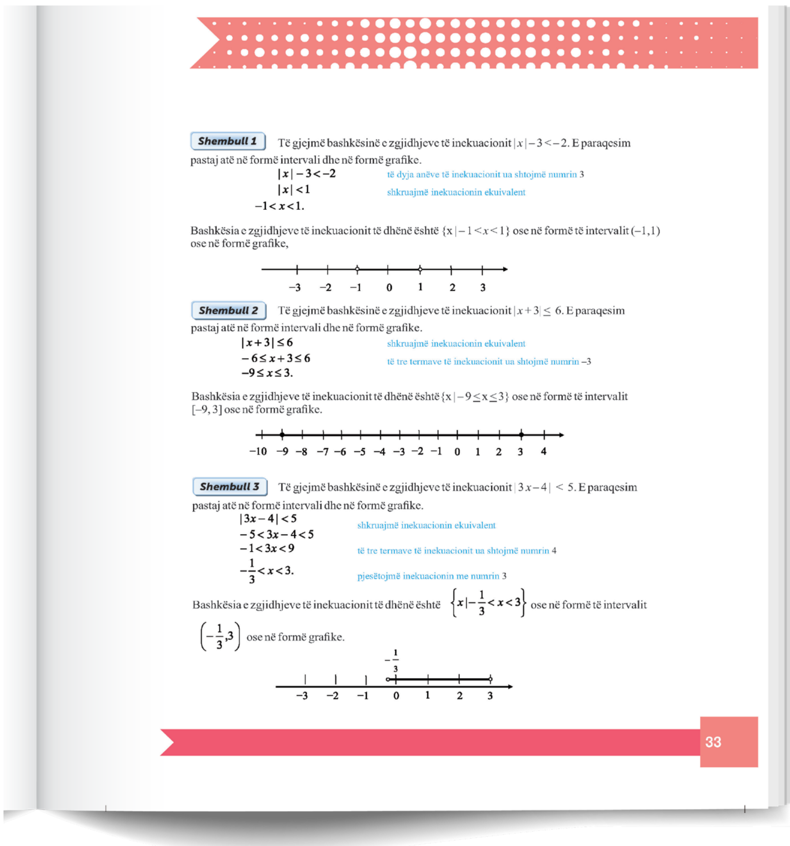
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diagrami i Venit

Nxënësit udhëzohen të paraqesin në Diagramin e Venit ngjashmëritë dhe dallimet ndërmjet ekuacionit dhe inekuacionit.



Shembull 1 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $|x|-3<-2$. E paraqesim pastaj atë në formë intervali dhe në formë grafike.

$|x|-3<-2$ të dyja anëve të inekuacionit ua shtojmë numrin 3

$|x|<1$ shkruajmë inekuacionin ekuivalent

$-1<x<1.$

Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit të dhënë është $\{x \mid -1<x<1\}$ ose në formë të intervalit $(-1,1)$ ose në formë grafike,

Shembull 2 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $|x+3| \leq 6$. E paraqesim pastaj atë në formë intervali dhe në formë grafike.

$|x+3| \leq 6$ shkruajmë inekuacionin ekuivalent

$-6 \leq x+3 \leq 6$ të tre termave të inekuacionit ua shtojmë numrin -3

$-9 \leq x \leq 3.$

Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit të dhënë është $\{x \mid -9 \leq x \leq 3\}$ ose në formë të intervalit $[-9, 3]$ ose në formë grafike.

Shembull 3 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $|3x-4| < 5$. E paraqesim pastaj atë në formë intervali dhe në formë grafike.

$|3x-4|<5$ shkruajmë inekuacionin ekuivalent

$-5<3x-4<5$

$-1<3x<9$ të tre termave të inekuacionit ua shtojmë numrin 4

$-\frac{1}{3}<x<3.$ pjesëtojmë inekuacionin me numrin 3

Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit të dhënë është $\left\{x \mid -\frac{1}{3}<x<3\right\}$ ose në formë të intervalit $\left(-\frac{1}{3},3\right)$ ose në formë grafike.

33

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Veprimtari e të lexuarit dhe të menduarit të drejtuar (DRTA)

Diskutohet me nxënës për mënyrën e zgjidhjes së ekuacionit
$|x| = a$.
Nxënësve u ofrohen informacione për përkufizimin e inekuacionit të formës $|x| < a$. Pastaj udhëzohen të lexojnë në libër paragrafët me ndalesa duke i komentuar.
Në pjesën *shënim* tregohet dallimi ndërmjet shenjave të inekuacionit $<$ dhe $\leq$ si dhe mësojnë për rastet e mundshme.
Nxënësit udhëzohen të zgjidhin shembujt prej 1 deri 3 dhe kërkohet të shkruajnë komentin anash hapit të zgjidhjes, të caktojnë intervalin dhe të paraqesin në drejtëzën numerike zgjidhjen e inekuacioneve.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Marëdhëniet pyetje-përgjigje

Duke u përgjigjur në pyetje nxënësit përforcojnë njohuritë e fituara për inekuacionet.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për saktësinë e përkufizimit, zgjidhjes, formimit të bashkësisë së zgjidhjes, paraqitjes së zgjidhjes së inekuacionit me vlerë absolute në drejtëzën numerike.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 36, detyrat 1, 4, 5)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 26

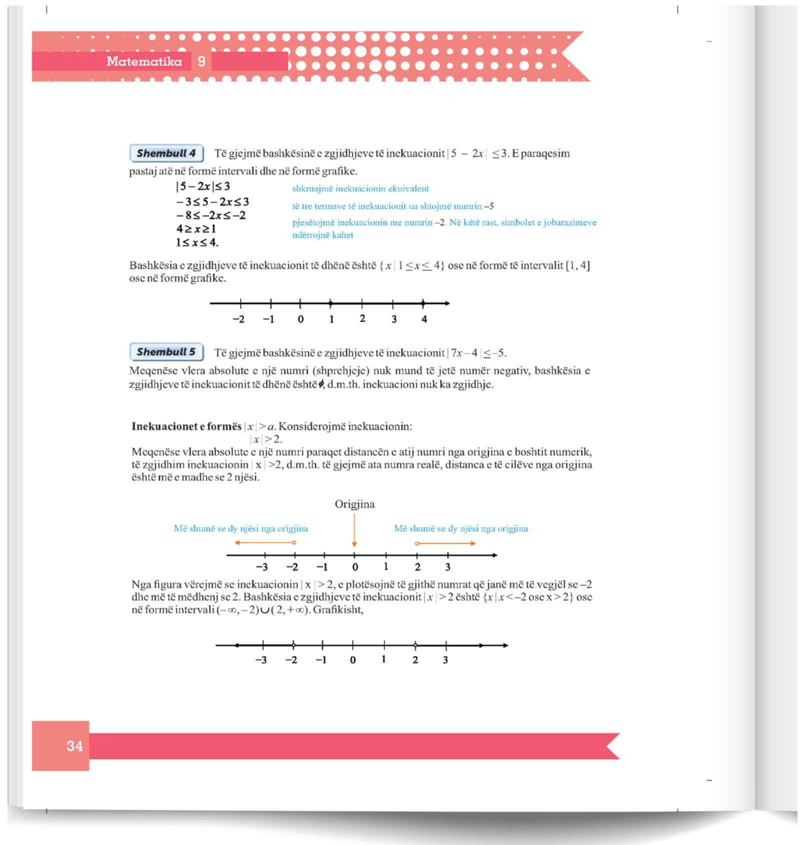
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të temës:
Paraqet zgjidhjet e inekuacioneve në boshtin numerik; Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute dhe paraqet grafikisht bashkësitë e zgjidhjeve të tyre.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, I. 6, III. 3, III. 4, III. 5, IV. 4, IV. 6, V. 1, VI. 4, VI. 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



Matematika 9

Shembull 4 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $|5-2x| \leq 3$. E paraqesim pastaj atë në formë intervali dhe në formë grafike.

$|5-2x| \leq 3$ — shkruajmë inekuacionin ekuivalent
$-3 \leq 5-2x \leq 3$ — të tre termave të inekuacionit ua shtojmë numrin –5
$-8 \leq -2x \leq -2$ — pjesëtojmë inekuacionin me numrin –2. Në këtë rast, simbolet e jobarazimeve ndërrojnë kahet
$4 \geq x \geq 1$
$1 \leq x \leq 4.$

Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit të dhënë është $\{x \mid 1 \leq x \leq 4\}$ ose në formë të intervalit $[1, 4]$ ose në formë grafike.

Shembull 5 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $|7x-4| \leq -5$.
Meqenëse vlera absolute e një numri (shprehjeje) nuk mund të jetë numër negativ, bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit të dhënë është ϕ, d.m.th. inekuacioni nuk ka zgjidhje.

Inekuacionet e formës $|x| > a$. Konsiderojmë inekuacionin:
$$|x| > 2.$$
Meqenëse vlera absolute e një numri paraqet distancën e atij numri nga origjina e boshtit numerik, të zgjidhim inekuacionin $|x| > 2$, d.m.th. të gjejmë ata numra realë, distanca e të cilëve nga origjina është më e madhe se 2 njësi.

Nga figura vërejmë se inekuacionin $|x| > 2$, e plotësojnë të gjithë numrat që janë më të vegjël se –2 dhe më të mëdhenj se 2. Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit $|x| > 2$ është $\{x \mid x < -2 \text{ ose } x > 2\}$ ose në formë intervali $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$. Grafikisht,

34

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Zgjidhja e inekuacioneve të formës $|x| < a$

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton rastet e mundshme të inekuacionit të formës $|x| < a$;
- Zgjidh inekuacionin me vlerë absolute dhe cakton intervalin.
- Paraqet zgjidhjet e inekuacioneve në drejtëzën numerike dhe formon bashkësinë numerike të zgjidhjeve.

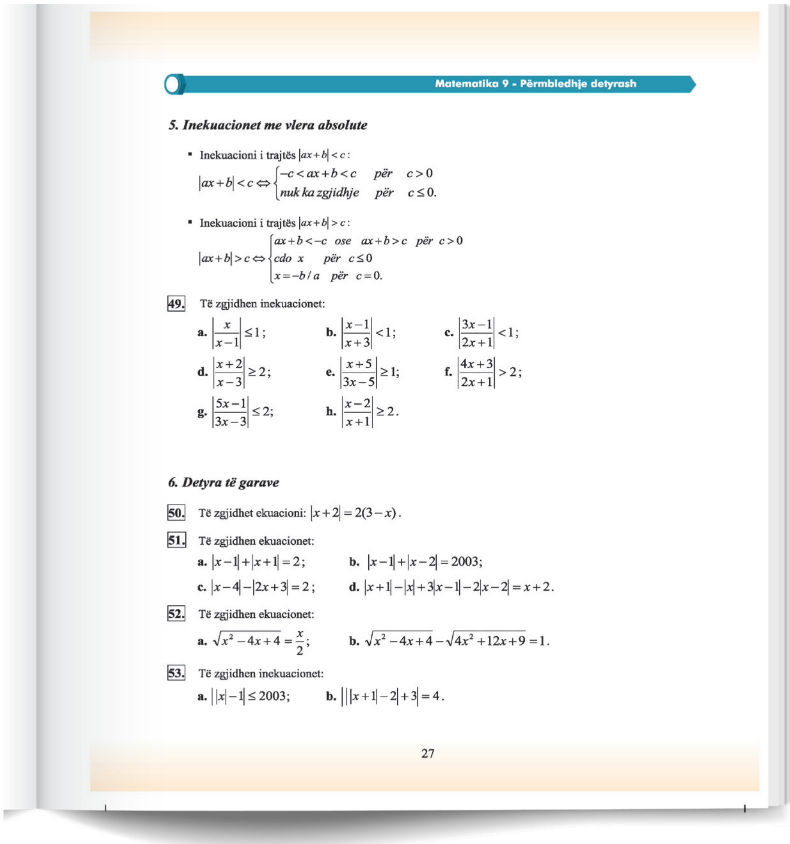
Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Pyetja sjell pyetjen
Nxënësit përgjigjen individualisht në pyetjet: Çka është inekuacioni? Çka quajmë ndryshore? Çka quajmë konstante? Si mund të zgjidhet inekuacioni? Cilat janë vetitë e inekuacionit me vlerë absolute etj.
Përmenden intervali, paraqitja në drejtëzën numerike, rastet e mundshme ($a > 0$, $a = 0$, $a < 0$) dhe mënyra e zgjidhjes së inekuacionit me vlerë absolute.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

5. Inekuacionet me vlera absolute

- Inekuacioni i trajtës $|ax+b|<c$:

$$|ax+b|<c \Leftrightarrow \begin{cases} -c<ax+b<c & \textit{për} \quad c>0 \\ \textit{nuk ka zgjidhje} & \textit{për} \quad c\le 0. \end{cases}$$

- Inekuacioni i trajtës $|ax+b|>c$:

$$|ax+b|>c \Leftrightarrow \begin{cases} ax+b<-c \quad \textit{ose} \quad ax+b>c & \textit{për} \quad c>0 \\ \textit{cdo} \ x & \textit{për} \quad c\le 0 \\ x=-b/a & \textit{për} \quad c=0. \end{cases}$$

49. Të zgjidhen inekuacionet:

a. $\left|\frac{x}{x-1}\right|\le 1$; **b.** $\left|\frac{x-1}{x+3}\right|<1$; **c.** $\left|\frac{3x-1}{2x+1}\right|<1$;

d. $\left|\frac{x+2}{x-3}\right|\ge 2$; **e.** $\left|\frac{x+5}{3x-5}\right|\ge 1$; **f.** $\left|\frac{4x+3}{2x+1}\right|>2$;

g. $\left|\frac{5x-1}{3x-3}\right|\le 2$; **h.** $\left|\frac{x-2}{x+1}\right|\ge 2$.

6. Detyra të garave

50. Të zgjidhet ekuacioni: $|x+2|=2(3-x)$.

51. Të zgjidhen ekuacionet:

a. $|x-1|+|x+1|=2$; **b.** $|x-1|+|x-2|=2003$;

c. $|x-4|-|2x+3|=2$; **d.** $|x+1|-|x|+3|x-1|-2|x-2|=x+2$.

52. Të zgjidhen ekuacionet:

a. $\sqrt{x^2-4x+4}=\frac{x}{2}$; **b.** $\sqrt{x^2-4x+4}-\sqrt{4x^2+12x+9}=1$.

53. Të zgjidhen inekuacionet:

a. $||x|-1|\le 2003$; **b.** $|||x+1|-2|+3|=4$.

27

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shqyrtim i përbashkët

Nxënësit duke u përgjigjur në pyetje rikujtojnë informacionet që kanë për përkufizimin, vetitë e inekuacionit të formës |x| < a dallimet ndërmjet < dhe ≤ . Po ashtu, theksohet rëndësia e zbatimit të rasteve të mundshme për zgjidhjen e saktë të inekuacionit |x| < a.

Nxënësit udhëzohen të zgjidhin shembujt 4 dhe 5 (libri bazë, faqe 34). Duke shkruar komentin anash hap pas hapi, përcakton bashkësinë e zgjidhjeve, intervalin dhe paraqet zgjidhjen në boshtin numerik.

Nxënësve u jepen sqarime të nevojshme për të zgjidhur detyrat 49 a), b) (përmbledhje detyrash, faqe 27). Rezultati i zgjidhjes diskutohet dhe kontrollohet.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Shkruaj në etiketë rastet e mundshme të zgjidhjes së inekuacionit të formës |x| < a. Kontrollo saktësinë e shkrimit të shokut!

Vlerësimi i nxënësve:

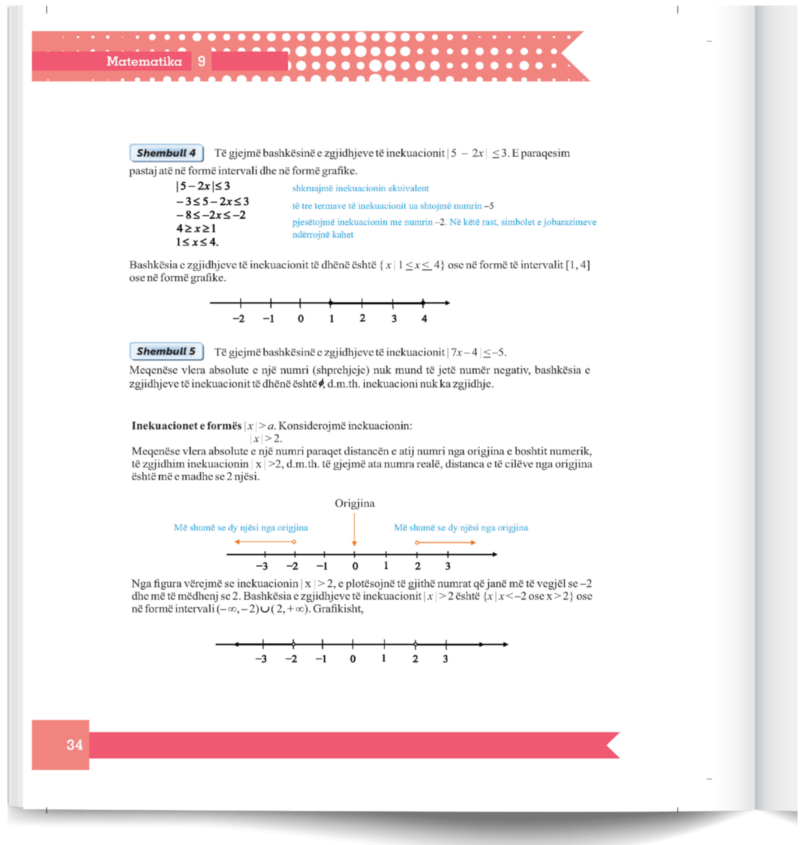
Nxënësi vlerësohet për saktësinë e përcaktimit të rastit të mundshëm, zgjidhjes, formimit të bashkësisë së zgjidhjes, paraqitjes së zgjidhjes së inekuacionit me vlerë absolute në drejtëzën numerike.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 27, detyra 49 c)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 27

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE


Matematika 9

Shembull 4 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $|5-2x|\leq 3$. E paraqesim pastaj atë në formë intervali dhe në formë grafike.

$|5-2x|\leq 3$ — shkruajmë inekuacionin ekuivalent

$-3\leq 5-2x\leq 3$ — të tre termave të inekuacionit ua shtojmë numrin -5

$-8\leq -2x\leq -2$ — pjesëtojmë inekuacionin me numrin -2. Në këtë rast, simbolet e jobarazimeve ndërrojnë kahet

$4\geq x\geq 1$

$1\leq x\leq 4.$

Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit të dhënë është $\{x \mid 1\leq x\leq 4\}$ ose në formë të intervalit $[1, 4]$ ose në formë grafike.

−2 −1 0 1 2 3 4

Shembull 5 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $|7x-4|\leq -5$.

Meqenëse vlera absolute e një numri (shprehjeje) nuk mund të jetë numër negativ, bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit të dhënë është $\emptyset$, d.m.th. inekuacioni nuk ka zgjidhje.

Inekuacionet e formës $|x|>a$. Konsiderojmë inekuacionin:

$$|x|>2.$$

Meqenëse vlera absolute e një numri paraqet distancën e atij numri nga origjina e boshtit numerik, të zgjidhim inekuacionin $|x|>2$, d.m.th. të gjejmë ata numra realë, distanca e të cilëve nga origjina është më e madhe se 2 njësi.

Origjina

Më shumë se dy njësi nga origjina — Më shumë se dy njësi nga origjina

−3 −2 −1 0 1 2 3

Nga figura vërejmë se inekuacionin $|x|>2$, e plotësojnë të gjithë numrat që janë më të vegjël se -2 dhe më të mëdhenj se 2. Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit $|x|>2$ është $\{x \mid x<-2 \text{ ose } x>2\}$ ose në formë intervali $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$. Grafikisht,

−3 −2 −1 0 1 2 3

34

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të temës:
Paraqet zgjidhjet e inekuacioneve në boshtin numerik; Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute dhe paraqet grafikisht bashkësitë e zgjidhjeve të tyre.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, I. 6, III. 3, III. 4, III. 5, IV. 4, IV. 6, V. 1, VI. 4, VI. 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Inekuacionet me vlerë absolute. Forma $|x| > a$

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton rastet e mundshme të inekuacionit të formës $|x| > a$;
- Zgjidh inekuacionin me vlerë absolute dhe cakton intervalin;
- Paraqet zgjidhjet e inekuacioneve në drejtëzën numerike dhe formon bashkësinë numerike të zgjidhjeve.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

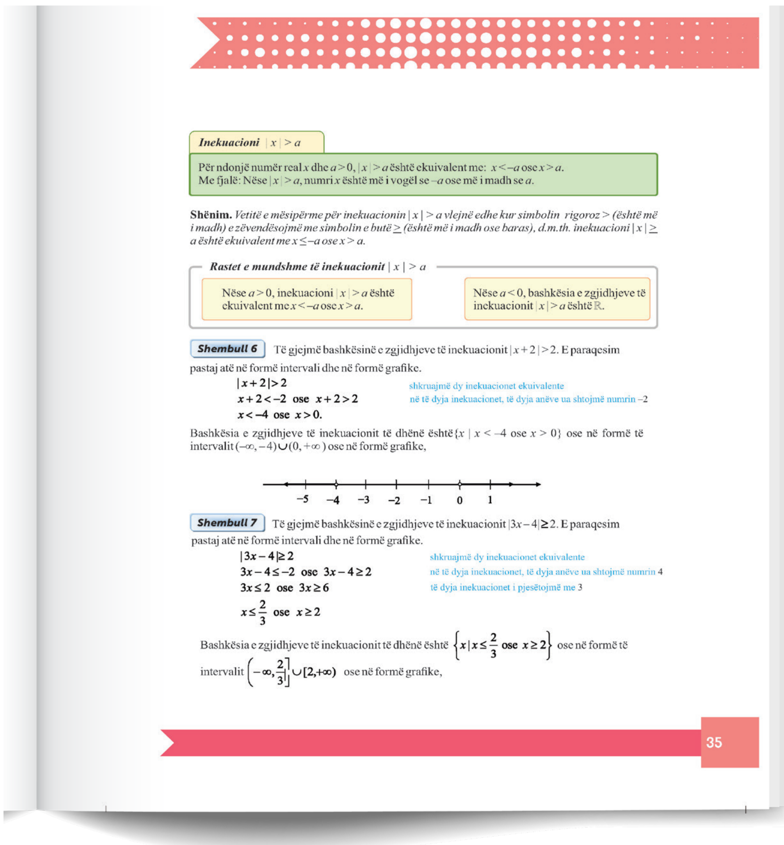
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Di-Dua të di-Mësova

Nxënësit rikujtojnë njohuritë e mëparshme lidhur me:

D – D – M Inekuacionet me vlerë absolute. Forma $\lvert x\rvert > a$		
D (Di)	D (Dua të di)	M (Mësova)
Inekuacionet me vlerë absolute të formës $\lvert x\rvert < a$. Rastet e mundshme. Hapat e zgjidhjes së inekuacionit. Intervalin. Bashkësinë e zgjidhjeve. Paraqitjen në boshtin numerik.		



Inekuacioni $|x| > a$

Për ndonjë numër real x dhe $a > 0$, $|x| > a$ është ekuivalent me: $x < -a$ ose $x > a$.
Me fjalë: Nëse $|x| > a$, numri x është më i vogël se $-a$ ose më i madh se a.

Shënim. *Vetitë e mësipërme për inekuacionin $|x| > a$ vlejnë edhe kur simbolin rigoroz > (është më i madh) e zëvendësojmë me simbolin e butë ≥ (është më i madh ose baras), d.m.th. inekuacioni $|x| \geq a$ është ekuivalent me $x \leq -a$ ose $x > a$.*

Rastet e mundshme të inekuacionit $|x| > a$

Nëse $a > 0$, inekuacioni $|x| > a$ është ekuivalent me $x < -a$ ose $x > a$.

Nëse $a < 0$, bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit $|x| > a$ është $\mathbb{R}$.

Shembull 6 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $|x+2| > 2$. E paraqesim pastaj atë në formë intervali dhe në formë grafike.

$|x+2| > 2$ — shkruajmë dy inekuacionet ekuivalente

$x+2 < -2$ ose $x+2 > 2$ — në të dyja inekuacionet, të dyja anëve ua shtojmë numrin -2

$x < -4$ ose $x > 0$.

Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit të dhënë është $\{x \mid x < -4 \text{ ose } x > 0\}$ ose në formë të intervalit $(-\infty, -4) \cup (0, +\infty)$ ose në formë grafike,

−5 −4 −3 −2 −1 0 1

Shembull 7 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $|3x-4| \geq 2$. E paraqesim pastaj atë në formë intervali dhe në formë grafike.

$|3x-4| \geq 2$ — shkruajmë dy inekuacionet ekuivalente

$3x-4 \leq -2$ ose $3x-4 \geq 2$ — në të dyja inekuacionet, të dyja anëve ua shtojmë numrin 4

$3x \leq 2$ ose $3x \geq 6$ — të dyja inekuacionet i pjesëtojmë me 3

$x \leq \frac{2}{3}$ ose $x \geq 2$

Bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit të dhënë është $\left\{x \mid x \leq \frac{2}{3} \text{ ose } x \geq 2\right\}$ ose në formë të intervalit $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right] \cup [2, +\infty)$ ose në formë grafike,

35

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Di-Dua të di-Mësova

D – D – M Inekuacionet me vlerë absolute. Forma $\lvert x\rvert > a$		
D (Di)	D (Dua të di)	M (Mësova)
Inekuacionet me vlerë absolute të formës $\lvert x\rvert < a$. Rastet e mundshme. Hapat e zgjidhjes së inekuacionit. Intervalin. Bashkësinë e zgjidhjeve. Paraqitjen në boshtin numerik.	Inekuacionet me vlerë absolute të formës $\lvert x\rvert > a$?	

Nxënësve u ofrohen informacione për përkufizimin e inekuacionit me vlerë absolute të formës |x| > a, vetitë, simbolet > dhe ≥ dhe rastet e mundshme.

Nxënësve u jepen sqarime të nevojshme të zgjidhin shembujt 6, 7, 8 nga libri bazë (faqe 34). Diskutohen hapat e zgjidhjes, kontrollohet rezultati dhe përmirësohen gabimet e rastit.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Di-Dua të di-Mësova

D – D – M		
D (Di)	D (Dua të di)	M (Mësova)
Inekuacionet me vlerë absolute të formës $\lvert x\rvert < a$. Rastet e mundshme. Intervalin.	Inekuacionet me vlerë absolute të formës $\lvert x\rvert > a$?	Nëse $\lvert x\rvert > a$, numri x është më i vogël se - a ose më i madh se a. Kjo veti vlen edhe në rastin kur simbolin > e zëvendësojmë me ≥. Rastet e mundshme të inekuacionit $\lvert x\rvert > a$: Nëse $a < 0$, bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit $\lvert x\rvert > a$ është $\mathbb{R}$. Nëse $a > 0$, inekuacioni $\lvert x\rvert > a$ është ekuivalent me $x < -a$ ose $x > a$.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për saktësinë e përcaktimit të rastit të mundshëm, zgjidhjes, formimit të bashkësisë së zgjidhjes, paraqitjes së zgjidhjes së inekuacionit me vlerë absolute në drejtëzën numerike.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 36, detyrat 1 deri 6)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 28

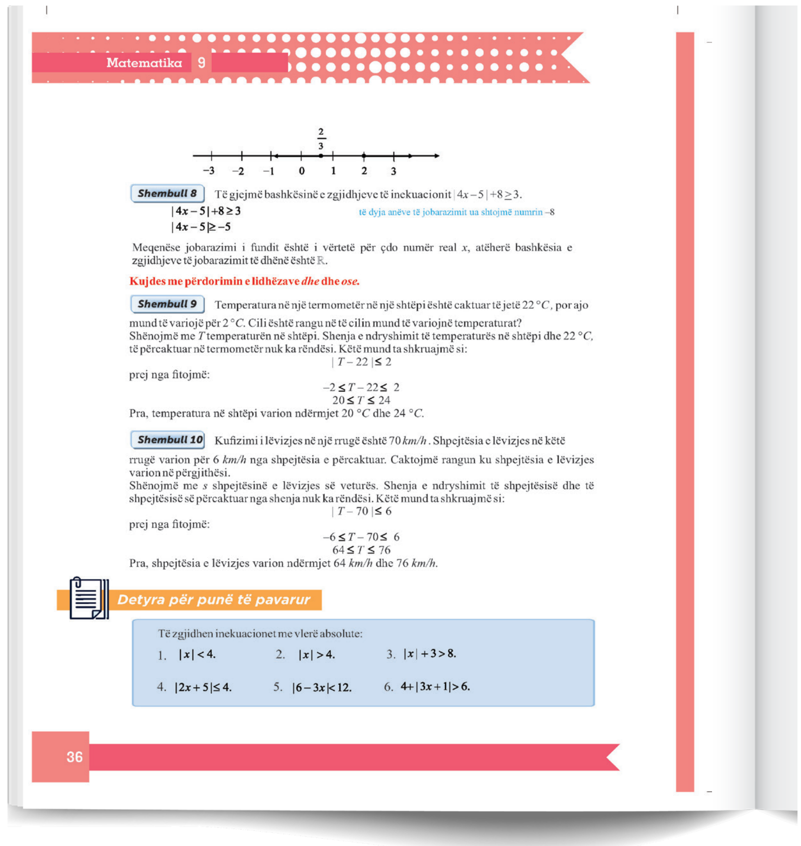
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të temës:
Paraqet zgjidhjet e inekuacioneve në boshtin numerik; Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute dhe paraqet grafikisht bashkësitë e zgjidhjeve të tyre.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, I. 6, III. 3, III. 4, III. 5, IV. 4, IV. 6, V. 1, VI. 4, VI. 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1


Matematika 9

Shembull 8 Të gjejmë bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit $|4x-5|+8\geq 3$.

$|4x-5|+8\geq 3$ — të dyja anëve të jobarazimit ua shtojmë numrin -8

$|4x-5|\geq -5$

Meqenëse jobarazimi i fundit është i vërtetë për çdo numër real x, atëherë bashkësia e zgjidhjeve të jobarazimit të dhënë është $\mathbb{R}$.

Kujdes me përdorimin e lidhëzave *dhe* dhe *ose*.

Shembull 9 Temperatura në një termometër në një shtëpi është caktuar të jetë 22 °C, por ajo mund të variojë për 2 °C. Cili është rangu në të cilin mund të variojnë temperaturat?
Shënojmë me T temperaturën në shtëpi. Shenja e ndryshimit të temperaturës në shtëpi dhe 22 °C, të përcaktuar në termometër nuk ka rëndësi. Këtë mund ta shkruajmë si:

$$|T-22|\leq 2$$

prej nga fitojmë:

$$-2\leq T-22\leq 2$$
$$20\leq T\leq 24$$

Pra, temperatura në shtëpi varion ndërmjet 20 °C dhe 24 °C.

Shembull 10 Kufizimi i lëvizjes në një rrugë është 70 km/h. Shpejtësia e lëvizjes në këtë rrugë varion për 6 km/h nga shpejtësia e përcaktuar. Caktojmë rangun ku shpejtësia e lëvizjes varion në përgjithësi.
Shënojmë me s shpejtësinë e lëvizjes së veturës. Shenja e ndryshimit të shpejtësisë dhe të shpejtësisë së përcaktuar nga shenja nuk ka rëndësi. Këtë mund ta shkruajmë si:

$$|T-70|\leq 6$$

prej nga fitojmë:

$$-6\leq T-70\leq 6$$
$$64\leq T\leq 76$$

Pra, shpejtësia e lëvizjes varion ndërmjet 64 km/h dhe 76 km/h.

Detyra për punë të pavarur

Të zgjidhen inekuacionet me vlerë absolute:

1. $|x|<4.$ 2. $|x|>4.$ 3. $|x|+3>8.$
4. $|2x+5|\leq 4.$ 5. $|6-3x|<12.$ 6. $4+|3x+1|>6.$

36

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Zgjidhja e inekuacioneve të formës |x| > a

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton rastet e mundshme të inekuacionit të formës |x| > a;
- Zgjidh inekuacionin me vlerë absolute dhe cakton intervalin;
- Paraqet zgjidhjet e inekuacioneve në drejtëzën numerike dhe formon bashkësinë numerike të zgjidhjeve.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

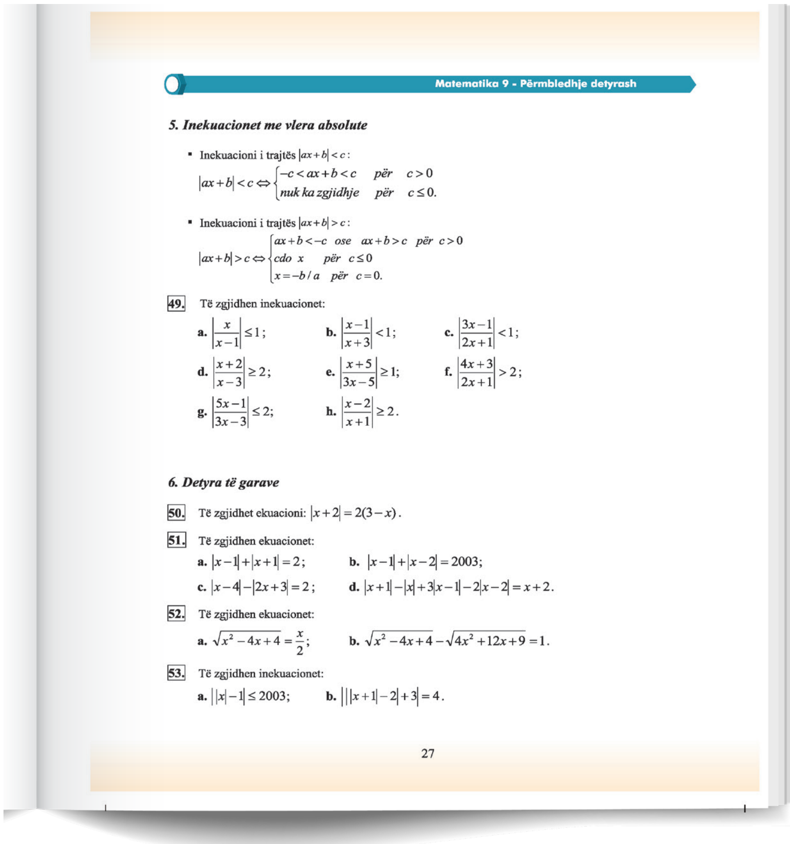
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, etiketat me detyra, vizorja

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Veprimtari e të nxënit në dyshe

Nxënësit duke punuar në dyshe shkruajnë rastet e mundshme të inekuacionit të formës |x| > a.
U ndahen etiketat që përmbajnë dy detyra me inekuacione, psh.:
1. |x| > 6 2. |x| > –6
Secili nxënës e zgjidh detyrën përkatëse, pastaj ia kontrollon detyrën shokut të bankës.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

5. Inekuacionet me vlera absolute

- Inekuacioni i trajtës $|ax+b|<c$:

$$|ax+b|<c \Leftrightarrow \begin{cases} -c<ax+b<c & \text{për} \quad c>0 \\ \text{nuk ka zgjidhje} & \text{për} \quad c\le 0. \end{cases}$$

- Inekuacioni i trajtës $|ax+b|>c$:

$$|ax+b|>c \Leftrightarrow \begin{cases} ax+b<-c \ \text{ ose } \ ax+b>c & \text{për} \ c>0 \\ \text{cdo } x & \text{për} \ c\le 0 \\ x=-b/a & \text{për} \ c=0. \end{cases}$$

49. Të zgjidhen inekuacionet:

a. $\left|\frac{x}{x-1}\right|\le 1$; **b.** $\left|\frac{x-1}{x+3}\right|<1$; **c.** $\left|\frac{3x-1}{2x+1}\right|<1$;

d. $\left|\frac{x+2}{x-3}\right|\ge 2$; **e.** $\left|\frac{x+5}{3x-5}\right|\ge 1$; **f.** $\left|\frac{4x+3}{2x+1}\right|>2$;

g. $\left|\frac{5x-1}{3x-3}\right|\le 2$; **h.** $\left|\frac{x-2}{x+1}\right|\ge 2$.

6. Detyra të garave

50. Të zgjidhet ekuacioni: $|x+2|=2(3-x)$.

51. Të zgjidhen ekuacionet:

a. $|x-1|+|x+1|=2$; **b.** $|x-1|+|x-2|=2003$;

c. $|x-4|-|2x+3|=2$; **d.** $|x+1|-|x|+3|x-1|-2|x-2|=x+2$.

52. Të zgjidhen ekuacionet:

a. $\sqrt{x^2-4x+4}=\frac{x}{2}$; **b.** $\sqrt{x^2-4x+4}-\sqrt{4x^2+12x+9}=1$.

53. Të zgjidhen inekuacionet:

a. $||x|-1|\le 2003$; **b.** $|||x+1|-2|+3|=4$.

27

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët me këmbime (grupet e ekspertëve)

Nxënësit udhëzohen që duke punar në grupe, të zgjidhin detyrat për punë të pavarur nga libri bazë (faqe 36). Krahasojnë rezultatin dhe kontrollojnë gabimet.

Nxënësve u ofrohen sqarime për të zgjidhur problemën e dhënë te shembulli 10.

Në mënyrë të ngjashme veprohet edhe për zgjidhjen e detyrave 49 d), e) (nga përmbledhja e detyrave, faqe 27).

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Pesëvargëshi

Inekuacioni i formës |x| > a

Nëse $a>0$, inekuacioni $|x|>a$ është ekuivalent me $x<-a$ ose $x>a$.

Nëse $a<0$, bashkësia e zgjidhjeve të inekuacionit $|x|>a$ është R.

përcaktohet (intervali) zgjidhet paraqitet grafikisht

Nëse numri x është më i vogël se – a ose më i madh se a.

Bashkësi zgjidhjesh

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për saktësinë e përcaktimit të rastit të mundshëm, zgjidhjes, formimit të bashkësisë së zgjidhjes, paraqitjes së zgjidhjes së inekuacionit me vlerë absolute në drejtëzën numerike.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 27, detyrat 50, 51)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 29

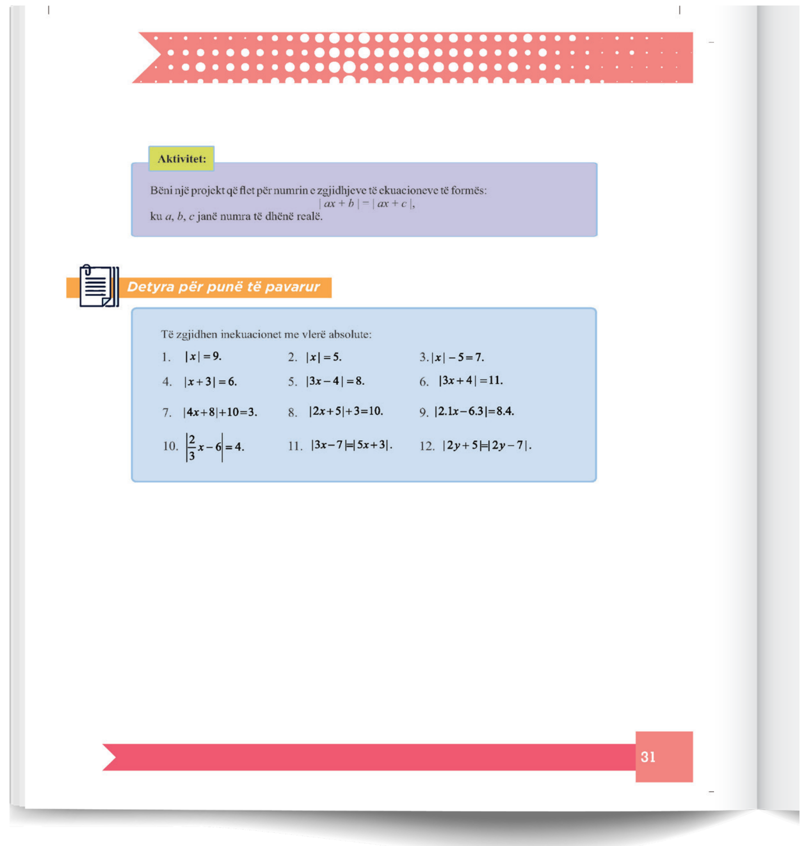
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të temës:
Zgjidh ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute dhe paraqet grafikisht bashkësitë e zgjidhjeve të tyre;
Përdor ekuacionin në fizikë, kimi dhe lëmenj të tjerë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I. 1, I. 2, I. 6, III. 3, III. 4, III. 5, IV. 4, IV. 6, V. 1, VI. 4, VI. 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1, 1. 2, 2. 1, 3. 2, 4. 1, 5. 1



Aktivitet:

Bëni një projekt që flet për numrin e zgjidhjeve të ekuacioneve të formës:

$$|ax + b| = |ax + c|,$$

ku a, b, c janë numra të dhënë realë.

Detyra për punë të pavarur

Të zgjidhen inekuacionet me vlerë absolute:

1. $|x| = 9.$
2. $|x| = 5.$
3. $|x| - 5 = 7.$
4. $|x+3| = 6.$
5. $|3x-4| = 8.$
6. $|3x+4| = 11.$
7. $|4x+8|+10=3.$
8. $|2x+5|+3=10.$
9. $|2.1x-6.3|=8.4.$
10. $\left|\frac{2}{3}x-6\right|=4.$
11. $|3x-7|=|5x+3|.$
12. $|2y+5|=|2y-7|.$

31

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Ekuacionet dhe inekuacionet me vlerë absolute

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon ekuacionin, inekuacionin dhe vetitë e tyre;
- Zgjidh ekuacionin dhe inekuacionin;
- Përcakton intervalin e inekuacionit dhe paraqet zgjidhjen grafikisht.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Harta e koncepteve

Nxënësit udhëzohen të shkruajnë në mesin e faqes së fletores dy fjalë kyçe: ekuacion, inekuacion. Pastaj të degëzojnë secilin prej koncepteve, me sa më shumë karakteristika.

Ekuacion	Inekuacion
Formulë me shenjën =	Formulë me shenjën <, >,≥,≤
Ka një zgjidhje etj.	Ka një bashkësi zgjidhjesh etj.

1.

Zgjidhni ekuacionet:

a. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{x-1}{4}$;

c. $\dfrac{p+7}{3}=\dfrac{2p-4}{5}$;

2. Gjeni bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacioneve:

a. $\dfrac{x}{2}+3>7$;

d. $\dfrac{5x-2}{3}\leq 6$.

3.

Duke zbatuar ekuivalencën $|x|\leq a \wedge a>0 \Leftrightarrow -a\leq x\leq a$ cila është zgjidhja e inekuacionit $\left|\dfrac{x}{x-1}\right|<2$?

a) $x\in\left(-\infty,-\dfrac{1}{3}\right)\cup(2,+\infty)$ b) $x\in\left(-\infty,\dfrac{1}{3}\right)\cup(2,+\infty)$

c) $x\in\left(-\infty,\dfrac{2}{3}\right)\cup(2,+\infty)$ d) $x\in\left(-\infty,-\dfrac{1}{3}\right)\cup(0,+\infty)$

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Mbajtja e strukturuar e shënimeve

Nxënësve u ofrohen sqarime të nevojshme për të zgjidhur detyrat 1 deri 3. Kërkohet nga nxënësit të komentojnë për vetinë e përdorur në çdo hap të zgjidhjes. Pasi të përfundojnë detyrën e parë shkruhet zgjidhja në tabelë, kontrollohen rezultatet e pastaj të dytën dhe të tretën.
Në mënyrë të ngjashme veprohet edhe për zgjidhjen e detyrave 8, 9, 10 nga faqja 31 e librit bazë.
Pastaj bashkë me nxënësit analizohet dhe zgjidhet detyra problemore e dhënë te shembulli 9.

Shembull 9 Temperatura në një termometër në një shtëpi është caktuar të jetë 22 °C, por ajo mund të variojë për 2 °C. Cili është rangu në të cilën mund të variojnë temperaturat?
Shënojmë me T temperaturën në shtëpi. Shenja e ndryshimit të temperaturës në shtëpi dhe 22 °C, të përcaktuar në termometër nuk ka rëndësi. Këtë mund ta shkruajmë si:

$$|T-22|\leq 2$$

prej nga fitojmë:

$$-2\leq T-22\leq 2$$
$$20\leq T\leq 24$$

Pra, temperatura në shtëpi varion ndërmjet 20 °C dhe 24 °C.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rrjeti i diskutimit

Nxënësit nxiten të diskutojnë ku zbatohen në jetën e përditshme ekuacionet dhe inekuacionet.

- Fizikë, Gjeografi, Kimi etj.
- Problemat nga jeta e përditshme shpesh formulohen me ndihmën e ekuacioneve dhe inekuacioneve.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për saktësinë e përkufizimit, zgjidhjes, formimit të bashkësisë së zgjidhjes, paraqitjes së zgjidhjes së inekuacionit në drejtëzën numerike.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 29, ushtrim vlerësues)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 30

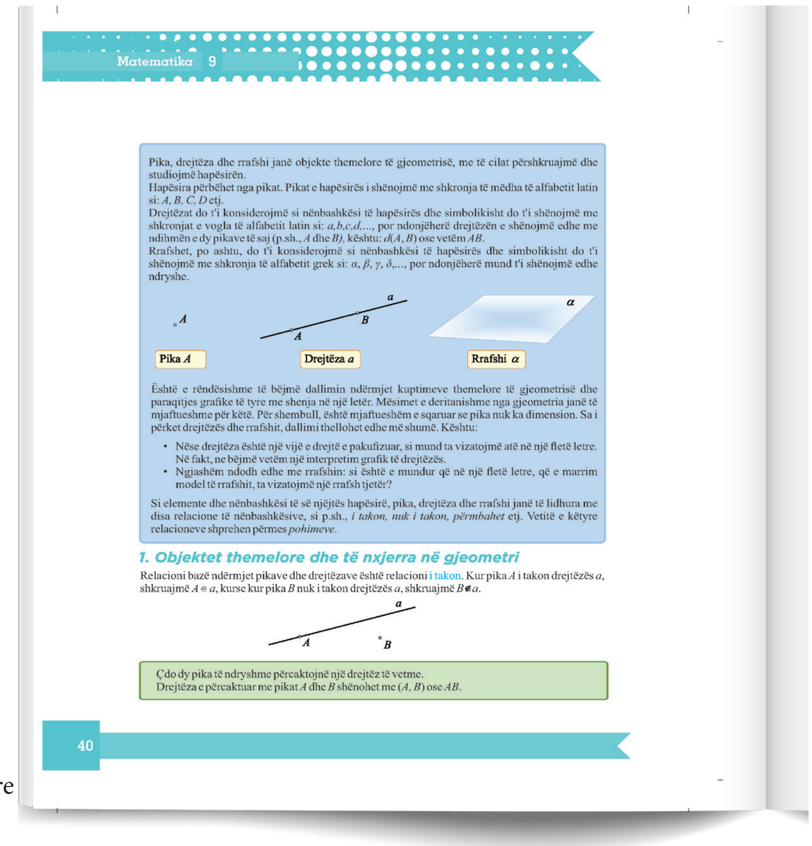
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Dallon objektet themelore gjeometrike (pikën, drejtëzën, rrafshin).

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, II. 5, III. 3, III. 5, III. 6.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1, 3. 1, 3. 2, 3. 4, 5. 1.



Pika, drejtëza dhe rrafshi janë objekte themelore të gjeometrisë, me të cilat përshkruajmë dhe studiojmë hapësirën.
Hapësira përbëhet nga pikat. Pikat e hapësirës i shënojmë me shkronja të mëdha të alfabetit latin si: A, B, C, D etj.
Drejtëzat do t'i konsiderojmë si nënbashkësi të hapësirës dhe simbolikisht do t'i shënojmë me shkronjat e vogla të alfabetit latin si: $a, b, c, d, \ldots$, por ndonjëherë drejtëzën e shënojmë edhe me ndihmën e dy pikave të saj (p.sh., A dhe B), kështu: $d(A, B)$ ose vetëm AB.
Rrafshet, po ashtu, do t'i konsiderojmë si nënbashkësi të hapësirës dhe simbolikisht do t'i shënojmë me shkronja të alfabetit grek si: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \ldots$, por ndonjëherë mund t'i shënojmë edhe ndryshe.

Është e rëndësishme të bëjmë dallimin ndërmjet kuptimeve themelore të gjeometrisë dhe paraqitjes grafike të tyre me shenja në një letër. Mësimet e deritanishme nga gjeometria janë të mjaftueshme për këtë. Për shembull, është mjaftueshëm e sqaruar se pika nuk ka dimension. Sa i përket drejtëzës dhe rrafshit, dallimi thellohet edhe më shumë. Kështu:

- Nëse drejtëza është një vijë e drejtë e pakufizuar, si mund ta vizatojmë atë në një fletë letre. Në fakt, ne bëjmë vetëm një interpretim grafik të drejtëzës.
- Ngjashëm ndodh edhe me rrafshin: si është e mundur që në një fletë letre, që e marrim model të rrafshit, ta vizatojmë një rrafsh tjetër?

Si elemente dhe nënbashkësi të së njëjtës hapësirë, pika, drejtëza dhe rrafshi janë të lidhura me disa relacione të nënbashkësive, si p.sh., *i takon, nuk i takon, përmbahet* etj. Vetitë e këtyre relacioneve shprehen përmes *pohimeve*.

1. Objektet themelore dhe të nxjerra në gjeometri

Relacioni bazë ndërmjet pikave dhe drejtëzave është relacioni i takon. Kur pika A i takon drejtëzës a, shkruajmë $A \in a$, kurse kur pika B nuk i takon drejtëzës a, shkruajmë $B \notin a$.

Çdo dy pika të ndryshme përcaktojnë një drejtëz të vetme.
Drejtëza e përcaktuar me pikat A dhe B shënohet me (A, B) ose AB.

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Hyrje në gjeometri - kuptimet themelore dhe të nxjerra

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Emërton pikën, drejtëzën dhe rrafshin;
- Dallon kuptimet themelore gjeometrike;
- Përcakton raportet ndërmjet koncepteve themelore: pikë, drejtëz, rrafsh.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

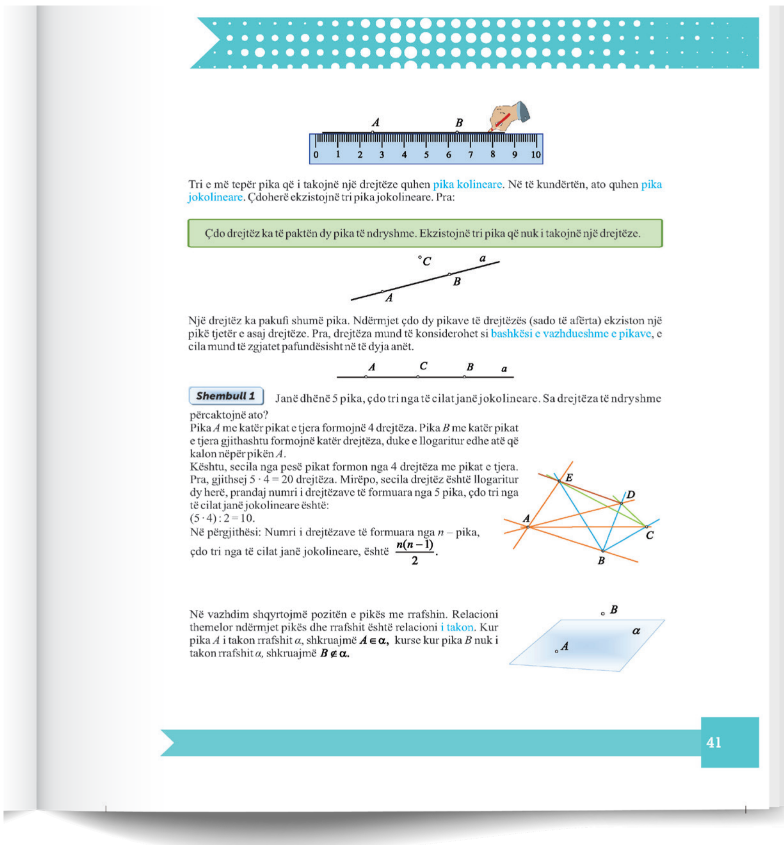
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi, Edukatë fizike

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Nxënësit nxiten të rikujtojnë njohuritë nga gjeometria.
Hapësira
Pika
Drejtëza
Rrafshi etj.



A B
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Tri e më tepër pika që i takojnë një drejtëze quhen pika kolineare. Në të kundërtën, ato quhen pika jokolineare. Çdoherë ekzistojnë tri pika jokolineare. Pra:

Çdo drejtëz ka të paktën dy pika të ndryshme. Ekzistojnë tri pika që nuk i takojnë një drejtëze.

C a B A

Një drejtëz ka pakufi shumë pika. Ndërmjet çdo dy pikave të drejtëzës (sado të afërta) ekziston një pikë tjetër e asaj drejtëze. Pra, drejtëza mund të konsiderohet si bashkësi e vazhdueshme e pikave, e cila mund të zgjatet pafundësisht në të dyja anët.

A C B a

Shembull 1 Janë dhënë 5 pika, çdo tri nga të cilat janë jokolineare. Sa drejtëza të ndryshme përcaktojnë ato?
Pika A me katër pikat e tjera formojnë 4 drejtëza. Pika B me katër pikat e tjera gjithashtu formojnë katër drejtëza, duke e llogaritur edhe atë që kalon nëpër pikën A.
Kështu, secila nga pesë pikat formon nga 4 drejtëza me pikat e tjera. Pra, gjithsej $5 \cdot 4 = 20$ drejtëza. Mirëpo, secila drejtëz është llogaritur dy herë, prandaj numri i drejtëzave të formuara nga 5 pika, çdo tri nga të cilat janë jokolineare është:
$(5 \cdot 4) : 2 = 10$.
Në përgjithësi: Numri i drejtëzave të formuara nga n – pika, çdo tri nga të cilat janë jokolineare, është $\frac{n(n-1)}{2}$.

E D A C B

Në vazhdim shqyrtojmë pozitën e pikës me rrafshin. Relacioni themelor ndërmjet pikës dhe rrafshit është relacioni i takon. Kur pika A i takon rrafshit α, shkruajmë $A \in \alpha$, kurse kur pika B nuk i takon rrafshit α, shkruajmë $B \notin \alpha$.

B α A

41

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të lexuarit dhe e të menduarit të drejtuar (DRTA)

Nxënësit udhëzohen të lexojnë me ndalesa pjesën e parë që ka të bëjë me pikën. Nxënësit e lexojnë pjesën dhe nxiten me pyetje:
- Si shënohen pikat në gjeometri?
- A mund të matet pika?
Vazhdohet me pjesën e dytë, pasi të lexohet nga nxënësit pjesa e drejtëzës parashtrohen pyetjet:
- Si vizatohet drejtëza?
- Me çfarë shkronjash shënohen ato?
Nxënësve u jepen sqarime të nevojshme për të zgjidhur shembullin 1 nga libri bazë, faqe 41.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Sa drejtëza mund të tërhiqen nëpër pika të ndryshme të një rrafshi?
Nxënësit emërtojnë pikat, drejtëzat dhe rrafshin, ilustrojnë pastaj rishikojnë rezultatin me shokun e bankës.

Vlerësimi i nxënësve:

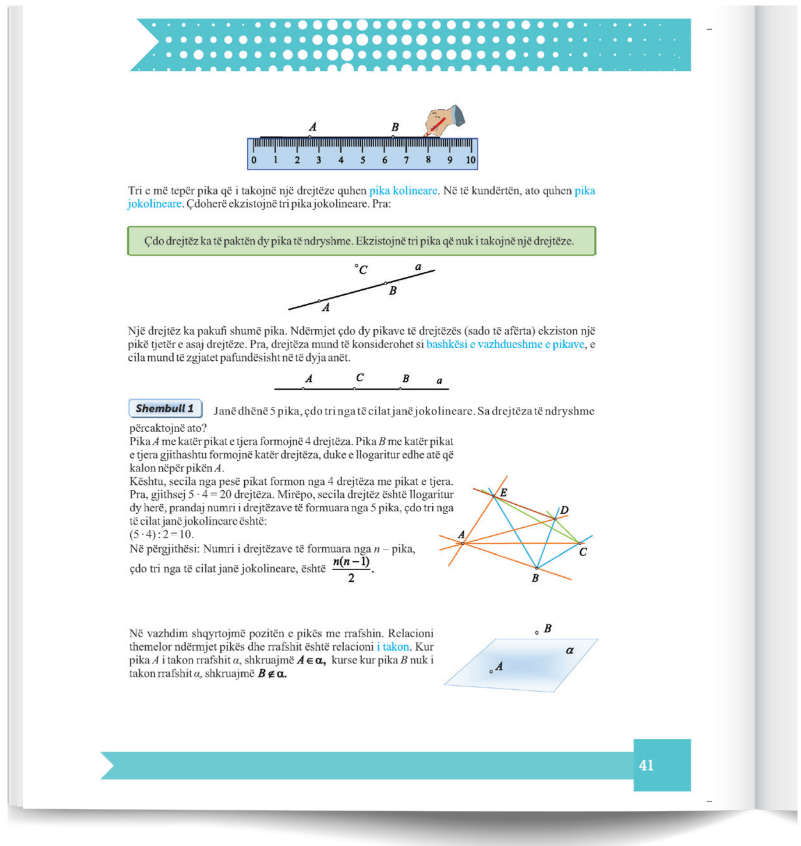
Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përshkrimit, ilustrimit dhe shënimit simbolikisht të objekteve themelore gjeometrike.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 32, detyra 1, 2, 3, 4)

Refleektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 31

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE



Tri e më tepër pika që i takojnë një drejtëze quhen pika kolineare. Në të kundërtën, ato quhen pika jokolineare. Çdoherë ekzistojnë tri pika jokolineare. Pra:

Çdo drejtëz ka të paktën dy pika të ndryshme. Ekzistojnë tri pika që nuk i takojnë një drejtëze.

Një drejtëz ka pakufi shumë pika. Ndërmjet çdo dy pikave të drejtëzës (sado të afërta) ekziston një pikë tjetër e asaj drejtëze. Pra, drejtëza mund të konsiderohet si bashkësi e vazhdueshme e pikave, e cila mund të zgjatet pafundësisht në të dyja anët.

Shembull 1 Janë dhënë 5 pika, çdo tri nga të cilat janë jokolineare. Sa drejtëza të ndryshme përcaktojnë ato?

Pika A me katër pikat e tjera formojnë 4 drejtëza. Pika B me katër pikat e tjera gjithashtu formojnë katër drejtëza, duke e llogaritur edhe atë që kalon nëpër pikën A.

Kështu, secila nga pesë pikat formon nga 4 drejtëza me pikat e tjera. Pra, gjithsej $5 \cdot 4 = 20$ drejtëza. Mirëpo, secila drejtëz është llogaritur dy herë, prandaj numri i drejtëzave të formuara nga 5 pika, çdo tri nga të cilat janë jokolineare është:

$(5 \cdot 4) : 2 = 10.$

Në përgjithësi: Numri i drejtëzave të formuara nga n – pika, çdo tri nga të cilat janë jokolineare, është $\frac{n(n-1)}{2}$.

Në vazhdim shqyrtojmë pozitën e pikës me rrafshin. Relacioni themelor ndërmjet pikës dhe rrafshit është relacioni i takon. Kur pika A i takon rrafshit α, shkruajmë $A \in \alpha$, kurse kur pika B nuk i takon rrafshit α, shkruajmë $B \notin \alpha$.

41

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon kuptimet themelore dhe të nxjerra gjeometrike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, II. 5, III. 3, III. 5, III. 6.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1, 3. 1, 3. 2, 3. 4, 5. 1.

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Aksiomat dhe teoremat

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton raportet ndërmjet koncepteve themelore: pikë, drejtëz, rrafsh;
- Përkufizon kuptimet themelore dhe të nxjerra gjeometrike;
- Dallon aksiomat nga teoremat.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

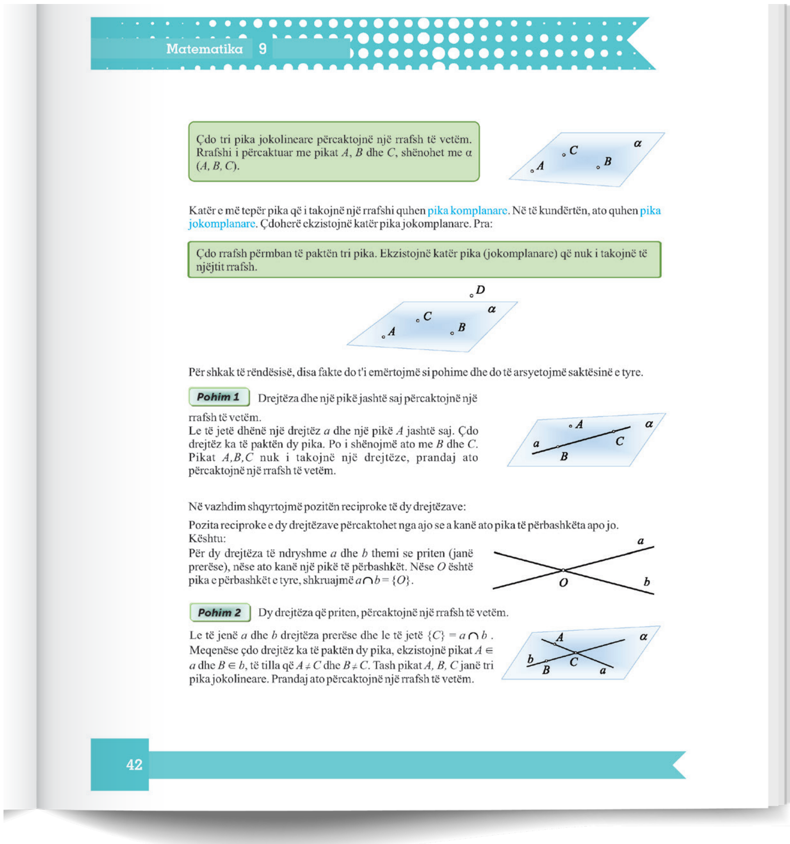
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Nxënësit nxiten me pyetje për t'i rikujtuar njohuritë për konceptet themelore të gjeometrisë:
Pika, drejtëza, rrafshi
Emërtimet, dallimet, ilustrimi



Matematika 9

Çdo tri pika jokolineare përcaktojnë një rrafsh të vetëm. Rrafshi i përcaktuar me pikat A, B dhe C, shënohet me α (A, B, C).

Katër e më tepër pika që i takojnë një rrafshi quhen pika komplanare. Në të kundërtën, ato quhen pika jokomplanare. Çdoherë ekzistojnë katër pika jokomplanare. Pra:

Çdo rrafsh përmban të paktën tri pika. Ekzistojnë katër pika (jokomplanare) që nuk i takojnë të njëjtit rrafsh.

Për shkak të rëndësisë, disa fakte do t'i emërtojmë si pohime dhe do të arsyetojmë saktësinë e tyre.

Pohim 1 Drejtëza dhe një pikë jashtë saj përcaktojnë një rrafsh të vetëm.

Le të jetë dhënë një drejtëz a dhe një pikë A jashtë saj. Çdo drejtëz ka të paktën dy pika. Po i shënojmë ato me B dhe C. Pikat A, B, C nuk i takojnë një drejtëze, prandaj ato përcaktojnë një rrafsh të vetëm.

Në vazhdim shqyrtojmë pozitën reciproke të dy drejtëzave:

Pozita reciproke e dy drejtëzave përcaktohet nga ajo se a kanë ato pika të përbashkëta apo jo.
Kështu:
Për dy drejtëza të ndryshme a dhe b themi se priten (janë prerëse), nëse ato kanë një pikë të përbashkët. Nëse O është pika e përbashkët e tyre, shkruajmë $a \cap b = \{O\}$.

Pohim 2 Dy drejtëza që priten, përcaktojnë një rrafsh të vetëm.

Le të jenë a dhe b drejtëza prerëse dhe le të jetë $\{C\} = a \cap b$. Meqenëse çdo drejtëz ka të paktën dy pika, ekzistojnë pikat $A \in a$ dhe $B \in b$, të tilla që $A \neq C$ dhe $B \neq C$. Tash pikat A, B, C janë tri pika jokolineare. Prandaj ato përcaktojnë një rrafsh të vetëm.

42

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shqyrtim i përbashkët

Nxënësve u ofrohen informacione për kuptimet themelore të gjeometrisë.
Shqyrtohen përkufizimet e dhëna në libër (përmbledhje detyrash, faqe 31).
Disa nga konceptet ilustrohen me vizatime për të ndihmuar të kuptuarit.
Bashkë me nxënësit shqyrtohen pohimet 1 dhe 2 në librin bazë (faqe 42).

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Shënime mbi shënime

Sa drejtëza mund të tërhiqen nëpër:
a) katër pika b) pesë pika c) gjashtë pika

Vlerësimi i nxënësve:

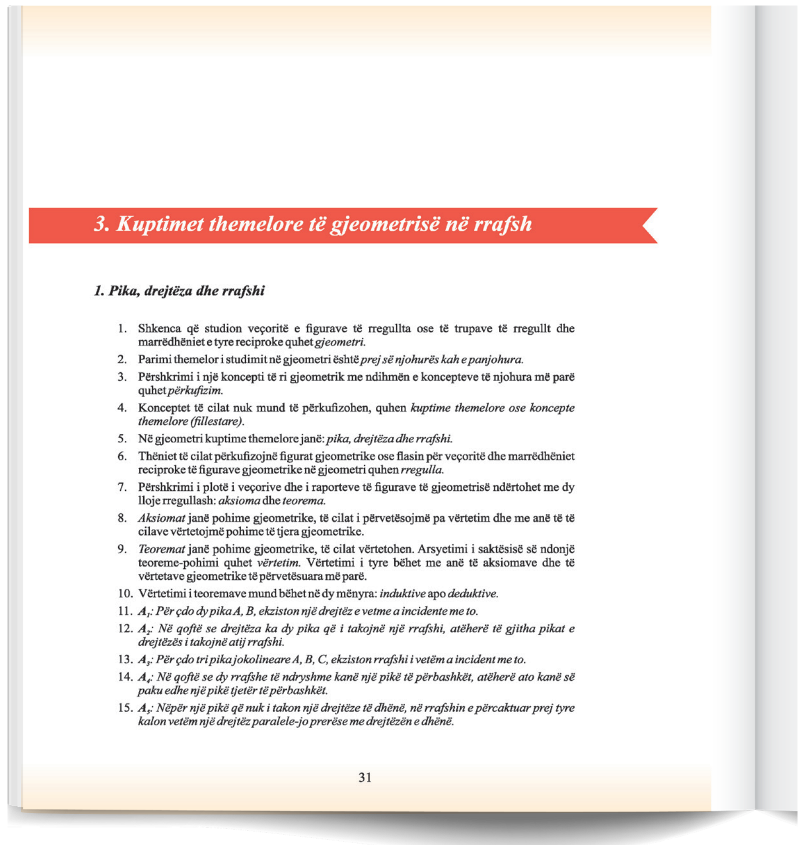
Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përshkrimit, ilustrimit dhe shënimit simbolikisht të objekteve themelore gjeometrike.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 33, detyrat 10 deri 15)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 32

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE



3. Kuptimet themelore të gjeometrisë në rrafsh

1. Pika, drejtëza dhe rrafshi

1. Shkenca që studion veçoritë e figurave të rregullta ose të trupave të rregullt dhe marrëdhëniet e tyre reciproke quhet *gjeometri*.
2. Parimi themelor i studimit në gjeometri është *prej së njohurës kah e panjohura.*
3. Përshkrimi i një koncepti të ri gjeometrik me ndihmën e koncepteve të njohura më parë quhet *përkufizim*.
4. Konceptet të cilat nuk mund të përkufizohen, quhen *kuptime themelore ose koncepte themelore (fillestare)*.
5. Në gjeometri kuptime themelore janë: *pika, drejtëza dhe rrafshi.*
6. Thëniet të cilat përkufizojnë figurat gjeometrike ose flasin për veçoritë dhe marrëdhëniet reciproke të figurave gjeometrike në gjeometri quhen *rregulla*.
7. Përshkrimi i plotë i veçorive dhe i raporteve të figurave të gjeometrisë ndërtohet me dy lloje rregullash: *aksioma* dhe *teorema*.
8. *Aksiomat* janë pohime gjeometrike, të cilat i përvetësojmë pa vërtetim dhe me anë të të cilave vërtetojmë pohime të tjera gjeometrike.
9. *Teoremat* janë pohime gjeometrike, të cilat vërtetohen. Arsyetimi i saktësisë së ndonjë teoreme-pohimi quhet *vërtetim.* Vërtetimi i tyre bëhet me anë të aksiomave dhe të vërtetave gjeometrike të përvetësuara më parë.
10. Vërtetimi i teoremave mund bëhet në dy mënyra: *induktive* apo *deduktive.*
11. A_1: *Për çdo dy pika A, B, ekziston një drejtëz e vetme a incidente me to.*
12. A_2: *Në qoftë se drejtëza ka dy pika që i takojnë një rrafshi, atëherë të gjitha pikat e drejtëzës i takojnë atij rrafshi.*
13. A_3: *Për çdo tri pika jokolineare A, B, C, ekziston rrafshi i vetëm a incident me to.*
14. A_4: *Në qoftë se dy rrafshe të ndryshme kanë një pikë të përbashkët, atëherë ato kanë së paku edhe një pikë tjetër të përbashkët.*
15. A_5: *Nëpër një pikë që nuk i takon një drejtëze të dhënë, në rrafshin e përcaktuar prej tyre kalon vetëm një drejtëz paralele-jo prerëse me drejtëzën e dhënë.*

31

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon kuptimet themelore dhe të nxjerra gjeometrike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, II. 5, III. 3, III. 5, III. 6.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1, 3. 1, 3. 2, 3. 4, 5. 1.

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Disa aksioma të rëndësishme

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton raportet ndërmjet koncepteve themelore: pikë, drejtëz, rrafsh;
- Përkufizon kuptimet themelore dhe të nxjerra gjeometrike;
- Dallon aksiomat nga teoremat.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Marrëdhëniet pyetje – përgjigje

Duke u përgjigjur në pyetje nxënësi i rikujton njohuritë nga gjeometria për kuptimet themelore dhe të nxjerra.

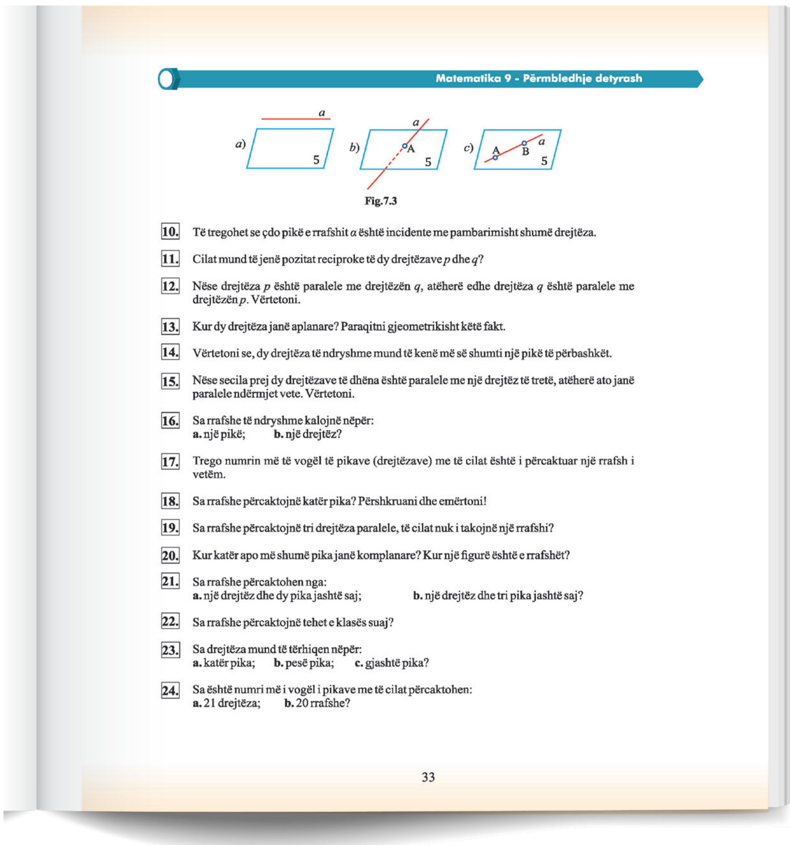

Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

Fig.7.3

10. Të tregohet se çdo pikë e rrafshit α është incidente me pambarimisht shumë drejtëza.

11. Cilat mund të jenë pozitat reciproke të dy drejtëzave p dhe q?

12. Nëse drejtëza p është paralele me drejtëzën q, atëherë edhe drejtëza q është paralele me drejtëzën p. Vërtetoni.

13. Kur dy drejtëza janë aplanare? Paraqitni gjeometrikisht këtë fakt.

14. Vërtetoni se, dy drejtëza të ndryshme mund të kenë më së shumti një pikë të përbashkët.

15. Nëse secila prej dy drejtëzave të dhëna është paralele me një drejtëz të tretë, atëherë ato janë paralele ndërmjet vete. Vërtetoni.

16. Sa rrafshe të ndryshme kalojnë nëpër:
a. një pikë; **b.** një drejtëz?

17. Trego numrin më të vogël të pikave (drejtëzave) me të cilat është i përcaktuar një rrafsh i vetëm.

18. Sa rrafshe përcaktojnë katër pika? Përshkruani dhe emërtoni!

19. Sa rrafshe përcaktojnë tri drejtëza paralele, të cilat nuk i takojnë një rrafshi?

20. Kur katër apo më shumë pika janë komplanare? Kur një figurë është e rrafshët?

21. Sa rrafshe përcaktohen nga:
a. një drejtëz dhe dy pika jashtë saj; **b.** një drejtëz dhe tri pika jashtë saj?

22. Sa rrafshe përcaktojnë tehet e klasës suaj?

23. Sa drejtëza mund të tërhiqen nëpër:
a. katër pika; **b.** pesë pika; **c.** gjashtë pika?

24. Sa është numri më i vogël i pikave me të cilat përcaktohen:
a. 21 drejtëza; **b.** 20 rrafshe?

33

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Ditari dypjesësh

Nxënësit udhëzohen të shkruajnë aksiomat A_1 deri A_5 dhe të ilustrojnë me vizatim ku është e mundur.

Aksioma	Ilustrimi
A_1 :	
A_2 :	

Nxënësit udhëzohen të zgjidhin detyrat nga libri (përmbledhje detyrash, faqe 33).

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Duke u përgjigjur në pyetje nxënësi përforcon njohuritë e fituara.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përshkrimit, ilustrimit dhe shënimit simbolikisht të objekteve themelore gjeometrike.

Detyrë:

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 33

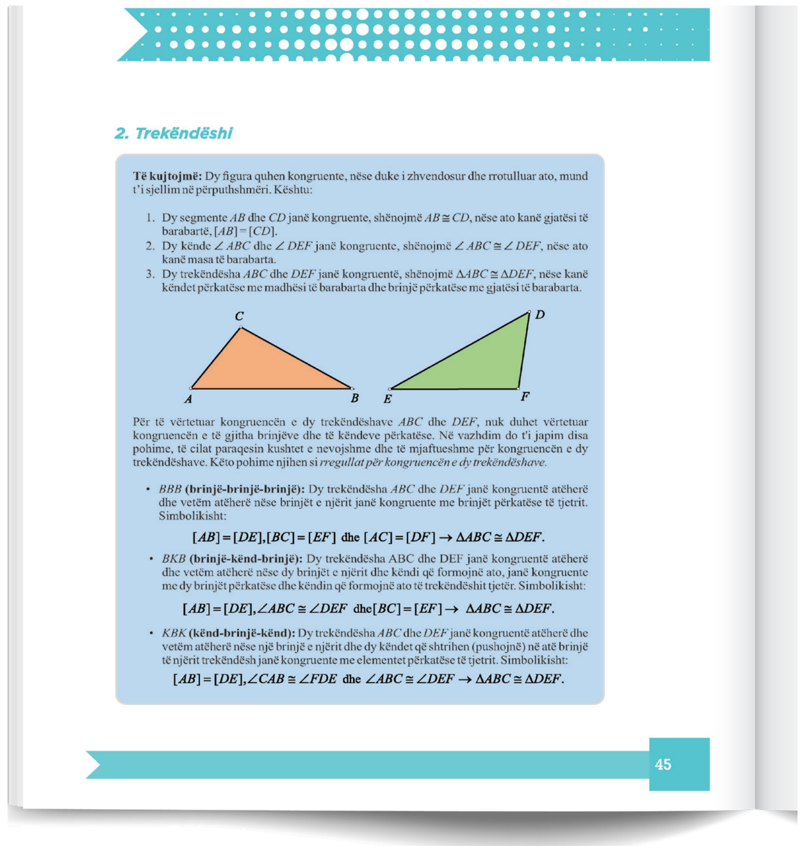
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Dallon kur dy trekëndësha janë kongruentë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, II. 5, III. 3, III. 5, III. 6.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1, 3. 1, 3. 2, 3. 4, 5. 1.



2. Trekëndëshi

Të kujtojmë: Dy figura quhen kongruente, nëse duke i zhvendosur dhe rrotulluar ato, mund t'i sjellim në përputhshmëri. Kështu:

1. Dy segmente AB dhe CD janë kongruente, shënojmë $AB \cong CD$, nëse ato kanë gjatësi të barabartë, $[AB]=[CD]$.
2. Dy kënde $\angle ABC$ dhe $\angle DEF$ janë kongruente, shënojmë $\angle ABC \cong \angle DEF$, nëse ato kanë masa të barabarta.
3. Dy trekëndësha ABC dhe DEF janë kongruentë, shënojmë $\Delta ABC \cong \Delta DEF$, nëse kanë këndet përkatëse me madhësi të barabarta dhe brinjë përkatëse me gjatësi të barabarta.

Për të vërtetuar kongruencën e dy trekëndëshave ABC dhe DEF, nuk duhet vërtetuar kongruencën e të gjitha brinjëve dhe të këndeve përkatëse. Në vazhdim do t'i japim disa pohime, të cilat paraqesin kushtet e nevojshme dhe të mjaftueshme për kongruencën e dy trekëndëshave. Këto pohime njihen si *rregullat për kongruencën e dy trekëndëshave.*

- *BBB* **(brinjë-brinjë-brinjë):** Dy trekëndësha ABC dhe DEF janë kongruentë atëherë dhe vetëm atëherë nëse brinjët e njërit janë kongruente me brinjët përkatëse të tjetrit. Simbolikisht:

$$[AB]=[DE],[BC]=[EF] \text{ dhe } [AC]=[DF] \rightarrow \Delta ABC \cong \Delta DEF.$$

- *BKB* **(brinjë-kënd-brinjë):** Dy trekëndësha ABC dhe DEF janë kongruentë atëherë dhe vetëm atëherë nëse dy brinjët e njërit dhe këndi që formojnë ato, janë kongruente me dy brinjët përkatëse dhe këndin që formojnë ato të trekëndëshit tjetër. Simbolikisht:

$$[AB]=[DE],\angle ABC \cong \angle DEF \text{ dhe} [BC]=[EF] \rightarrow \Delta ABC \cong \Delta DEF.$$

- *KBK* **(kënd-brinjë-kënd):** Dy trekëndësha ABC dhe DEF janë kongruentë atëherë dhe vetëm atëherë nëse një brinjë e njërit dhe dy këndet që shtrihen (pushojnë) në atë brinjë të njërit trekëndësh janë kongruente me elementet përkatëse të tjetrit. Simbolikisht:

$$[AB]=[DE],\angle CAB \cong \angle FDE \text{ dhe } \angle ABC \cong \angle DEF \rightarrow \Delta ABC \cong \Delta DEF.$$

45

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Kongruenca e trekëndëshave

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon kongruencën e trekëndëshave;
- Veçon rregullat për kongruencën e trekëndëshave;
- Zbaton rregullat për zgjidhjen e detyrës.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

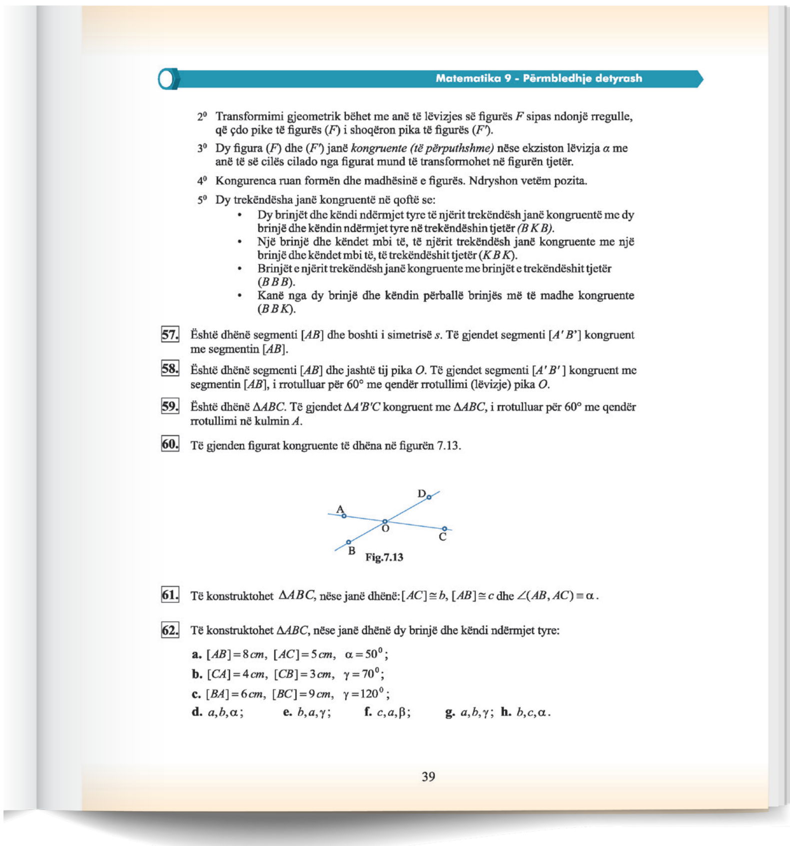
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Harta e konceptit

Nxënësit udhëzohen të shkruajnë fjalën trekëndësh, të shtojnë karakteristika, veti e rregulla të tij. Hartën ta zgjerojnë sa më shumë. Në tabelë vizatohet harta duke e zgjeruar me ide të nxënësve edhe për kuptimin e kongruencës. Kështu, rikujtojnë njohuritë paraprake lidhur me trekëndëshin.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

2^0 Transformimi gjeometrik bëhet me anë të lëvizjes së figurës F sipas ndonjë rregulle, që çdo pike të figurës (F) i shoqëron pika të figurës (F').

3^0 Dy figura (F) dhe (F') janë *kongruente (të përputhshme)* nëse ekziston lëvizja α me anë të së cilës cilado nga figurat mund të transformohet në figurën tjetër.

4^0 Kongurenca ruan formën dhe madhësinë e figurës. Ndryshon vetëm pozita.

5^0 Dy trekëndësha janë kongruentë në qoftë se:

- Dy brinjët dhe këndi ndërmjet tyre të njërit trekëndësh janë kongruentë me dy brinjë dhe këndin ndërmjet tyre në trekëndëshin tjetër *(B K B)*.
- Një brinjë dhe këndet mbi të, të njërit trekëndësh janë kongruente me një brinjë dhe këndet mbi të, të trekëndëshit tjetër (*K B K*).
- Brinjët e njërit trekëndësh janë kongruente me brinjët e trekëndëshit tjetër (*B B B*).
- Kanë nga dy brinjë dhe këndin përballë brinjës më të madhe kongruente (*B B K*).

57. Është dhënë segmenti $[AB]$ dhe boshti i simetrisë s. Të gjendet segmenti $[A'B']$ kongruent me segmentin $[AB]$.

58. Është dhënë segmenti $[AB]$ dhe jashtë tij pika O. Të gjendet segmenti $[A'B']$ kongruent me segmentin $[AB]$, i rrotulluar për 60° me qendër rrotullimi (lëvizje) pika O.

59. Është dhënë ΔABC. Të gjendet $\Delta A'B'C$ kongruent me ΔABC, i rrotulluar për 60° me qendër rrotullimi në kulmin A.

60. Të gjenden figurat kongruente të dhëna në figurën 7.13.

Fig.7.13

61. Të konstruktohet ΔABC, nëse janë dhënë: $[AC] \cong b$, $[AB] \cong c$ dhe $\angle(AB, AC) \equiv \alpha$.

62. Të konstruktohet ΔABC, nëse janë dhënë dy brinjë dhe këndi ndërmjet tyre:

a. $[AB] = 8\,cm,\ [AC] = 5\,cm,\ \alpha = 50^0$;
b. $[CA] = 4\,cm,\ [CB] = 3\,cm,\ \gamma = 70^0$;
c. $[BA] = 6\,cm,\ [BC] = 9\,cm,\ \gamma = 120^0$;
d. a, b, α; **e.** b, a, γ; **f.** c, a, β; **g.** a, b, γ; **h.** b, c, α.

39

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Rrugëzgjidhje për të lexuarit në matematikë

Nxënësve u ofrohen informacine lidhur me konceptin e kongruencës. Kërkohet t'i vizatojnë dy trekëndësha kongruentë dhe të matin dy elemente përgjegjëse të tyre: dy brinjë, dy kënde etj.

Lexojnë mësimin në libër duke komentuar paragrafët një nga një.

Me anë të vizatimit të trekëndëshave ilustrohen të gjitha rastet e kongruencës së trekëndëshave.

Nxënësve u jepen sqarime të nevojshme për të zgjidhur detyrat 61 deri 64 nga libri përmbledhje detyrash (faqe 31, 32).

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Rrjeti i diskutimit

Dikutohen rregullat për kongruencën e trekëndëshave – emërtime, veti etj.

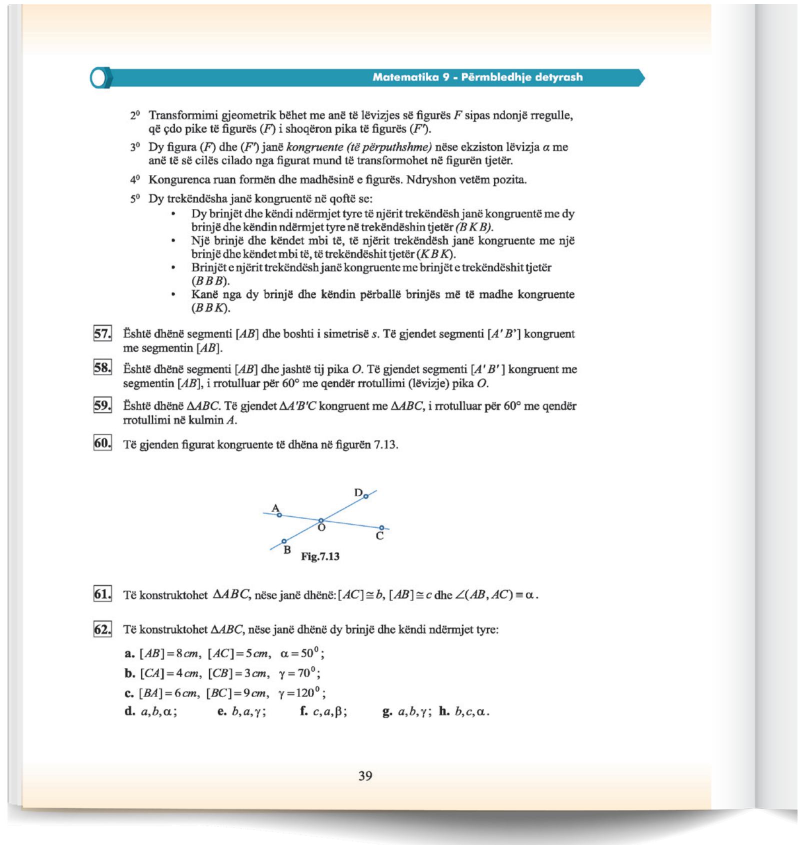
Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për mënyrën e përkufizimit, veçimit dhe zbatimit të rregullave për kongruencën e trekëndëshave.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 40, detyra 65)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 34



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

2^0 Transformimi gjeometrik bëhet me anë të lëvizjes së figurës F sipas ndonjë rregulle, që çdo pike të figurës (F) i shoqëron pika të figurës (F').

3^0 Dy figura (F) dhe (F') janë *kongruente (të përputhshme)* nëse ekziston lëvizja α me anë të së cilës cilado nga figurat mund të transformohet në figurën tjetër.

4^0 Kongurenca ruan formën dhe madhësinë e figurës. Ndryshon vetëm pozita.

5^0 Dy trekëndësha janë kongruentë në qoftë se:

- Dy brinjët dhe këndi ndërmjet tyre të njërit trekëndësh janë kongruentë me dy brinjë dhe këndin ndërmjet tyre në trekëndëshin tjetër *(B K B)*.
- Një brinjë dhe këndet mbi të, të njërit trekëndësh janë kongruente me një brinjë dhe këndet mbi të, të trekëndëshit tjetër (*K B K*).
- Brinjët e njërit trekëndësh janë kongruente me brinjët e trekëndëshit tjetër (*B B B*).
- Kanë nga dy brinjë dhe këndin përballë brinjës më të madhe kongruente (*B B K*).

57. Është dhënë segmenti $[AB]$ dhe boshti i simetrisë s. Të gjendet segmenti $[A'B']$ kongruent me segmentin $[AB]$.

58. Është dhënë segmenti $[AB]$ dhe jashtë tij pika O. Të gjendet segmenti $[A'B']$ kongruent me segmentin $[AB]$, i rrotulluar për 60° me qendër rrotullimi (lëvizje) pika O.

59. Është dhënë ΔABC. Të gjendet $\Delta A'B'C$ kongruent me ΔABC, i rrotulluar për 60° me qendër rrotullimi në kulmin A.

60. Të gjenden figurat kongruente të dhëna në figurën 7.13.

A, D, O, C, B

Fig.7.13

61. Të konstruktohet ΔABC, nëse janë dhënë: $[AC] \cong b$, $[AB] \cong c$ dhe $\angle(AB, AC) \equiv \alpha$.

62. Të konstruktohet ΔABC, nëse janë dhënë dy brinjë dhe këndi ndërmjet tyre:

a. $[AB] = 8cm$, $[AC] = 5cm$, $\alpha = 50^0$;
b. $[CA] = 4cm$, $[CB] = 3cm$, $\gamma = 70^0$;
c. $[BA] = 6cm$, $[BC] = 9cm$, $\gamma = 120^0$;
d. a, b, α; **e.** b, a, γ; **f.** c, a, β; **g.** a, b, γ; **h.** b, c, α.

39

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Dallon kur dy trekëndësha janë kongruentë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, II. 5, III. 3, III. 5, III. 6.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1, 3. 1, 3. 2, 3. 4, 5. 1.

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Kongruenca e trekëndëshave

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon kongruencën e trekëndëshave;
- Veçon rregullat për kongruencën e trekëndëshave;
- Zbaton rregullat për zgjidhjen e detyrës.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

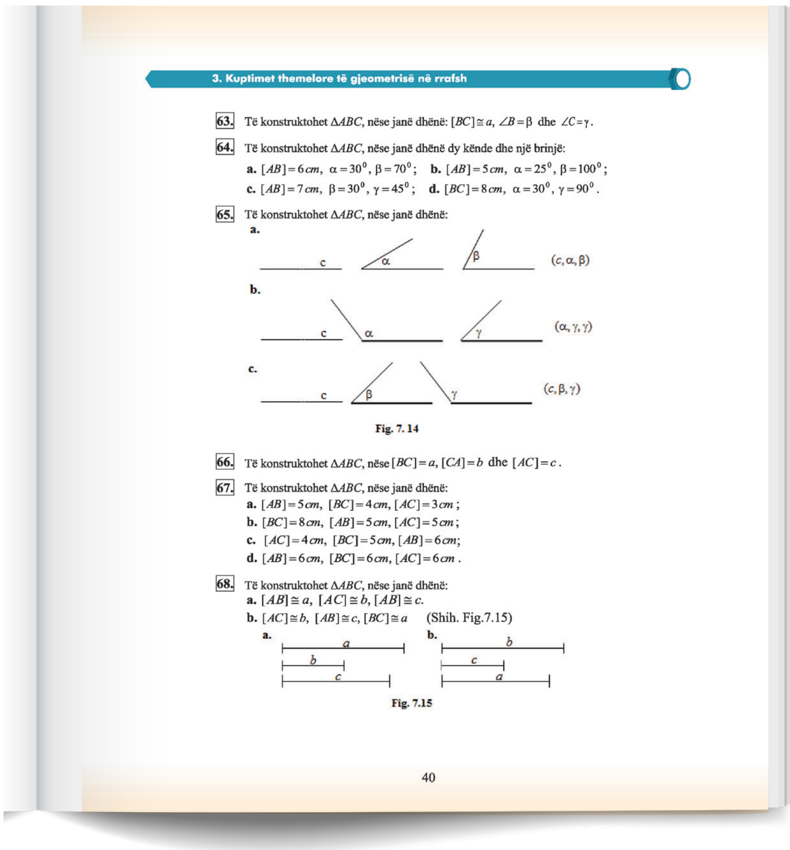
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit nxiten të diskutojnë për kongruencën e trekëndëshave, numërojnë dhe dallojnë rregullat për kongruencën e tyre.
Kështu, rikujtojnë njohuritë paraprake lidhur me kongruencën e trekëndëshave.



3. Kuptimet themelore të gjeometrisë në rrafsh

63. Të konstruktohet ΔABC, nëse janë dhënë: $[BC] \cong a$, $\angle B = \beta$ dhe $\angle C = \gamma$.

64. Të konstruktohet ΔABC, nëse janë dhënë dy kënde dhe një brinjë:

a. $[AB] = 6\,cm$, $\alpha = 30^0$, $\beta = 70^0$; **b.** $[AB] = 5\,cm$, $\alpha = 25^0$, $\beta = 100^0$;

c. $[AB] = 7\,cm$, $\beta = 30^0$, $\gamma = 45^0$; **d.** $[BC] = 8\,cm$, $\alpha = 30^0$, $\gamma = 90^0$.

65. Të konstruktohet ΔABC, nëse janë dhënë:

a. c, α, β — (c, α, β)

b. c, α, γ — (α, γ, γ)

c. c, β, γ — (c, β, γ)

Fig. 7. 14

66. Të konstruktohet ΔABC, nëse $[BC] = a$, $[CA] = b$ dhe $[AC] = c$.

67. Të konstruktohet ΔABC, nëse janë dhënë:

a. $[AB] = 5\,cm$, $[BC] = 4\,cm$, $[AC] = 3\,cm$;

b. $[BC] = 8\,cm$, $[AB] = 5\,cm$, $[AC] = 5\,cm$;

c. $[AC] = 4\,cm$, $[BC] = 5\,cm$, $[AB] = 6\,cm$;

d. $[AB] = 6\,cm$, $[BC] = 6\,cm$, $[AC] = 6\,cm$.

68. Të konstruktohet ΔABC, nëse janë dhënë:

a. $[AB] \cong a$, $[AC] \cong b$, $[AB] \cong c$.

b. $[AC] \cong b$, $[AB] \cong c$, $[BC] \cong a$ (Shih. Fig.7.15)

a. a, b, c **b.** b, c, a

Fig. 7.15

40

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shqyrtim i përbashkët

Nxënësve u ofrohen informacione të nevojshme për të zgjidhur disa nga detyrat 66 deri 68 nga libri përmbledhje detyrash, faqe 40. Kërkohet nga nxënësi të veçojë rregullën e përdorur.

Zgjidhen detyrat në tabelë duke e veçuar rregullën e përdorur.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rrjeti i diskutimit

Dikutohen rregullat për kongruencën e trekëndëshave – emërtime, veti etj.

Vlerësimi i nxënësve:

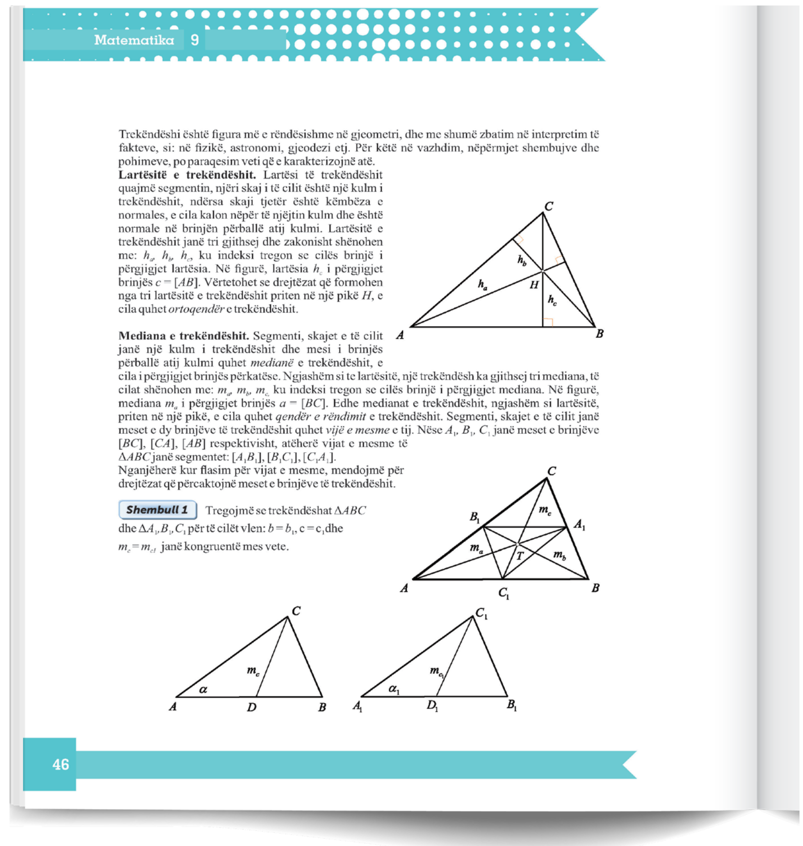
Nxënësi vlerësohet për mënyrën e përkufizimit, veçimit dhe zbatimit të rregullave për kongruencën e trekëndëshave.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 41, detyra 70, 71)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 35

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE


Matematika 9

Trekëndëshi është figura më e rëndësishme në gjeometri, dhe me shumë zbatim në interpretim të fakteve, si: në fizikë, astronomi, gjeodezi etj. Për këtë në vazhdim, nëpërmjet shembujve dhe pohimeve, po paraqesim veti që e karakterizojnë atë.

Lartësitë e trekëndëshit. Lartësi të trekëndëshit quajmë segmentin, njëri skaj i të cilit është një kulm i trekëndëshit, ndërsa skaji tjetër është këmbëza e normales, e cila kalon nëpër të njëjtin kulm dhe është normale në brinjën përballë atij kulmi. Lartësitë e trekëndëshit janë tri gjithsej dhe zakonisht shënohen me: h_a, h_b, h_c, ku indeksi tregon se cilës brinjë i përgjigjet lartësia. Në figurë, lartësia h_c i përgjigjet brinjës $c = [AB]$. Vërtetohet se drejtëzat që formohen nga tri lartësitë e trekëndëshit priten në një pikë H, e cila quhet *ortoqendër* e trekëndëshit.

Mediana e trekëndëshit. Segmenti, skajet e të cilit janë një kulm i trekëndëshit dhe mesi i brinjës përballë atij kulmi quhet *medianë* e trekëndëshit, e cila i përgjigjet brinjës përkatëse. Ngjashëm si te lartësitë, një trekëndësh ka gjithsej tri mediana, të cilat shënohen me: m_a, m_b, m_c, ku indeksi tregon se cilës brinjë i përgjigjet mediana. Në figurë, mediana m_a i përgjigjet brinjës $a = [BC]$. Edhe medianat e trekëndëshit, ngjashëm si lartësitë, priten në një pikë, e cila quhet *qendër e rëndimit* e trekëndëshit. Segmenti, skajet e të cilit janë meset e dy brinjëve të trekëndëshit quhet *vijë e mesme* e tij. Nëse A_1, B_1, C_1 janë meset e brinjëve $[BC]$, $[CA]$, $[AB]$ respektivisht, atëherë vijat e mesme të ΔABC janë segmentet: $[A_1B_1]$, $[B_1C_1]$, $[C_1A_1]$.
Nganjëherë kur flasim për vijat e mesme, mendojmë për drejtëzat që përcaktojnë meset e brinjëve të trekëndëshit.

Shembull 1 Tregojmë se trekëndëshat ΔABC dhe $\Delta A_1B_1C_1$ për të cilët vlen: $b = b_1$, $c = c_1$ dhe $m_c = m_{c1}$ janë kongruentë mes vete.

46

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Zbaton kongruencën e trekëndëshave për zgjidhjen e detyrave praktike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, II. 5, III. 3, III. 5, III. 6.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1, 3. 1, 3. 2, 3. 4, 5. 1.

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Zbatime të kongruencës së trekëndëshave (1)

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon kongruencën e trekëndëshave;
- Veçon rregullat për kongruencën e trekëndëshave;
- Zbaton rregullat për zgjidhjen e detyrës.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

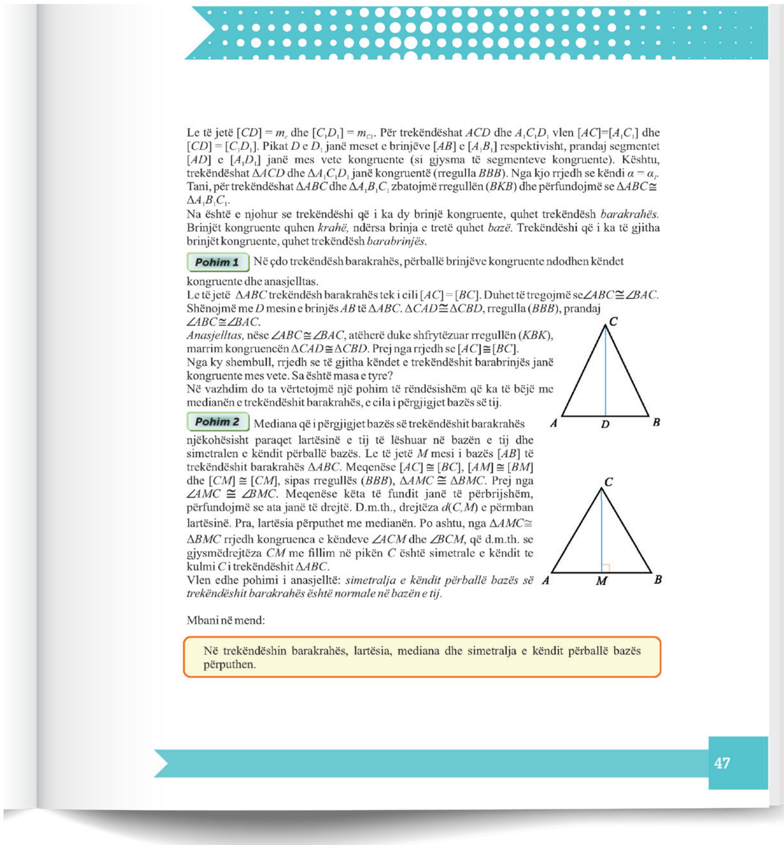
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit nxiten të diskutojnë për kongruencën e trekëndëshave, numërojnë dhe dallojnë rregullat për kongruencën e tyre.
Kështu, rikujtojnë njohuritë paraprake lidhur me kongruencën e trekëndëshave.



Le të jetë $[CD] = m_c$ dhe $[C_1D_1] = m_{C1}$. Për trekëndëshat ACD dhe $A_1C_1D_1$ vlen $[AC]=[A_1C_1]$ dhe $[CD] = [C_1D_1]$. Pikat D e D_1 janë meset e brinjëve $[AB]$ e $[A_1B_1]$ respektivisht, prandaj segmentet $[AD]$ e $[A_1D_1]$ janë mes vete kongruente (si gjysma të segmenteve kongruente). Kështu, trekëndëshat ΔACD dhe $\Delta A_1C_1D_1$ janë kongruentë (rregulla BBB). Nga kjo rrjedh se këndi $\alpha = \alpha_1$. Tani, për trekëndëshat ΔABC dhe $\Delta A_1B_1C_1$ zbatojmë rregullën (BKB) dhe përfundojmë se $\Delta ABC \cong \Delta A_1B_1C_1$.

Na është e njohur se trekëndëshi që i ka dy brinjë kongruente, quhet trekëndësh *barakrahës.* Brinjët kongruente quhen *krahë,* ndërsa brinja e tretë quhet *bazë*. Trekëndëshi që i ka të gjitha brinjët kongruente, quhet trekëndësh *barabrinjës.*

Pohim 1 Në çdo trekëndësh barakrahës, përballë brinjëve kongruente ndodhen këndet kongruente dhe anasjelltas.

Le të jetë ΔABC trekëndësh barakrahës tek i cili $[AC] = [BC]$. Duhet të tregojmë se $\angle ABC \cong \angle BAC$. Shënojmë me D mesin e brinjës AB të ΔABC. $\Delta CAD \cong \Delta CBD$, rregulla ($BBB$), prandaj $\angle ABC \cong \angle BAC$.

Anasjelltas, nëse $\angle ABC \cong \angle BAC$, atëherë duke shfrytëzuar rregullën (KBK), marrim kongruencën $\Delta CAD \cong \Delta CBD$. Prej nga rrjedh se $[AC] \cong [BC]$.

Nga ky shembull, rrjedh se të gjitha këndet e trekëndëshit barabrinjës janë kongruente mes vete. Sa është masa e tyre?

Në vazhdim do ta vërtetojmë një pohim të rëndësishëm që ka të bëjë me medianën e trekëndëshit barakrahës, e cila i përgjigjet bazës së tij.

Pohim 2 Mediana që i përgjigjet bazës së trekëndëshit barakrahës njëkohësisht paraqet lartësinë e tij të lëshuar në bazën e tij dhe simetralen e këndit përballë bazës. Le të jetë M mesi i bazës $[AB]$ të trekëndëshit barakrahës ΔABC. Meqenëse $[AC] \cong [BC]$, $[AM] \cong [BM]$ dhe $[CM] \cong [CM]$, sipas rregullës (BBB), $\Delta AMC \cong \Delta BMC$. Prej nga $\angle AMC \cong \angle BMC$. Meqenëse këta të fundit janë të përbrijshëm, përfundojmë se ata janë të drejtë. D.m.th., drejtëza $d(C,M)$ e përmban lartësinë. Pra, lartësia përputhet me medianën. Po ashtu, nga $\Delta AMC \cong \Delta BMC$ rrjedh kongruenca e këndeve $\angle ACM$ dhe $\angle BCM$, që d.m.th. se gjysmëdrejtëza CM me fillim në pikën C është simetrale e këndit te kulmi C i trekëndëshit ΔABC.

Vlen edhe pohimi i anasjelltë: *simetralja e këndit përballë bazës së trekëndëshit barakrahës është normale në bazën e tij.*

Mbani në mend:

Në trekëndëshin barakrahës, lartësia, mediana dhe simetralja e këndit përballë bazës përputhen.

47

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegimi i përparuar

Nxënësve u ofrohen informacione të nevojshme lidhur me lartësinë dhe medianën, për të zgjidhur shembujt 1 deri 3 nga libri bazë, faqe 40.

Zgjidhen detyrat në tabelë duke e veçuar rregullën e përdorur.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rrjeti i diskutimit

Dikutohen rregullat për kongruencën e trekëndëshave – emërtime, veti etj.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për mënyrën e përkufizimit, veçimit dhe zbatimit të rregullave për kongruencën e trekëndëshave.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 41, detyra 70, 71)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 36

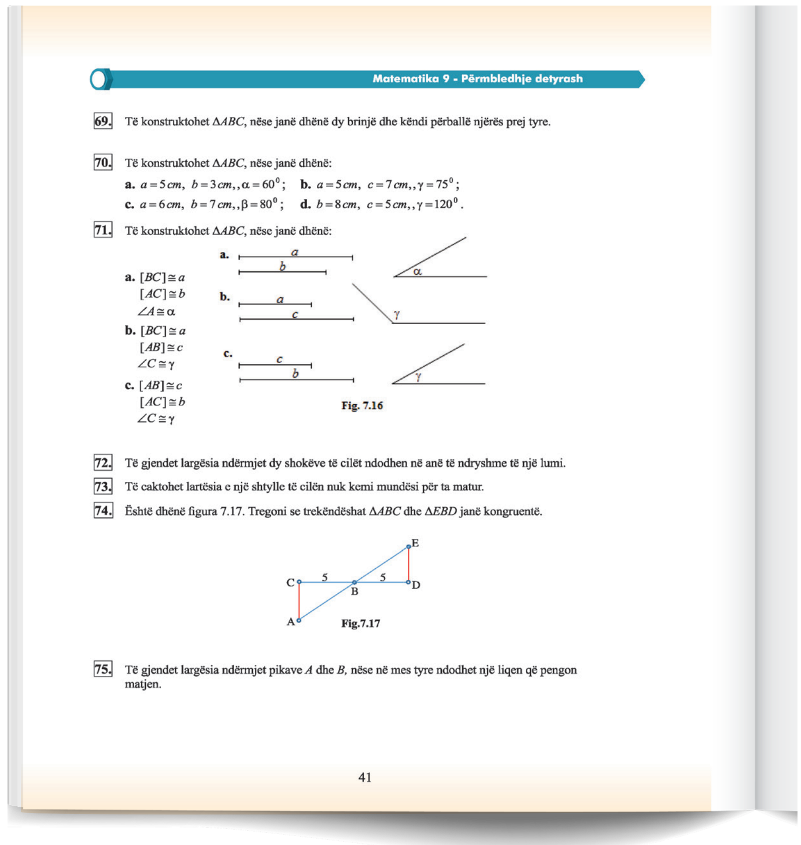
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV   **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Zbaton kongruencën e trekëndëshave për zgjidhjen e detyrave praktike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, II. 5, III. 3, III. 5, III. 6.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1, 3. 1, 3. 2, 3. 4, 5. 1.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

69. Të konstruktohet ΔABC, nëse janë dhënë dy brinjë dhe këndi përballë njërës prej tyre.

70. Të konstruktohet ΔABC, nëse janë dhënë:
a. $a=5cm,\ b=3cm,,\alpha=60^0$; **b.** $a=5cm,\ c=7cm,,\gamma=75^0$;
c. $a=6cm,\ b=7cm,,\beta=80^0$; **d.** $b=8cm,\ c=5cm,,\gamma=120^0$.

71. Të konstruktohet ΔABC, nëse janë dhënë:
a. $[BC]\cong a$, $[AC]\cong b$, $\angle A\cong\alpha$
b. $[BC]\cong a$, $[AB]\cong c$, $\angle C\cong\gamma$
c. $[AB]\cong c$, $[AC]\cong b$, $\angle C\cong\gamma$

Fig. 7.16

72. Të gjendet largësia ndërmjet dy shokëve të cilët ndodhen në anë të ndryshme të një lumi.

73. Të caktohet lartësia e një shtylle të cilën nuk kemi mundësi për ta matur.

74. Është dhënë figura 7.17. Tregoni se trekëndëshat ΔABC dhe ΔEBD janë kongruentë.

Fig.7.17

75. Të gjendet largësia ndërmjet pikave A dhe B, nëse në mes tyre ndodhet një liqen që pengon matjen.

41

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Zbatime të kongruencës së trekëndëshave (2)

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:

- Përkufizon kongruencën e trekëndëshave;
- Veçon rregullat për kongruencën e trekëndëshave;
- Zbaton rregullat për zgjidhjen e detyrës.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

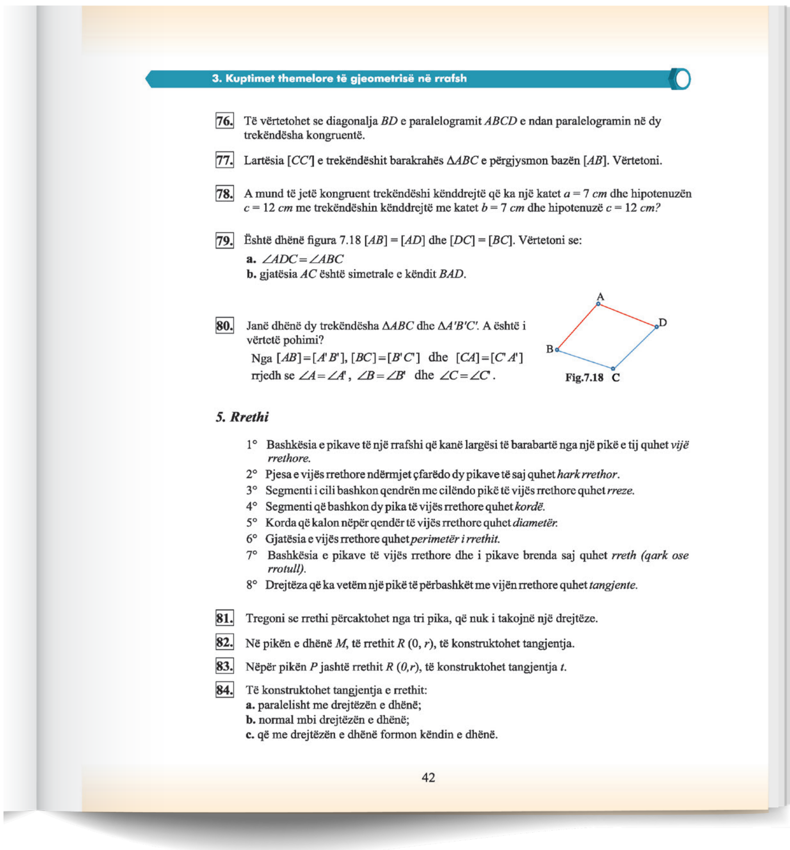
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: librat, vizorja

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Fizikë, Gjeografi

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Analiza e tipareve semantike

Nxënësit nxiten me pyetje për zbatimin e kongruencës së trekëndëshave në jetën e përditshme.
Merret një shembull:
Të gjendet largësia ndërmjet dy shokëve, të cilët ndodhen në anë të ndryshme të një lumi.



3. Kuptimet themelore të gjeometrisë në rrafsh

76. Të vërtetohet se diagonalja BD e paralelogramit $ABCD$ e ndan paralelogramin në dy trekëndësha kongruentë.

77. Lartësia $[CC']$ e trekëndëshit barakrahës ΔABC e përgjysmon bazën $[AB]$. Vërtetoni.

78. A mund të jetë kongruent trekëndëshi kënddrejtë që ka një katet $a = 7\ cm$ dhe hipotenuzën $c = 12\ cm$ me trekëndëshin kënddrejtë me katet $b = 7\ cm$ dhe hipotenuzë $c = 12\ cm$?

79. Është dhënë figura 7.18 $[AB] = [AD]$ dhe $[DC] = [BC]$. Vërtetoni se:
a. $\angle ADC = \angle ABC$
b. gjatësia AC është simetrale e këndit BAD.

80. Janë dhënë dy trekëndësha ΔABC dhe $\Delta A'B'C'$. A është i vërtetë pohimi?
Nga $[AB]=[A'B']$, $[BC]=[B'C']$ dhe $[CA]=[C'A']$ rrjedh se $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$ dhe $\angle C = \angle C'$.

Fig.7.18

5. Rrethi

1° Bashkësia e pikave të një rrafshi që kanë largësi të barabartë nga një pikë e tij quhet *vijë rrethore.*
2° Pjesa e vijës rrethore ndërmjet çfarëdo dy pikave të saj quhet *hark rrethor*.
3° Segmenti i cili bashkon qendrën me cilëndo pikë të vijës rrethore quhet *rreze.*
4° Segmenti që bashkon dy pika të vijës rrethore quhet *kordë.*
5° Korda që kalon nëpër qendër të vijës rrethore quhet *diametër.*
6° Gjatësia e vijës rrethore quhet *perimetër i rrethit.*
7° Bashkësia e pikave të vijës rrethore dhe i pikave brenda saj quhet *rreth (qark ose rrotull).*
8° Drejtëza që ka vetëm një pikë të përbashkët me vijën rrethore quhet *tangjente.*

81. Tregoni se rrethi përcaktohet nga tri pika, që nuk i takojnë një drejtëze.

82. Në pikën e dhënë M, të rrethit $R\ (0, r)$, të konstruktohet tangjentja.

83. Nëpër pikën P jashtë rrethit $R\ (0,r)$, të konstruktohet tangjentja t.

84. Të konstruktohet tangjentja e rrethit:
a. paralelisht me drejtëzën e dhënë;
b. normal mbi drejtëzën e dhënë;
c. që me drejtëzën e dhënë formon këndin e dhënë.

42

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Rrugëzgjidhje për të lexuarit në matematikë

Nxënësve u ofrohen sqarime për të zgjidhur detyrat 73 deri 78 (përmbledhje detyrash, faqe 42).

Zgjidhja ilustrohet me vizatime të trekëndëshave dhe veçohet rregulla e cila është përdorur.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rrjeti i diskutimit

A janë dy trekëndësha kongruentë kur dihen vetëm dy elemente të tyre?

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për mënyrën e përkufizimit, veçimit dhe zbatimit të rregullave për kongruencën e trekëndëshave.

Detyrë:
(Libri përmbledhje detyrash, faqe 42, detyrat 79, 80)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 37

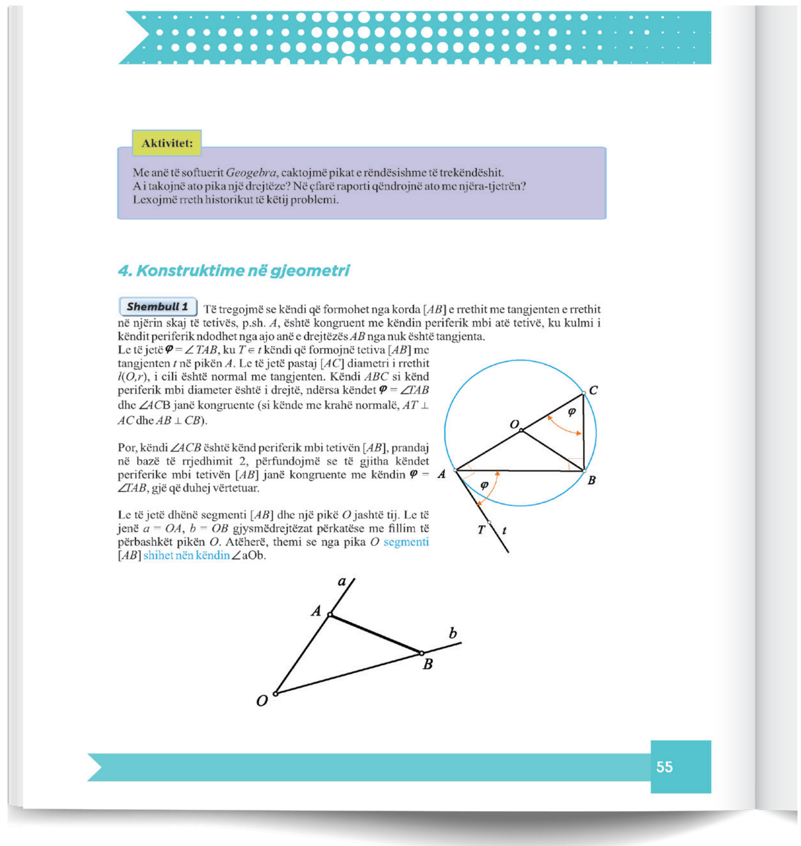
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Konstrukton disa nga vendet gjeometrike të pikave në rrafsh.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



Aktivitet:

Me anë të softuerit *Geogebra*, caktojmë pikat e rëndësishme të trekëndëshit.
A i takojnë ato pika një drejtëze? Në çfarë raporti qëndrojnë ato me njëra-tjetrën?
Lexojmë rreth historikut të këtij problemi.

4. Konstruktime në gjeometri

Shembull 1 Të tregojmë se këndi që formohet nga korda $[AB]$ e rrethit me tangjenten e rrethit në njërin skaj të tetivës, p.sh. A, është kongruent me këndin periferik mbi atë tetivë, ku kulmi i këndit periferik ndodhet nga ajo anë e drejtëzës AB nga nuk është tangjenta.
Le të jetë $\varphi = \angle TAB$, ku $T \in t$ këndi që formojnë tetiva $[AB]$ me tangjenten t në pikën A. Le të jetë pastaj $[AC]$ diametri i rrethit $l(O,r)$, i cili është normal me tangjenten. Këndi ABC si kënd periferik mbi diameter është i drejtë, ndërsa këndet $\varphi = \angle TAB$ dhe $\angle ACB$ janë kongruente (si kënde me krahë normalë, $AT \perp AC$ dhe $AB \perp CB$).

Por, këndi $\angle ACB$ është kënd periferik mbi tetivën $[AB]$, prandaj në bazë të rrjedhimit 2, përfundojmë se të gjitha këndet periferike mbi tetivën $[AB]$ janë kongruente me këndin $\varphi = \angle TAB$, gjë që duhej vërtetuar.

Le të jetë dhënë segmenti $[AB]$ dhe një pikë O jashtë tij. Le të jenë $a = OA$, $b = OB$ gjysmëdrejtëzat përkatëse me fillim të përbashkët pikën O. Atëherë, themi se nga pika O segmenti $[AB]$ shihet nën këndin $\angle aOb$.

55

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Kontruktime të vendeve gjeometrike të pikave

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon vendin gjeometrik të pikave;
- Konstrukton vendin gjeometrik të pikave në rrafsh;
- Analizon dhe konstrukton detyrat e dhëna konstruktive (p.sh. tangjenten).

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

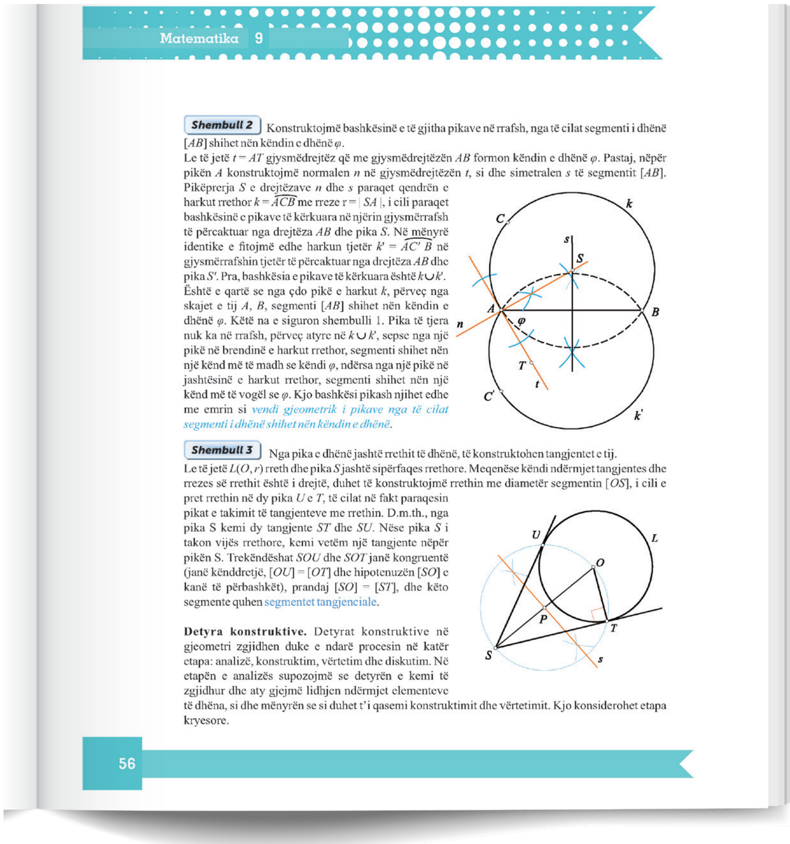
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4, veglat (vizore, laps, kompas, këndmatës)

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Ftohen nxënësit që në dyshe të rikujtojnë gjeometrinë si degë të matematikës dhe se me çka merret ajo. Të kujtojnë disa nga konstruktimet që i kanë bërë deri tani gjatë viteve të kaluara.
Duke i kujtuar këto konstruktime p.sh. konstruktimin e shumëkëndëshave të rregullt, konstruktimin e tangjentes së rrethit etj. kalohet te ato që do të mësohen në vazhdim: konstruktimi i vendit gjeometrik të pikave.
(Rikujtojmë se një vend gjeometrik është bashkësia e të gjitha pikave që kanë një veti të caktuar)



Shembull 2 Konstruktojmë bashkësinë e të gjitha pikave në rrafsh, nga të cilat segmenti i dhënë $[AB]$ shihet nën këndin e dhënë φ.

Le të jetë $t = AT$ gjysmëdrejtëz që me gjysmëdrejtëzën AB formon këndin e dhënë φ. Pastaj, nëpër pikën A konstruktojmë normalen n në gjysmëdrejtëzën t, si dhe simetralen s të segmentit $[AB]$. Pikëprerja S e drejtëzave n dhe s paraqet qendrën e harkut rrethor $k = \overset{\frown}{ACB}$ me rreze $r = |SA|$, i cili paraqet bashkësinë e pikave të kërkuara në njërin gjysmërrafsh të përcaktuar nga drejtëza AB dhe pika S. Në mënyrë identike e fitojmë edhe harkun tjetër $k' = \overset{\frown}{AC'B}$ në gjysmërrafshin tjetër të përcaktuar nga drejtëza AB dhe pika S'. Pra, bashkësia e pikave të kërkuara është $k \cup k'$. Është e qartë se nga çdo pikë e harkut k, përveç nga skajet e tij A, B, segmenti $[AB]$ shihet nën këndin e dhënë φ. Këtë na e siguron shembulli 1. Pika të tjera nuk ka në rrafsh, përveç atyre në $k \cup k'$, sepse nga një pikë në brendinë e harkut rrethor, segmenti shihet nën një kënd më të madh se këndi φ, ndërsa nga një pikë në jashtësinë e harkut rrethor, segmenti shihet nën një kënd më të vogël se φ. Kjo bashkësi pikash njihet edhe me emrin si *vendi gjeometrik i pikave nga të cilat segmenti i dhënë shihet nën këndin e dhënë*.

Shembull 3 Nga pika e dhënë jashtë rrethit të dhënë, të konstruktohen tangjentet e tij.

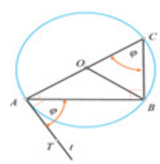
Le të jetë $L(O, r)$ rreth dhe pika S jashtë sipërfaqes rrethore. Meqenëse këndi ndërmjet tangjentes dhe rrezes së rrethit është i drejtë, duhet të konstruktojmë rrethin me diametër segmentin $[OS]$, i cili e pret rrethin në dy pika U e T, të cilat në fakt paraqesin pikat e takimit të tangjenteve me rrethin. D.m.th., nga pika S kemi dy tangjente ST dhe SU. Nëse pika S i takon vijës rrethore, kemi vetëm një tangjente nëpër pikën S. Trekëndëshat SOU dhe SOT janë kongruentë (janë kënddretjë, $[OU] = [OT]$ dhe hipotenuzën $[SO]$ e kanë të përbashkët), prandaj $[SO] = [ST]$, dhe këto segmente quhen segmentet tangjenciale.

Detyra konstruktive. Detyrat konstruktive në gjeometri zgjidhen duke e ndarë procesin në katër etapa: analizë, konstruktim, vërtetim dhe diskutim. Në etapën e analizës supozojmë se detyrën e kemi të zgjidhur dhe aty gjejmë lidhjen ndërmjet elementeve të dhëna, si dhe mënyrën se si duhet t'i qasemi konstruktimit dhe vërtetimit. Kjo konsiderohet etapa kryesore.

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të nxënit në grupe

Mësimdhënësi punon shembuj me konstruktime të ndryshme nga libri. Nxënësit punojnë në grupe të vogla dhe mësimdhënësi punon dhe jep sqarime të nevojshme në tabelë, po ashtu u ndihmon nëse kanë nevojë.

1. Tregoni se këndi që formohet nga korda [AB] e rrethit me tangjenten e rrethit në njërin skaj të tetivës p.sh. A është kongruent me këndin periferik mbi atë tetivë, ku kulmi i këndit periferik ndodhet nga ana që nuk është tangjentja?
2. Konstruktoni bashkësinë e të gjitha pikave në rrafsh nga të cilat segmenti i dhënë [AB] shihet nën këndin e dhënë.



Le të jetë $\varphi = \angle TAB$ ku $T \in t$ që formon tetiva në pikën A.

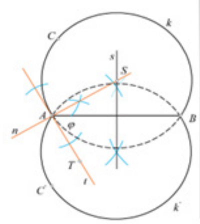
[AC]-diametër i rrethit $l(O, r)$; $[AC] \perp t$

$\angle ABC = 90^0$ si kënd periferik mbi diametër, ndërsa

$\varphi = \angle TAB = \angle ACB$ si kënde me krah normal

($AT \perp AC$ dhe $AB \perp CB$

Pra u vërtetua se $\angle TAB = \angle ACB = \varphi$



Le të jetë $AT \subset t$ dhe $t \cap AB$ formon këndin φ

Nëpër pikën A konstruktojmë normalën n me t

$n \perp t$, konstruktojmë dhe simetralën e AB

$s \cap n = \{S\}$ S qendra e harkut rrethor k =ACB

Harku k paraqet bashkësinë e të gjitha pikave të kërkuara të një gjysmërrafshi.

Në mënyrë të njejtë vazhdohet me pjesën e dytë të harkut k'

k ∪ k' quhet vendi gjeometrik i pikave nga të cilat segmenti i dhënë shihet nën këndin e dhënë.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Mendo/ puno në dyshe/ shkëmbe mendime

Nxënësit vazhdojnë me detyrën kostruktive të radhës. Lexojnë në heshtje shembullin 3, konstruktimi i tangjentes së rrethit dhe në dyshe bëjnë konstruktimin duke ndihmuar njëri-tjetrin. Punimin e prezantojnë në grup. Puna e tyre monitorohet nga mësimdhënësi.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në diskutim dhe aktivitete, për saktësinë e përkufizimit të vendit gjeometrik të pikave, për saktësinë e përdorimit të veglave gjatë detyrave konstruktive.

Detyrë:
(Të konstruktohet tangjentja e rrethit nëpër pikën S, e cila ndodhet jashtë rrethit të dhënë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 38

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

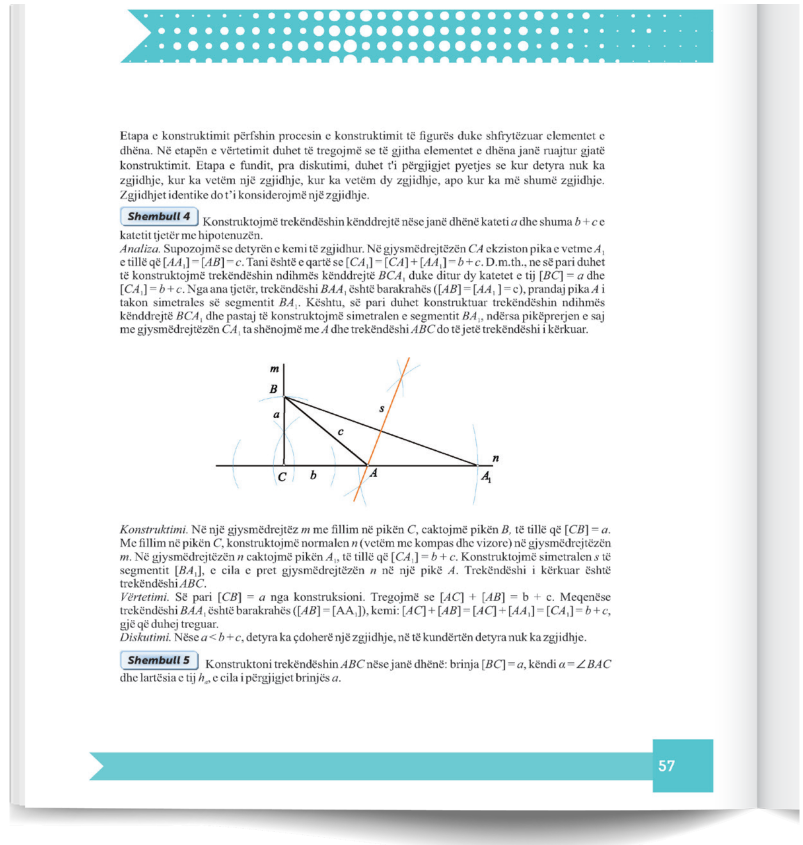
Rezultatet e të nxënit të temës: Konstrukton disa nga vendet gjeometrike të pikave në rrafsh.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Kontruktime të vendeve gjeometrike të pikave



Etapa e konstruktimit përfshin procesin e konstruktimit të figurës duke shfrytëzuar elementet e dhëna. Në etapën e vërtetimit duhet të tregojmë se të gjitha elementet e dhëna janë ruajtur gjatë konstruktimit. Etapa e fundit, pra diskutimi, duhet t'i përgjigjet pyetjes se kur detyra nuk ka zgjidhje, kur ka vetëm një zgjidhje, kur ka vetëm dy zgjidhje, apo kur ka më shumë zgjidhje. Zgjidhjet identike do t'i konsiderojmë një zgjidhje.

Shembull 4 Konstruktojmë trekëndëshin kënddrejtë nëse janë dhënë kateti a dhe shuma $b+c$ e katetit tjetër me hipotenuzën.

Analiza. Supozojmë se detyrën e kemi të zgjidhur. Në gjysmëdrejtëzën CA ekziston pika e vetme A_1 e tillë që $[AA_1]=[AB]=c$. Tani është e qartë se $[CA_1]=[CA]+[AA_1]=b+c$. D.m.th., ne së pari duhet të konstruktojmë trekëndëshin ndihmës kënddrejtë BCA_1 duke ditur dy katetet e tij $[BC]=a$ dhe $[CA_1]=b+c$. Nga ana tjetër, trekëndëshi BAA_1 është barakrahës ($[AB]=[AA_1]=$ c), prandaj pika A i takon simetrales së segmentit BA_1. Kështu, së pari duhet konstruktuar trekëndëshin ndihmës kënddrejtë BCA_1 dhe pastaj të konstruktojmë simetralen e segmentit BA_1, ndërsa pikëprerjen e saj me gjysmëdrejtëzën CA_1 ta shënojmë me A dhe trekëndëshi ABC do të jetë trekëndëshi i kërkuar.

Konstruktimi. Në një gjysmëdrejtëz m me fillim në pikën C, caktojmë pikën B, të tillë që $[CB]=a$. Me fillim në pikën C, konstruktojmë normalen n (vetëm me kompas dhe vizore) në gjysmëdrejtëzën m. Në gjysmëdrejtëzën n caktojmë pikën A_1, të tillë që $[CA_1]=b+c$. Konstruktojmë simetralen s të segmentit $[BA_1]$, e cila e pret gjysmëdrejtëzën n në një pikë A. Trekëndëshi i kërkuar është trekëndëshi ABC.

Vërtetimi. Së pari $[CB]=a$ nga konstruksioni. Tregojmë se $[AC]+[AB]=$ b + c. Meqenëse trekëndëshi BAA_1 është barakrahës ($[AB]=[AA_1]$), kemi: $[AC]+[AB]=[AC]+[AA_1]=[CA_1]=b+c$, gjë që duhej treguar.

Diskutimi. Nëse $a<b+c$, detyra ka çdoherë një zgjidhje, në të kundërtën detyra nuk ka zgjidhje.

Shembull 5 Konstruktoni trekëndëshin ABC nëse janë dhënë: brinja $[BC]=a$, këndi $\alpha=\angle BAC$ dhe lartësia e tij h_a, e cila i përgjigjet brinjës a.

57

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:

- Konstrukton vendin gjeometrik të pikave në rrafsh;
- Analizon dhe konstrukton detyrat e dhëna konstruktive lidhur me trekëndëshin.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

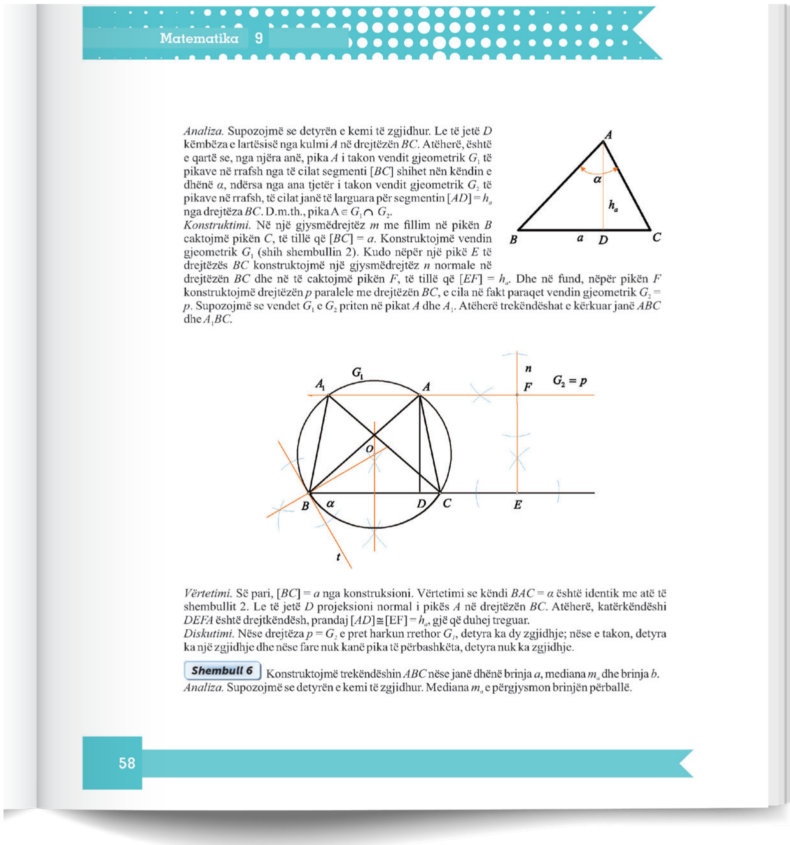
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4, veglat (vizore, laps, kompas, këndmatës).

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Ftohen nxënësit që në dyshe të rikujtojnë dhe të shënojnë disa nga konstruktimet që janë punuar orën e kaluar. Nxënësit punojnë në dyshe, diskutojnë me grupin dhe pastaj edhe me tërë klasën rreth këtyre konstruktimeve.



Matematika 9

Analiza. Supozojmë se detyrën e kemi të zgjidhur. Le të jetë D këmbëza e lartësisë nga kulmi A në drejtëzën BC. Atëherë, është e qartë se, nga njëra anë, pika A i takon vendit gjeometrik G_1 të pikave në rrafsh nga të cilat segmenti $[BC]$ shihet nën këndin e dhënë α, ndërsa nga ana tjetër i takon vendit gjeometrik G_2 të pikave në rrafsh, të cilat janë të larguara për segmentin $[AD] = h_a$ nga drejtëza BC. D.m.th., pika $A \in G_1 \cap G_2$.
Konstruktimi. Në një gjysmëdrejtëz m me fillim në pikën B caktojmë pikën C, të tillë që $[BC] = a$. Konstruktojmë vendin gjeometrik G_1 (shih shembullin 2). Kudo nëpër një pikë E të drejtëzës BC konstruktojmë një gjysmëdrejtëz n normale në drejtëzën BC dhe në të caktojmë pikën F, të tillë që $[EF] = h_a$. Dhe në fund, nëpër pikën F konstruktojmë drejtëzën p paralele me drejtëzën BC, e cila në fakt paraqet vendin gjeometrik $G_2 = p$. Supozojmë se vendet G_1 e G_2 priten në pikat A dhe A_1. Atëherë trekëndëshat e kërkuar janë ABC dhe A_1BC.

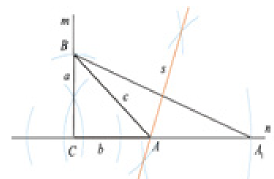
Vërtetimi. Së pari, $[BC] = a$ nga konstruksioni. Vërtetimi se këndi $BAC = \alpha$ është identik me atë të shembullit 2. Le të jetë D projeksioni normal i pikës A në drejtëzën BC. Atëherë, katërkëndëshi $DEFA$ është drejtkëndësh, prandaj $[AD] \cong [EF] = h_a$, gjë që duhej treguar.
Diskutimi. Nëse drejtëza $p = G_2$ e pret harkun rrethor G_1, detyra ka dy zgjidhje; nëse e takon, detyra ka një zgjidhje dhe nëse fare nuk kanë pika të përbashkëta, detyra nuk ka zgjidhje.

Shembull 6 Konstruktojmë trekëndëshin ABC nëse janë dhënë brinja a, mediana m_a dhe brinja b.
Analiza. Supozojmë se detyrën e kemi të zgjidhur. Mediana m_a e përgjysmon brinjën përballë.

58

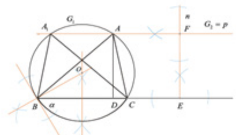
Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Ditari dypjesësh

Në projektor shfaqet një ditar dypjesësh dhe u sqarohet nxënësve si punohet, udhëzohen nxënësit të ndajnë fletën në dy pjesë dhe në anën e majtë punojnë detyrën konstruktive nga libri, ndërsa në anën e djathtë e përshkruajnë konstruktimin detyrës p.sh.:
Sh. 1 Konstruktoni trekëndëshin kënddrejtë nëse janë dhënë kateti a dhe shuma $b + c$ e katetit tjetër me hipotenuzën. Analizën e detyrës e bëjnë së bashku mësimdhënësi me nxënës dhe pastaj vazhdohet konstruktimi dhe përshkrimi.

Konstruktimi	Përshkrimi i konstruktimit
	

Puna e nxënësve monitorohet vazhdimisht në grup nga mësimdhënësi dhe nëse ka kërkesa ndihmohen. Vazhdohet në të njëjtën mënyrë me shembullin e radhës.

Sh. 2 Konstruktoni trekëndëshin ABC nëse janë dhënë: brinja [BC] = *a*, këndi α = BAC dhe lartësia e tij *h*, e cila i përgjigjet brinjës *a*.

Konstruktimi	Përshkrimi
	

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Nxënësit vazhdojnë me detyrën konstruktive të radhës. Lexojnë shembullin në heshtje dhe pastaj në dyshe bëjnë analizën, konstruktimin dhe përshkrimin e konstruktimit, duke e ndihmuar njëri-tjetrin.
Sh. 3 Konstruktoni trekëndëshin ABC nëse janë dhënë brinja *a*, mediana *m* dhe brinja *b*.
Caktohet koha 6 min. për detyrën e dhënë dhe dyshet që arrijnë të punojnë saktë dhe me kohë shpërblehen.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në diskutim dhe aktivitete, për saktësinë e përdorimit të veglave gjatë detyrave konstruktive.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 59, detyra 2)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 39

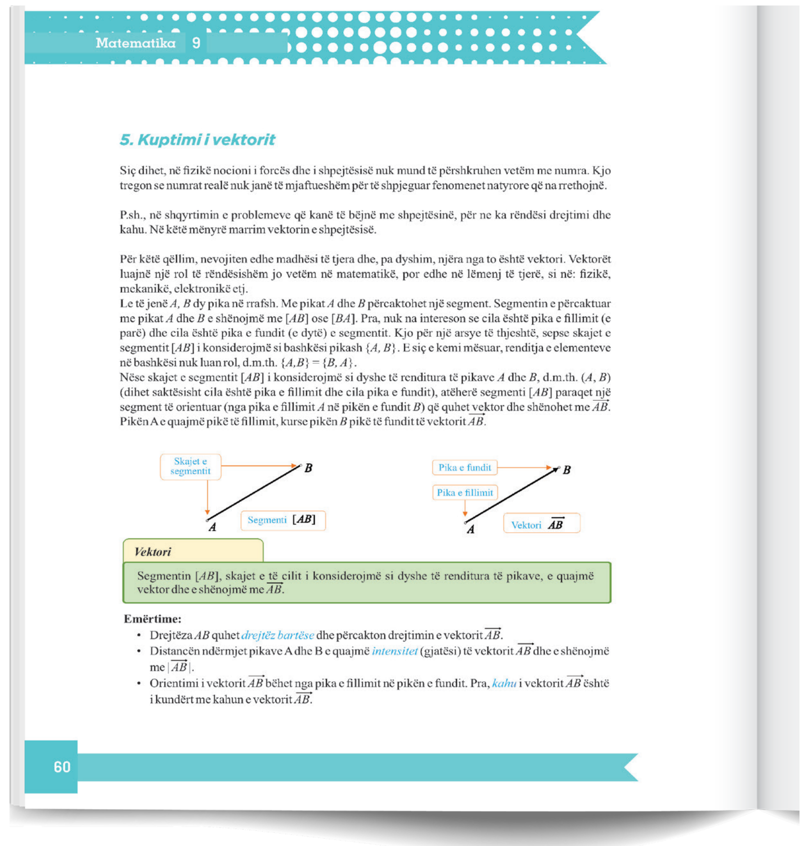
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV   **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon vektorët dhe përcakton mbledhjen e vektorëve, zbritjen e vektorëve si dhe shumëzimin e vektorit me skalar.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5;   III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1;   3. 1, 2, 4;   5. 1



5. Kuptimi i vektorit

Siç dihet, në fizikë nocioni i forcës dhe i shpejtësisë nuk mund të përshkruhen vetëm me numra. Kjo tregon se numrat realë nuk janë të mjaftueshëm për të shpjeguar fenomenet natyrore që na rrethojnë.

P.sh., në shqyrtimin e problemeve që kanë të bëjnë me shpejtësinë, për ne ka rëndësi drejtimi dhe kahu. Në këtë mënyrë marrim vektorin e shpejtësisë.

Për këtë qëllim, nevojiten edhe madhësi të tjera dhe, pa dyshim, njëra nga to është vektori. Vektorët luajnë një rol të rëndësishëm jo vetëm në matematikë, por edhe në lëmenj të tjerë, si në: fizikë, mekanikë, elektronikë etj.
Le të jenë A, B dy pika në rrafsh. Me pikat A dhe B përcaktohet një segment. Segmentin e përcaktuar me pikat A dhe B e shënojmë me $[AB]$ ose $[BA]$. Pra, nuk na intereson se cila është pika e fillimit (e parë) dhe cila është pika e fundit (e dytë) e segmentit. Kjo për një arsye të thjeshtë, sepse skajet e segmentit $[AB]$ i konsiderojmë si bashkësi pikash $\{A, B\}$. E siç e kemi mësuar, renditja e elementeve në bashkësi nuk luan rol, d.m.th. $\{A,B\} = \{B, A\}$.
Nëse skajet e segmentit $[AB]$ i konsiderojmë si dyshe të renditura të pikave A dhe B, d.m.th. (A, B) (dihet saktësisht cila është pika e fillimit dhe cila pika e fundit), atëherë segmenti $[AB]$ paraqet një segment të orientuar (nga pika e fillimit A në pikën e fundit B) që quhet vektor dhe shënohet me $\overrightarrow{AB}$.
Pikën A e quajmë pikë të fillimit, kurse pikën B pikë të fundit të vektorit $\overrightarrow{AB}$.

Vektori

Segmentin $[AB]$, skajet e të cilit i konsiderojmë si dyshe të renditura të pikave, e quajmë vektor dhe e shënojmë me $\overrightarrow{AB}$.

Emërtime:
- Drejtëza AB quhet *drejtëz bartëse* dhe përcakton drejtimin e vektorit $\overrightarrow{AB}$.
- Distancën ndërmjet pikave A dhe B e quajmë *intensitet* (gjatësi) të vektorit $\overrightarrow{AB}$ dhe e shënojmë me $|\overrightarrow{AB}|$.
- Orientimi i vektorit $\overrightarrow{AB}$ bëhet nga pika e fillimit në pikën e fundit. Pra, *kahu* i vektorit $\overrightarrow{AB}$ është i kundërt me kahun e vektorit $\overrightarrow{AB}$.

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Kuptimi i vektorit, vetitë dhe karakteristikat e tij

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon vektorin;
- Përkufizon vektorin njësi, zero vektorin dhe vektorët kolinearë;
- Dallon vektorët e barabartë dhe vektorët e kundërt.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

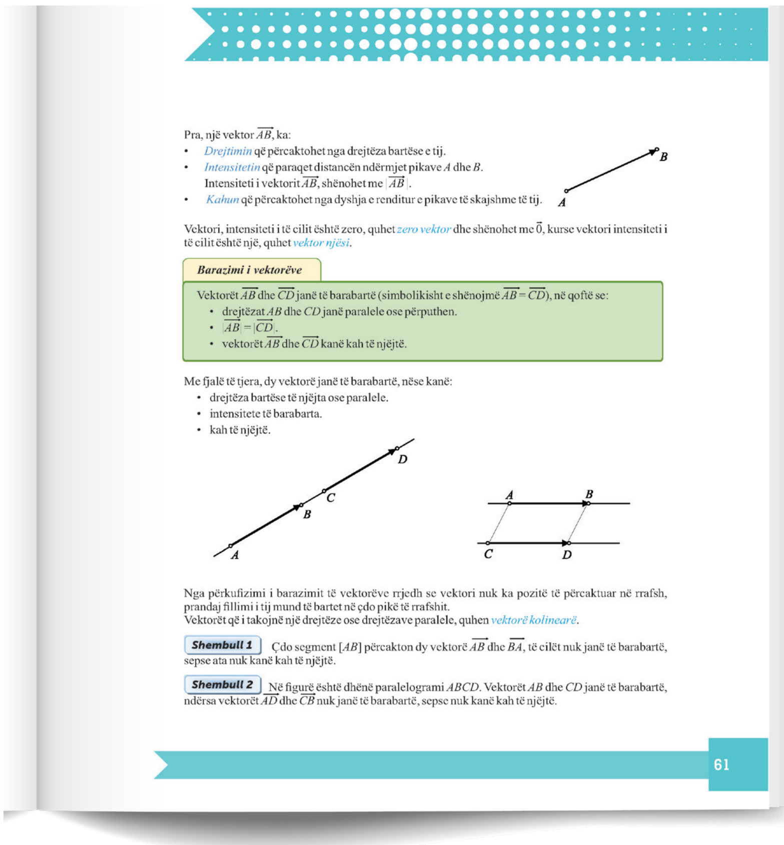
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4, veglat (vizore, laps, trekëndësh)

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Merren mendimet e nxënësve për forcën dhe shpejtësinë nga lënda e fizikës për pyetjen se çfarë madhësish janë. (Janë madhësi vektoriale)
Çka është e rëndësishme të dimë për shqyrtimin e problemeve që kanë të bëjnë me shpejtësinë?
(Drejtimi dhe kahu).
Në vazhdim, edhe në matematikë do të mësohet për vektorin.



Pra, një vektor $\overrightarrow{AB}$, ka:

- *Drejtimin* që përcaktohet nga drejtëza bartëse e tij.
- *Intensitetin* që paraqet distancën ndërmjet pikave A dhe B.
  Intensiteti i vektorit $\overrightarrow{AB}$, shënohet me $|\overrightarrow{AB}|$.
- *Kahun* që përcaktohet nga dyshja e renditur e pikave të skajshme të tij.

Vektori, intensiteti i të cilit është zero, quhet *zero vektor* dhe shënohet me $\vec{0}$, kurse vektori intensiteti i të cilit është një, quhet *vektor njësi*.

Barazimi i vektorëve

Vektorët $\overrightarrow{AB}$ dhe $\overrightarrow{CD}$ janë të barabartë (simbolikisht e shënojmë $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$), në qoftë se:
- drejtëzat AB dhe CD janë paralele ose përputhen.
- $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.
- vektorët $\overrightarrow{AB}$ dhe $\overrightarrow{CD}$ kanë kah të njëjtë.

Me fjalë të tjera, dy vektorë janë të barabartë, nëse kanë:
- drejtëza bartëse të njëjta ose paralele.
- intensitete të barabarta.
- kah të njëjtë.

Nga përkufizimi i barazimit të vektorëve rrjedh se vektori nuk ka pozitë të përcaktuar në rrafsh, prandaj fillimi i tij mund të bartet në çdo pikë të rrafshit.
Vektorët që i takojnë një drejtëze ose drejtëzave paralele, quhen *vektorë kolinearë*.

Shembull 1 Çdo segment $[AB]$ përcakton dy vektorë $\overrightarrow{AB}$ dhe $\overrightarrow{BA}$, të cilët nuk janë të barabartë, sepse ata nuk kanë kah të njëjtë.

Shembull 2 Në figurë është dhënë paralelogrami $ABCD$. Vektorët AB dhe CD janë të barabartë, ndërsa vektorët $\overrightarrow{AD}$ dhe $\overrightarrow{CB}$ nuk janë të barabartë, sepse nuk kanë kah të njëjtë.

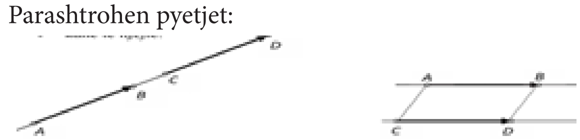
61

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Marrëdhënie pyetje-përgjigje

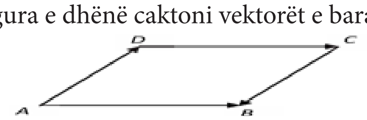
Nxënësit lexojnë pjesën e parë nga libri dhe më pas parashtrohen disa kërkesa që të plotësohen.
- Sqaroni figurën dhe më pas tregoni çka quajmë vektor?

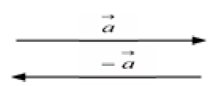
- Kush është drejtëza bartëse dhe çka përcakton ajo?
- Çka quajmë intensitet dhe si shënonet?
- Si bëhet orientimi i vektorit?
- Pra, me çka përcaktohet një vektor?
- Ç'është zero vektori, si shënohet?
- Ç'është vektori njësi?

Merren përgjigjet e nxënësve dhe plotësohen në raste ku e sheh të nevojshme mësimdhënësi.
Vazhdohet me pjesën tjetër në mënyrë të njëjtë.
Parashtrohen pyetjet:



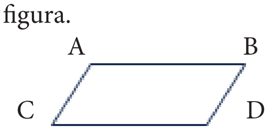
- Si quhen vektorët që i takojnë një drejtëze ose drejtëzave paralele?
- Segmenti [AB] përcakton dy vektorë $\overrightarrow{AB}$ dhe $\overrightarrow{BA}$. A janë të barabartë këta dy vektorë?
- Nga figura e dhënë caktoni vektorët e barabartë.





Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Nxënësit lexojnë në heshtje dhe në dyshe u përgjigjen kërkesave të detyrës nga figura.
Është dhënë paralelogrami ABCD.
- Sa vektorë të ndryshëm mund të formohen nga brinjët e atij paralelogrami?
- Sa vektorë të ndryshëm e kanë fillimin në pikën B?



Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në diskutim dhe aktivitete. Për saktësinë e përkufizimit të vektorit, vektorëve kolinearë, vektorit njësi, zero vektorit etj. Për dallimin e vektorëve të barabartë dhe të kundërt në detyra të dhëna.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 64, detyra 1, 2)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 40

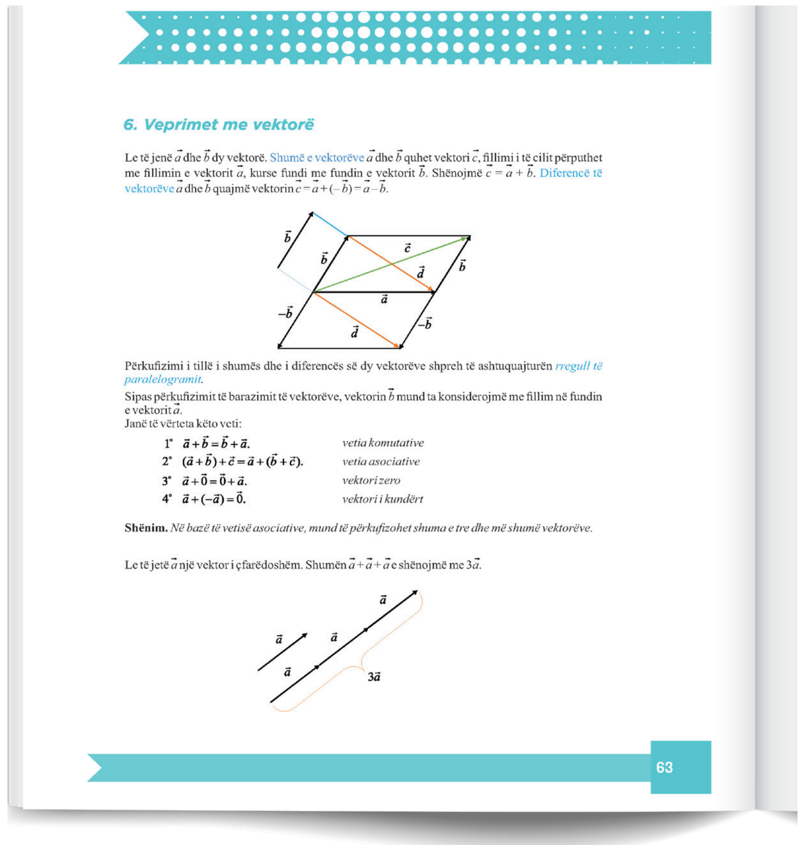
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV   **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon vektorët dhe përcakton mbledhjen e vektorëve, zbritjen e vektorëve si dhe shumëzimin e vektorit me skalar.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5;   III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1;   3. 1, 2, 4;   5. 1



6. Veprimet me vektorë

Le të jenë $\vec{a}$ dhe $\vec{b}$ dy vektorë. Shumë e vektorëve $\vec{a}$ dhe $\vec{b}$ quhet vektori $\vec{c}$, fillimi i të cilit përputhet me fillimin e vektorit $\vec{a}$, kurse fundi me fundin e vektorit $\vec{b}$. Shënojmë $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Diferencë të vektorëve $\vec{a}$ dhe $\vec{b}$ quajmë vektorin $\vec{c} = \vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{a} - \vec{b}$.

Përkufizimi i tillë i shumës dhe i diferencës së dy vektorëve shpreh të ashtuquajturën *rregull të paralelogramit*.

Sipas përkufizimit të barazimit të vektorëve, vektorin $\vec{b}$ mund ta konsiderojmë me fillim në fundin e vektorit $\vec{a}$.

Janë të vërteta këto veti:

1°	$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}.$	*vetia komutative*
2°	$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}).$	*vetia asociative*
3°	$\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a}.$	*vektori zero*
4°	$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}.$	*vektori i kundërt*

Shënim. *Në bazë të vetisë asociative, mund të përkufizohet shuma e tre dhe më shumë vektorëve.*

Le të jetë $\vec{a}$ një vektor i çfarëdoshëm. Shumën $\vec{a} + \vec{a} + \vec{a}$ e shënojmë me $3\vec{a}$.

63

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Mbledhja dhe zbritja e vektorëve

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon shumën dhe ndryshimin e vektorëve;
- Zbaton rregullën e paralelogramit për llogaritjen e shumës dhe ndryshimit të vektorëve.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

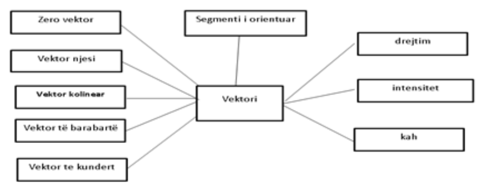
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4, veglat (vizore, laps, trekëndësh).

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, Fizikë

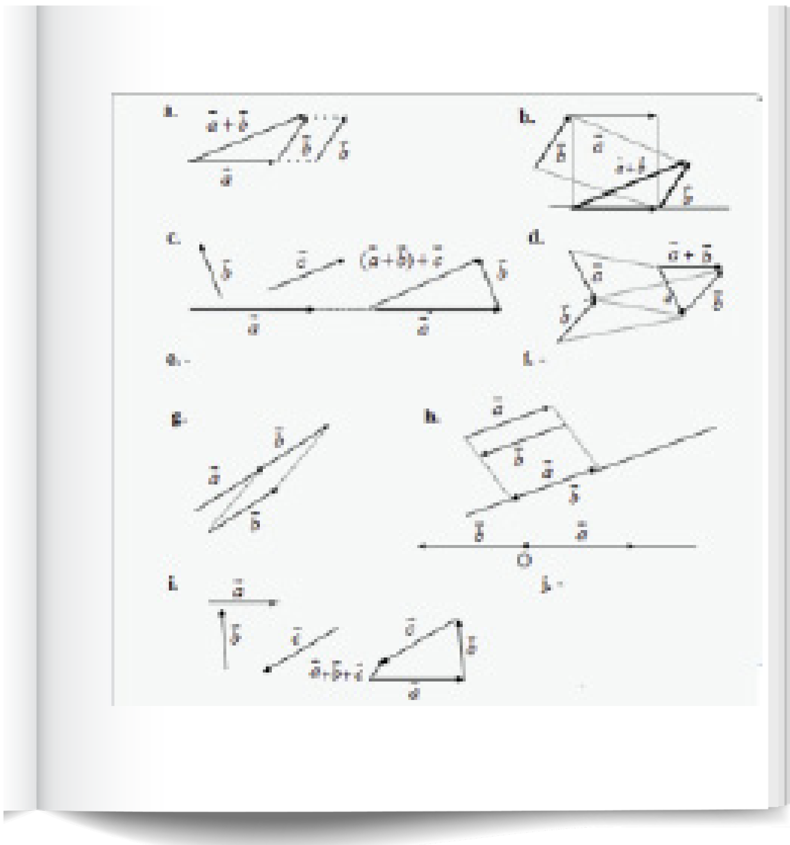
METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Harta e konceptit

Në dyshe nxënësit angazhohen të punojnë një hartë koncepti, duke rikujtuar ato që janë mësuar për vektorin.
Puna e dysheve shfaqet në grupe, diskutohet dhe së bashku në grup e formojnë një hartë për ta prezantuar para klasës.
(shembull se si mund të duket harta e konceptit të punar nga nxënësit)

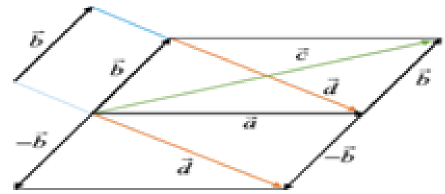


Për mësimdhënësin/en



Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i ilustruar

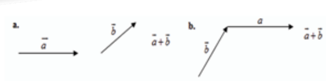
Në projektor shfaqet figura nga libri dhe siç shihet figura ka formën e një paralelogrami. Mësimdhënësi sqaron shumën dhe diferencën e vektorëve përmes rregullës së paralelogramit.

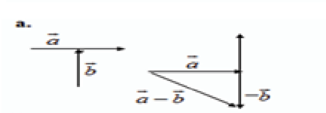


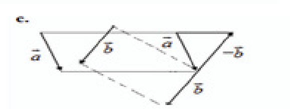
Le të jenë $\vec{a}$ dhe $\vec{b}$ dy vektorë.
Shuma e vektorëve $\vec{a}$ dhe $\vec{b}$ quhet vektori $\vec{c}$, fillimi i të cilit përputhet me fillimin e vektorit $\vec{a}$, kurse fundi me fundin e vektorit $\vec{b}$: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
Diferencë të vektorëve $\vec{a}$ dhe $\vec{b}$ quajmë vektorin

$$\vec{c}=\vec{a}+(-\vec{b})=\vec{a}-\vec{b}.$$

Vazhdohet me disa shembuj ku punohen nga mësimdhënësi në tabelë duke dhënë sqarimet e nevojshme dhe pastaj nxënësit i punojnë në fletoret e tyre. Gjeni shumën dhe ndryshimin e vektorëve.

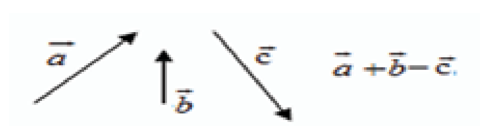






Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Në projektor paraqitet detyra. Kërkohet nga dyshja e nxënësëve të bashkëpunojnë në zgjidhjen e saj.



Vlerësimi i nxënësve:

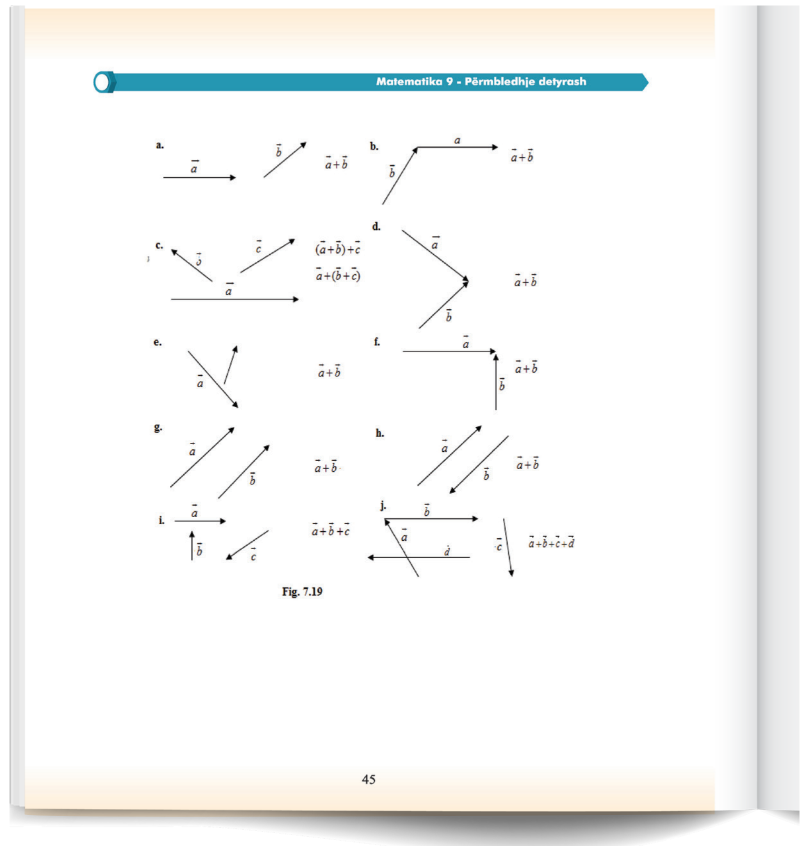
Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e përkufizimit të shumës dhe ndryshimit të vektorëve dhe saktësinë e zgjidhjes së detyrave që kanë të bëjnë me shumën dhe ndryshimin e vektorëve.

Detyrë:
(Të merren dy vektorë sipas dëshirës, pastaj t'i mbledhin dhe zbresin ata)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 41

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE



Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon vektorët dhe përcakton mbledhjen e vektorëve, zbritjen e vektorëve si dhe shumëzimin e vektorit me skalar.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Mbledhja dhe zbritja e vektorëve

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon shumën dhe ndryshimin e vektorëve;
- Zbaton rregullën e paralelogramit për llogaritjen e shumës dhe ndryshimit të vektorëve.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

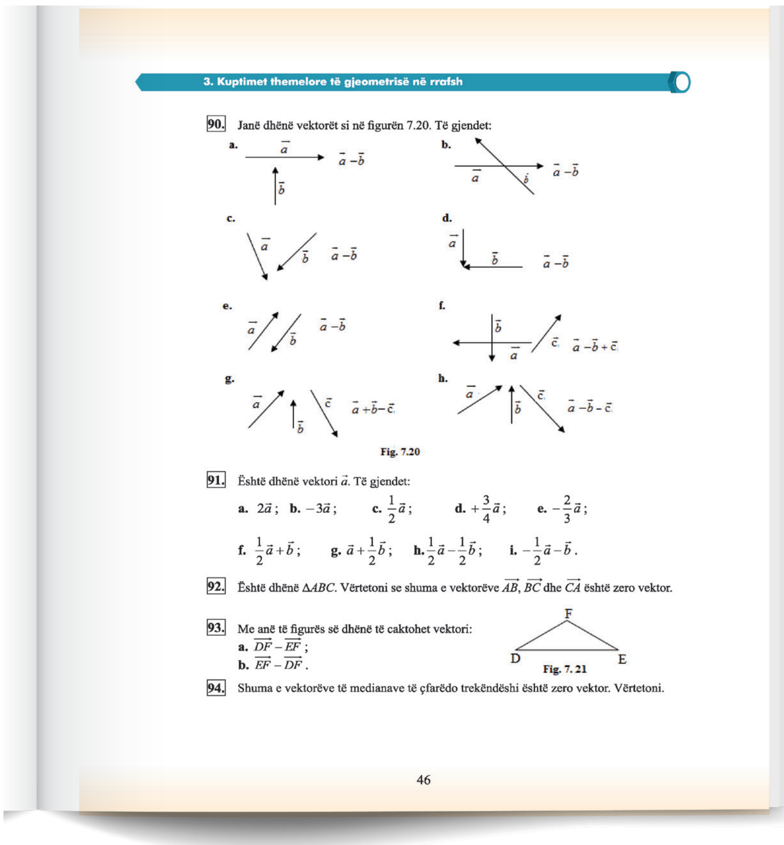
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4, veglat (vizore, laps, trekëndësh).

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Mendo/ puno në dyshe/shkëmbe mendime

Në grupe shpërndahen fletë A4 me disa kërkesa, ku nxënësit duhet t'i lexojnë fillimisht, të diskutojnë në dyshe e pastaj të plotësojnë në grup.
- Çështë vektori?
- Përmes cilës rregull llogaritet shuma dhe ndryshimi i vektorëve?
- Çështë shuma e dy vektorëve? (paraqit një shembull)
- Çështë ndryshimi i dy vektorëve? (paraqit një shembull)



3. Kuptimet themelore të gjeometrisë në rrafsh

90. Janë dhënë vektorët si në figurën 7.20. Të gjendet:

a. $\vec a - \vec b$ b. $\vec a - \vec b$

c. $\vec a - \vec b$ d. $\vec a - \vec b$

e. $\vec a - \vec b$ f. $\vec a - \vec b + \vec c$

g. $\vec a + \vec b - \vec c$ h. $\vec a - \vec b - \vec c$

Fig. 7.20

91. Është dhënë vektori $\vec a$. Të gjendet:

a. $2\vec a$; b. $-3\vec a$; c. $\frac{1}{2}\vec a$; d. $+\frac{3}{4}\vec a$; e. $-\frac{2}{3}\vec a$;

f. $\frac{1}{2}\vec a + \vec b$; g. $\vec a + \frac{1}{2}\vec b$; h. $\frac{1}{2}\vec a - \frac{1}{2}\vec b$; i. $-\frac{1}{2}\vec a - \vec b$.

92. Është dhënë ΔABC. Vërtetoni se shuma e vektorëve $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ dhe $\overrightarrow{CA}$ është zero vektor.

93. Me anë të figurës së dhënë të caktohet vektori:
a. $\overrightarrow{DF} - \overrightarrow{EF}$;
b. $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{DF}$.

Fig. 7.21

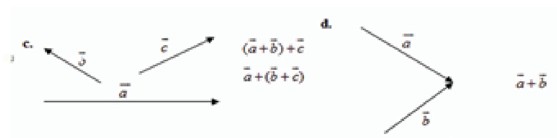
94. Shuma e vektorëve të medianave të çfarëdo trekëndëshi është zero vektor. Vërtetoni.

46

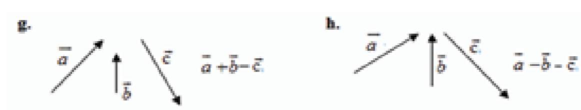
Pasi grupi ta përfundojë punën fletët dorëzohen te mësimdhënësi dhe pastaj në mënyrë të rastësishme ai përzgjedh nxënës nga grupet për ta prezantuar punën e tyre.

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënit në bashkëpunim

Fillimisht grupohen nga 4 nxënës, u caktohen detyrat, u jepen udhëzimet e punimit të detyrave dhe këshillohen të bashkëpunojnë me anëtarët e grupit në mënyrë që puna të jetë më e suksesshme. Në projektor i shfaqen detyrat, gjithashtu u shpërndahen detyrat në fletë A4. Nxënësit fillimisht i punojnë në grupet e tyre duke i diskutuar dhe analizuar me shumë kujdes. Janë dhënë vektorët si në figurë. Të gjendet:

1. 

2. 

3. 

4. Është dhënë vektori $\vec a$. Të gjendet:

a. $2\vec a$; b. $-3\vec a$; c. $\frac{1}{2}\vec a$;

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Stilolapsat në mes

Nga një nxënës prej grupeve caktohet nga mësimdhënësi si përfaqësues i grupit përmes stilolapsave në mes për t'i punuar detyrat në tabelë. Nxënësit që i zgjidhin detyrat në tabelë duhet ta argumentojnë zgjidhjen e detyrës në mënyrë që nxënësit të mos kenë problem në të ardhmen.

Vlerësimi i nxënësve:

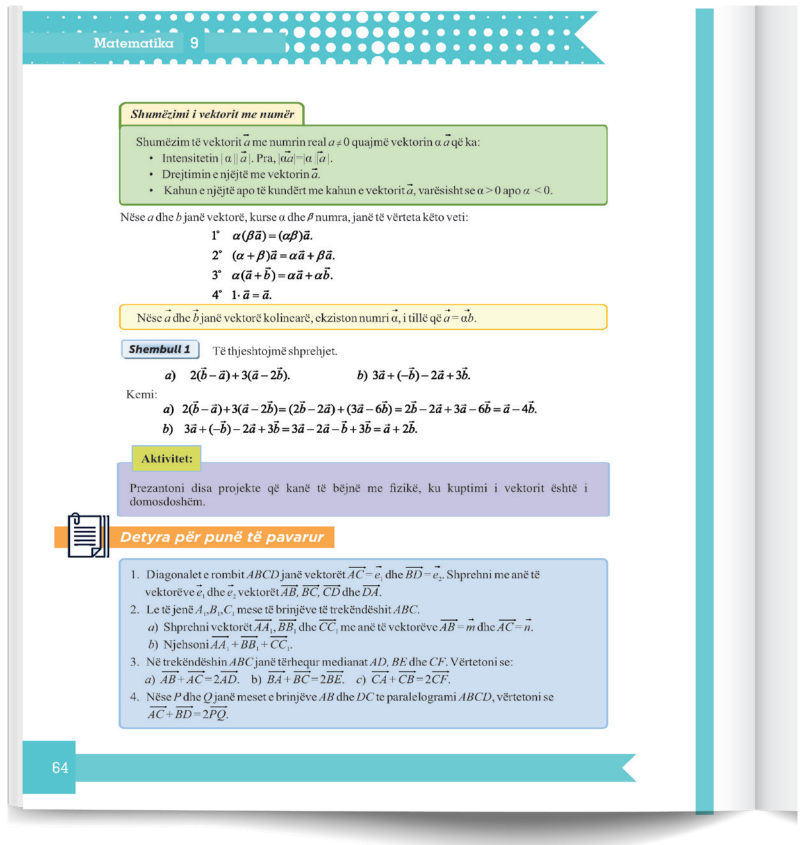
Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e përkufizimit të shumës dhe ndryshimit të vektorëve dhe saktësinë e zgjidhjesë së detyrave që kanë të bëjnë me shumën dhe ndryshimin e vektorëve.

Detyrë:
(Përmbledhje detyrash, faqe 45, detyra 89 g, h, i, j faqe 46, detyra 90 e, f dhe 91 d, e)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 42

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE


Matematika 9

Shumëzimi i vektorit me numër

Shumëzim të vektorit $\vec{a}$ me numrin real $\alpha \neq 0$ quajmë vektorin $\alpha\vec{a}$ që ka:
- Intensitetin $|\alpha||\vec{a}|$. Pra, $|\alpha\vec{a}|=|\alpha||\vec{a}|$.
- Drejtimin e njëjtë me vektorin $\vec{a}$.
- Kahun e njëjtë apo të kundërt me kahun e vektorit $\vec{a}$, varësisht se $\alpha > 0$ apo $\alpha < 0$.

Nëse a dhe b janë vektorë, kurse α dhe β numra, janë të vërteta këto veti:

1° $\alpha(\beta\vec{a})=(\alpha\beta)\vec{a}$.

2° $(\alpha+\beta)\vec{a}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{a}$.

3° $\alpha(\vec{a}+\vec{b})=\alpha\vec{a}+\alpha\vec{b}$.

4° $1\cdot\vec{a}=\vec{a}$.

Nëse $\vec{a}$ dhe $\vec{b}$ janë vektorë kolinearë, ekziston numri $\vec{\alpha}$, i tillë që $\vec{a}=\alpha\vec{b}$.

Shembull 1 Të thjeshtojmë shprehjet.

a) $2(\vec{b}-\vec{a})+3(\vec{a}-2\vec{b})$. *b)* $3\vec{a}+(-\vec{b})-2\vec{a}+3\vec{b}$.

Kemi:

a) $2(\vec{b}-\vec{a})+3(\vec{a}-2\vec{b})=(2\vec{b}-2\vec{a})+(3\vec{a}-6\vec{b})=2\vec{b}-2\vec{a}+3\vec{a}-6\vec{b}=\vec{a}-4\vec{b}$.

b) $3\vec{a}+(-\vec{b})-2\vec{a}+3\vec{b}=3\vec{a}-2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{b}=\vec{a}+2\vec{b}$.

Aktivitet:

Prezantoni disa projekte që kanë të bëjnë me fizikë, ku kuptimi i vektorit është i domosdoshëm.

Detyra për punë të pavarur

1. Diagonalet e rombit $ABCD$ janë vektorët $\overrightarrow{AC}=\vec{e}_1$ dhe $\overrightarrow{BD}=\vec{e}_2$. Shprehni me anë të vektorëve $\vec{e}_1$ dhe $\vec{e}_2$ vektorët $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ dhe $\overrightarrow{DA}$.
2. Le të jenë A_1, B_1, C_1 mese të brinjëve të trekëndëshit ABC.
   a) Shprehni vektorët $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{BB_1}$ dhe $\overrightarrow{CC_1}$ me anë të vektorëve $\overrightarrow{AB}=\vec{m}$ dhe $\overrightarrow{AC}=\vec{n}$.
   b) Njehsoni $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}$.
3. Në trekëndëshin ABC janë tërhequr medianat AD, BE dhe CF. Vërtetoni se:
   a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AD}$. b) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BE}$. *c)* $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{CF}$.
4. Nëse P dhe Q janë meset e brinjëve AB dhe DC te paralelogrami $ABCD$, vërtetoni se $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{PQ}$.

64

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon vektorët dhe përcakton mbledhjen e vektorëve, zbritjen e vektorëve si dhe shumëzimin e vektorit me skalar.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Shumëzimi i vektorit me numër

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përdor vetitë e shumëzimit të vektorit me një mumër;
- Zgjidh detyra që kanë të bëjnë më shumëzimin e vektorit me një numër.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

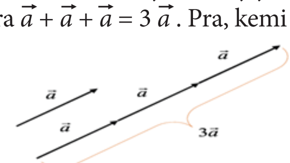
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4, veglat (vizore, laps, trekëndësh).

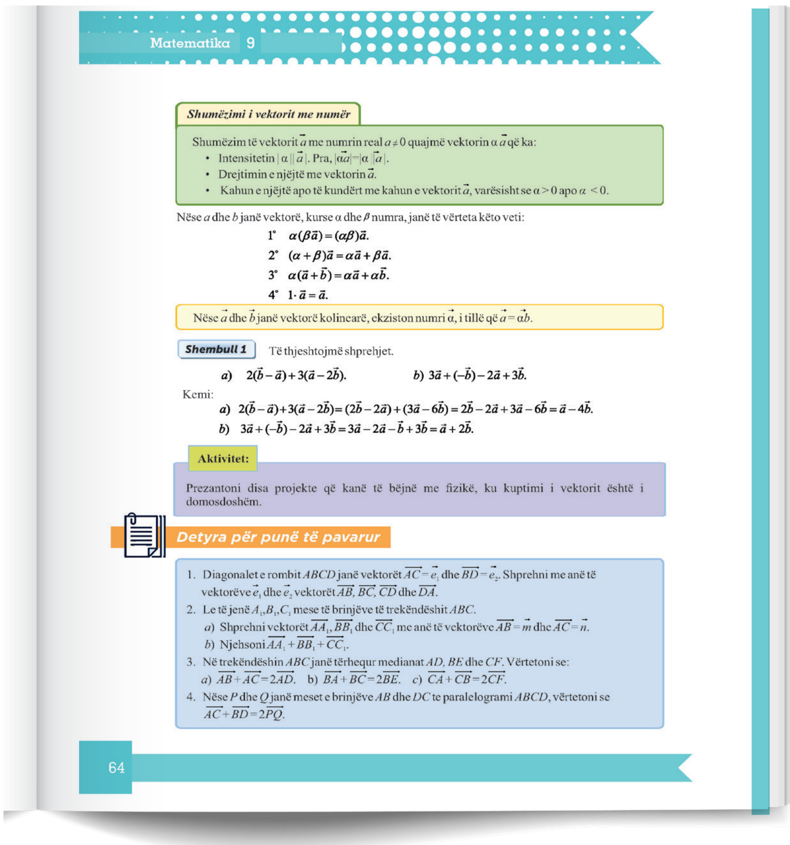
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Bëhet një reflektim i njohurive duke rikujtuar ato që janë mësuar nga ora e kaluar.
Psh. si bëhet shuma e dy vektorëve? (përmes rregullës së paralelogramit)
Po nëse vektorët janë të njëjtë? ($\vec{a}+\vec{a}+\vec{a}=?$)
Pra $\vec{a}+\vec{a}+\vec{a}=3\vec{a}$. Pra, kemi të bëjmë më shumëzimin e vektorit me një numër.




Matematika 9

Shumëzimi i vektorit me numër

Shumëzim të vektorit $\vec{a}$ me numrin real $\alpha \neq 0$ quajmë vektorin $\alpha\vec{a}$ që ka:

- Intensitetin $|\alpha||\vec{a}|$. Pra, $|\alpha\vec{a}|=|\alpha||\vec{a}|$.
- Drejtimin e njëjtë me vektorin $\vec{a}$.
- Kahun e njëjtë apo të kundërt me kahun e vektorit $\vec{a}$, varësisht se $\alpha > 0$ apo $\alpha < 0$.

Nëse a dhe b janë vektorë, kurse α dhe β numra, janë të vërteta këto veti:

1° $\alpha(\beta\vec{a})=(\alpha\beta)\vec{a}$.

2° $(\alpha+\beta)\vec{a}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{a}$.

3° $\alpha(\vec{a}+\vec{b})=\alpha\vec{a}+\alpha\vec{b}$.

4° $1\cdot\vec{a}=\vec{a}$.

Nëse $\vec{a}$ dhe $\vec{b}$ janë vektorë kolinearë, ekziston numri α, i tillë që $\vec{a}=\alpha\vec{b}$.

Shembull 1 Të thjeshtojmë shprehjet.

a) $2(\vec{b}-\vec{a})+3(\vec{a}-2\vec{b})$. *b)* $3\vec{a}+(-\vec{b})-2\vec{a}+3\vec{b}$.

Kemi:

a) $2(\vec{b}-\vec{a})+3(\vec{a}-2\vec{b})=(2\vec{b}-2\vec{a})+(3\vec{a}-6\vec{b})=2\vec{b}-2\vec{a}+3\vec{a}-6\vec{b}=\vec{a}-4\vec{b}$.

b) $3\vec{a}+(-\vec{b})-2\vec{a}+3\vec{b}=3\vec{a}-2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{b}=\vec{a}+2\vec{b}$.

Aktivitet:

Prezantoni disa projekte që kanë të bëjnë me fizikë, ku kuptimi i vektorit është i domosdoshëm.

Detyra për punë të pavarur

1. Diagonalet e rombit $ABCD$ janë vektorët $\overrightarrow{AC}=\vec{e}_1$ dhe $\overrightarrow{BD}=\vec{e}_2$. Shprehni me anë të vektorëve $\vec{e}_1$ dhe $\vec{e}_2$ vektorët $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ dhe $\overrightarrow{DA}$.
2. Le të jenë A_1, B_1, C_1 mese të brinjëve të trekëndëshit ABC.
   a) Shprehni vektorët $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{BB_1}$ dhe $\overrightarrow{CC_1}$ me anë të vektorëve $\overrightarrow{AB}=\vec{m}$ dhe $\overrightarrow{AC}=\vec{n}$.
   b) Njehsoni $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}$.
3. Në trekëndëshin ABC janë tërhequr medianat AD, BE dhe CF. Vërtetoni se:
   a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AD}$. b) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BE}$. *c)* $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{CF}$.
4. Nëse P dhe Q janë meset e brinjëve AB dhe DC te paralelogrami $ABCD$, vërtetoni se $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{PQ}$.

64

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i ilustruar

Mësimdhënësi sqaron si bëhet shumëzimi i një vektori me një numër duke u bazuar në rregullën: shumëzim të vektorit $\vec{a}$ me numrin real $\alpha \neq 0$ quajmë vektorin α $\vec{a}$ që ka:
- Intensitetin $|\alpha||\vec{a}|$. Pra, $|\alpha\vec{a}|=|\alpha||\vec{a}|$.
- Drejtimin e njëjtë me vektorin $\vec{a}$.
- Kahun e njëjtë apo të kundërt me kahun e vektorit $\vec{a}$, varësisht se $\alpha > 0$ apo $\alpha < 0$

Gjithashtu sqarohen edhe vetitë e shumëzimit:

Nëse a dhe b janë vektorë, kurse α dhe β numra, janë të vërteta këto veti:

1° $\alpha(\beta\vec{a})=(\alpha\beta)\vec{a}$.

2° $(\alpha+\beta)\vec{a}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{a}$.

3° $\alpha(\vec{a}+\vec{b})=\alpha\vec{a}+\alpha\vec{b}$.

4° $1\cdot\vec{a}=\vec{a}$.

Nëse $\vec{a}$ dhe $\vec{b}$ janë vektorë kolinearë, ekziston numri a, i tillë që $\vec{a} = a\vec{b}$.

Vazhdohet me shembuj nga libri ku a) punohen nga mësimdhënësi në tabelë duke dhënë sqarimet e nevojshme dhe pastaj detyrën b) e punojnë nxënësit në grupe.

Sh. 1 Të thjeshtohen shprehjet:

a) $2(\vec{b}-\vec{a})+3(\vec{a}-2\vec{b})$. *b)* $3\vec{a}+(-\vec{b})-2\vec{a}+3\vec{b}$.

Kemi:

a) $2(\vec{b}-\vec{a})+3(\vec{a}-2\vec{b})=(2\vec{b}-2\vec{a})+(3\vec{a}-6\vec{b})=2\vec{b}-2\vec{a}+3\vec{a}-6\vec{b}=\vec{a}-4\vec{b}$.

b) $3\vec{a}+(-\vec{b})-2\vec{a}+3\vec{b}=3\vec{a}-2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{b}=\vec{a}+2\vec{b}$.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Detyrë sfiduese

Në projektor shfaqet detyra, ku nxënësit duhet të punojnë në mënyrë individuale për 3 min.
Ata që arrijnë të punojnë saktë dhe në kohë të caktuar shpërblehen.
Të thjeshtohet shprehja:
$3(\vec{a} - \vec{b}) - 2(\vec{b} + \vec{a}) + 4\vec{b}$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e përdorimit të vetive të shumëzimit me një numër dhe për saktësinë e zgjidhjes së detyrave.

Detyrë:
(Të thjeshtohet shprehja: $2(\vec{a} - \vec{b}) - 3(\vec{b} + \vec{a}) + 7\vec{b}$)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 43

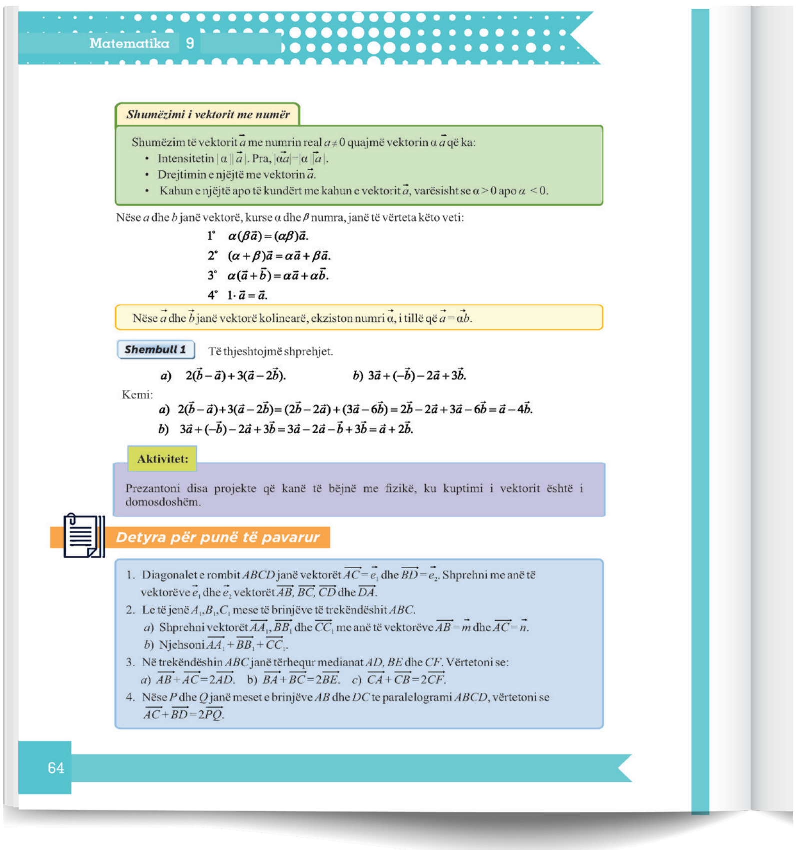
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon vektorët dhe përcakton mbledhjen e vektorëve, zbritjen e vektorëve si dhe shumëzimin e vektorit me skalar.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



Matematika 9

Shumëzimi i vektorit me numër

Shumëzim të vektorit $\vec{a}$ me numrin real $\alpha \neq 0$ quajmë vektorin $\alpha\vec{a}$ që ka:

- Intensitetin $|\alpha||\vec{a}|$. Pra, $|\alpha\vec{a}|=|\alpha||\vec{a}|$.
- Drejtimin e njëjtë me vektorin $\vec{a}$.
- Kahun e njëjtë apo të kundërt me kahun e vektorit $\vec{a}$, varësisht se $\alpha > 0$ apo $\alpha < 0$.

Nëse a dhe b janë vektorë, kurse α dhe β numra, janë të vërteta këto veti:

1° $\alpha(\beta\vec{a}) = (\alpha\beta)\vec{a}$.
2° $(\alpha+\beta)\vec{a} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{a}$.
3° $\alpha(\vec{a}+\vec{b}) = \alpha\vec{a} + \alpha\vec{b}$.
4° $1\cdot\vec{a} = \vec{a}$.

Nëse $\vec{a}$ dhe $\vec{b}$ janë vektorë kolinearë, ekziston numri α, i tillë që $\vec{a}=\alpha\vec{b}$.

Shembull 1 Të thjeshtojmë shprehjet.

a) $2(\vec{b}-\vec{a})+3(\vec{a}-2\vec{b})$. *b)* $3\vec{a}+(-\vec{b})-2\vec{a}+3\vec{b}$.

Kemi:

a) $2(\vec{b}-\vec{a})+3(\vec{a}-2\vec{b}) = (2\vec{b}-2\vec{a})+(3\vec{a}-6\vec{b}) = 2\vec{b}-2\vec{a}+3\vec{a}-6\vec{b} = \vec{a}-4\vec{b}$.
b) $3\vec{a}+(-\vec{b})-2\vec{a}+3\vec{b} = 3\vec{a}-2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{b} = \vec{a}+2\vec{b}$.

Aktivitet:

Prezantoni disa projekte që kanë të bëjnë me fizikë, ku kuptimi i vektorit është i domosdoshëm.

Detyra për punë të pavarur

1. Diagonalet e rombit $ABCD$ janë vektorët $\overrightarrow{AC}=\vec{e}_1$ dhe $\overrightarrow{BD}=\vec{e}_2$. Shprehni me anë të vektorëve $\vec{e}_1$ dhe $\vec{e}_2$ vektorët $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ dhe $\overrightarrow{DA}$.
2. Le të jenë A_1, B_1, C_1 mese të brinjëve të trekëndëshit ABC.
   a) Shprehni vektorët $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{BB_1}$ dhe $\overrightarrow{CC_1}$ me anë të vektorëve $\overrightarrow{AB}=\vec{m}$ dhe $\overrightarrow{AC}=\vec{n}$.
   b) Njehsoni $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}$.
3. Në trekëndëshin ABC janë tërhequr medianat AD, BE dhe CF. Vërtetoni se:
   a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AD}$. b) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BE}$. *c)* $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{CF}$.
4. Nëse P dhe Q janë meset e brinjëve AB dhe DC te paralelogrami $ABCD$, vërtetoni se $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{PQ}$.

64

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Shumëzimi i vektorit me numër (skalar)

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përdor vetitë e shumëzimit të vektorit me një numër;
- Zgjidh detyra që kanë të bëjnë më shumëzimin e vektorit me një numër.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

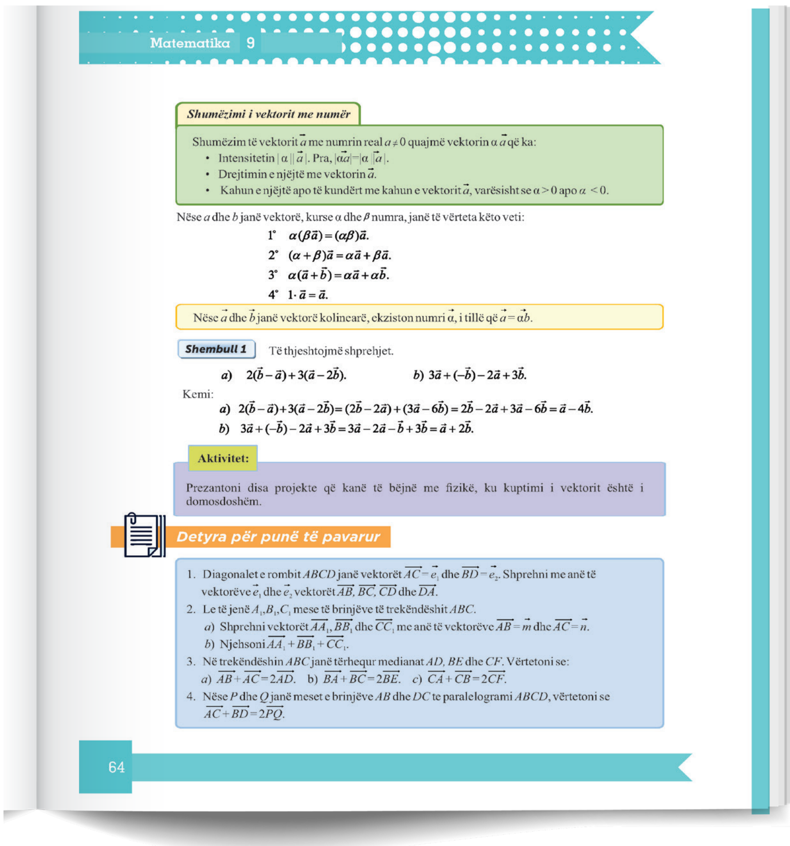
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4, veglat (vizore, laps, trekëndësh).

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Bëhet një reflektim i njohurive duke rikujtuar ato që janë mësuar nga ora e kaluar.
Merren mendimet e nxënësve lidhur me shumëzimin e vektorit me një numër, gjithashtu përsëriten edhe vetitë e shumëzimit të vektorëve me numër, të cilat veti duhen të zbatohen në detyra.


Matematika 9

Shumëzimi i vektorit me numër

Shumëzim të vektorit $\vec{a}$ me numrin real $a \neq 0$ quajmë vektorin $\alpha\vec{a}$ që ka:
- Intensitetin $|\alpha||\vec{a}|$. Pra, $|\alpha\vec{a}|=|\alpha||\vec{a}|$.
- Drejtimin e njëjtë me vektorin $\vec{a}$.
- Kahun e njëjtë apo të kundërt me kahun e vektorit $\vec{a}$, varësisht se $\alpha > 0$ apo $\alpha < 0$.

Nëse a dhe b janë vektorë, kurse α dhe β numra, janë të vërteta këto veti:

1° $\alpha(\beta\vec{a})=(\alpha\beta)\vec{a}$.

2° $(\alpha+\beta)\vec{a}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{a}$.

3° $\alpha(\vec{a}+\vec{b})=\alpha\vec{a}+\alpha\vec{b}$.

4° $1\cdot\vec{a}=\vec{a}$.

Nëse $\vec{a}$ dhe $\vec{b}$ janë vektorë kolinearë, ekziston numri $\vec{\alpha}$, i tillë që $\vec{a}=\alpha\vec{b}$.

Shembull 1 Të thjeshtojmë shprehjet.

a) $2(\vec{b}-\vec{a})+3(\vec{a}-2\vec{b})$. *b)* $3\vec{a}+(-\vec{b})-2\vec{a}+3\vec{b}$.

Kemi:

a) $2(\vec{b}-\vec{a})+3(\vec{a}-2\vec{b})=(2\vec{b}-2\vec{a})+(3\vec{a}-6\vec{b})=2\vec{b}-2\vec{a}+3\vec{a}-6\vec{b}=\vec{a}-4\vec{b}$.

b) $3\vec{a}+(-\vec{b})-2\vec{a}+3\vec{b}=3\vec{a}-2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{b}=\vec{a}+2\vec{b}$.

Aktivitet:

Prezantoni disa projekte që kanë të bëjnë me fizikë, ku kuptimi i vektorit është i domosdoshëm.

Detyra për punë të pavarur

1. Diagonalet e rombit $ABCD$ janë vektorët $\overrightarrow{AC}=\vec{e}_1$ dhe $\overrightarrow{BD}=\vec{e}_2$. Shprehni me anë të vektorëve $\vec{e}_1$ dhe $\vec{e}_2$ vektorët $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ dhe $\overrightarrow{DA}$.
2. Le të jenë A_1, B_1, C_1 mese të brinjëve të trekëndëshit ABC.
   a) Shprehni vektorët $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{BB_1}$ dhe $\overrightarrow{CC_1}$ me anë të vektorëve $\overrightarrow{AB}=\vec{m}$ dhe $\overrightarrow{AC}=\vec{n}$.
   b) Njehsoni $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}$.
3. Në trekëndëshin ABC janë tërhequr medianat AD, BE dhe CF. Vërtetoni se:
   a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AD}$. b) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BE}$. c) $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{CF}$.
4. Nëse P dhe Q janë meset e brinjëve AB dhe DC te paralelogrami $ABCD$, vërtetoni se $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{PQ}$.

64

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënit në bashkëpunim

Grupet caktohen me numra 1, 2, 3, 4.
Në projektor shfaqen detyrat, ose u shpërndahen fletë A4 ku i kanë detyrat e dhëna. Secilit grup i caktohet detyra sipas numrit që ka. U jepen udhëzimet e punimit të detyrave dhe këshillohen të bashkëpunojnë me anëtarët e grupit në mënyrë që puna të jetë më e suksesshme. Të thjeshtohen shprehjet:

1. $5(\vec{a}-\vec{b})-(\vec{b}+\vec{a})+3\vec{b}$

2. $4\vec{a}-3(\vec{a}+2\vec{b})+5\vec{b}$

3. $2\vec{b}+3\vec{a}-4(2\vec{a}-5\vec{b})$

4. $6(\vec{b}+\vec{a}-2\vec{c})+2(\vec{a}-3\vec{b}-\vec{c})$

Pasi të punohen detyrat në grupe, përmes stilolapsave në mes përzgjidhet nga një përfaqësues nga grupet dhe pastaj detyrat punohen në tabelë për grupet e tjera.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Detyrë sfiduese

Në projektor shfaqet detyra, ku nxënësit duhen të punojnë në mënyrë individuale për 3 min.
Nxënësit që arrijnë të punojnë saktë dhe në kohë të caktuar shpërblehen.
Të thjeshtohet shprehja:
$3(\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c})-2(\vec{b}+\vec{a}-\vec{c})+4\vec{b}$

Vlerësimi i nxënësve:

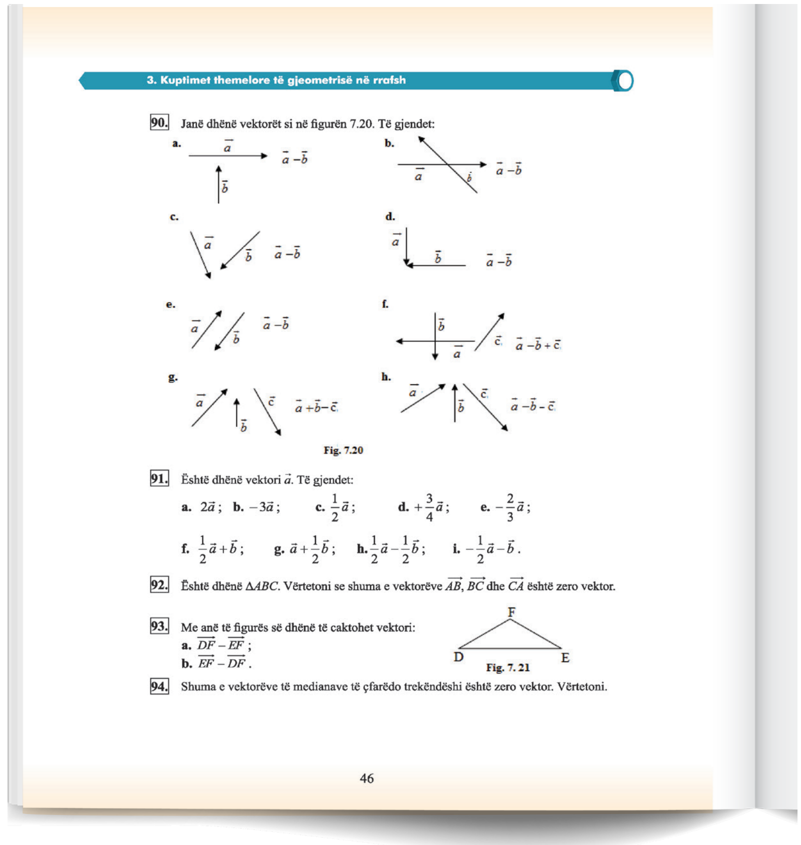
Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e përdorimit të vetive të shumëzimit me një numër dhe për saktësinë e zgjidhjes së detyrave.

Detyrë:
(Të thjeshtohet shprehja: $2(\vec{a}-\vec{b})-3(\vec{b}+\vec{a}+2\vec{c})+3(\vec{b}+5\vec{c})$

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 44

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE



90. Janë dhënë vektorët si në figurën 7.20. Të gjendet:

a. $\vec{a}-\vec{b}$ b. $\vec{a}-\vec{b}$

c. $\vec{a}-\vec{b}$ d. $\vec{a}-\vec{b}$

e. $\vec{a}-\vec{b}$ f. $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$

g. $\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ h. $\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$

Fig. 7.20

91. Është dhënë vektori $\vec{a}$. Të gjendet:

a. $2\vec{a}$; **b.** $-3\vec{a}$; **c.** $\frac{1}{2}\vec{a}$; **d.** $+\frac{3}{4}\vec{a}$; **e.** $-\frac{2}{3}\vec{a}$;

f. $\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$; **g.** $\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$; **h.** $\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$; **i.** $-\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$.

92. Është dhënë ΔABC. Vërtetoni se shuma e vektorëve $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ dhe $\overrightarrow{CA}$ është zero vektor.

93. Me anë të figurës së dhënë të caktohet vektori:
a. $\overrightarrow{DF}-\overrightarrow{EF}$;
b. $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{DF}$.

Fig. 7. 21

94. Shuma e vektorëve të medianave të çfarëdo trekëndëshi është zero vektor. Vërtetoni.

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon vektorët dhe përcakton mbledhjen e vektorëve, zbritjen e vektorëve si dhe shumëzimin e vektorit me skalar.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Veprimet me vektorë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Kryen veprimet me vektorë;
- Zgjidh detyra që kanë të bëjnë më vektorët.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

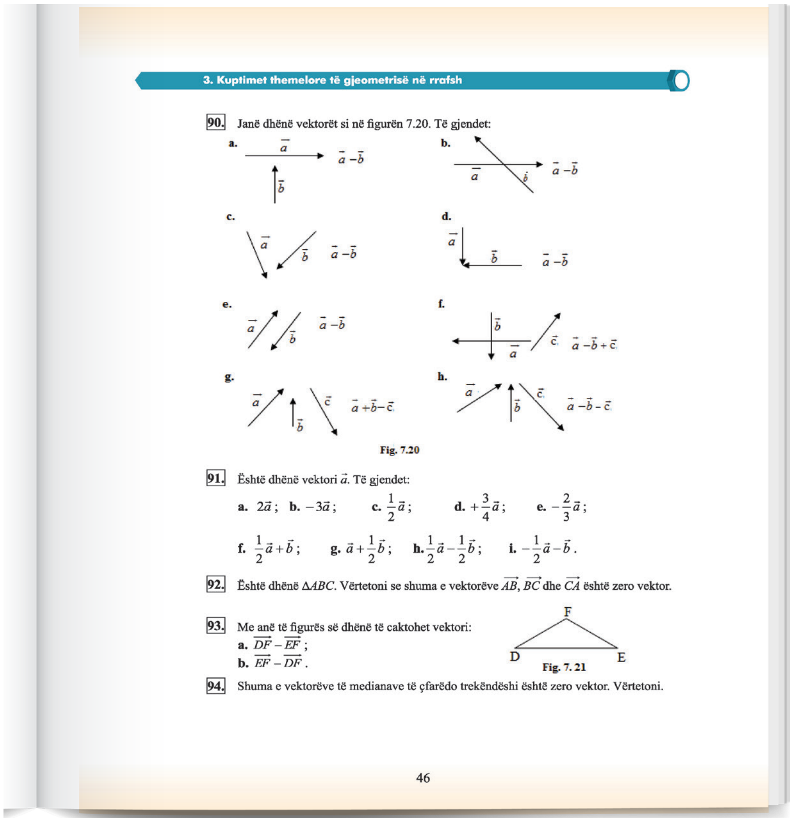
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4, veglat (vizore, laps, trekëndësh).

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, Fizikë

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive paraprake

Bëhet një reflektim i njohurive duke rikujtuar ato që janë mësuar nga ora e kaluar.
Merren mendimet e nxënësve lidhur me veprimet me vektorë, si mbledhja, zbritja e vektorëve dhe shumëzimin e vektorit me një numër, gjithashtu përsëriten vetitë e shumëzimit të vektorëve me numër, të cilat veti duhen të zbatohen në detyra.



3. Kuptimet themelore të gjeometrisë në rrafsh

90. Janë dhënë vektorët si në figurën 7.20. Të gjendet:

Fig. 7.20

91. Është dhënë vektori $\vec{a}$. Të gjendet:

a. $2\vec{a}$; **b.** $-3\vec{a}$; **c.** $\frac{1}{2}\vec{a}$; **d.** $+\frac{3}{4}\vec{a}$; **e.** $-\frac{2}{3}\vec{a}$;

f. $\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$; **g.** $\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$; **h.** $\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$; **i.** $-\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$.

92. Është dhënë ΔABC. Vërtetoni se shuma e vektorëve $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ dhe $\overrightarrow{CA}$ është zero vektor.

93. Me anë të figurës së dhënë të caktohet vektori:
a. $\overrightarrow{DF}-\overrightarrow{EF}$;
b. $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{DF}$.

Fig. 7. 21

94. Shuma e vektorëve të medianave të çfarëdo trekëndëshi është zero vektor. Vërtetoni.

46

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i ilustruar

Mësimdhënësi përzgjedh disa nga detyrat nga libri përmbledhje detyrash për vektorët dhe punon së bashku me nxënës. Pasi shumica janë vërtetime, atëherë punohen nga mësimdhënësi në tabelë e pastaj nxënësit në fletorët e tyre. 1. Shuma e vektorëve të medianave të çfarëdo trekëndëshi është zero vektor. Vërtetoni.

Nga $\Delta ABM \Rightarrow \overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ (Shih fig.7.52').

Ngjashëm, nga ΔBCN e ΔCAP kemi

$\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ dhe

$\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ Tri barazimet e fundit i mbledhim anë për anë dhe marrim:

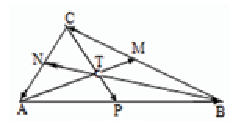


Fig. 7. 52'

$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\right).$

Vektorët $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$ mbyllin trekëndëshin ΔABC. Andaj

$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$.

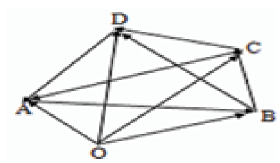
$\overrightarrow{OA}=\vec{a}, \overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{OD}=\vec{d}$ dhe të diagonaleve të katërkëndëshit të dhënë.

Shfrytëzojmë rregullën për zbritjen e vektorëve.

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\vec{b}-\vec{a}$. Ngjashëm fitojmë:

$\overrightarrow{BC}=\vec{c}-\vec{b}$, $\overrightarrow{CD}=\vec{d}-\vec{c}$, $\overrightarrow{DA}=\vec{a}-\vec{d}$,

$\overrightarrow{AC}=\vec{c}-\vec{a}$ dhe $\overrightarrow{BD}=\vec{d}-\vec{b}$.



Nëse katërkëndëshi $ABCD$ është paralelogram, atëherë vërtetoni se $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BC}$.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Nxënësit në dyshe punojnë detyrën 101 nga libri përmbledhje detyrash. E diskutojnë së bashku si dyshe e pastaj në grup e punojnë detyrën. Një përfaqësues i grupit e prezanton para klasës.

Nëse vektorët $\vec{m}$, $\vec{n}$, $\vec{p}$ janë brinjë të trekëndëshit dhe nëse:

$$\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{c}+4\vec{d}, \quad \vec{n}=2\vec{b}-\vec{a}-3\vec{d} \quad \text{dhe} \quad \vec{p}=3\vec{c}-\vec{a}-\vec{b}.$$

Vërtetoni se ekziston katërkëndëshi tek i cili brinjët e tij janë të barabarta me $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e përdorimit të vetive te vektorët dhe për saktësinë e zgjidhjes së detyrave.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 64, detyra 3, 4)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 45

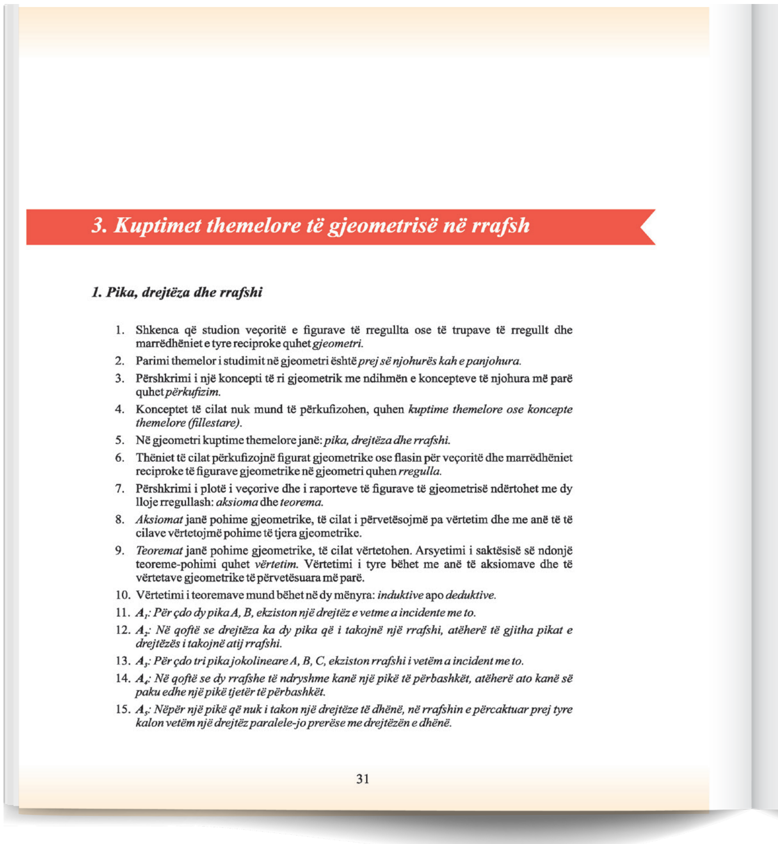
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Kuptime themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të temës: Konstrukton disa nga vendet gjeometrike të pikave në rrafsh.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



3. Kuptimet themelore të gjeometrisë në rrafsh

1. Pika, drejtëza dhe rrafshi

1. Shkenca që studion veçoritë e figurave të rregullta ose të trupave të rregullt dhe marrëdhëniet e tyre reciproke quhet *gjeometri.*
2. Parimi themelor i studimit në gjeometri është *prej së njohurës kah e panjohura.*
3. Përshkrimi i një koncepti të ri gjeometrik me ndihmën e koncepteve të njohura më parë quhet *përkufizim.*
4. Konceptet të cilat nuk mund të përkufizohen, quhen *kuptime themelore ose koncepte themelore (fillestare).*
5. Në gjeometri kuptime themelore janë: *pika, drejtëza dhe rrafshi.*
6. Thëniet të cilat përkufizojnë figurat gjeometrike ose flasin për veçoritë dhe marrëdhëniet reciproke të figurave gjeometrike në gjeometri quhen *rregulla.*
7. Përshkrimi i plotë i veçorive dhe i raporteve të figurave të gjeometrisë ndërtohet me dy lloje rregullash: *aksioma* dhe *teorema.*
8. *Aksiomat* janë pohime gjeometrike, të cilat i përvetësojmë pa vërtetim dhe me anë të të cilave vërtetojmë pohime të tjera gjeometrike.
9. *Teoremat* janë pohime gjeometrike, të cilat vërtetohen. Arsyetimi i saktësisë së ndonjë teoreme-pohimi quhet *vërtetim.* Vërtetimi i tyre bëhet me anë të aksiomave dhe të vërtetave gjeometrike të përvetësuara më parë.
10. Vërtetimi i teoremave mund bëhet në dy mënyra: *induktive* apo *deduktive.*
11. *A_1: Për çdo dy pika A, B, ekziston një drejtëz e vetme a incidente me to.*
12. *A_2: Në qoftë se drejtëza ka dy pika që i takojnë një rrafshi, atëherë të gjitha pikat e drejtëzës i takojnë atij rrafshi.*
13. *A_3: Për çdo tri pika jokolineare A, B, C, ekziston rrafshi i vetëm a incident me to.*
14. *A_4: Në qoftë se dy rrafshe të ndryshme kanë një pikë të përbashkët, atëherë ato kanë së paku edhe një pikë tjetër të përbashkët.*
15. *A_5: Nëpër një pikë që nuk i takon një drejtëze të dhënë, në rrafshin e përcaktuar prej tyre kalon vetëm një drejtëz paralele-jo prerëse me drejtëzën e dhënë.*

31

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Kuptimet themelore të gjeometrisë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:

- Dallon kuptimet themelore nga ato të nxjerra;
- Përcakton pozitën reciproke të drejtëzave, të drejtëzës ndaj rrafshit dhe pozitën reciproke të rrafsheve;
- Përkufizon rrethin me elementet e tij;
- Përkufizon vektorin dhe kryen veprimet me vektorë.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

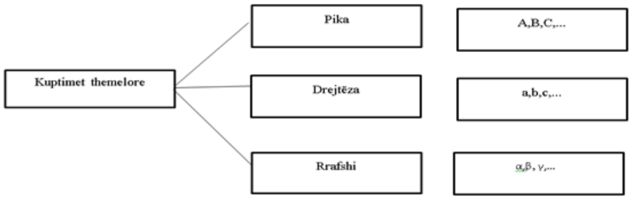
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4, veglat (vizore, laps, kompas, këndmatës)

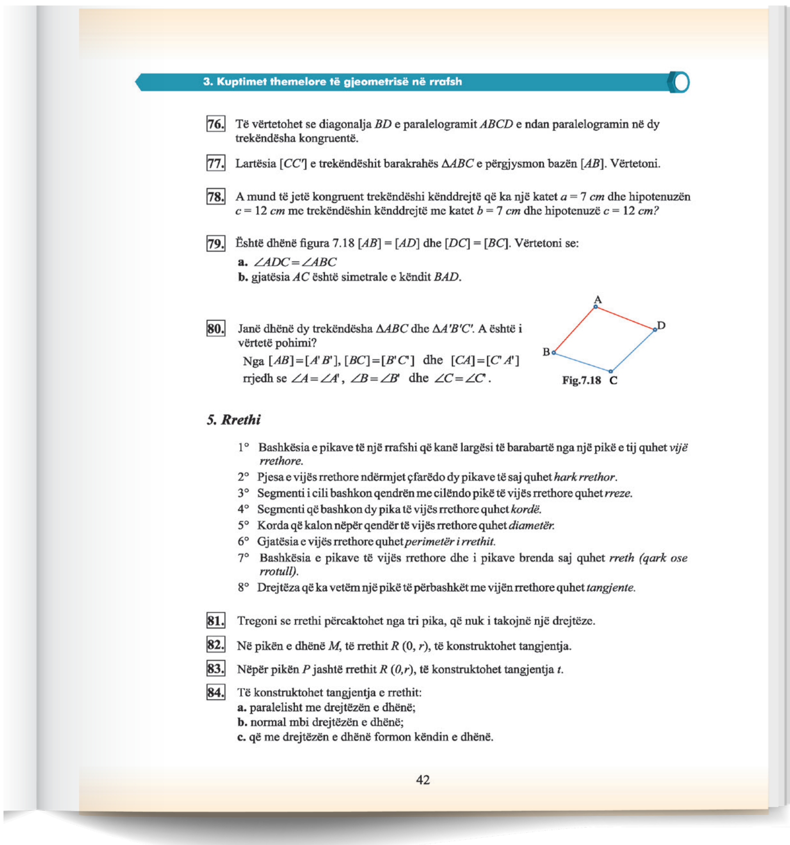
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Harta e konceptit

Në dyshe nxënësit angazhohen të punojnë një hartë koncepti, duke rikujtuar ato që janë mësuar për kuptimet themelore në gjeometri. Puna e dysheve shfaqet në grupe, diskutohet dhe së bashku në grup e formojnë një hartë për ta prezantuar para klasës. (si mund të duket harta e konceptit të punar nga nxënësit)





3. Kuptimet themelore të gjeometrisë në rrafsh

76. Të vërtetohet se diagonalja BD e paralelogramit $ABCD$ e ndan paralelogramin në dy trekëndësha kongruentë.

77. Lartësia $[CC']$ e trekëndëshit barakrahës ΔABC e përgjysmon bazën $[AB]$. Vërtetoni.

78. A mund të jetë kongruent trekëndëshi kënddrejtë që ka një katet $a = 7$ *cm* dhe hipotenuzën $c = 12$ *cm* me trekëndëshin kënddrejtë me katet $b = 7$ *cm* dhe hipotenuzë $c = 12$ *cm?*

79. Është dhënë figura 7.18 $[AB] = [AD]$ dhe $[DC] = [BC]$. Vërtetoni se:
a. $\angle ADC = \angle ABC$
b. gjatësia AC është simetrale e këndit BAD.

80. Janë dhënë dy trekëndësha ΔABC dhe $\Delta A'B'C'$. A është i vërtetë pohimi?
Nga $[AB]=[A'B']$, $[BC]=[B'C']$ dhe $[CA]=[C'A']$ rrjedh se $\angle A=\angle A'$, $\angle B=\angle B'$ dhe $\angle C=\angle C'$.

A, B, C, D

Fig.7.18

5. Rrethi

1° Bashkësia e pikave të një rrafshi që kanë largësi të barabartë nga një pikë e tij quhet *vijë rrethore.*
2° Pjesa e vijës rrethore ndërmjet çfarëdo dy pikave të saj quhet *hark rrethor*.
3° Segmenti i cili bashkon qendrën me cilëndo pikë të vijës rrethore quhet *rreze.*
4° Segmenti që bashkon dy pika të vijës rrethore quhet *kordë.*
5° Korda që kalon nëpër qendër të vijës rrethore quhet *diametër.*
6° Gjatësia e vijës rrethore quhet *perimetër i rrethit.*
7° Bashkësia e pikave të vijës rrethore dhe i pikave brenda saj quhet *rreth (qark ose rrotull).*
8° Drejtëza që ka vetëm një pikë të përbashkët me vijën rrethore quhet *tangjente.*

81. Tregoni se rrethi përcaktohet nga tri pika, që nuk i takojnë një drejtëze.

82. Në pikën e dhënë M, të rrethit $R\ (0, r)$, të konstruktohet tangjentja.

83. Nëpër pikën P jashtë rrethit $R\ (0,r)$, të konstruktohet tangjentja t.

84. Të konstruktohet tangjentja e rrethit:
a. paralelisht me drejtëzën e dhënë;
b. normal mbi drejtëzën e dhënë;
c. që me drejtëzën e dhënë formon këndin e dhënë.

42

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënit në bashkëpunim

Nxënësit në grupe ndahen me numrat 1, 2, 3. Secili nga grupet e ka një pjesë të caktuar. P.sh. gr. 1 - pika, drejtëza dhe rrafshi; gr. 2 - rrethi dhe gr. 3 - vektorët. Udhëzohen që të lexojnë në heshtje nga libri përmbledhje detyrash, pastaj parashtrohen pyetjet të cilat duhen t'u përgjigjen në grupe. (p.sh. pyetjet e gr. 1)
- Ç'është gjeometria?
- Cili është parimi themelor në gjeometri?
- Cilat janë kuptimet themelore në gjeometri?
- Çka janë aksiomat, e çka teoremat?
- Në sa mënyra mund të bëhet vërtetimi i një teoreme?
Pasi të punohen përgjigjet në grup, përzgjidhen në mënyrë të rastësishme nxënës që punën e tyre ta prezantojnë para klasës. Vazhdohet me pjesën e dytë.
- Me sa pika përcaktohet një drejtëz?
- Si është pozita reciproke e dy drejtëzave?
- Si është pozita reciproke e drejtëzës ndaj rrafshit?
Puna e nxënësve në grupe monitorohet vazhdimisht nga mësimdhënësi dhe nëse ka kërkesa ndihmohen.
Vazhdohet me pjesen e tretë:
- Kur dy figura janë kongruente?
- Cilat janë rregullat e kongruencës së trekëndëshave?
- Cilat janë pikat e rëndësishme te trekëndëshi?
- Ç'është lartësia, mediana e trekëndëshit?
- Ç'është simetralja e segmentit dhe simetralja e këndit te trekëndëshi?

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në grupe

Tani secili grup do t'i parashtrojë pyetjet e tij një grupi tjetër për të parë sa kanë kuptuar nga ajo që është thënë më lart. Kështu vazhdohet në mënyrë të ndërsjellë që grupet ta përfshijnë tërë materialin.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në diskutim dhe aktivitete, për saktësinë e përkufizimeve te pjesa e gjeometrisë.

Detyrë:

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 46

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Përdor formulat algjebrike (katrorin e binomit, ndryshimin e katrorëve, kubin e binomit) gjatë veprimeve me shprehje shkronjore racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1

Shprehjet algjebrike janë terma matematikorë që përmbajnë numra dhe shkronja. Ato kombinohen me simbolet matematikore dhe krijojnë formula.
Për çfarë shërbejnë shprehjet algjebrike?
3n + 2 (një numër tri herë dhe i kemi shtuar 3) është një shprehje algjebrike, ku shkronja *n* është një numër i panjohur ose që mund të marrë vlera të ndryshme. Zgjidhja e problemave bëhet më e thjeshtë nëse përdorim shkronja në vend të numrave që mungojnë.

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Shprehjet algjebrike - përkthime

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon shprehjet algjebrike;
- Bën përkthimin nga fjalitë e shkruara në shprehje algjebrike;
- Redukton shprehjet algjebrike.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

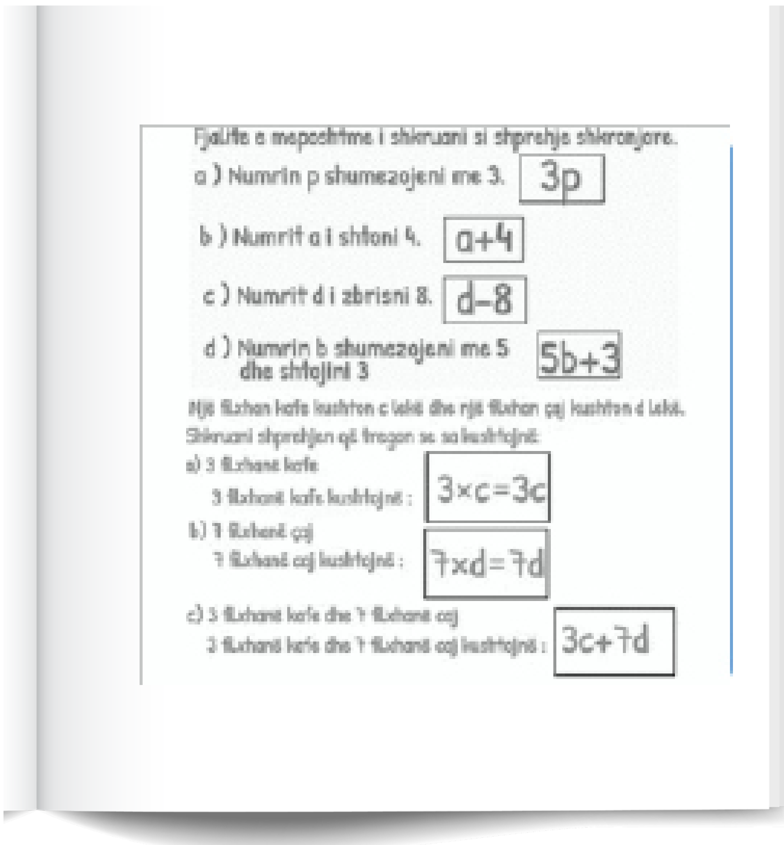
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Marrim mendimet e nxënësve për shprehjet:
Çka janë shprehjet?
Shëno disa shprehje.
P.sh. Shprehja 6 + 7 çfarë shprehje është? (shprehje numerike)
Shprehja 3x - 4 çfarë shprehje është? (shprehje shkronjore)
Po shprehja algjebrike çka është?



Fjalitë e mëposhtme i shkruani si shprehje shkronjore.

a) Numrin p shumëzojeni me 3. $3p$

b) Numrit a i shtoni 4. $a+4$

c) Numrit d i zbrisni 8. $d-8$

d) Numrin b shumëzojeni me 5 dhe shtojini 3 $5b+3$

Një filxhan kafe kushton c lekë dhe një filxhan çaj kushton d lekë.
Shkruani shprehjen që tregon se sa kushtojnë:

a) 3 filxhanë kafe
3 filxhanë kafe kushtojnë : $3 \times c = 3c$

b) 7 filxhanë çaj
7 filxhanë çaj kushtojnë : $7 \times d = 7d$

c) 3 filxhanë kafe dhe 7 filxhanë çaj
3 filxhanë kafe dhe 7 filxhanë çaj kushtojnë : $3c+7d$

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Rikujtohen çka janë shprehjet algjebrike:
Shprehjet algjebrike janë shprehje matematikore që përmbajnë numra dhe shkronja të lidhura me veprime matematikore.
P.sh. $3n + 2$ është shprehje algjebrike me ndryshore (n - quhet ndryshore).
Disa rregulla: Numrat zakonisht vendosen para shkronjave dhe shenja e shumëzimit nuk shënohet, ajo nënkuptohet ($3 \cdot n = 3n$). Shkronjat vendosen sipas radhës alfabetike ($7 \cdot b \cdot a \cdot c = 7abc$). Vazhdohet me disa përkthime nga fjalitë e shkruara në shprehje algjebrike:
- Numrin x shumëzojeni me 3 dhe rriteni për 4 ($3x + 4$)
- Dyfishin e numrit y zbriteni me 7 ($2y – 7$)
Në tabelë shënohet shprehja $6x + 3y - 2x + 4$
Merren mendimet e nxënësve: A është shprehje algjebrike?
Sa kufiza ka, si quhen ato?
Shprehja algjebrike $6x + 3y - 2x + 4$ ka katër kufiza që quhen monome.
- Shprehjet shkronjore që përbëhen vetëm nga numrat, ndryshoret ose fuqitë e tyre, të lidhura me shenjën e shumëzimit, quhen monome.
Te shprehja $6x + 3y - 2x + 4$ ka dy monome të ngjashme 6x dhe 2x, reduktohet shprehja (polinomi): $6x + 3y - 2x + 4 = 4x + 3y + 4$
- Polinomi është shprehje që ka këto veti: koeficientet numra realë, ndryshoret kanë eksponentët numra natyralë dhe veprimet algjebrike janë: mbledhja, zbritja dhe shumëzimi.
Polinomet me dy kufiza quhen binome: p.sh. $2x - 8$, $3a + 2b$, $8c - 9$ etj.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Në projektor shfaqen disa detyra, ku në dyshe nxënësit i punojnë e pastaj i prezantojnë në grup.
Shkruani si shprehje algjebrike fjalitë:
1. Trefishi i numrit a i rritur për 6.
2. Dyfishi i numrit x i zvogëlur për 3.
Reduktoni shprehjen: $2x – 5y - 3 + 7y + 3x$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të shprehjeve algjebrike, për përkthimin nga fjalitë në gjuhën e algjebrës.

Detyrë:
(Reduktoni shprehjen: $5x + 4y - 5 + 2x - 6y + 4$)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 47

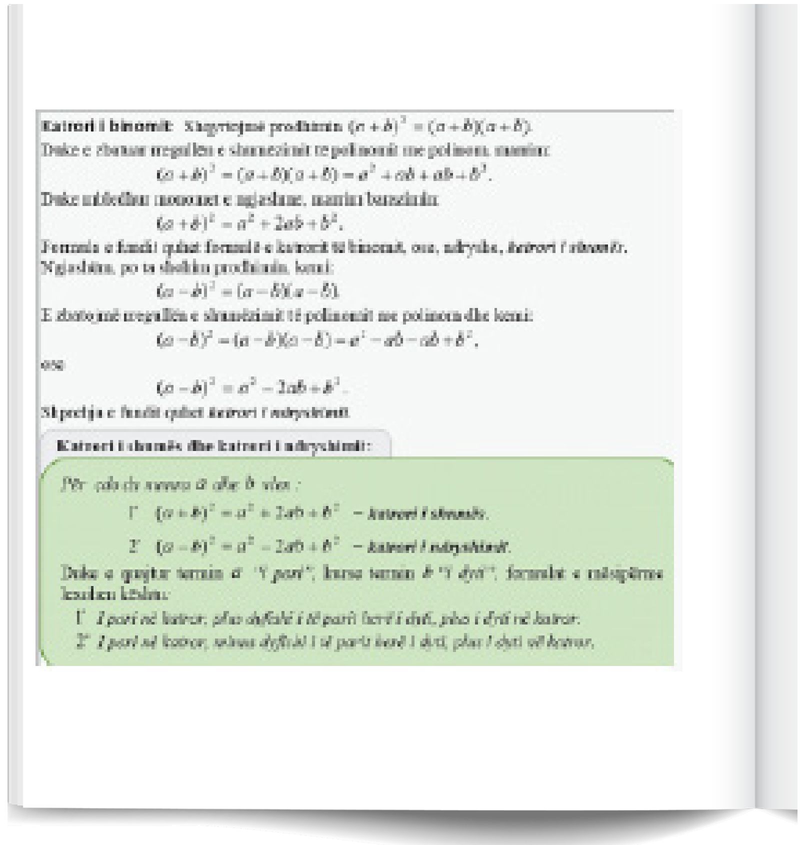
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Përdor formulat algjebrike (katrorin e binomit, ndryshimin e katrorëve, kubin e binomit) gjatë veprimeve me shprehje shkronjore racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1


Katrori i binomit: Shqyrtojmë prodhimin $(a+b)^2=(a+b)(a+b)$.
Duke e zbatuar rregullën e shumëzimit të polinomit me polinom, marrim:
$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ab+b^2.$$
Duke mbledhur monomet e ngjashme, marrim barazimin
$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2.$$
Formula e fundit quhet formulë e katrorit të binomit, ose, ndryshe, *katrori i shumës*.
Ngjashëm, po ta shohim prodhimin, kemi:
$$(a-b)^2=(a-b)(a-b).$$
E zbatojmë rregullën e shumëzimit të polinomit me polinom dhe kemi:
$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ab+b^2,$$
ose
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2.$$
Shprehja e fundit quhet *katrori i ndryshimit*.

Katrori i shumës dhe katrori i ndryshimit:

Për çdo dy numra a dhe b vlen:
1° $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ – *katrori i shumës*.
2° $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ – *katrori i ndryshimit*.
Duke e quajtur termin a "*i pari*", kurse termin b "*i dyti*", formulat e mësipërme lexohen kështu:
1° *I pari në katror, plus dyfishi i të parit herë i dyti, plus i dyti në katror.*
2° *I pari në katror, minus dyfishi i të parit herë i dyti, plus i dyti në katror.*

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Katrori i binomit. Ndryshimi i katrorëve

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Bën shumëzimin e binomeve;
- Zbaton formulat: katrorin e binomit dhe ndryshimin e katrorëve në detyra.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

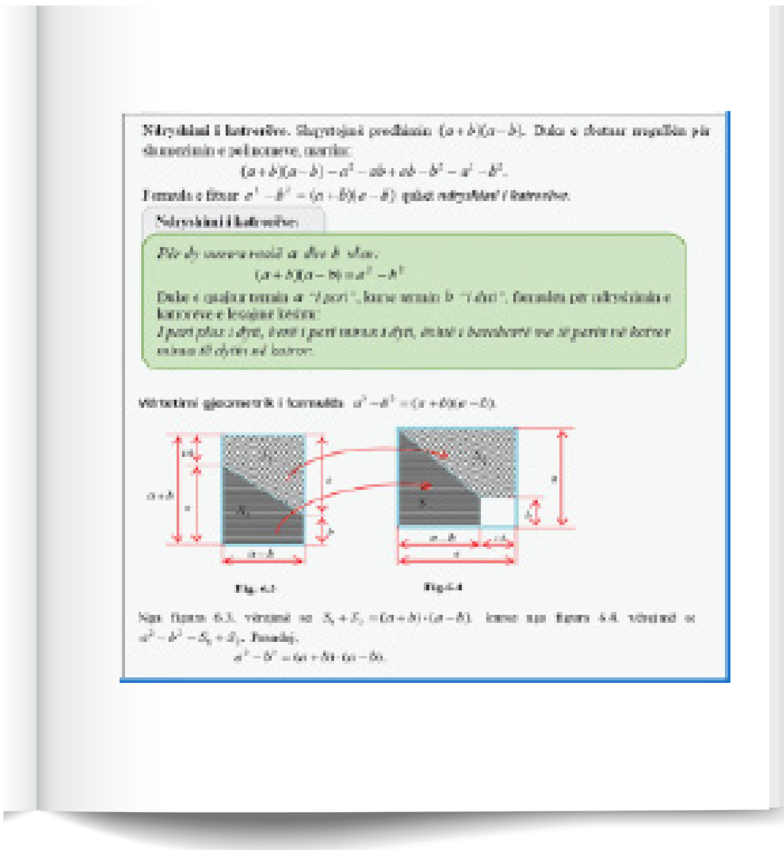
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Duke rikujtuar ato që janë mësuar në orën e kaluar bëhet një përsëritje me nxënës.
Çështë shprehja algjebrike?
Nëse shprehja ka vetëm një term, si quhet ai? (monom)
Nëse ka dy terma? (binom)
Në vazhdim do të flasim për katrorin e binomit.



$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2.$$

Fig. 6.3

Fig. 6.4

$$a^2 - b^2 = (a+b)\cdot(a-b).$$

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënit në bashkëpunim

Grupet ndahen me numra 1 dhe 2. Shpërndahet materiali nëpër grupe pasi në libër nuk ka. Gr. 1 lexon për katrorin e binomit, ndërsa gr. 2 për ndryshimin e katrorëve.
Pasi të lexohet materiali prej nxënësve fillohet me grupet:
Si kryhet veprimi $(a + b)^2$? Një nxënës punon në tabelë.
$(a + b)^2 = (a + b)\ (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Si quhet kjo formulë? (katrori i shumës)
$(a - b)^2 = (a - b)\ (a - b) = a^2 - 2ab + b^2$
Si quhet formula? (katror i ndryshimit)
Punohen në tabelë disa shembuj për zbatimin e katrorit të binomit.
Vazhdohet me gr. 2:
Si bëhet shumëzimi i dy binomeve: $(a+b)(a-b)$?
Punohet në tabelë $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab + b^2 = a^2 - b^2$
pra $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Si quhet formula e fituar? (ndryshimi i katrorëve)
Punohen dy shembuj për zbatimin e ndryshimit të katrorëve.

1) $(x+5)(x-5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25.$

2) $(2a+b)(2a-b) = (2a)^2 - b^2 = 4a^2 - b^2$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Në projektor shfaqen disa detyra, ku nxënësit i punojnë në dyshe e pastaj i prezantojnë në grup.
Duke zbatuar në formulat e katrorit të binomit dhe ndryshimit të katrorëve, njehsoni:

1. $(2x+3)^2$
2. $(4y - 5)^2$
3. $25a^2 - 16b^2$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zbatimit të formulave të katrorit të binomit dhe ndryshimit të katrorëve në detyra.

Detyrë:
(Duke zbatuar formulat, njehsoni: 1. $(3+5b)^2$ 2. $(2x - 3y)^2$ 3. $36a^2 - 81b^3$ 4. $(3x + 5)(3x - 5)$)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 48

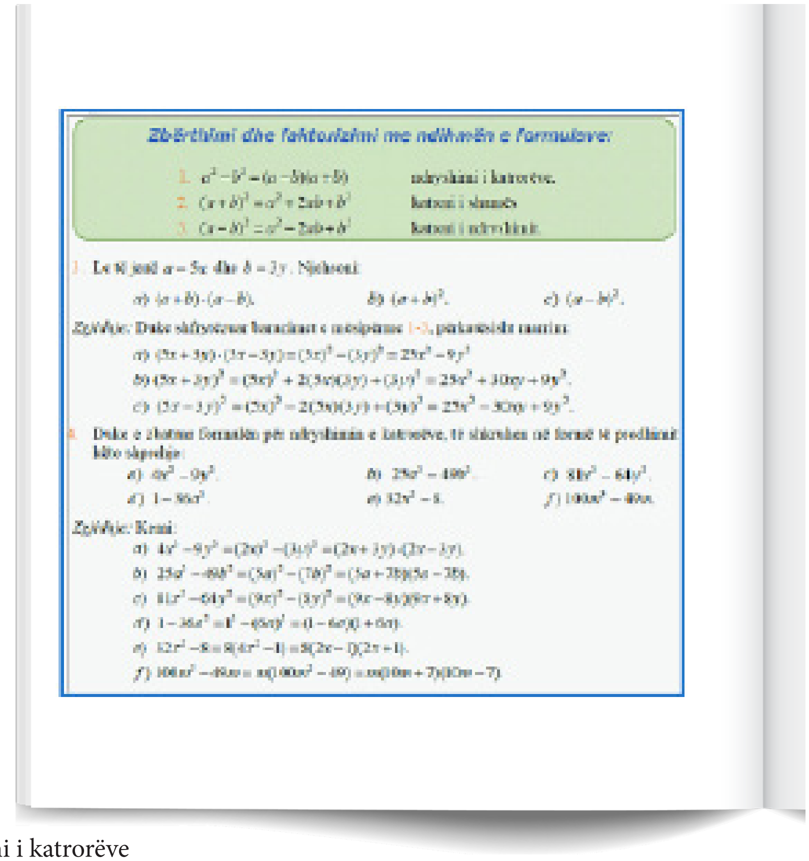
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Përdor formulat algjebrike (katrorin e binomit, ndryshimin e katrorëve, kubin e binomit) gjatë veprimeve me shprehje shkronjore racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



Zbërthimi dhe faktorizimi me ndihmën e formulave:

1. $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ ndryshimi i katrorëve.
2. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ katrori i shumës
3. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ katrori i ndryshimit

1 Le të jenë $a=5x$ dhe $b=3y$. Njehsoni:

a) $(a+b)\cdot(a-b)$, b) $(a+b)^2$, c) $(a-b)^2$.

Zgjidhje: Duke shfrytëzuar formulat e mësipërme 1-3, përkatësisht marrim:

a) $(5x+3y)\cdot(5x-3y)=(5x)^2-(3y)^2=25x^2-9y^2$
b) $(5x+3y)^2=(5x)^2+2(5x)(3y)+(3y)^2=25x^2+30xy+9y^2$.
c) $(5x-3y)^2=(5x)^2-2(5x)(3y)+(3y)^2=25x^2-30xy+9y^2$.

2 Duke e zbatuar formulën për ndryshimin e katrorëve, të shkruhen në formë të prodhimit këto shprehje:

a) $4x^2-9y^2$, b) $25a^2-49b^2$, c) $81x^2-64y^2$,
d) $1-36a^2$, e) $32x^2-8$, f) $100a^3-49a$.

Zgjidhje: Kemi:

a) $4x^2-9y^2=(2x)^2-(3y)^2=(2x+3y)(2x-3y)$.
b) $25a^2-49b^2=(5a)^2-(7b)^2=(5a+7b)(5a-7b)$.
c) $81x^2-64y^2=(9x)^2-(8y)^2=(9x-8y)(9x+8y)$.
d) $1-36a^2=1^2-(6a)^2=(1-6a)(1+6a)$.
e) $32x^2-8=8(4x^2-1)=8(2x-1)(2x+1)$.
f) $100a^3-49a=a(100a^2-49)=a(10a+7)(10a-7)$.

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Katrori i binomit. Ndryshimi i katrorëve

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:

- Bën shumëzimin e binomeve;
- Zbaton formulat: katrorin e binomit dhe ndryshimin e katrorëve në detyra.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

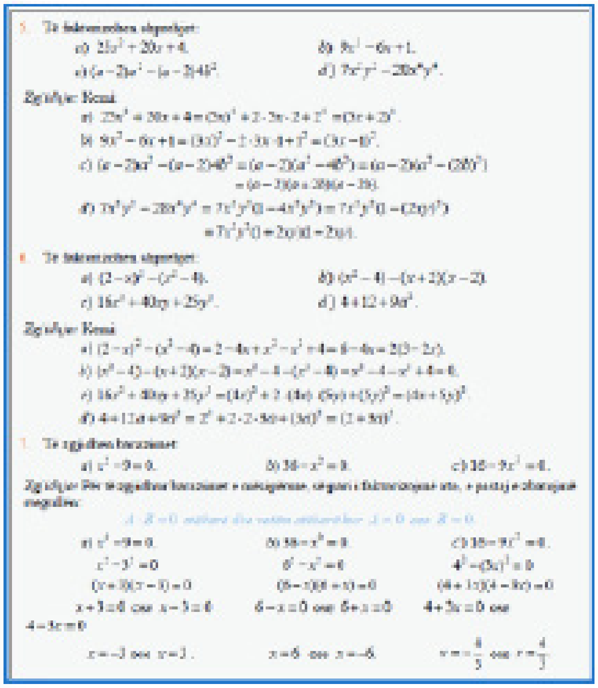
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Për t'i rikujtuar ato që janë mësur orën e kaluar nxënësve në grupe u shpërndahen fletë A4. Ftohen që t'i shënojnë formulat e katrorit të binomit dhe ndryshimit të katrorëve, si dhe të marrin nga një shembull për secilën formulë.

Për mësimdhënësin/en



Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënit në bashkëpunim

Fillimisht grupohen nga 4 nxënës, u caktohen detyrat, u jepen udhëzimet e punimit të detyrave dhe këshillohen të bashkëpunojnë me anëtarët e grupit në mënyrë që puna të jetë më e suksesshme.
Në projektor shfaqen detyrat ose i shënojnë në tabelë. Nxënësit fillimisht i punojnë në grupet e tyre dhe duke e bërë zbatimin e formulave i zgjidhin detyrat.
1. Duke zbatuar formulat e katrorit të binomit, njehsoni:
a) $(5a+7b)^2 =$
b) $(2y-3z)^2 =$
2. Duke zbatuar formulën e ndryshimit të katrorëve, njehsoni:
a) $144a^2-225 =$
b) $(6x - 5y)(6x + 5y) =$
3. Faktorizoni shprehjen duke i përdorur formulat.
$(2-x)^2-(x^2-4)=$
4. Zgjidhni barazimin: $(4x-3)^2+16=(5-4x)^2$
Puna e nxënësve monitorohet vazhdimisht dhe, në raste kur ka nevojë, ndihmohen nga mësimdhënësi.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Stilolapsat në mes

Nga një nxënës prej grupeve caktohet si përfaqësues i grupeve nga mësimdhënësi, përmes stilolapsave në mes, për të punuar detyrat në tabelë. Nxënësit që i zgjidhin detyrat në tabelë duhet ta argumentojnë zgjidhjen e detyrës në mënyrë që nxënësit të mos kenë problem.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zbatimit të formulave të katrorit të binomit dhe ndryshimit të katrorëve në detyra.

Detyrë:
(Duke zbatuar formulat, njehsoni: 1. $(3–4b)^2$ 2. $(2x + 3y)^2$ 3. $36a^2- 64b^2$ 4. $(7x + 5)(7x – 5)$)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 49

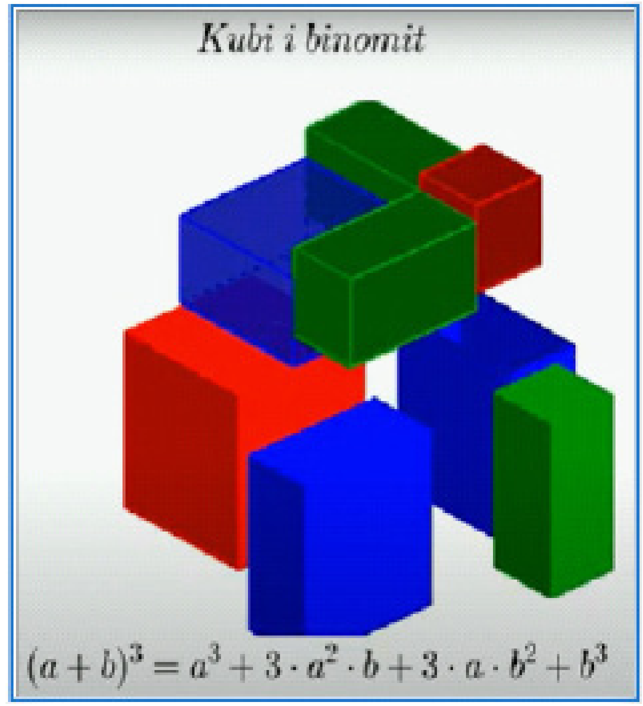
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Përdor formulat algjebrike (katrorin e binomit, ndryshimin e katrorëve, kubin e binomit) gjatë veprimeve me shprehje shkronjore racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Kubi i binomit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Bën shumëzimin e binomeve;
- Zbaton formulën e kubit të binomit në detyra.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

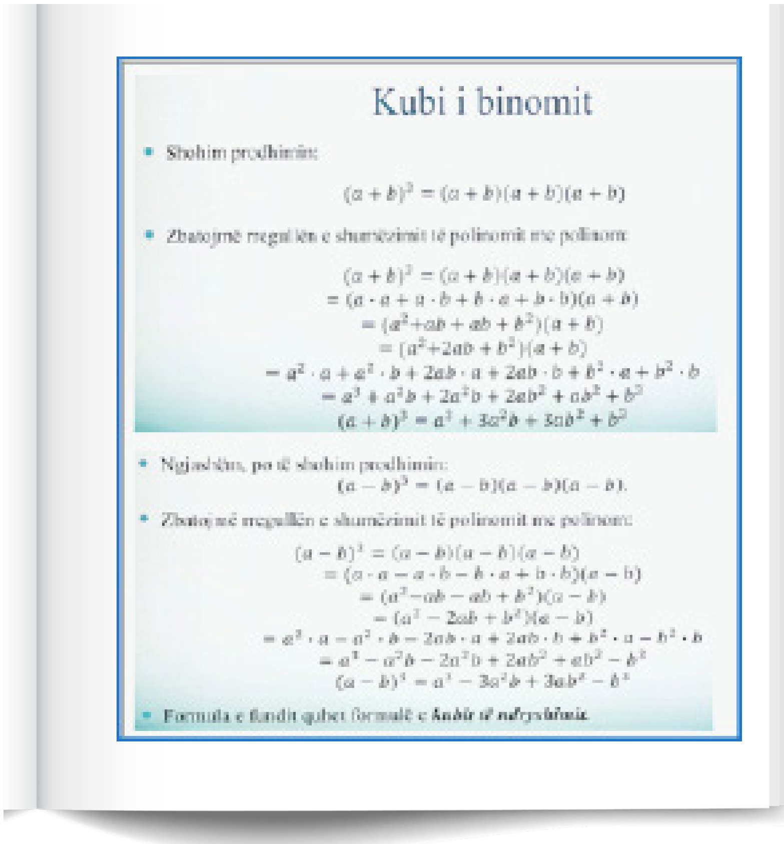
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Pyeten nxënësit se çështë binomi dhe kërkohet nga ta të shënojnë ndonjë binom.
Nëse shumëzonen dy binome të njëjta psh. $(x + 4)(x + 4)$ çka fitohet? ($(x + 4)(x + 4) = (x+4)^2$ - katrori i binomit).
Po nëse shumëzohet binomi i njëjtë tri herë $(x + 4)(x + 4)(x + 4)$ çka fitohet?
($(x + 4)(x + 4)(x + 4) = (x+4)^3$ - kubi i binomit).

Për mësimdhënësin/en



Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Duke rikujtuar si është bërë shumëzimi i binomeve te katrori i binomit vazhdohet edhe me një binom dhe përfitohet kubi i binomit si më poshtë:

$(a+b)(a+b)(a+b) = (a^2+ab+ba+b^2)(a+b) = (a^2+2ab+b^2)(a+b) = a^3+a^2b+2a^2b+2ab^2+b^2a+b^3 = a^3+3a^2b+32ab^2+b^3$

Pra, kemi fituar formulën e kubit të binomit (e shumës)

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

Në mënyrë të ngjashme përfitohet edhe formula e kubit të ndryshimit që është:

$(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

Vazhdohet me një shembull për zbatimin e formulave të mësipërme.

1. Duke zbatuar formulën e kubit të binomit, njehsoni:

a) $(2a+b)^3$ b) $(x\text{-}3y)^3$

a) $(2a+b)^3 = (2a)^3+3\cdot(2a)^2b+3\cdot 2a\cdot b^2 + b^3 = 8a^3+12a^2b+6ab^2+b^3$

b) $(x-3y)^3 = x^3-3\cdot x^2\,3y+3\cdot x\cdot(3y)^2 - (3y)^3 = x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Në projektor shfaqen dy detyra dhe nxënësit ndahen në dyshe 1, 2. Ata e punojnë detyrën sipas numrit që kanë e pastaj e diskutojnë në dyshe dhe e verifikojnë se a janë detyrat pa gabime.

1. $(x+2z)^3$ 2. $(5z\text{-}y)^3$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zbatimit të formulave të kubit të binomit në detyra.

Detyrë:
(Duke zbatuar formulat njehsoni: 1. $(3\text{-}4b)^3$ 2. $(x+3y)^3$)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 50

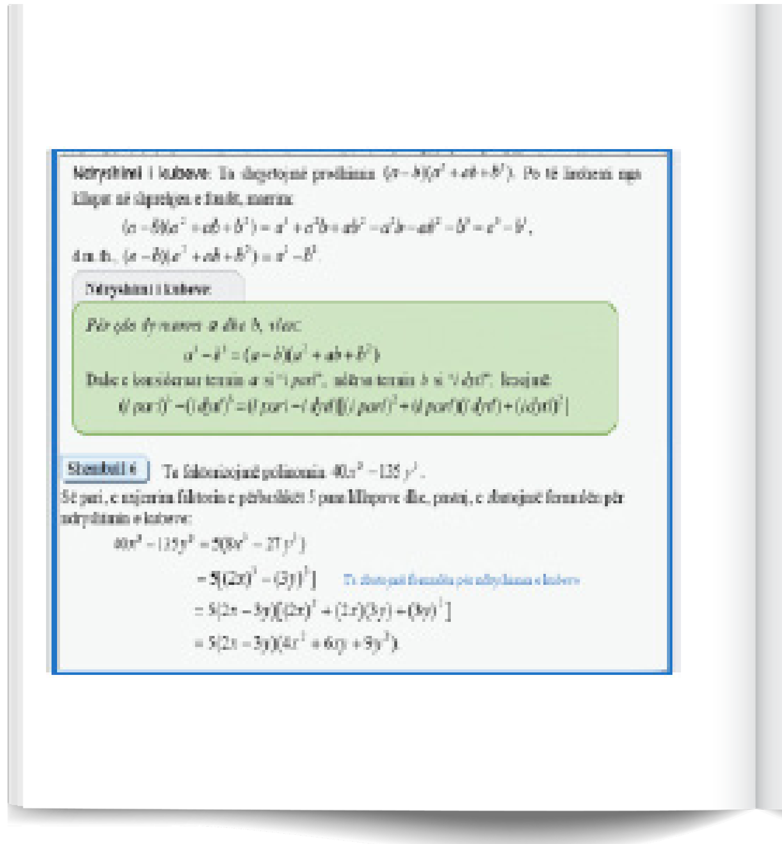
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Përdor formulat algjebrike (katrorin e binomit, ndryshimin e katrorëve, kubin e binomit) gjatë veprimeve me shprehje shkronjore racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1


$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3=a^3-b^3,$$
d.m.th. $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$.

Ndryshimi i kubeve

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

Shembull 6 Ta faktorizojmë polinomin $40x^3-135y^3$.

$$40x^3-135y^3=5(8x^3-27y^3)$$
$$=5[(2x)^3-(3y)^3]$$
$$=5(2x-3y)[(2x)^2+(2x)(3y)+(3y)^2]$$
$$=5(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2).$$

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Shuma dhe ndryshimi i kubeve

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Kryen veprimet me shprehje algjebrike (mbledhje, zbritje, shumëzim);
- Zbaton formulën e shumës dhe të ndryshimit të kubeve në detyra.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

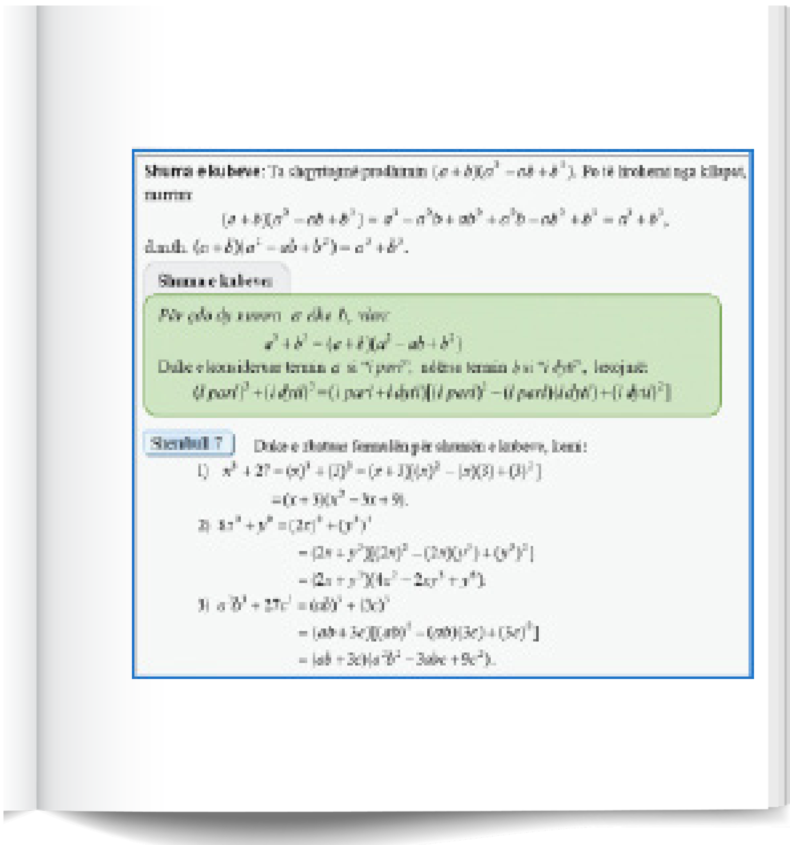
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Shënohet në tabelë "shprehje algjebrike" dhe ftohen nxënësit që në dyshe të diskutojnë dhe pastaj në fletoret e tyre të shënojnë fjali që u vijnë në mendje kur e dëgjojnë këtë shprehje. Pasi të jetë përfunduar nga fjalët e plotësuara në tabelë, ajo do të fshihet dhe kërkohet nga nxënësit çfarë kanë mësuar nga "shprehjet algjebrike" (si mund të duket puna e nxënësve):

Shprehje shkronjore shprehje numerike 4+9
Ndryshimi i katrorëve
x-8 8y+9 3-7 katrori i binomit
Katrori i ndryshimit SHPREHJE ALGJEBRIKE katrori i shumës
4xy 2x+5y-7 5x-8
Monom trinom binom


Shuma e kubeve: Ta shqyrtojmë prodhimin $(a+b)(a^2-ab+b^2)$. Po të lirohemi nga kllapat, marrim:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3=a^3+b^3,$$

d.m.th. $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$.

Shuma e kubeve

Për çdo dy numra a dhe b, vlen:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

Duke e konsideruar termin a si "i pari", ndërsa termin b si "i dyti", lexojmë:

$$(i\ pari)^3+(i\ dyti)^3=(i\ pari+i\ dyti)[(i\ pari)^2-(i\ pari)(i\ dyti)+(i\ dyti)^2]$$

Shembull 7 Duke e zbatuar formulën për shumën e kubeve, kemi:

1) $x^3+27=(x)^3+(3)^3=(x+3)[(x)^2-(x)(3)+(3)^2]$
$=(x+3)(x^2-3x+9)$.

2) $8x^3+y^6=(2x)^3+(y^2)^3$
$=(2x+y^2)[(2x)^2-(2x)(y^2)+(y^2)^2]$
$=(2x+y^2)(4x^2-2xy^2+y^4)$.

3) $a^3b^3+27c^3=(ab)^3+(3c)^3$
$=(ab+3c)[(ab)^2-(ab)(3c)+(3c)^2]$
$=(ab+3c)(a^2b^2-3abc+9c^2)$.

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Duke rikujtuar si është bërë shumëzimi i binomit me një trinom do të kryhen shumëzimet dhe përfitohet ndryshimi kubeve dhe shuma e kubeve, si më poshtë:

Ndryshimi i kubeve: Ta shqyrtojmë prodhimin $(a-b)(a^2+ab+b^2)$. Po të lirohemi nga kllapat në shprehjen e fundit, marrim:

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3=a^3-b^3,$$

d.m.th., $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$.

Pra, ndryshimi i kubeve: $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

Shuma e kubeve: Ta shqyrtojmë prodhimin $(a+b)(a^2-ab+b^2)$. Po të lirohemi nga kllapat, marrim:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3=a^3+b^3,$$

d.m.th. $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$.

Pra, shuma e kubeve: $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

Vazhdohet me shembuj për zbatimin e formulave.

$$\begin{aligned}40x^3-135y^3&=5(8x^3-27y^3)\\&=5[(2x)^3-(3y)^3] \quad \text{Ta zbatojmë formulën për ndryshimin e kubeve}\\&=5(2x-3y)[(2x)^2+(2x)(3y)+(3y)^2]\\&=5(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a^3b^3+27c^3&=(ab)^3+(3c)^3\\&=(ab+3c)[(ab)^2-(ab)(3c)+(3c)^2]\\&=(ab+3c)(a^2b^2-3abc+9c^2).\end{aligned}$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Në projektor shfaqen dy detyra dhe nxënësit ndahen në dyshe 1, 2. Nxënësit e punojnë detyrën sipas numrit që kanë e pastaj e diskutojnë në dyshe dhe e verifikojnë a janë detyrat pa gabime.
1. $8a^3$-125=   2. 64 + $(2b)^3$=

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zbatimit të formulave të ndryshimit të kubeve dhe shumës së kubeve në detyra të ndryshme.

Detyrë:
(Duke zbatuar formulat njehsoni: 1. $27a^3-b^3$ 2. $125x^3+y^3$

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 51

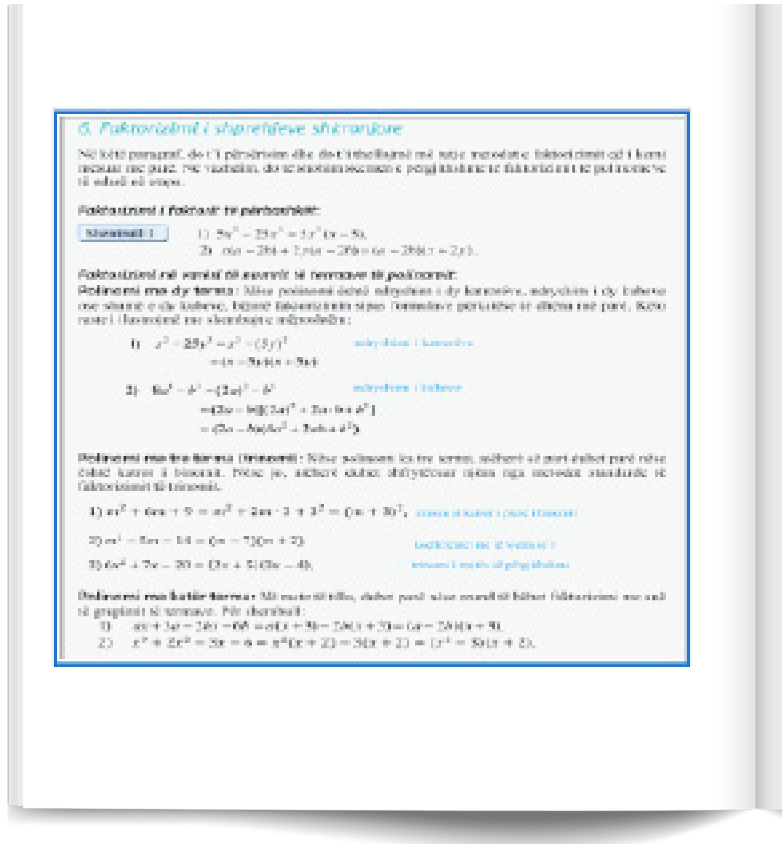
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Përdor formulat algjebrike (katrorin e binomit, ndryshimin e katrorëve, kubin e binomit) gjatë veprimeve me shprehje shkronjore racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1


6. Faktorizimi i shprehjeve shkronjore

Faktorizimi i faktorit të përbashkët

Faktorizimi në varësi të numrit të termave të polinomit

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zbërthime të shprehjeve algjebrike

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Nxjerr faktorin e përbashkët te shpehjet;
- Zbërthen në faktorë të thjeshtë shprehjet algjebrike.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

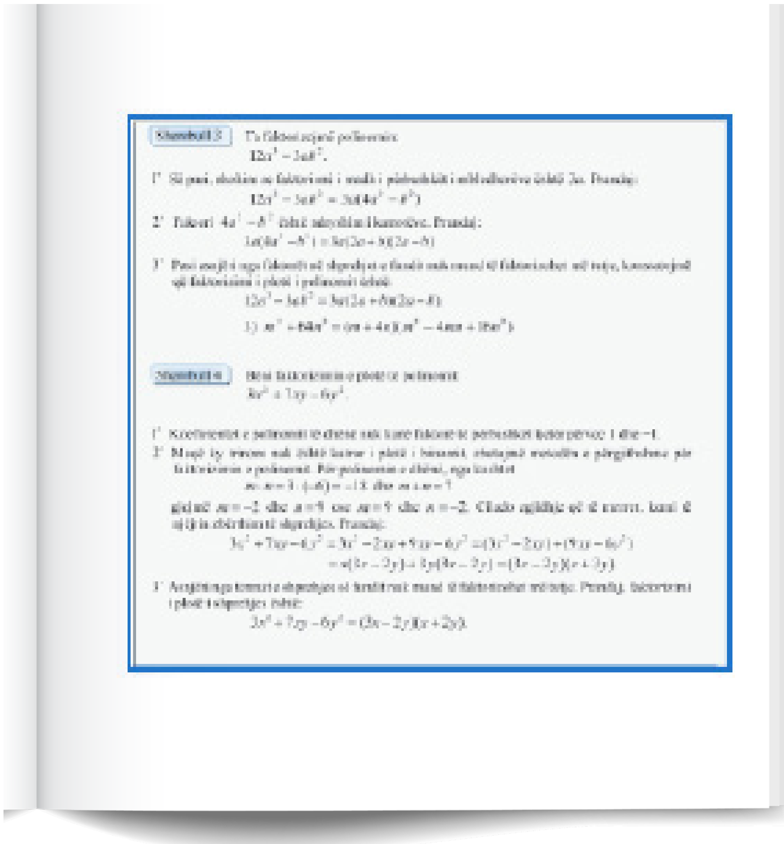
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake
Diskutohet me nxënës për zbërthimin e numrave që është bërë në klasat e mëparshme. Merret ndonjë shembull për të kujtuar si një numër zbërthehet në faktorë e pastaj gjatë orës në vazhdim shihet se si shprehjet algjebrike mund të zbërthehen.

72	2	Pra $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
36	2	
18	2	
9	3	
3	3	
1		

Për mësimdhënësin/en



Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Duke rikujtuar formulat që janë mësuar orëve të kaluara:
Katrori i shumës $(a + b)^2 = a^2+2ab+ b^2$
Katrori i ndryshimit $(a-b)^2 = a^2-2ab+ b^2$
Ndryshimi i katrorëve $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
Ndryshimi i kubeve $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
Shuma e kubeve $a^3+b^3=(a+b)(a^3-ab+b^3)$ *etj.*
Si dhe disa rregulla te shprehjet algjebrike:
- Ligjin distributiv - faktori i përbashkët nxirret para kllapave:
$ab\pm ac=a(b\pm c)$
- Grupimi i anëtarëve:
$ax+ay+bx+by= a(x+y)+b(x+y)=(x+y)(a+b)$
Do zbërthehen shprehjet e mëposhtme:
1. $12ab-4ac=4\cdot 3ab+4ac=4a\ (3b+c)$
2. $5x^2-10xy=5x\ (x-2y)$
3. $3ac+2bd-6ad+bc=3a\ (c-2d)+b\ (c-2d)=(c-2d)(3a+b)$
4. $25x^2-36y^2=(5x)^2-(6y)^2=(5x-6y)(5x+6y)$
Në mënyrë të njëjtë vazhdohet edhe me shembuj të tjerë duke i angazhuar nxënësit të punojnë në fletoret e tyre e pastaj edhe në tabelë.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Në projektor shfaqen disa detyra, ku nxënësit i punojnë në dyshe e pastaj i prezantojnë në grup.
1. Zbërtheni shprehjet:

$a)\ 2ac-ad+4bc-2bd.$ $\qquad b)\ 6ax+by+2ay+3bx.$

$c)\ 3a^3-a^2+9a-3.$ $\qquad d)\ a^2+10a+16.$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zbatimit të formulave, për saktësinë e faktorizimit dhe zbërthimit të shprehjeve algjebrike.

Detyrë:
$a)\ 25x^2+20x+4.$ $\qquad b)\ 9x^2-6x+1.$

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 52

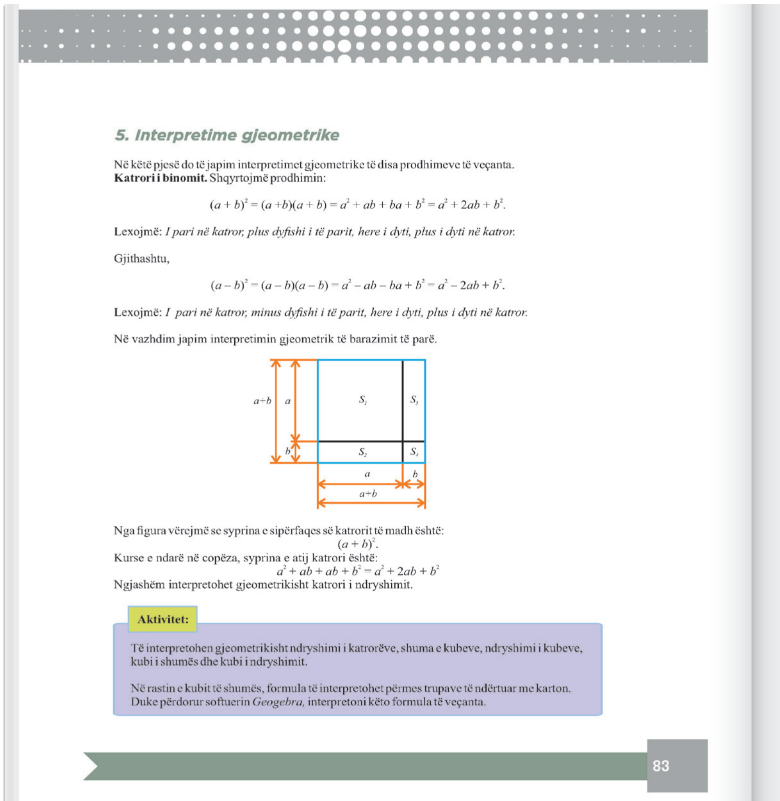
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Paraqet gjeometrikisht disa nga formulat algjebrike, si p.sh: katrorin e binomit, ndryshimin e katrorëve.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



5. Interpretime gjeometrike

Në këtë pjesë do të japim interpretimet gjeometrike të disa prodhimeve të veçanta.
Katrori i binomit. Shqyrtojmë prodhimin:

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ba+b^2=a^2+2ab+b^2.$$

Lexojmë: *I pari në katror, plus dyfishi i të parit, here i dyti, plus i dyti në katror.*

Gjithashtu,

$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ba+b^2=a^2-2ab+b^2.$$

Lexojmë: *I pari në katror, minus dyfishi i të parit, here i dyti, plus i dyti në katror.*

Në vazhdim japim interpretimin gjeometrik të barazimit të parë.

Nga figura vërejmë se syprina e sipërfaqes së katrorit të madh është:

$$(a+b)^2.$$

Kurse e ndarë në copëza, syprina e atij katrori është:

$$a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$$

Ngjashëm interpretohet gjeometrikisht katrori i ndryshimit.

Aktivitet:

Të interpretohen gjeometrikisht ndryshimi i katrorëve, shuma e kubeve, ndryshimi i kubeve, kubi i shumës dhe kubi i ndryshimit.

Në rastin e kubit të shumës, formula të interpretohet përmes trupave të ndërtuar me karton. Duke përdorur softuerin *Geogebra,* interpretoni këto formula të veçanta.

83

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Paraqitja gjeometrike e disa formulave algjebrike

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zbaton formulat algjebrike në detyrat e ndryshme;
- Paraqet në mënyrë gjeometrike formulat.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

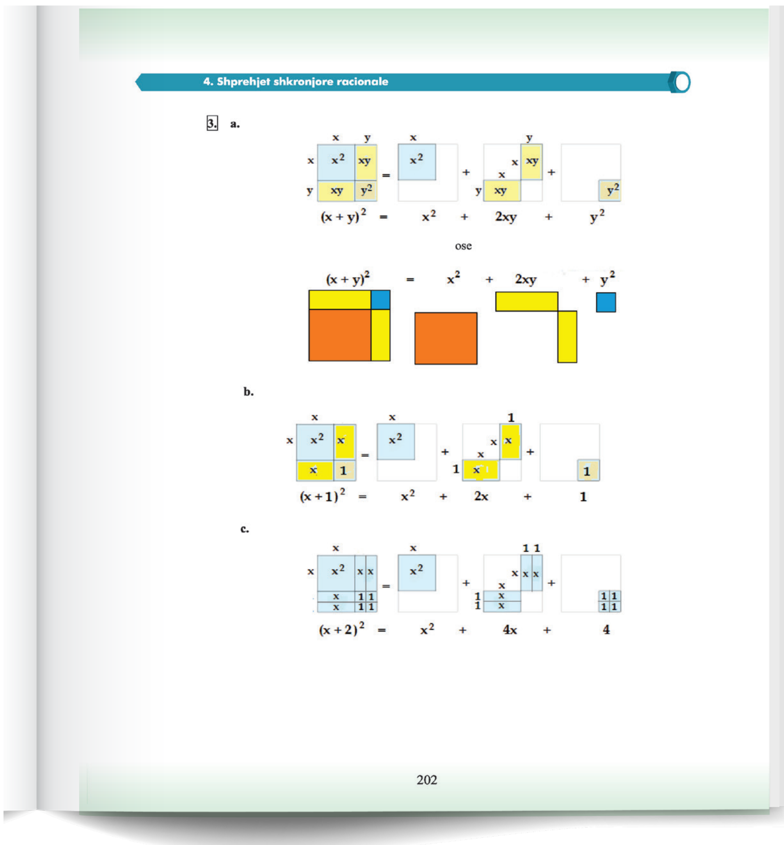
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4, https://youtu.be/FmMqpmE-z8o?t=5

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Bëhet një bashkëbisedim në mes të mësimdhënësit dhe nxënësve, duke i kujtuar ato që janë mësuar deri më tani për shprehjet algjebrike. Përsëriten dhe një herë formulat e shprehjeve algjebrike, të cilat janë zbatuar në detyra në orët e kaluara. Më pas, mësimdhënësi sqaron se përveç mënyrës algjebrike formulat mund të paraqiten edhe në mënyrë gjeometrike.



Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

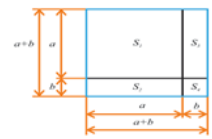
Shpjegim i ilustruar

Mësimdhënësi shfaq në projektor figurën dhe sqaron formulën.

- Katrori i binomit: shqyrtojmë prodhimin:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Lexojmë: *I pari në katror, plus dyfishi i të parit, herë i dyti, plus i dyti në katror.* Në vazhdim japim interpretimin gjeometrik të barazimit të parë.



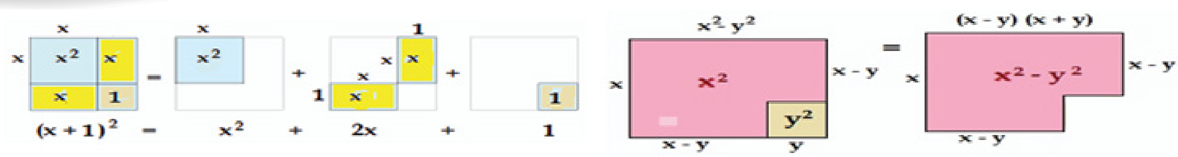
Nga figura vërejmë se syprina e sipërfaqes së katrorit të madh është:

$(a+b)^2$

Kurse e ndarë në copëza, syprina e atij katrori është:

$a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$

Vazhdohet me dy shembuj ku bëhet sqarimi i interpretimit gjeometrik.



Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Rishikim në dyshe

Në grupe u shpërndahen fletë A4, ku nxënësit duke u bazuar në paraqitjen gjeometrike të formulës katrori i shumës duhen të bëjnë paraqitjen e katrorit të ndryshimit.

Puna e nxënësve monitorohet vazhdimisht dhe, në raste kur ka nevojë, ndihmohen nga mësimdhënësi.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zbatimit të formulave, për saktësinë e vërtetimit gjeometrik të formulave algjebrike.

Detyrë:

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 53

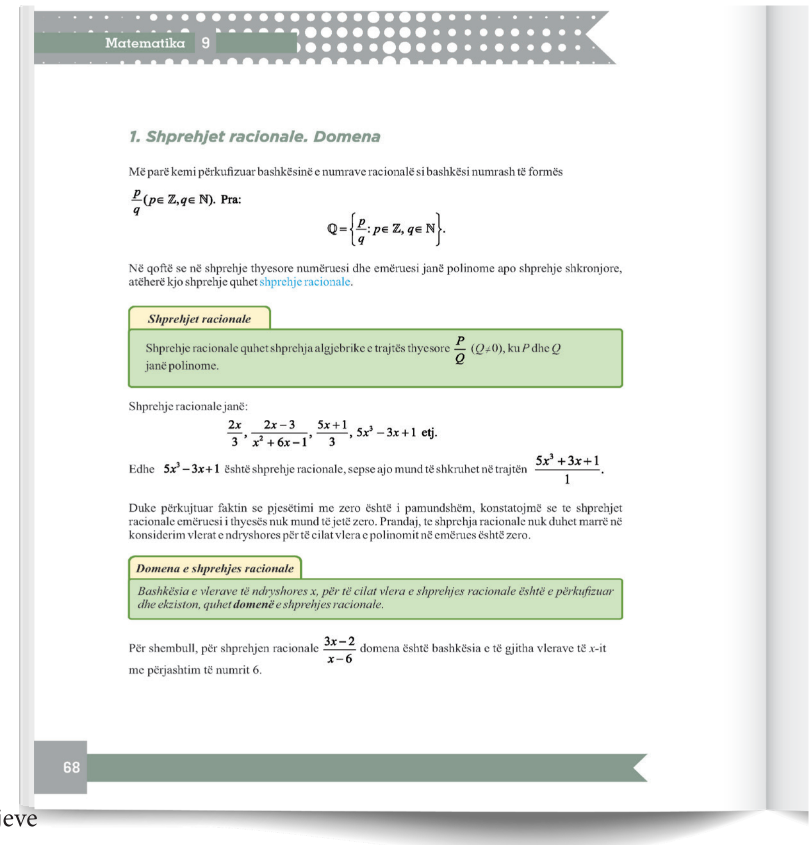
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Cakton domenën (bashkësinë e përkufizimit) të shprehjes racionale; Zbërthen në faktorë të thjeshtë shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



Matematika 9

1. Shprehjet racionale. Domena

Më parë kemi përkufizuar bashkësinë e numrave racionalë si bashkësi numrash të formës $\frac{p}{q}(p\in\mathbb{Z}, q\in\mathbb{N})$. Pra:

$$\mathbb{Q}=\left\{\frac{p}{q}: p\in\mathbb{Z},\ q\in\mathbb{N}\right\}.$$

Në qoftë se në shprehje thyesore numëruesi dhe emëruesi janë polinome apo shprehje shkronjore, atëherë kjo shprehje quhet shprehje racionale.

Shprehjet racionale

Shprehje racionale quhet shprehja algjebrike e trajtës thyesore $\frac{P}{Q}$ $(Q\neq 0)$, ku P dhe Q janë polinome.

Shprehje racionale janë:

$$\frac{2x}{3},\ \frac{2x-3}{x^2+6x-1},\ \frac{5x+1}{3},\ 5x^3-3x+1 \text{ etj.}$$

Edhe $5x^3-3x+1$ është shprehje racionale, sepse ajo mund të shkruhet në trajtën $\frac{5x^3+3x+1}{1}$.

Duke përkujtuar faktin se pjesëtimi me zero është i pamundshëm, konstatojmë se te shprehjet racionale emëruesi i thyesës nuk mund të jetë zero. Prandaj, te shprehja racionale nuk duhet marrë në konsiderim vlerat e ndryshores për të cilat vlera e polinomit në emërues është zero.

Domena e shprehjes racionale

*Bashkësia e vlerave të ndryshores x, për të cilat vlera e shprehjes racionale është e përkufizuar dhe ekziston, quhet **domenë** e shprehjes racionale.*

Për shembull, për shprehjen racionale $\frac{3x-2}{x-6}$ domena është bashkësia e të gjitha vlerave të x-it me përjashtim të numrit 6.

68

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Shprehjet racionale - Domena e shprehjeve

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon shprehjet racionale;
- Cakton domenën e shprehjeve racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

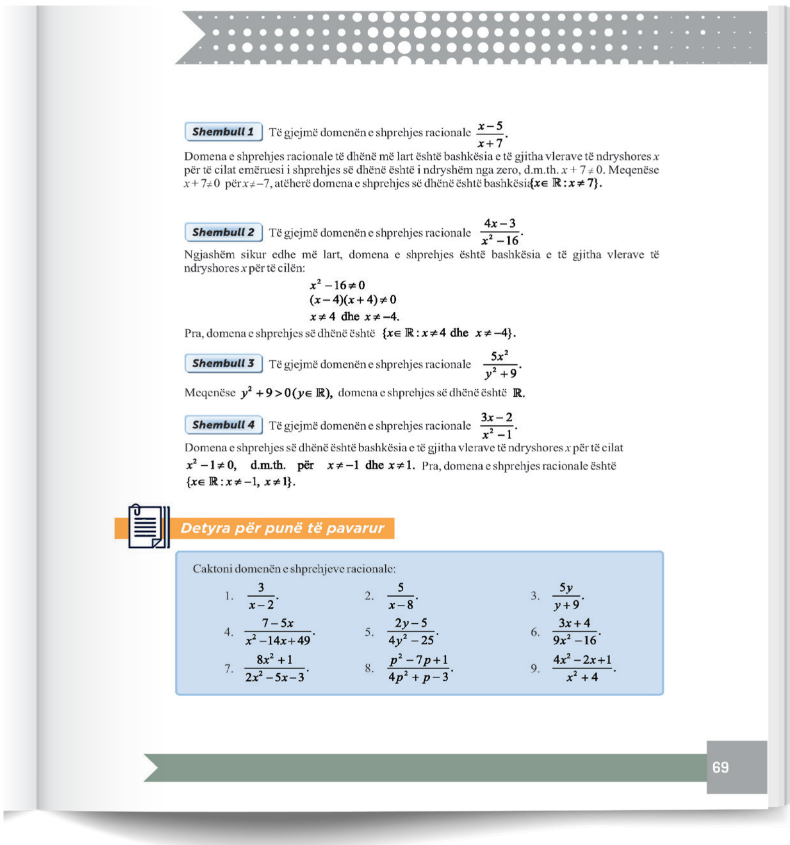
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Bëhet një bashkëbisedim në mes të mësimdhënësit dhe nxënësve, duke i kujtuar shprehjet numerike, shprehjet shkronjore, monome, binome, polinome etj.
Mësimdhënësi parashtron pyetjen: Çka do të fitojmë sikur shprehjet shkronjore të vendosen në thyesa?



Shembull 1 Të gjejmë domenën e shprehjes racionale $\frac{x-5}{x+7}$.

Domena e shprehjes racionale të dhënë më lart është bashkësia e të gjitha vlerave të ndryshores x për të cilat emëruesi i shprehjes së dhënë është i ndryshëm nga zero, d.m.th. $x+7\neq 0$. Meqenëse $x+7\neq 0$ për $x\neq -7$, atëherë domena e shprehjes së dhënë është bashkësia $\{x\in \mathbb{R} : x\neq 7\}$.

Shembull 2 Të gjejmë domenën e shprehjes racionale $\frac{4x-3}{x^2-16}$.

Ngjashëm sikur edhe më lart, domena e shprehjes është bashkësia e të gjitha vlerave të ndryshores x për të cilën:

$$x^2-16\neq 0$$
$$(x-4)(x+4)\neq 0$$
$$x\neq 4 \text{ dhe } x\neq -4.$$

Pra, domena e shprehjes së dhënë është $\{x\in \mathbb{R} : x\neq 4 \text{ dhe } x\neq -4\}$.

Shembull 3 Të gjejmë domenën e shprehjes racionale $\frac{5x^2}{y^2+9}$.

Meqenëse $y^2+9>0\,(y\in \mathbb{R})$, domena e shprehjes së dhënë është $\mathbb{R}$.

Shembull 4 Të gjejmë domenën e shprehjes racionale $\frac{3x-2}{x^2-1}$.

Domena e shprehjes së dhënë është bashkësia e të gjitha vlerave të ndryshores x për të cilat $x^2-1\neq 0$, d.m.th. për $x\neq -1$ dhe $x\neq 1$. Pra, domena e shprehjes racionale është $\{x\in \mathbb{R} : x\neq -1,\ x\neq 1\}$.

Detyra për punë të pavarur

Caktoni domenën e shprehjeve racionale:

1. $\frac{3}{x-2}$.
2. $\frac{5}{x-8}$.
3. $\frac{5y}{y+9}$.
4. $\frac{7-5x}{x^2-14x+49}$.
5. $\frac{2y-5}{4y^2-25}$.
6. $\frac{3x+4}{9x^2-16}$.
7. $\frac{8x^2+1}{2x^2-5x-3}$.
8. $\frac{p^2-7p+1}{4p^2+p-3}$.
9. $\frac{4x^2-2x+1}{x^2+4}$.

69

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Veprimtari e të lexuarit dhe e të menduarit të drejtuar (DRTA)

Materiali ndahet për lexim në dy pjesë. Udhëzohen nxënësit të lexojnë pjesën e parë deri te shembulli 1. Pasi të lexojnë do të parashtrohen pyetjet:

- Si përkufizohet bashkësia e numrave racionalë? Nëse në emërues dhe në numërues të thyesës kemi shprehje shkronjore çka fitohet atëherë?
- Çka quajmë shprehje racionale?

$$\frac{2x}{3},\ \frac{2x-3}{x^2+6x-1},\ \frac{5x+1}{3},\ 5x^3-3x+1$$

- Çka quajmë domenë të shprehjes racionale? Pasi të përgjigjen nxënësit në pyetjet e mësipërme dhe të sqarohen mirë shprehjet racionale, vazhdohet me pjesën e dytë.
- Shembujt e dhënë do të zgjidhen me radhë duke i bërë sqarimet e nevojshme për secilin rast.

Shembull 1 Të gjejmë domenën e shprehjes racionale $\frac{x-5}{x+7}$.

Domena e shprehjes racionale të dhënë më lart është bashkësia e të gjitha vlerave të ndryshores x për të cilat emëruesi i shprehjes së dhënë është i ndryshëm nga zero, d.m.th. $x+7\neq 0$. Meqenëse $x+7\neq 0$ për $x\neq 7$, atëherë domena e shprehjes së dhënë është bashkësia $\{x\in \mathbb{R} : x\neq 7\}$.

Shembull 2 Të gjejmë domenën e shprehjes racionale $\frac{4x-3}{x^2-16}$.

$$x^2-16\neq 0$$
$$(x-4)(x+4)\neq 0$$
$$x\neq 4 \text{ dhe } x\neq -4.$$

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Rishikim në dyshe

Nxënësit duke u bazuar në shembujt e punuar më lart, punojnë në dyshe shembujt 3 dhe 4.
Puna e nxënësve monitorohet vazhdimisht dhe, në raste kur ka nevojë, ndihmohen nga mësimdhënësi.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të shprehjeve racionale, për përkufizimin e domenës si dhe saktësinë e gjetjes së domenës në shprehje racionale.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 69, detyra 1, 2, 4, 5)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 54

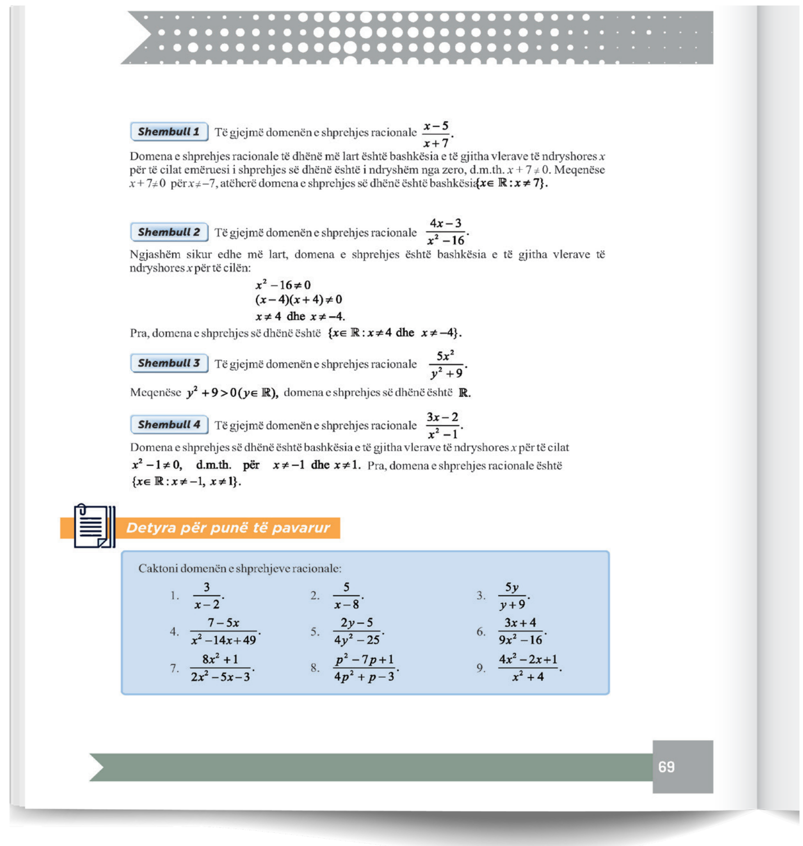
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Cakton domenën (bashkësinë e përkufizimit) të shprehjes racionale; Zbërthen në faktorë të thjeshtë shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



Shembull 1 Të gjejmë domenën e shprehjes racionale $\frac{x-5}{x+7}$.

Domena e shprehjes racionale të dhënë më lart është bashkësia e të gjitha vlerave të ndryshores x për të cilat emëruesi i shprehjes së dhënë është i ndryshëm nga zero, d.m.th. $x+7\neq 0$. Meqenëse $x+7\neq 0$ për $x\neq -7$, atëherë domena e shprehjes së dhënë është bashkësia $\{x\in \mathbb{R}: x\neq 7\}$.

Shembull 2 Të gjejmë domenën e shprehjes racionale $\frac{4x-3}{x^2-16}$.

Ngjashëm sikur edhe më lart, domena e shprehjes është bashkësia e të gjitha vlerave të ndryshores x për të cilën:

$$x^2-16\neq 0$$
$$(x-4)(x+4)\neq 0$$
$$x\neq 4 \text{ dhe } x\neq -4.$$

Pra, domena e shprehjes së dhënë është $\{x\in \mathbb{R}: x\neq 4 \text{ dhe } x\neq -4\}$.

Shembull 3 Të gjejmë domenën e shprehjes racionale $\frac{5x^2}{y^2+9}$.

Meqenëse $y^2+9>0 (y\in \mathbb{R})$, domena e shprehjes së dhënë është $\mathbb{R}$.

Shembull 4 Të gjejmë domenën e shprehjes racionale $\frac{3x-2}{x^2-1}$.

Domena e shprehjes së dhënë është bashkësia e të gjitha vlerave të ndryshores x për të cilat $x^2-1\neq 0$, d.m.th. për $x\neq -1$ dhe $x\neq 1$. Pra, domena e shprehjes racionale është $\{x\in \mathbb{R}: x\neq -1, x\neq 1\}$.

Detyra për punë të pavarur

Caktoni domenën e shprehjeve racionale:

1. $\frac{3}{x-2}$. 2. $\frac{5}{x-8}$. 3. $\frac{5y}{y+9}$.
4. $\frac{7-5x}{x^2-14x+49}$. 5. $\frac{2y-5}{4y^2-25}$. 6. $\frac{3x+4}{9x^2-16}$.
7. $\frac{8x^2+1}{2x^2-5x-3}$. 8. $\frac{p^2-7p+1}{4p^2+p-3}$. 9. $\frac{4x^2-2x+1}{x^2+4}$.

69

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Domena e shprehjeve

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon domenën e shprehjeve racionale;
- Cakton domenën e shprehjeve racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

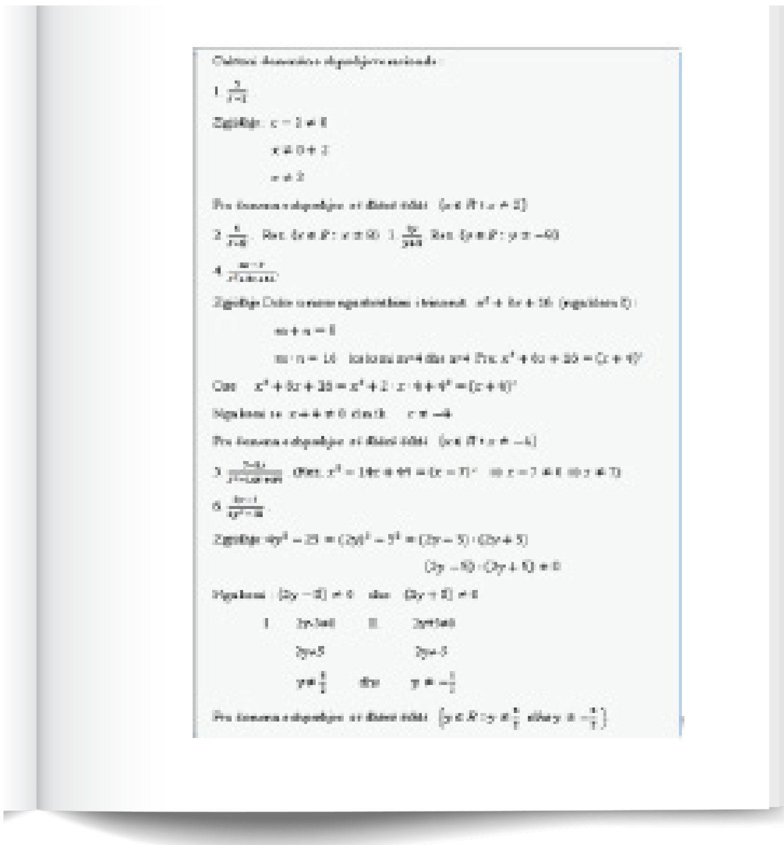
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Nxënësve u shpërndahen fletë A4 dhe ftohen që në dyshe të rikujtonë ato që i kanë mësuar orën e kaluar dhe të shënojnë në fletë. Pasi të punohet në dyshe kompletohet në grup dhe pastaj një përfaqësues i grupit e prezanton punën e grupit para klasës.



Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënit në bashkëpunim

Fillimisht grupohen nga 4 nxënës, u caktohen detyrat, u jepen udhëzimet e punimit të detyrave dhe këshillohen të bashkëpunojnë me anëtarët e grupit në mënyrë që puna të jetë më e suksesshme.

- Caktoni domenën e shprehjeve racionale

1. a) $\frac{3x}{y+4}$ b) $\frac{3a-7}{2x-8}$

2. a) $\frac{7}{16x^2-9}$ b) $\frac{1-2x}{x^2+25}$

3. a) $\frac{3a-4}{a^2-a-6}$ b) $\frac{5x^2-3x+4}{x^2-5x-14}$

4. a) $\frac{4}{(a^{2}-6)(3-a)}$ b) $\frac{7x+9}{(2x^{2}-8)(15-3x)}$

Caktohen përfaqësues të grupeve nga mësimdhënësi përmes stilolapsave në mes për të punuar detyrat në tabelë. Nxënësit që i zgjidhin detyrat në tabelë duhet ta argumentojnë zgjidhjen e detyrës në mënyrë që nxënësit të kuptojnë më mirë.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Detyrë sfiduese

Nxënësit në mënyrë individuale për 3 min. duhet të provojnë ta zgjidhin detyrën. Nxënësit që arrijnë të punojnë saktë dhe në kohë të caktuar shpërblehen.

Caktoni domenën e shprehjeve racionale: $\frac{3x+4}{2x^2-5x-3}$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të domenës së shprehjeve racionale si dhe saktësinë e gjetjes së domenës në shprehje racionale.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 69, detyra 3, 6, 8, 9)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 55

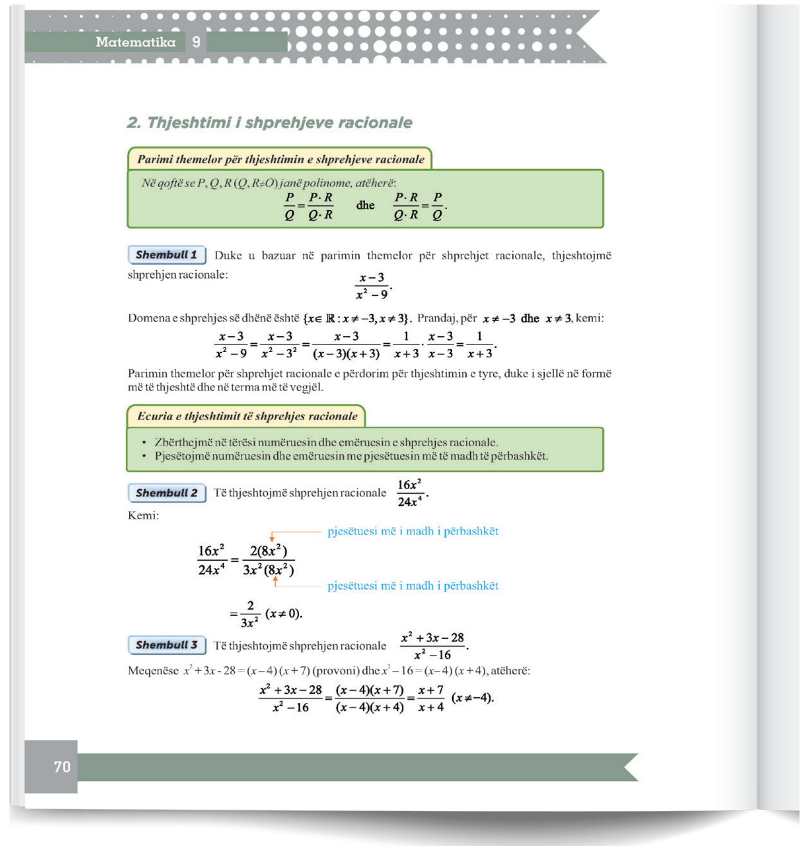
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1


Matematika 9

2. Thjeshtimi i shprehjeve racionale

Parimi themelor për thjeshtimin e shprehjeve racionale

Në qoftë se P, Q, R (Q, R≠O) janë polinome, atëherë:

$$\frac{P}{Q}=\frac{P\cdot R}{Q\cdot R} \quad \text{dhe} \quad \frac{P\cdot R}{Q\cdot R}=\frac{P}{Q}.$$

Shembull 1 Duke u bazuar në parimin themelor për shprehjet racionale, thjeshtojmë shprehjen racionale:

$$\frac{x-3}{x^2-9}.$$

Domena e shprehjes së dhënë është $\{x\in\mathbb{R}: x\neq -3, x\neq 3\}$. Prandaj, për $x\neq -3$ dhe $x\neq 3$, kemi:

$$\frac{x-3}{x^2-9}=\frac{x-3}{x^2-3^2}=\frac{x-3}{(x-3)(x+3)}=\frac{1}{x+3}\cdot\frac{x-3}{x-3}=\frac{1}{x+3}.$$

Parimin themelor për shprehjet racionale e përdorim për thjeshtimin e tyre, duke i sjellë në formë më të thjeshtë dhe në terma më të vegjël.

Ecuria e thjeshtimit të shprehjes racionale

- Zbërthejmë në tërësi numëruesin dhe emëruesin e shprehjes racionale.
- Pjesëtojmë numëruesin dhe emëruesin me pjesëtuesin më të madh të përbashkët.

Shembull 2 Të thjeshtojmë shprehjen racionale $\frac{16x^2}{24x^4}$.

Kemi:

pjesëtuesi më i madh i përbashkët

$$\frac{16x^2}{24x^4}=\frac{2(8x^2)}{3x^2(8x^2)}$$

pjesëtuesi më i madh i përbashkët

$$=\frac{2}{3x^2}\ (x\neq 0).$$

Shembull 3 Të thjeshtojmë shprehjen racionale $\frac{x^2+3x-28}{x^2-16}$.

Meqenëse $x^2+3x-28=(x-4)(x+7)$ (provoni) dhe $x^2-16=(x-4)(x+4)$, atëherë:

$$\frac{x^2+3x-28}{x^2-16}=\frac{(x-4)(x+7)}{(x-4)(x+4)}=\frac{x+7}{x+4}\ (x\neq -4).$$

70

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Thjeshtimi i shprehjeve racionale

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zbërthen shprehjet racionale;
- Thjeshton shprehjet racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

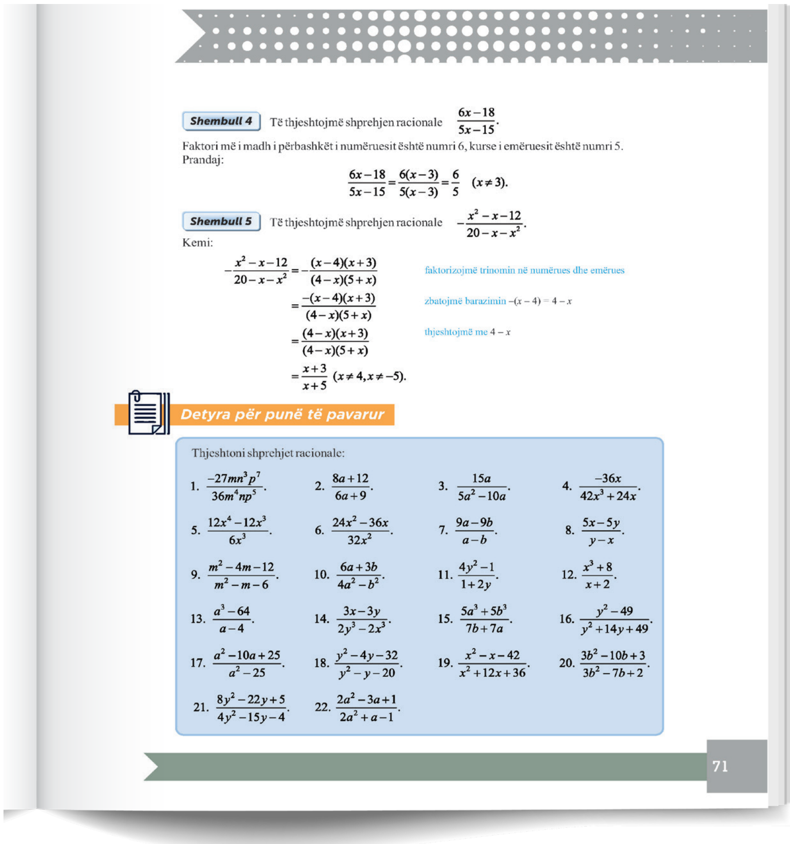
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Nxënësve u shpërndahen fletë A4 dhe ftohen që në dyshe të rikujtonë ato që i kanë mësuar orën e kaluar dhe të shënojnë në fletë. Pasi të punohet në dyshe kompletohet në grup dhe pastaj një përfaqësues i grupit e prezanton punën e grupit para klasës.



Shembull 4 Të thjeshtojmë shprehjen racionale $\frac{6x-18}{5x-15}$.

Faktori më i madh i përbashkët i numëruesit është numri 6, kurse i emëruesit është numri 5. Prandaj:

$$\frac{6x-18}{5x-15}=\frac{6(x-3)}{5(x-3)}=\frac{6}{5} \quad (x\neq 3).$$

Shembull 5 Të thjeshtojmë shprehjen racionale $-\frac{x^2-x-12}{20-x-x^2}$.

Kemi:

$$-\frac{x^2-x-12}{20-x-x^2}=-\frac{(x-4)(x+3)}{(4-x)(5+x)}$$ faktorizojmë trinomin në numërues dhe emërues

$$=\frac{-(x-4)(x+3)}{(4-x)(5+x)}$$ zbatojmë barazimin $-(x-4)=4-x$

$$=\frac{(4-x)(x+3)}{(4-x)(5+x)}$$ thjeshtojmë me $4-x$

$$=\frac{x+3}{x+5} \quad (x\neq 4, x\neq -5).$$

Detyra për punë të pavarur

Thjeshtoni shprehjet racionale:

1. $\frac{-27mn^3p^7}{36m^4np^5}$. 2. $\frac{8a+12}{6a+9}$. 3. $\frac{15a}{5a^2-10a}$. 4. $\frac{-36x}{42x^3+24x}$.
5. $\frac{12x^4-12x^3}{6x^3}$. 6. $\frac{24x^2-36x}{32x^2}$. 7. $\frac{9a-9b}{a-b}$. 8. $\frac{5x-5y}{y-x}$.
9. $\frac{m^2-4m-12}{m^2-m-6}$. 10. $\frac{6a+3b}{4a^2-b^2}$. 11. $\frac{4y^2-1}{1+2y}$. 12. $\frac{x^3+8}{x+2}$.
13. $\frac{a^3-64}{a-4}$. 14. $\frac{3x-3y}{2y^3-2x^3}$. 15. $\frac{5a^3+5b^3}{7b+7a}$. 16. $\frac{y^2-49}{y^2+14y+49}$.
17. $\frac{a^2-10a+25}{a^2-25}$. 18. $\frac{y^2-4y-32}{y^2-y-20}$. 19. $\frac{x^2-x-42}{x^2+12x+36}$. 20. $\frac{3b^2-10b+3}{3b^2-7b+2}$.
21. $\frac{8y^2-22y+5}{4y^2-15y-4}$. 22. $\frac{2a^2-3a+1}{2a^2+a-1}$.

71

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët me këmbime (grupet e ekspertëve)

Fillimisht, mësimdhënësi sqaron parimin themelor për thjeshtimin e shprehjeve racionale, pastaj vazhdohet me grupe.
Në qoftë se P, Q, R (Q, R≠0) janë polinome, atëhetë:

$$\frac{P}{Q}=\frac{P\cdot R}{Q\cdot R} \quad dhe \quad \frac{P\cdot R}{Q\cdot R}=\frac{P}{Q}$$

Grupet formohen me nga 4 nxënës. Caktohen nxënësit me numra 1, 2, 3, 4. Bëhet ndarja e detyrave nga libri bazë faqe 70, 71.
Në bazë të numrit që kanë u caktohen edhe detyrat.
Pasi është bërë ndarja e detyrave nga grupet fillestare nxënësit kalojnë në grupe sipas pjesës së përzgjedhur. Mblidhen bashkë dhe lexojnë në heshtje, pastaj diskutojnë rreth pjesës së tyre dhe mundohen ta zgjidhin shembullin e dhënë sipas sqarimeve edhe në libër.
Puna e nxënësve monitorohet vazhdimisht prej mësimdhënësit, në rast kur është e nevojshme ndihmohen.
Në mënyrë të rastësishme përzgjidhen 4 nxënës nga grupe të ndryshme që detyrat t'i punojnë në tabelë.
(p.sh. një detyrë e punuar)

$$\frac{6x-18}{5x-15}=\frac{6(x-3)}{5(x-3)}=\frac{6}{5} \quad (x\neq 3).$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Pasi u sqaruan shembujt me radhë bashkë edhe me mësimdhënësin, nxënësit në dyshe angazhohen të punojnë shembullin 5 nga libri.

Të thjeshtojmë shprehjen racionale $-\frac{x^2-x-12}{20-x-x^2}$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të domenës së shprehjeve racionale si dhe saktësinë e gjetjes së domenës në shprehje racionale.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 71, detyra 1, 5, 9, 13, 17, 21)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 56

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

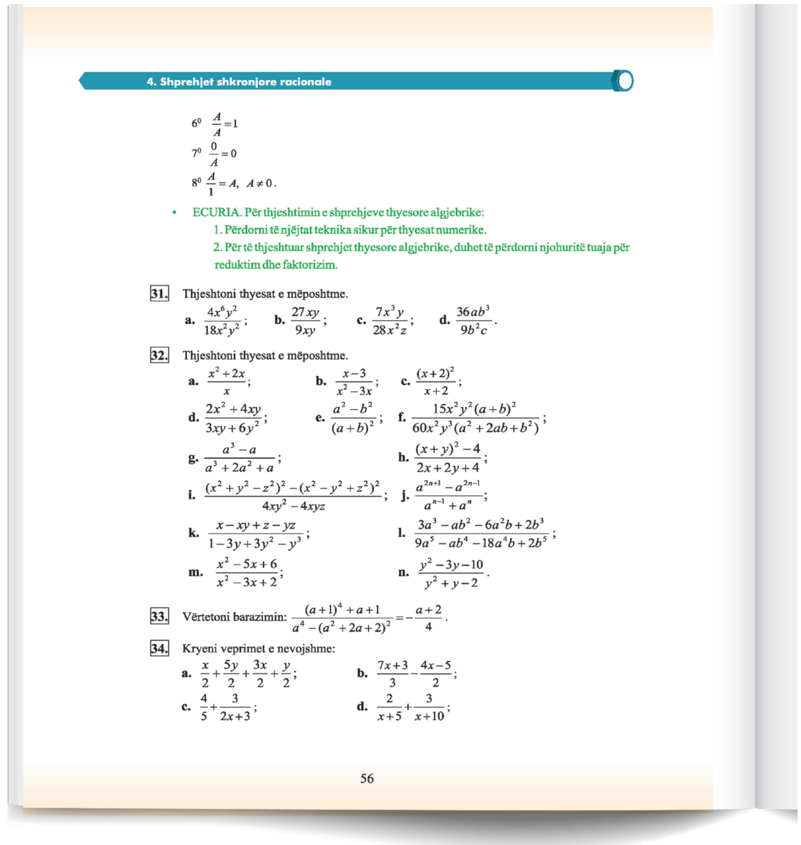
Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Thjeshtimi i shprehjeve racionale



4. Shprehjet shkronjore racionale

6^0 $\frac{A}{A}=1$

7^0 $\frac{0}{A}=0$

8^0 $\frac{A}{1}=A,\ \ A\neq 0.$

- ECURIA. Për thjeshtimin e shprehjeve thyesore algjebrike:
  1. Përdorni të njëjtat teknika sikur për thyesat numerike.
  2. Për të thjeshtuar shprehjet thyesore algjebrike, duhet të përdorni njohuritë tuaja për reduktim dhe faktorizim.

31. Thjeshtoni thyesat e mëposhtme.

a. $\frac{4x^6y^2}{18x^2y^2}$; **b.** $\frac{27xy}{9xy}$; **c.** $\frac{7x^3y}{28x^2z}$; **d.** $\frac{36ab^3}{9b^2c}$.

32. Thjeshtoni thyesat e mëposhtme.

a. $\frac{x^2+2x}{x}$; **b.** $\frac{x-3}{x^2-3x}$; **c.** $\frac{(x+2)^2}{x+2}$;

d. $\frac{2x^2+4xy}{3xy+6y^2}$; **e.** $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$; **f.** $\frac{15x^2y^2(a+b)^2}{60x^2y^3(a^2+2ab+b^2)}$;

g. $\frac{a^3-a}{a^3+2a^2+a}$; **h.** $\frac{(x+y)^2-4}{2x+2y+4}$;

i. $\frac{(x^2+y^2-z^2)^2-(x^2-y^2+z^2)^2}{4xy^2-4xyz}$; **j.** $\frac{a^{2n+1}-a^{2n-1}}{a^{n-1}+a^n}$;

k. $\frac{x-xy+z-yz}{1-3y+3y^2-y^3}$; **l.** $\frac{3a^3-ab^2-6a^2b+2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$;

m. $\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$; **n.** $\frac{y^2-3y-10}{y^2+y-2}$.

33. Vërtetoni barazimin: $\frac{(a+1)^4+a+1}{a^4-(a^2+2a+2)^2}=-\frac{a+2}{4}$.

34. Kryeni veprimet e nevojshme:

a. $\frac{x}{2}+\frac{5y}{2}+\frac{3x}{2}+\frac{y}{2}$; **b.** $\frac{7x+3}{3}-\frac{4x-5}{2}$;

c. $\frac{4}{5}+\frac{3}{2x+3}$; **d.** $\frac{2}{x+5}+\frac{3}{x+10}$;

56

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Faktorizon dhe zbërthen shprehjet racionale;
- Thjeshton shprehjet racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

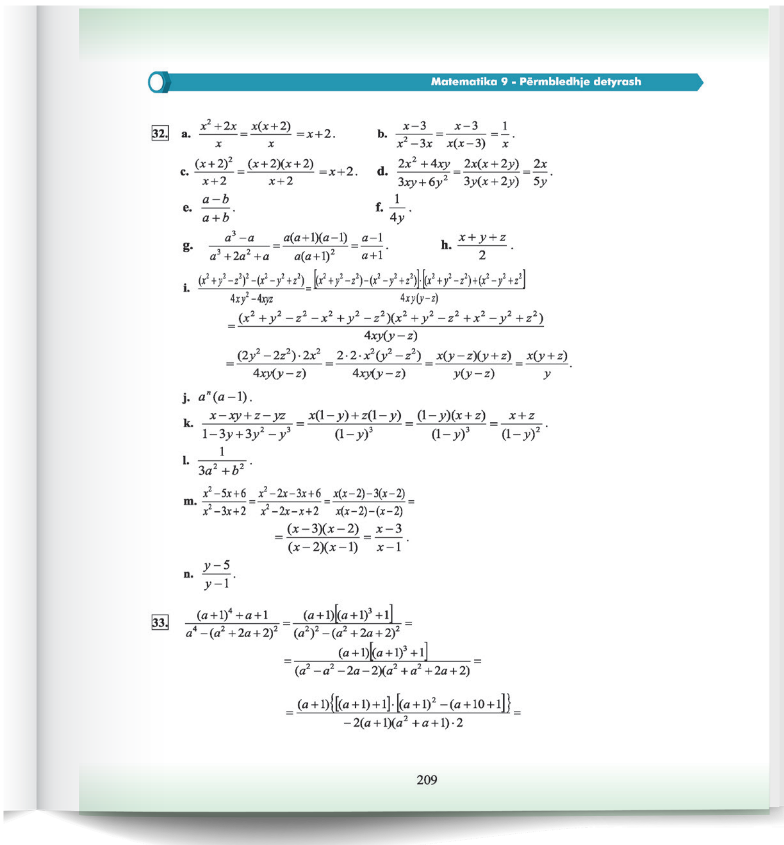
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Diskutohet së bashku me nxënës rreth atyre që janë mësuar për shprehjet racionale.
Çka janë shprehjet racionale?
Cila është forma e shprehjeve racionale?
Nëse shprehja nuk ka emërues, a është racionale?
Pastaj, si njehsohet domena e shprehjeve racionale?
Si mund të bëhet thjeshtimi i shprehjeve racionale?



32. a. $\frac{x^2+2x}{x}=\frac{x(x+2)}{x}=x+2.$ b. $\frac{x-3}{x^2-3x}=\frac{x-3}{x(x-3)}=\frac{1}{x}.$

c. $\frac{(x+2)^2}{x+2}=\frac{(x+2)(x+2)}{x+2}=x+2.$ d. $\frac{2x^2+4xy}{3xy+6y^2}=\frac{2x(x+2y)}{3y(x+2y)}=\frac{2x}{5y}.$

e. $\frac{a-b}{a+b}.$ f. $\frac{1}{4y}.$

g. $\frac{a^3-a}{a^3+2a^2+a}=\frac{a(a+1)(a-1)}{a(a+1)^2}=\frac{a-1}{a+1}.$ h. $\frac{x+y+z}{2}.$

i. $\frac{(x^2+y^2-z^2)^2-(x^2-y^2+z^2)}{4xy^2-4xyz}=\frac{[(x^2+y^2-z^2)-(x^2-y^2+z^2)]\cdot[(x^2+y^2-z^2)+(x^2-y^2+z^2]}{4xy(y-z)}$

$=\frac{(x^2+y^2-z^2-x^2+y^2-z^2)(x^2+y^2-z^2+x^2-y^2+z^2)}{4xy(y-z)}$

$=\frac{(2y^2-2z^2)\cdot 2x^2}{4xy(y-z)}=\frac{2\cdot 2\cdot x^2(y^2-z^2)}{4xy(y-z)}=\frac{x(y-z)(y+z)}{y(y-z)}=\frac{x(y+z)}{y}.$

j. $a^n(a-1).$

k. $\frac{x-xy+z-yz}{1-3y+3y^2-y^3}=\frac{x(1-y)+z(1-y)}{(1-y)^3}=\frac{(1-y)(x+z)}{(1-y)^3}=\frac{x+z}{(1-y)^2}.$

l. $\frac{1}{3a^2+b^2}.$

m. $\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}=\frac{x^2-2x-3x+6}{x^2-2x-x+2}=\frac{x(x-2)-3(x-2)}{x(x-2)-(x-2)}=$

$=\frac{(x-3)(x-2)}{(x-2)(x-1)}=\frac{x-3}{x-1}.$

n. $\frac{y-5}{y-1}.$

33. $\frac{(a+1)^4+a+1}{a^4-(a^2+2a+2)^2}=\frac{(a+1)[(a+1)^3+1]}{(a^2)^2-(a^2+2a+2)^2}=$

$=\frac{(a+1)[(a+1)^3+1]}{(a^2-a^2-2a-2)(a^2+a^2+2a+2)}=$

$=\frac{(a+1)\{[(a+1)+1]\cdot[(a+1)^2-(a+10+1]\}}{-2(a+1)(a^2+a+1)\cdot 2}=$

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënit në bashkëpunim

Mësimdhënësi cakton një detyrë në tabelë, kërkon mendimin e nxënësve si duhet të bëhet thjeshtimi i shprehjes së dhënë dhe më pas së bashku duke i dhënë sqarimet e duhura punojnë detyrën.

$$\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}=\frac{x^2-2x-3x+6}{x^2-2x-x+2}=\frac{x(x-2)-3(x-2)}{x(x-2)-(x-2)}=$$

$$=\frac{(x-3)(x-2)}{(x-2)(x-1)}=\frac{x-3}{x-1}.$$

Tani nxënësve në grupe u caktohen detyrat nga libri përmbledhje detyrash, u jepen udhëzimet e punimit të detyrave dhe këshillohen të bashkëpunojnë me anëtarët e grupit në mënyrë që puna të jetë më e suksesshme. Puna e nxënësve monitorohet vazhdimisht prej mësimdhënësit, në rast kur është e nevojshme ndihmohen. Disa nga detyrat punohen edhe në tabelë nga nxënësit që përzgjidhen në mënyrë të rastësishme.
Thjeshtoni thyesat e mëposhtme.

a. $\frac{x^2+2x}{x}$; **b.** $\frac{x-3}{x^2-3x}$; **c.** $\frac{(x+2)^2}{x+2}$;

d. $\frac{2x^2+4xy}{3xy+6y^2}$; **e.** $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$; **f.** $\frac{15x^2y^2(a+b)^2}{60x^2y^3(a^2+2ab+b^2)}$

g. $\frac{a^3-a}{a^3+2a^2+a}$; **h.** $\frac{(x+y)^2-4}{2x+2y+4}$;

i. $\frac{(x^2+y^2-z^2)^2-(x^2-y^2+z^2)^2}{4xy^2-4xyz}$; **j.** $\frac{a^{2n+1}-a^{2n-1}}{a^{n-1}+a^n}$.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Detyra sfiduese

Nxënësve në mënyrë individuale u caktohen dy detyra nga libri bazë, detyra për punë të pavarur, detyrat 16 dhe 20 për të punuar për kohën 6 min.
Nxënësit që arrijnë të punojnë saktë dhe pa gabime shpërblehen.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e faktorizimit, zbërthimit dhe thjeshtimit të shprehjeve racionale.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 71, detyra 2, 6, 10, 14, 18, 22)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 57

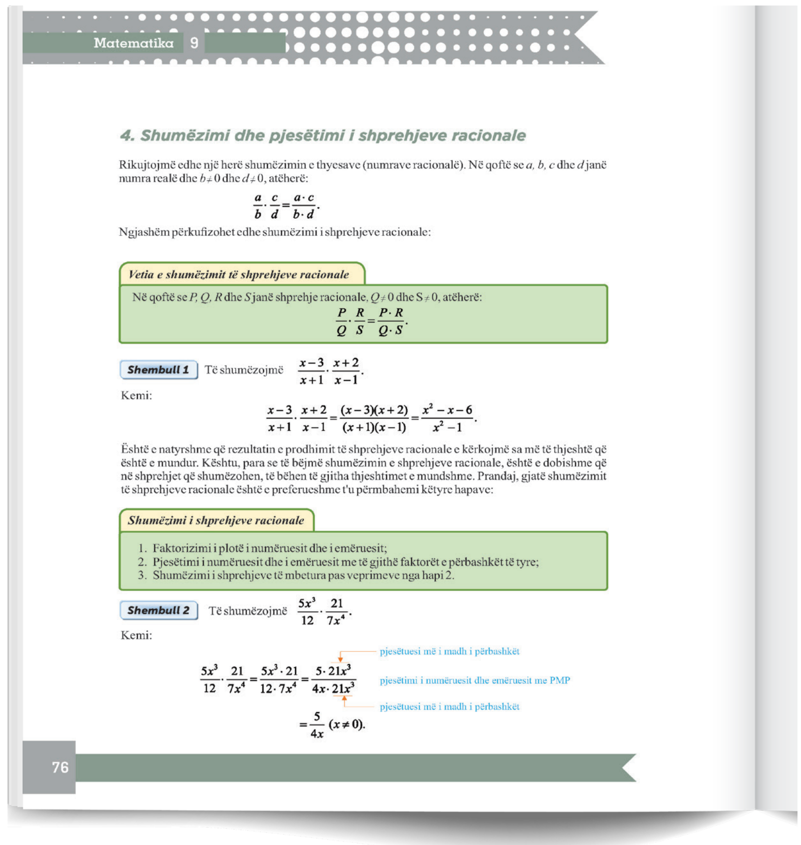
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale; Kryen veprimet me shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



Matematika 9

4. Shumëzimi dhe pjesëtimi i shprehjeve racionale

Rikujtojmë edhe një herë shumëzimin e thyesave (numrave racionalë). Në qoftë se a, b, c dhe d janë numra realë dhe $b \neq 0$ dhe $d \neq 0$, atëherë:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Ngjashëm përkufizohet edhe shumëzimi i shprehjeve racionale:

Vetia e shumëzimit të shprehjeve racionale

Në qoftë se P, Q, R dhe S janë shprehje racionale, $Q \neq 0$ dhe $S \neq 0$, atëherë:

$$\frac{P}{Q} \cdot \frac{R}{S} = \frac{P \cdot R}{Q \cdot S}.$$

Shembull 1 Të shumëzojmë $\frac{x-3}{x+1} \cdot \frac{x+2}{x-1}$.

Kemi:

$$\frac{x-3}{x+1} \cdot \frac{x+2}{x-1} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2-x-6}{x^2-1}.$$

Është e natyrshme që rezultatin e prodhimit të shprehjeve racionale e kërkojmë sa më të thjeshtë që është e mundur. Kështu, para se të bëjmë shumëzimin e shprehjeve racionale, është e dobishme që në shprehjet që shumëzohen, të bëhen të gjitha thjeshtimet e mundshme. Prandaj, gjatë shumëzimit të shprehjeve racionale është e preferueshme t'u përmbahemi këtyre hapave:

Shumëzimi i shprehjeve racionale

1. Faktorizimi i plotë i numëruesit dhe i emëruesit;
2. Pjesëtimi i numëruesit dhe i emëruesit me të gjithë faktorët e përbashkët të tyre;
3. Shumëzimi i shprehjeve të mbetura pas veprimeve nga hapi 2.

Shembull 2 Të shumëzojmë $\frac{5x^3}{12} \cdot \frac{21}{7x^4}$.

Kemi:

$$\frac{5x^3}{12} \cdot \frac{21}{7x^4} = \frac{5x^3 \cdot 21}{12 \cdot 7x^4} = \frac{5 \cdot 21x^3}{4x \cdot 21x^3}$$

pjesëtuesi më i madh i përbashkët
pjesëtimi i numëruesit dhe emëruesit me PMP
pjesëtuesi më i madh i përbashkët

$$= \frac{5}{4x}\ (x \neq 0).$$

76

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Shumëzimi i shprehjeve racionale

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Faktorizon shprehjet racionale;
- Thjeshton shprehjet racionale;
- Shumëzon shprehjet racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

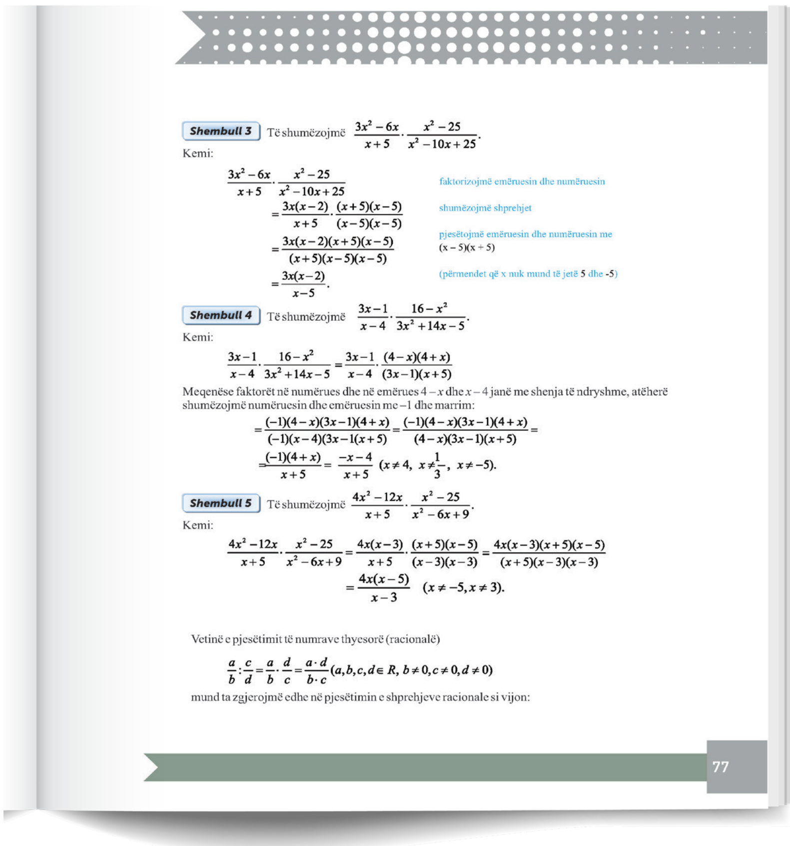
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Diskutohet së bashku me nxënës rreth atyre që janë mësuar për shumëzimin e thyesave. Merren disa shembuj për të kujtuar si është bërë shumëzimi i thyesave. P.sh.:

1. $\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{9} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 9} = \frac{10}{63}$
2. $\frac{6}{15} \cdot \frac{10}{14} = \frac{6 \cdot 10}{15 \cdot 14} = \frac{60}{210} = \frac{6}{21} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{2}{7}$



Shembull 3 Të shumëzojmë $\frac{3x^2-6x}{x+5}\cdot\frac{x^2-25}{x^2-10x+25}$.

Kemi:

$$\frac{3x^2-6x}{x+5}\cdot\frac{x^2-25}{x^2-10x+25}$$ faktorizojmë emëruesin dhe numëruesin

$$=\frac{3x(x-2)}{x+5}\cdot\frac{(x+5)(x-5)}{(x-5)(x-5)}$$ shumëzojmë shprehjet

$$=\frac{3x(x-2)(x+5)(x-5)}{(x+5)(x-5)(x-5)}$$ pjesëtojmë emëruesin dhe numëruesin me $(x-5)(x+5)$

$$=\frac{3x(x-2)}{x-5}.$$ (përmendet që x nuk mund të jetë 5 dhe -5)

Shembull 4 Të shumëzojmë $\frac{3x-1}{x-4}\cdot\frac{16-x^2}{3x^2+14x-5}$.

Kemi:

$$\frac{3x-1}{x-4}\cdot\frac{16-x^2}{3x^2+14x-5}=\frac{3x-1}{x-4}\cdot\frac{(4-x)(4+x)}{(3x-1)(x+5)}$$

Meqenëse faktorët në numërues dhe në emërues $4-x$ dhe $x-4$ janë me shenja të ndryshme, atëherë shumëzojmë numëruesin dhe emëruesin me -1 dhe marrim:

$$=\frac{(-1)(4-x)(3x-1)(4+x)}{(-1)(x-4)(3x-1(x+5)}=\frac{(-1)(4-x)(3x-1)(4+x)}{(4-x)(3x-1)(x+5)}=$$
$$=\frac{(-1)(4+x)}{x+5}=\frac{-x-4}{x+5}\ \left(x\neq 4,\ x\neq\frac{1}{3},\ x\neq -5\right).$$

Shembull 5 Të shumëzojmë $\frac{4x^2-12x}{x+5}\cdot\frac{x^2-25}{x^2-6x+9}$.

Kemi:

$$\frac{4x^2-12x}{x+5}\cdot\frac{x^2-25}{x^2-6x+9}=\frac{4x(x-3)}{x+5}\cdot\frac{(x+5)(x-5)}{(x-3)(x-3)}=\frac{4x(x-3)(x+5)(x-5)}{(x+5)(x-3)(x-3)}$$
$$=\frac{4x(x-5)}{x-3}\quad (x\neq -5, x\neq 3).$$

Vetinë e pjesëtimit të numrave thyesorë (racionalë)

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}(a,b,c,d\in R,\ b\neq 0, c\neq 0, d\neq 0)$$

mund ta zgjerojmë edhe në pjesëtimin e shprehjeve racionale si vijon:

77

Parashtrohet pyetje:
Si shumëzohen shprehjet racionale?
A është procesi i ngjashëm si te thyesat e zakonta?
(Përgjigjet do të merren në vazhdim të orës mësimore)

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët me këmbime (grupet e ekspertëve)

Më lart u sqarua si shumëzohen thyesat, ngjashëm përkufizohet edhe shumëzimi i shprehjeve racionale. Në qoftë se P, Q, R dhe S janë shprehje racionale, Q≠0,S≠0 atëherë: $\frac{P}{Q}\cdot\frac{R}{S}=\frac{P\cdot R}{Q\cdot S}$ p.sh.

Të shumëzojmë $\frac{x-3}{x+1}\cdot\frac{x+2}{x-1}$.

$$\frac{x-3}{x+1}\cdot\frac{x+2}{x-1}=\frac{(x-3)(x+2)}{(x+1)(x-1)}=\frac{x^2-x-6}{x^2-1}$$

Tani formohen grupet me nga 4 nxënës. Caktohen nxënësit me numra 2, 3, 4, 5. Bëhet ndarja e detyrave nga libri bazë faqe 76, 77. Në bazë të numrit që kanë u caktohen edhe detyrat. Pasi është bërë ndarja e detyrave nga grupet fillestare nxënësit kalojnë në grupe sipas pjesës së përzgjedhur. Mblidhen bashkë dhe lexojnë në heshtje, pastaj diskutojnë rreth pjesës së tyre dhe duke u bazuar në libër zgjidhin shembullin e dhënë sipas sqarimeve edhe në libër.

Pasi nxënësit bëhen ekspertë rigrupohen në grupe fillestare dhe secili do t'ia sqarojë grupit shembullin e tij që i është caktuar si dhe u përgjigjen pyetjeve që mund të bëjnë shokët e grupit.
Puna e nxënësve monitorohet vazhdimisht prej mësimdhënësit, në rast kur është e nevojshme ndihmohen.
Në mënyrë të rastësishme përzgjidhen 4 nxënës nga grupe të ndryshme që detyrat t'i punojnë në tabelë.

(p.sh. një detyrë e zgjidhur) $$\frac{4x^2-12x}{x+5}\cdot\frac{x^2-25}{x^2-6x+9}=\frac{4x(x-3)}{x+5}\cdot\frac{(x+5)(x-5)}{(x-3)(x-3)}=\frac{4x(x-3)(x+5)(x-5)}{(x+5)(x-3)(x-3)}$$
$$=\frac{4x(x-5)}{x-3}\quad (x\neq -5, x\neq 3).$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Detyra sfiduese

Nxënësve në mënyrë individuale u caktohet një detyrë nga libri bazë, detyra për punë të pavarur, detyra 4, faqe 82 për të punuar për kohën 4 min.
Nxënësit që arrijnë të punojnë saktë dhe pa gabime shpërblehen.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e faktorizimit, thjeshtimit dhe të shumëzimit të shprehjeve racionale.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 82, detyra 1, 2)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 58

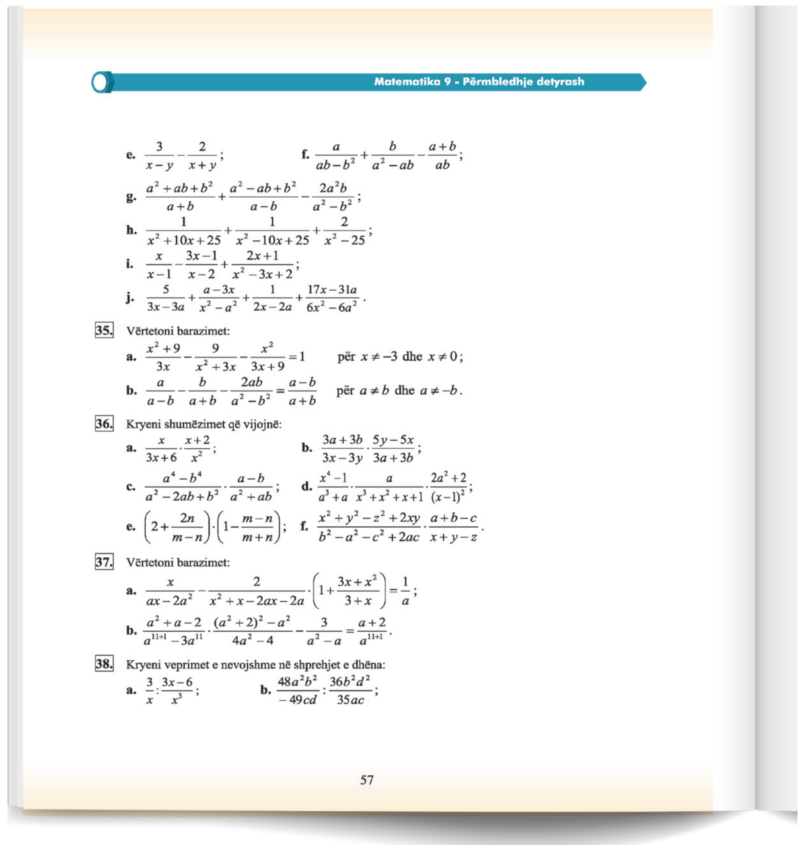
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale; Kryen veprimet me shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

e. $\frac{3}{x-y}-\frac{2}{x+y}$; f. $\frac{a}{ab-b^2}+\frac{b}{a^2-ab}-\frac{a+b}{ab}$;

g. $\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}+\frac{a^2-ab+b^2}{a-b}-\frac{2a^2b}{a^2-b^2}$;

h. $\frac{1}{x^2+10x+25}+\frac{1}{x^2-10x+25}+\frac{2}{x^2-25}$;

i. $\frac{x}{x-1}-\frac{3x-1}{x-2}+\frac{2x+1}{x^2-3x+2}$;

j. $\frac{5}{3x-3a}+\frac{a-3x}{x^2-a^2}+\frac{1}{2x-2a}+\frac{17x-31a}{6x^2-6a^2}$.

35. Vërtetoni barazimet:

a. $\frac{x^2+9}{3x}-\frac{9}{x^2+3x}-\frac{x^2}{3x+9}=1$ për $x\neq-3$ dhe $x\neq 0$;

b. $\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}-\frac{2ab}{a^2-b^2}=\frac{a-b}{a+b}$ për $a\neq b$ dhe $a\neq -b$.

36. Kryeni shumëzimet që vijojnë:

a. $\frac{x}{3x+6}\cdot\frac{x+2}{x^2}$; b. $\frac{3a+3b}{3x-3y}\cdot\frac{5y-5x}{3a+3b}$;

c. $\frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2}\cdot\frac{a-b}{a^2+ab}$; d. $\frac{x^4-1}{a^3+a}\cdot\frac{a}{x^3+x^2+x+1}\cdot\frac{2a^2+2}{(x-1)^2}$;

e. $\left(2+\frac{2n}{m-n}\right)\cdot\left(1-\frac{m-n}{m+n}\right)$; f. $\frac{x^2+y^2-z^2+2xy}{b^2-a^2-c^2+2ac}\cdot\frac{a+b-c}{x+y-z}$.

37. Vërtetoni barazimet:

a. $\frac{x}{ax-2a^2}-\frac{2}{x^2+x-2ax-2a}\cdot\left(1+\frac{3x+x^2}{3+x}\right)=\frac{1}{a}$;

b. $\frac{a^2+a-2}{a^{11+1}-3a^{11}}\cdot\frac{(a^2+2)^2-a^2}{4a^2-4}-\frac{3}{a^2-a}=\frac{a+2}{a^{11+1}}$.

38. Kryeni veprimet e nevojshme në shprehjet e dhëna:

a. $\frac{3}{x}:\frac{3x-6}{x^3}$; b. $\frac{48a^2b^2}{-49cd}:\frac{36b^2d^2}{35ac}$;

57

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Shumëzimi i shprehjeve racionale

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Faktorizon shprehjet racionale;
- Thjeshton shprehjet racionale;
- Shumëzon shprehjet racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Mendo/ puno në dyshe/ shkëmbe mendime

Në projektor shfaqet një detyrë për të kujtuar atë që është mësuar në orën e kaluar. Nxënësit fillimisht mendojnë se si duhet të zgjidhet, pastaj e diskutojnë dhe e punojnë në dyshe dhe punën e dyshes e prezantojnë në grup për ta krahasuar me dyshen tjetër.
Shumëzoni shprehjet racionale: $\frac{m^2-9}{3m+4}\cdot\frac{9m^2-16}{m^2+6m+9}$

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Mësimdhënësi kërkon që një nxënës në mënyrë vullnetare të zgjidhë detyrën në tabelë pasi është punuar në grup.

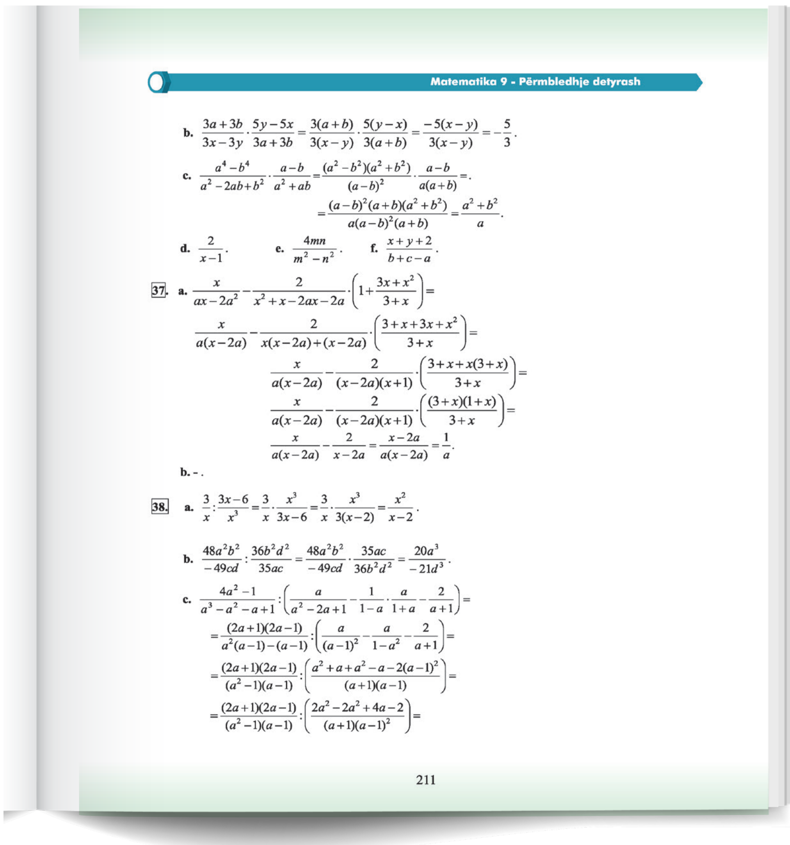
$$\frac{m^2-9}{3m+4}\cdot\frac{9m^2-16}{m^2+6m+9}=\frac{(m-3)(m+3)}{(3m+4)(m+3)(m+3)}=\frac{m-3}{(3m+4)(m+3)}$$

Nxënësi gjatë punimit të detyrës jep sqarimet e duhura se si është bërë zbërthimi dhe thjeshtimi i shprehjeve, pastaj është shumëzuar shprehja racionale. Tani nxënësve në grupe u caktohen detyrat nga libri përmbledhje detyrash, u jepen udhëzimet e punimit të detyrave dhe këshillohen të bashkëpunojnë me anëtarët e grupit në mënyrë që puna të jetë më e suksesshme. Puna e nxënësve monitorohet vazhdimisht prej mësimdhënësit, në rast kur është e nevojshme ndihmohen. Disa nga detyrat punohen edhe në tabelë nga nxënësit që përzgjidhen në mënyrë të rastësishme.

Kryeni shumëzimet që vijojnë:

a. $\frac{x}{3x+6}\cdot\frac{x+2}{x^2}$; **b.** $\frac{3a+3b}{3x-3y}\cdot\frac{5y-5x}{3a+3b}$;

c. $\frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2}\cdot\frac{a-b}{a^2+ab}$; **d.** $\frac{x^4-1}{a^3+a}\cdot\frac{a}{x^3+x^2+x+1}\cdot\frac{2a^2+2}{(x-1)^2}$;



Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Detyra sfiduese

Nxënësve në mënyrë individuale u caktohet një detyrë për të punuar për kohën 4 min.
Nxënësit që arrijnë të punojnë saktë dhe pa gabime shpërblehen.

$$\left(2+\frac{2n}{m-n}\right)\cdot\left(1-\frac{m-n}{m+n}\right)$$

Vlerësimi i nxënësve:

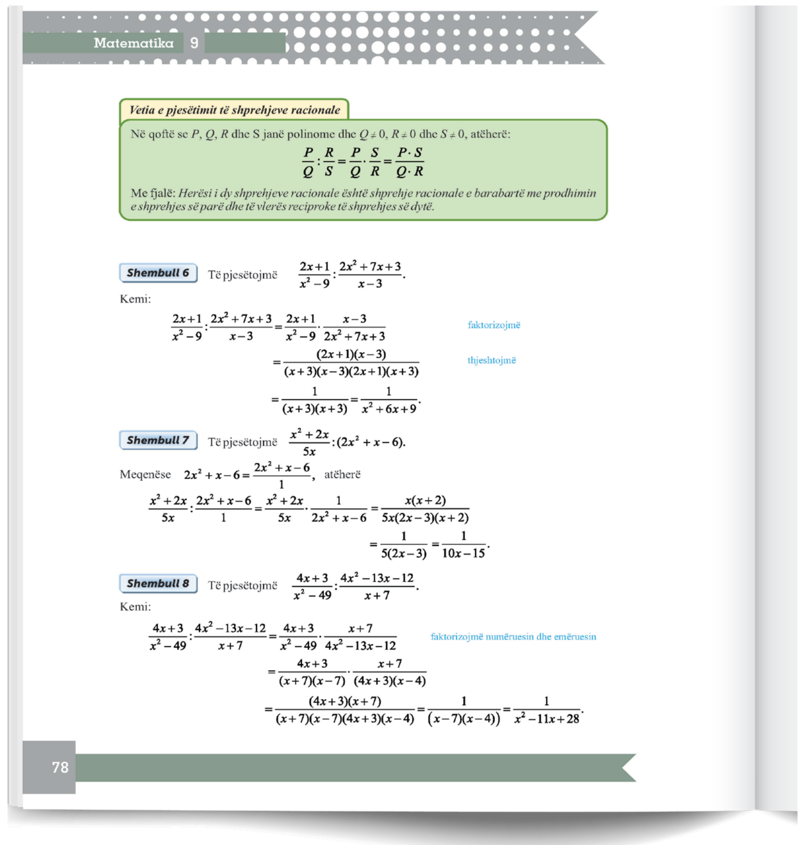
Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e faktorizimit, thjeshtimit dhe të shumëzimit të shprehjeve racionale.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 82, detyra 4)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 59

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE


Matematika 9

Vetia e pjesëtimit të shprehjeve racionale

Në qoftë se P, Q, R dhe S janë polinome dhe $Q \neq 0$, $R \neq 0$ dhe $S \neq 0$, atëherë:

$$\frac{P}{Q}:\frac{R}{S}=\frac{P}{Q}\cdot\frac{S}{R}=\frac{P\cdot S}{Q\cdot R}$$

Me fjalë: *Herësi i dy shprehjeve racionale është shprehje racionale e barabartë me prodhimin e shprehjes së parë dhe të vlerës reciproke të shprehjes së dytë.*

Shembull 6 Të pjesëtojmë $\frac{2x+1}{x^2-9}:\frac{2x^2+7x+3}{x-3}$.

Kemi:

$$\frac{2x+1}{x^2-9}:\frac{2x^2+7x+3}{x-3}=\frac{2x+1}{x^2-9}\cdot\frac{x-3}{2x^2+7x+3}$$ faktorizojmë

$$=\frac{(2x+1)(x-3)}{(x+3)(x-3)(2x+1)(x+3)}$$ thjeshtojmë

$$=\frac{1}{(x+3)(x+3)}=\frac{1}{x^2+6x+9}.$$

Shembull 7 Të pjesëtojmë $\frac{x^2+2x}{5x}:(2x^2+x-6)$.

Meqenëse $2x^2+x-6=\frac{2x^2+x-6}{1}$, atëherë

$$\frac{x^2+2x}{5x}:\frac{2x^2+x-6}{1}=\frac{x^2+2x}{5x}\cdot\frac{1}{2x^2+x-6}=\frac{x(x+2)}{5x(2x-3)(x+2)}$$

$$=\frac{1}{5(2x-3)}=\frac{1}{10x-15}.$$

Shembull 8 Të pjesëtojmë $\frac{4x+3}{x^2-49}:\frac{4x^2-13x-12}{x+7}$.

Kemi:

$$\frac{4x+3}{x^2-49}:\frac{4x^2-13x-12}{x+7}=\frac{4x+3}{x^2-49}\cdot\frac{x+7}{4x^2-13x-12}$$ faktorizojmë numëruesin dhe emëruesin

$$=\frac{4x+3}{(x+7)(x-7)}\cdot\frac{x+7}{(4x+3)(x-4)}$$

$$=\frac{(4x+3)(x+7)}{(x+7)(x-7)(4x+3)(x-4)}=\frac{1}{(x-7)(x-4))}=\frac{1}{x^2-11x+28}.$$

78

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale; Kryen veprimet me shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6;

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Pjesëtimi i shprehjeve racionale

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Faktorizon shprehjet racionale;
- Thjeshton shprehjet racionale;
- Pjesëton shprehjet racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

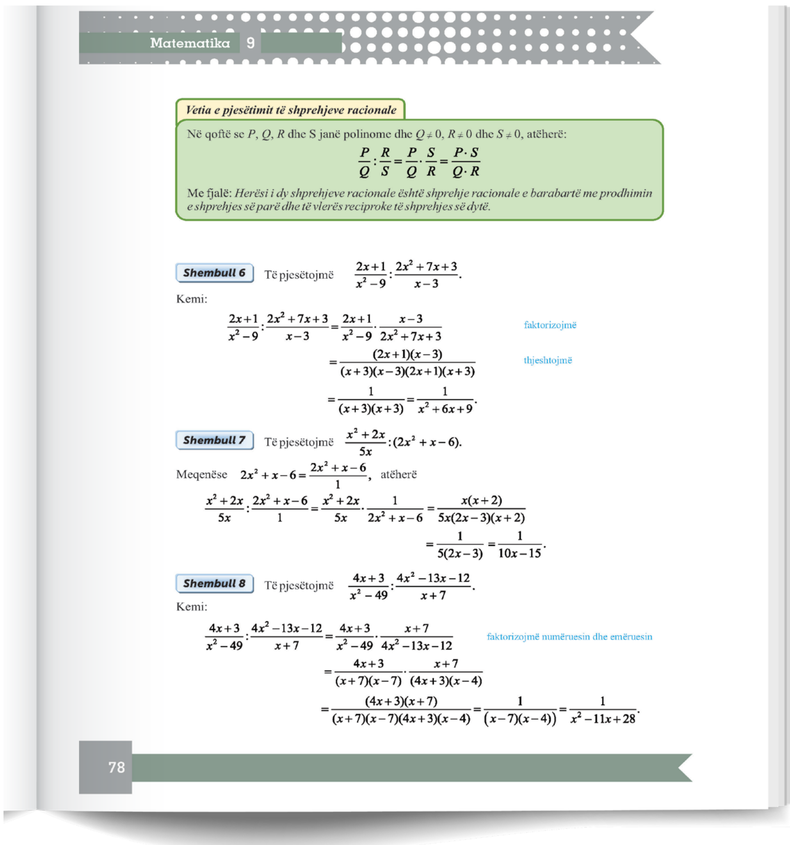
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Diskutohet së bashku me nxënës rreth atyre që janë mësuar për pjesëtimin e thyesave. Merren disa shembuj për të kujtuar si është bërë pjesëtimi i thyesave. P.sh.:

1. $\frac{2}{7}:\frac{5}{9}=\frac{2}{5}\cdot\frac{9}{5}=\frac{2\cdot 9}{7\cdot 5}=\frac{18}{35}$
2. $\frac{6}{15}:\frac{10}{14}=\frac{6\cdot 14}{15\cdot 10}=\frac{84}{150}=\frac{6\cdot 14}{6\cdot 25}=\frac{14}{25}=\frac{2}{7}$



Matematika 9

Vetia e pjesëtimit të shprehjeve racionale

Në qoftë se P, Q, R dhe S janë polinome dhe $Q \neq 0$, $R \neq 0$ dhe $S \neq 0$, atëherë:

$$\frac{P}{Q}:\frac{R}{S}=\frac{P}{Q}\cdot\frac{S}{R}=\frac{P\cdot S}{Q\cdot R}$$

Me fjalë: *Herësi i dy shprehjeve racionale është shprehje racionale e barabartë me prodhimin e shprehjes së parë dhe të vlerës reciproke të shprehjes së dytë.*

Shembull 6 Të pjesëtojmë $\frac{2x+1}{x^2-9}:\frac{2x^2+7x+3}{x-3}$.

Kemi:

$$\frac{2x+1}{x^2-9}:\frac{2x^2+7x+3}{x-3}=\frac{2x+1}{x^2-9}\cdot\frac{x-3}{2x^2+7x+3} \quad \text{faktorizojmë}$$
$$=\frac{(2x+1)(x-3)}{(x+3)(x-3)(2x+1)(x+3)} \quad \text{thjeshtojmë}$$
$$=\frac{1}{(x+3)(x+3)}=\frac{1}{x^2+6x+9}.$$

Shembull 7 Të pjesëtojmë $\frac{x^2+2x}{5x}:(2x^2+x-6)$.

Meqenëse $2x^2+x-6=\frac{2x^2+x-6}{1}$, atëherë

$$\frac{x^2+2x}{5x}:\frac{2x^2+x-6}{1}=\frac{x^2+2x}{5x}\cdot\frac{1}{2x^2+x-6}=\frac{x(x+2)}{5x(2x-3)(x+2)}$$
$$=\frac{1}{5(2x-3)}=\frac{1}{10x-15}.$$

Shembull 8 Të pjesëtojmë $\frac{4x+3}{x^2-49}:\frac{4x^2-13x-12}{x+7}$.

Kemi:

$$\frac{4x+3}{x^2-49}:\frac{4x^2-13x-12}{x+7}=\frac{4x+3}{x^2-49}\cdot\frac{x+7}{4x^2-13x-12} \quad \text{faktorizojmë numëruesin dhe emëruesin}$$
$$=\frac{4x+3}{(x+7)(x-7)}\cdot\frac{x+7}{(4x+3)(x-4)}$$
$$=\frac{(4x+3)(x+7)}{(x+7)(x-7)(4x+3)(x-4)}=\frac{1}{(x-7)(x-4))}=\frac{1}{x^2-11x+28}.$$

78

Parashtrohen pyetje: Si pjesëtohen shprehjet racionale? A është procesi i ngjashëm si te thyesat? (Përgjigjet do të merren në vazhdim të orës mësimore)

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënit në bashkëpunim

Më lart u sqarua si pjesëtohen thyesat, ngjashëm përkufizohet edhe pjesëtimi i shprehjeve racionale. Në qoftë se P, Q, R dhe S janë shprehje racionale, Q ≠0,R≠0 dhe S≠0 atëherë: $\frac{P}{Q}:\frac{R}{S}=\frac{P}{Q}\cdot\frac{S}{R}=\frac{P\cdot S}{Q\cdot R}$
p.sh.: Të pjesëtohen shprehjet racionale:

$$\frac{48a^2b^2}{-49cd}:\frac{36b^2d^2}{35ac}=\frac{48a^2b^2}{-49cd}\cdot\frac{35ac}{36b^2d^2}=\frac{20a^3}{-21d^3}$$

Tani formohen grupet me nga 3 nxënës. Caktohen nxënësit me numrat 6, 7, 8. Bëhet ndarja e detyrave nga libri bazë faqe 78.
Në bazë të numrit që kanë u caktohen edhe detyrat. Pasi është bërë ndarja e detyrave nga grupet fillestare nxënësit kalojnë në grupe sipas pjesës së përzgjedhur. Mblidhen bashkë dhe lexojnë në heshtje, pastaj diskutojnë rreth pjesës së tyre dhe, duke u bazuar në libër, e zgjidhin shembullin. Pasi nxënësit bëhen ekspertë rigrupohen në grupe fillestare dhe secili do t'ia sqarojë grupit shembullin e tij që i është caktuar si dhe u përgjigjen pyetjeve që mund të bëjnë shokët e grupit. Puna e nxënësve monitorohet vazhdimisht prej mësimdhënësit, në rast kur është e nevojshme ndihmohen. Në mënyrë të rastësishme përzgjidhen 3 nxënës nga grupe të ndryshme që detyrat t'i punojnë në tabelë. (p.sh. një detyrë e zgjidhur)

$$\frac{x^2+2x}{5x}:\frac{2x^2+x-6}{1}=\frac{x^2+2x}{5x}\cdot\frac{1}{2x^2+x-6}=\frac{x(x+2)}{5x(2x-3)(x+2)}$$
$$=\frac{1}{5(2x-3)}=\frac{1}{10x-15}$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Detyra sfiduese

Nxënësve në mënyrë individuale u caktohet një detyrë për të punuar për kohën 3 min. Ata që arrijnë të punojnë saktë dhe pa gabime shpërblehen.
Të pjesëtohen shprehjet: $\frac{12x^5}{9y^2}:\frac{6x^2}{21y^7}$

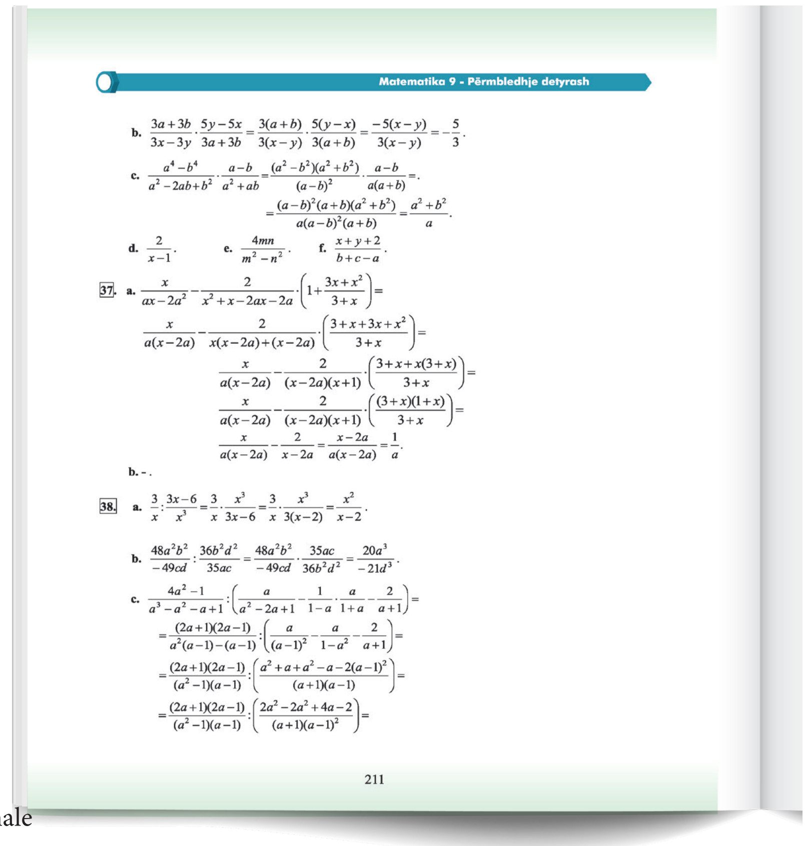
Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e faktorizimit, thjeshtimit dhe të pjesëtimit të shprehjeve racionale.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 82, detyra 3, 5)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 60


Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

b. $\frac{3a+3b}{3x-3y}\cdot\frac{5y-5x}{3a+3b}=\frac{3(a+b)}{3(x-y)}\cdot\frac{5(y-x)}{3(a+b)}=\frac{-5(x-y)}{3(x-y)}=-\frac{5}{3}$.

c. $\frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2}\cdot\frac{a-b}{a^2+ab}=\frac{(a^2-b^2)(a^2+b^2)}{(a-b)^2}\cdot\frac{a-b}{a(a+b)}=$.
$=\frac{(a-b)^2(a+b)(a^2+b^2)}{a(a-b)^2(a+b)}=\frac{a^2+b^2}{a}$.

d. $\frac{2}{x-1}$. e. $\frac{4mn}{m^2-n^2}$. f. $\frac{x+y+2}{b+c-a}$.

37. a. $\frac{x}{ax-2a^2}-\frac{2}{x^2+x-2ax-2a}\cdot\left(1+\frac{3x+x^2}{3+x}\right)=$
$\frac{x}{a(x-2a)}-\frac{2}{x(x-2a)+(x-2a)}\cdot\left(\frac{3+x+3x+x^2}{3+x}\right)=$
$\frac{x}{a(x-2a)}-\frac{2}{(x-2a)(x+1)}\cdot\left(\frac{3+x+x(3+x)}{3+x}\right)=$
$\frac{x}{a(x-2a)}-\frac{2}{(x-2a)(x+1)}\cdot\left(\frac{(3+x)(1+x)}{3+x}\right)=$
$\frac{x}{a(x-2a)}-\frac{2}{x-2a}=\frac{x-2a}{a(x-2a)}=\frac{1}{a}$.

b. - .

38. a. $\frac{3}{x}:\frac{3x-6}{x^3}=\frac{3}{x}\cdot\frac{x^3}{3x-6}=\frac{3}{x}\cdot\frac{x^3}{3(x-2)}=\frac{x^2}{x-2}$.

b. $\frac{48a^2b^2}{-49cd}:\frac{36b^2d^2}{35ac}=\frac{48a^2b^2}{-49cd}\cdot\frac{35ac}{36b^2d^2}=\frac{20a^3}{-21d^3}$.

c. $\frac{4a^2-1}{a^3-a^2-a+1}:\left(\frac{a}{a^2-2a+1}-\frac{1}{1-a}\cdot\frac{a}{1+a}-\frac{2}{a+1}\right)=$
$=\frac{(2a+1)(2a-1)}{a^2(a-1)-(a-1)}:\left(\frac{a}{(a-1)^2}-\frac{a}{1-a^2}-\frac{2}{a+1}\right)=$
$=\frac{(2a+1)(2a-1)}{(a^2-1)(a-1)}:\left(\frac{a^2+a+a^2-a-2(a-1)^2}{(a+1)(a-1)}\right)=$
$=\frac{(2a+1)(2a-1)}{(a^2-1)(a-1)}:\left(\frac{2a^2-2a^2+4a-2}{(a+1)(a-1)^2}\right)=$

211

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale; Kryen veprimet me shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Pjesëtimi i shprehjeve racionale

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Faktorizon shprehjet racionale;
- Thjeshton shprehjet racionale;
- Pjesëton shprehjet racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

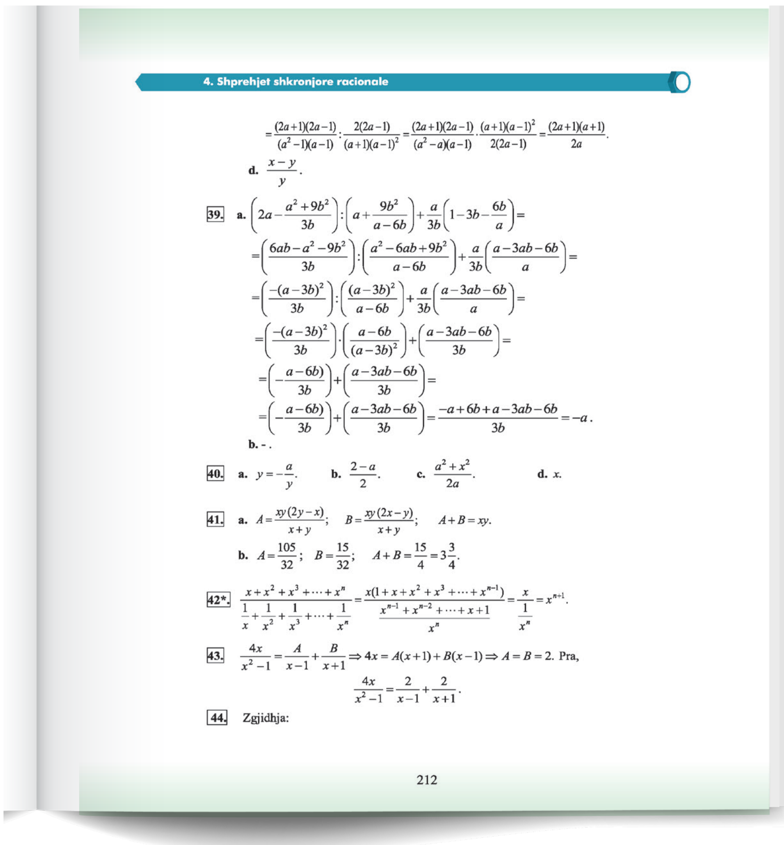
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Mendo/puno në dyshe/ shkëmbe mendime

Në projektor shfaqet një detyrë për të kujtuar atë që është mësuar në orën e kaluar. Nxënësit fillimisht e mendojnë se si duhet të zgjidhet, pastaj e diskutojnë dhe e punojnë në dyshe dhe punën e dyshes e prezantojnë në grup për ta krahasuar me dyshen tjetër.
Pjesëtoni shprehjet racionale: $\frac{x^2-64}{3y-1}:\frac{x-8}{12y^2-4y}$



4. Shprehjet shkronjore racionale

$$=\frac{(2a+1)(2a-1)}{(a^2-1)(a-1)}:\frac{2(2a-1)}{(a+1)(a-1)^2}=\frac{(2a+1)(2a-1)}{(a^2-a)(a-1)}\cdot\frac{(a+1)(a-1)^2}{2(2a-1)}=\frac{(2a+1)(a+1)}{2a}.$$

d. $\frac{x-y}{y}$.

39. **a.** $\left(2a-\frac{a^2+9b^2}{3b}\right):\left(a+\frac{9b^2}{a-6b}\right)+\frac{a}{3b}\left(1-3b-\frac{6b}{a}\right)=$

$$=\left(\frac{6ab-a^2-9b^2}{3b}\right):\left(\frac{a^2-6ab+9b^2}{a-6b}\right)+\frac{a}{3b}\left(\frac{a-3ab-6b}{a}\right)=$$

$$=\left(\frac{-(a-3b)^2}{3b}\right):\left(\frac{(a-3b)^2}{a-6b}\right)+\frac{a}{3b}\left(\frac{a-3ab-6b}{a}\right)=$$

$$=\left(\frac{-(a-3b)^2}{3b}\right)\cdot\left(\frac{a-6b}{(a-3b)^2}\right)+\left(\frac{a-3ab-6b}{3b}\right)=$$

$$=\left(-\frac{a-6b)}{3b}\right)+\left(\frac{a-3ab-6b}{3b}\right)=$$

$$=\left(-\frac{a-6b)}{3b}\right)+\left(\frac{a-3ab-6b}{3b}\right)=\frac{-a+6b+a-3ab-6b}{3b}=-a.$$

b. - .

40. **a.** $y=-\frac{a}{y}$. **b.** $\frac{2-a}{2}$. **c.** $\frac{a^2+x^2}{2a}$. **d.** x.

41. **a.** $A=\frac{xy(2y-x)}{x+y}$; $B=\frac{xy(2x-y)}{x+y}$; $A+B=xy$.

b. $A=\frac{105}{32}$; $B=\frac{15}{32}$; $A+B=\frac{15}{4}=3\frac{3}{4}$.

42*. $\frac{x+x^2+x^3+\cdots+x^n}{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}+\cdots+\frac{1}{x^n}}=\frac{x(1+x+x^2+x^3+\cdots+x^{n-1})}{\frac{x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+x+1}{x^n}}=\frac{x}{\frac{1}{x^n}}=x^{n+1}$.

43. $\frac{4x}{x^2-1}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}\Rightarrow 4x=A(x+1)+B(x-1)\Rightarrow A=B=2$. Pra,

$$\frac{4x}{x^2-1}=\frac{2}{x-1}+\frac{2}{x+1}.$$

44. Zgjidhja:

212

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënit në bashkëpunim

Mësimdhënësi kërkon që një nxënës në mënyrë vullnetare të zgjidhë detyrën në tabelë pasi është punuar në grup.

$$\frac{x^2-64}{3y-1}:\frac{x-8}{12y^2-4y}=\frac{(x-8)(x+8)}{3y-1}\cdot\frac{4y\,(3y-1)}{x-8}=\frac{4y\,(x+8)}{1}=4y\,(x+8)$$

Nxënësi gjatë punimit të detyrës jep sqarimet e duhura se si është bërë zbërthimi dhe thjeshtimi i shprehjeve, e pastaj është shumëzuar shprehja racionale.
Tani nxënësve në grupe u caktohen detyrat nga libri përmbledhje detyrash, u jepen udhëzimet e punimit të detyrave dhe këshillohen të bashkëpunojnë me anëtarët e grupit në mënyrë që puna të jetë më e suksesshme. Puna e nxënësve monitorohet vazhdimisht prej mësimdhënësit, në rast kur është e nevojshme ndihmohen. Disa nga detyrat punohen edhe në tabelë nga nxënësit që përzgjidhen në mënyrë të rastësishme.
Kryeni veprimet e nevojshme në shprehjet e dhëna:

a. $\frac{3}{x}:\frac{3x-6}{x^3}$; **b.** $\frac{48a^2b^2}{-49cd}:\frac{36b^2d^2}{35ac}$;

c. $\frac{p^2+2p+1}{1-4p}:\frac{p^2-1}{16p^2-1}$; **d.** $\frac{n^2-m^2}{2m-3n}:\frac{n-m}{4n^2-9m^2}$;

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Detyra sfiduese

Nxënësve në mënyrë individuale u caktohet një detyrë për të punuar për kohën 3 min.
Nxënësit që arrijnë të punojnë saktë dhe pa gabime shpërblehen.
Të pjesëtohen shprehjet: $\frac{27y^3-8x^3}{x+y}:\frac{2x-3y}{x^3+y^3}$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e faktorizimit, thjeshtimit dhe të pjesëtimit të shprehjeve racionale.

Detyrë:

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 61

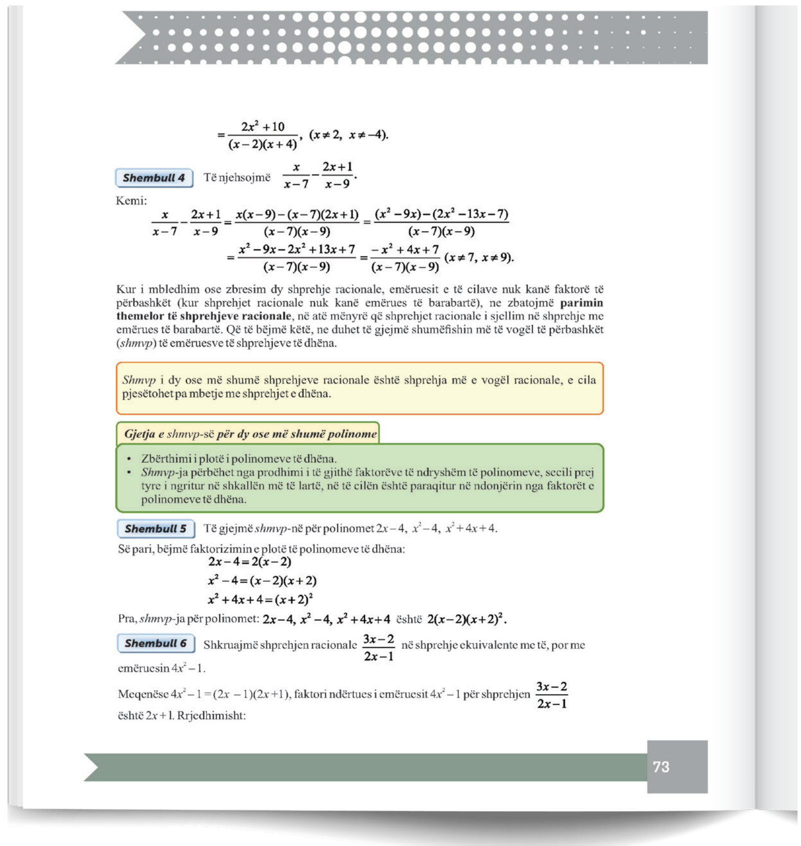
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale; Kryen veprimet me shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



$$= \frac{2x^2+10}{(x-2)(x+4)}, \ (x \neq 2, \ x \neq -4).$$

Shembull 4 Të njehsojmë $\frac{x}{x-7} - \frac{2x+1}{x-9}$.

Kemi:

$$\frac{x}{x-7} - \frac{2x+1}{x-9} = \frac{x(x-9)-(x-7)(2x+1)}{(x-7)(x-9)} = \frac{(x^2-9x)-(2x^2-13x-7)}{(x-7)(x-9)}$$
$$= \frac{x^2-9x-2x^2+13x+7}{(x-7)(x-9)} = \frac{-x^2+4x+7}{(x-7)(x-9)} \ (x \neq 7, \ x \neq 9).$$

Kur i mbledhim ose zbresim dy shprehje racionale, emëruesit e të cilave nuk kanë faktorë të përbashkët (kur shprehjet racionale nuk kanë emërues të barabartë), ne zbatojmë **parimin themelor të shprehjeve racionale**, në atë mënyrë që shprehjet racionale i sjellim në shprehje me emërues të barabartë. Që të bëjmë këtë, ne duhet të gjejmë shumëfishin më të vogël të përbashkët (*shmvp*) të emëruesve të shprehjeve të dhëna.

Shmvp i dy ose më shumë shprehjeve racionale është shprehja më e vogël racionale, e cila pjesëtohet pa mbetje me shprehjet e dhëna.

Gjetja e** shmvp-së **për dy ose më shumë polinome

- Zbërthimi i plotë i polinomeve të dhëna.
- *Shmvp*-ja përbëhet nga prodhimi i të gjithë faktorëve të ndryshëm të polinomeve, secili prej tyre i ngritur në shkallën më të lartë, në të cilën është paraqitur në ndonjërin nga faktorët e polinomeve të dhëna.

Shembull 5 Të gjejmë *shmvp*-në për polinomet $2x-4$, x^2-4, x^2+4x+4.

Së pari, bëjmë faktorizimin e plotë të polinomeve të dhëna:

$$2x-4=2(x-2)$$
$$x^2-4=(x-2)(x+2)$$
$$x^2+4x+4=(x+2)^2$$

Pra, *shmvp*-ja për polinomet: $2x-4, \ x^2-4, \ x^2+4x+4$ është $2(x-2)(x+2)^2$.

Shembull 6 Shkruajmë shprehjen racionale $\frac{3x-2}{2x-1}$ në shprehje ekuivalente me të, por me emëruesin $4x^2-1$.

Meqenëse $4x^2-1=(2x-1)(2x+1)$, faktori ndërtues i emëruesit $4x^2-1$ për shprehjen $\frac{3x-2}{2x-1}$ është $2x+1$. Rrjedhimisht:

73

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Shumëfishi më i vogël i përbashkët i polinomeve

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Faktorizon shprehjet racionale;
- Gjen shmvp-në e shprehjeve racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Diskutohet së bashku me nxënës rreth atyre që janë mësuar për shumëfishin më të vogël të përbashkët të numrave në klasat e mëparshme. Merret një shembuj për të kujtuar si është gjetur shmvp-ja për dy apo më shumë numra. P.sh.:

Gjeni shmvp-në (4, 6) = 12

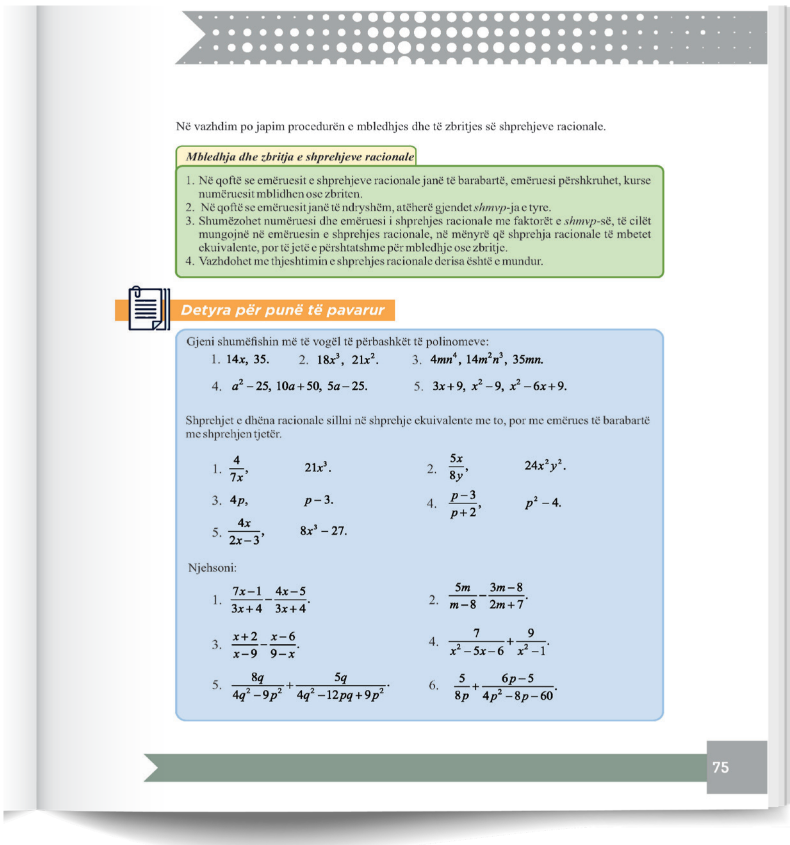
Sh_4 = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 30, 34, 36, 40, 44, ...}

Sh_6 = {6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, ...}

Të përbashkët, janë: 12, 24, 36, ...

Si e gjejmë shmvp-në për shprehje shkronjore?

Për mësimdhënësin/en


Në vazhdim po japim procedurën e mbledhjes dhe të zbritjes së shprehjeve racionale.

Mbledhja dhe zbritja e shprehjeve racionale

1. Në qoftë se emëruesit e shprehjeve racionale janë të barabartë, emëruesi përshkruhet, kurse numëruesit mblidhen ose zbriten.
2. Në qoftë se emëruesit janë të ndryshëm, atëherë gjendet *shmvp*-ja e tyre.
3. Shumëzohet numëruesi dhe emëruesi i shprehjes racionale me faktorët e *shmvp*-së, të cilët mungojnë në emëruesin e shprehjes racionale, në mënyrë që shprehja racionale të mbetet ekuivalente, por të jetë e përshtatshme për mbledhje ose zbritje.
4. Vazhdohet me thjeshtimin e shprehjes racionale derisa është e mundur.

Detyra për punë të pavarur

Gjeni shumëfishin më të vogël të përbashkët të polinomeve:

1. $14x,\ 35.$ 2. $18x^3,\ 21x^2.$ 3. $4mn^4,\ 14m^2n^3,\ 35mn.$
4. $a^2-25,\ 10a+50,\ 5a-25.$ 5. $3x+9,\ x^2-9,\ x^2-6x+9.$

Shprehjet e dhëna racionale sillni në shprehje ekuivalente me to, por me emërues të barabartë me shprehjen tjetër.

1. $\frac{4}{7x}$, $21x^3.$ 2. $\frac{5x}{8y}$, $24x^2y^2.$
3. $4p$, $p-3.$ 4. $\frac{p-3}{p+2}$, $p^2-4.$
5. $\frac{4x}{2x-3}$, $8x^3-27.$

Njehsoni:

1. $\frac{7x-1}{3x+4}-\frac{4x-5}{3x+4}.$ 2. $\frac{5m}{m-8}-\frac{3m-8}{2m+7}.$
3. $\frac{x+2}{x-9}-\frac{x-6}{9-x}.$ 4. $\frac{7}{x^2-5x-6}+\frac{9}{x^2-1}.$
5. $\frac{8q}{4q^2-9p^2}+\frac{5q}{4q^2-12pq+9p^2}.$ 6. $\frac{5}{8p}+\frac{6p-5}{4p^2-8p-60}.$

75

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Mësimdhënësi shpjegon se çështë SHMVP-ja për shprehje racionale si dhe tregon procedurën si gjendet SHMVP-ja. SHMVP-ja e dy ose më shumë shprehjeve racionale është shprehja më e vogël racionale, e cila pjesëtohet pa mbetje me shprehjet e dhëna. Gjetja e SHMVP-së për dy ose më shumë polinome: • Zbërthimi i plotë i polinomeve të dhëna. • SHMVP-ja përbëhet nga prodhimi i të gjithë faktorëve të ndryshëm të polinomeve, secili prej tyre i ngritur në shkallën më të lartë, në të cilën është paraqitur në ndonjërin nga faktorët e polinomeve të dhëna. 1. Të gjejmë SHMVP-në për polinomet 2x – 4, x – 4, x + 4x + 4. Së pari, bëjmë faktorizimin e plotë të polinomeve të dhëna.

$$2x-4=2(x-2)$$
$$x^2-4=(x-2)(x+2)$$
$$x^2+4x+4=(x+2)^2$$

Pra, *SHMVP* për polinomet: $2x-4,\ x^2-4,\ x^2+4x+4$ është $2(x-2)(x+2)^2$

2. Të gjejmë SHMVP-në për polinomet 3x – 9, x^2 – 9, x^2 + 6x + 9:
Faktorizojmë; 3x – 9 = 3 (x - 3)   Pra, SHMVP-ja për polinomet 3x – 9, x^2 – 9, x^2 + 6x + 9 është 3 (x - 3)
(x + 3) (x + 3) = x2 – 9 = (x - 3) (x + 3) = 3 (x - 3) (x + 3)2
x^2 + 6x + 9 = (x + 3) (x + 3)

3. Shkruajmë shprehjen racionale $\frac{3x-2}{2x-1}$ në shprehje ekuivalente me të, por me emëruesin $4x^2$ – 1

$$\frac{3x-2}{2x-1}=\frac{(3x-2)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)}=\frac{6x^2-x-2}{4x^2-1}.$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Në projektor shfaqen dy detyra dhe nxënësit ndahen në dyshe 1, 2. Nxënësit punojnë detyrën sipas numrit që kanë e pastaj e diskutojnë në dyshe dhe e verifikojnë a janë detyrat pa gabime.
1. Gjeni SHMVP-në për polinomet; a^2-25,10*a*+50,   5*a*-25 .
2. Shprehjen e dhënë   4x/(2x - 3)   sillni në emërues të dhënë $8x^3$-27.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e faktorizimit dhe gjetjes së SHMVP-së.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 75, detyra 1. 1, 2, 3; 2. 1, 2, 3, 4)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 62

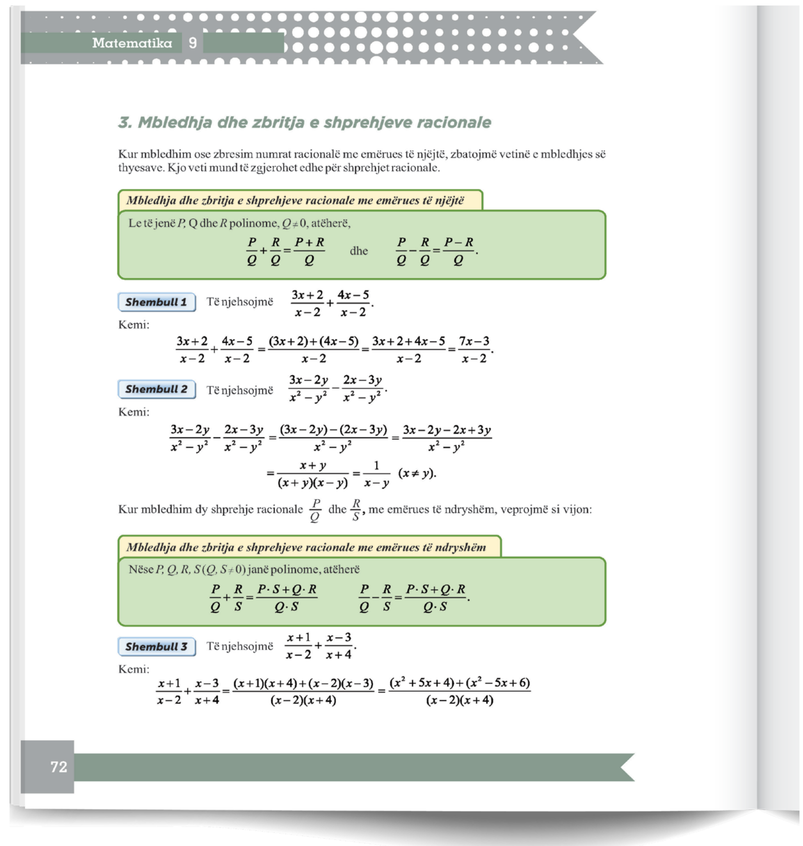
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale; Kryen veprimet me shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1


Matematika 9

3. Mbledhja dhe zbritja e shprehjeve racionale

Kur mbledhim ose zbresim numrat racionalë me emërues të njëjtë, zbatojmë vetinë e mbledhjes së thyesave. Kjo veti mund të zgjerohet edhe për shprehjet racionale.

Mbledhja dhe zbritja e shprehjeve racionale me emërues të njëjtë

Le të jenë P, Q dhe R polinome, $Q \neq 0$, atëherë,

$$\frac{P}{Q}+\frac{R}{Q}=\frac{P+R}{Q} \quad \text{dhe} \quad \frac{P}{Q}-\frac{R}{Q}=\frac{P-R}{Q}.$$

Shembull 1 Të njehsojmë $\frac{3x+2}{x-2}+\frac{4x-5}{x-2}$.

Kemi:

$$\frac{3x+2}{x-2}+\frac{4x-5}{x-2}=\frac{(3x+2)+(4x-5)}{x-2}=\frac{3x+2+4x-5}{x-2}=\frac{7x-3}{x-2}.$$

Shembull 2 Të njehsojmë $\frac{3x-2y}{x^2-y^2}-\frac{2x-3y}{x^2-y^2}$.

Kemi:

$$\frac{3x-2y}{x^2-y^2}-\frac{2x-3y}{x^2-y^2}=\frac{(3x-2y)-(2x-3y)}{x^2-y^2}=\frac{3x-2y-2x+3y}{x^2-y^2}$$

$$=\frac{x+y}{(x+y)(x-y)}=\frac{1}{x-y} \quad (x \neq y).$$

Kur mbledhim dy shprehje racionale $\frac{P}{Q}$ dhe $\frac{R}{S}$, me emërues të ndryshëm, veprojmë si vijon:

Mbledhja dhe zbritja e shprehjeve racionale me emërues të ndryshëm

Nëse $P, Q, R, S\ (Q, S \neq 0)$ janë polinome, atëherë

$$\frac{P}{Q}+\frac{R}{S}=\frac{P\cdot S+Q\cdot R}{Q\cdot S} \qquad \frac{P}{Q}-\frac{R}{S}=\frac{P\cdot S+Q\cdot R}{Q\cdot S}.$$

Shembull 3 Të njehsojmë $\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-3}{x+4}$.

Kemi:

$$\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-3}{x+4}=\frac{(x+1)(x+4)+(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+4)}=\frac{(x^2+5x+4)+(x^2-5x+6)}{(x-2)(x+4)}$$

72

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Mbledhja dhe zbritja e shprehjeve racionale

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Gjen SHMVP-në e shprehjeve racionale;
- Mbledh dhe zbret shprehjet racionale me emërues të njëjtë;
- Mbledh dhe zbret shprehjet racionale me emërues të ndryshëm.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

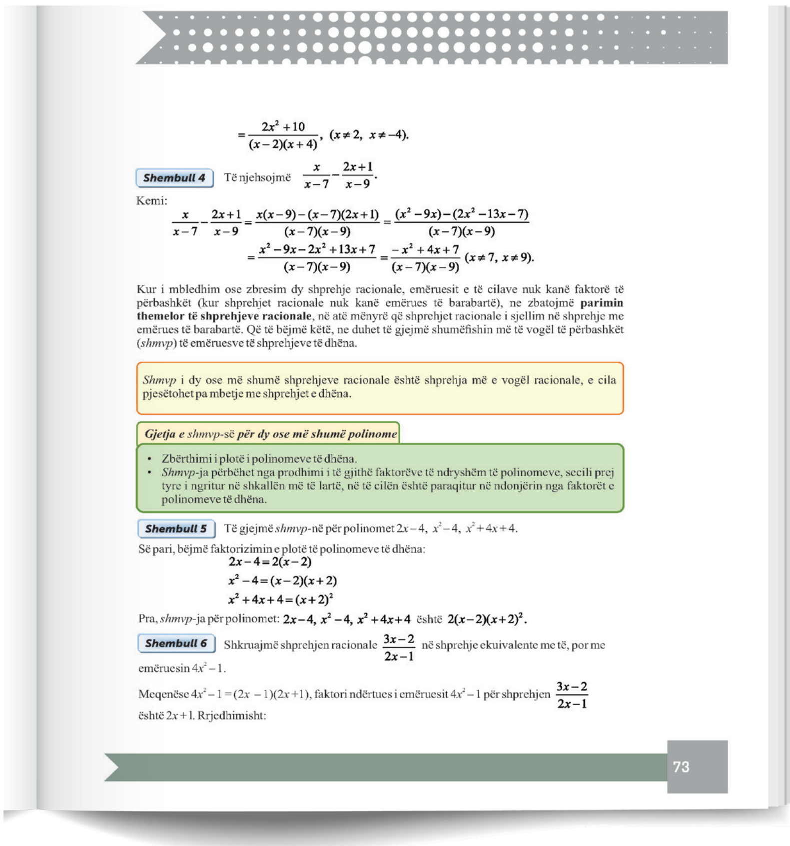
Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Diskutohet së bashku me nxënës rreth mbledhjes dhe zbritjes së thyesave. Për t'i rikujtuar merren shembuj.

$$\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3+1}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{6}-\frac{4}{9}=\frac{3\cdot 7-2\cdot 4}{18}=\frac{21-8}{18}=\frac{13}{18}$$

Edhe mbledhja dhe zbritja e shprehjeve racionale është e ngjashme me thyesat për të cilat do të punohet në vazhdim.



$$=\frac{2x^2+10}{(x-2)(x+4)},\ (x\neq 2,\ x\neq -4).$$

Shembull 4 Të njehsojmë $\frac{x}{x-7}-\frac{2x+1}{x-9}$.

Kemi:

$$\frac{x}{x-7}-\frac{2x+1}{x-9}=\frac{x(x-9)-(x-7)(2x+1)}{(x-7)(x-9)}=\frac{(x^2-9x)-(2x^2-13x-7)}{(x-7)(x-9)}$$
$$=\frac{x^2-9x-2x^2+13x+7}{(x-7)(x-9)}=\frac{-x^2+4x+7}{(x-7)(x-9)}\ (x\neq 7,\ x\neq 9).$$

Kur i mbledhim ose zbresim dy shprehje racionale, emëruesit e të cilave nuk kanë faktorë të përbashkët (kur shprehjet racionale nuk kanë emërues të barabartë), ne zbatojmë **parimin themelor të shprehjeve racionale**, në atë mënyrë që shprehjet racionale i sjellim në shprehje me emërues të barabartë. Që të bëjmë këtë, ne duhet të gjejmë shumëfishin më të vogël të përbashkët (*shmvp*) të emëruesve të shprehjeve të dhëna.

Shmvp i dy ose më shumë shprehjeve racionale është shprehja më e vogël racionale, e cila pjesëtohet pa mbetje me shprehjet e dhëna.

Gjetja e** shmvp-së **për dy ose më shumë polinome

- Zbërthimi i plotë i polinomeve të dhëna.
- *Shmvp*-ja përbëhet nga prodhimi i të gjithë faktorëve të ndryshëm të polinomeve, secili prej tyre i ngritur në shkallën më të lartë, në të cilën është paraqitur në ndonjërin nga faktorët e polinomeve të dhëna.

Shembull 5 Të gjejmë *shmvp*-në për polinomet $2x-4,\ x^2-4,\ x^2+4x+4$.

Së pari, bëjmë faktorizimin e plotë të polinomeve të dhëna:

$$2x-4=2(x-2)$$
$$x^2-4=(x-2)(x+2)$$
$$x^2+4x+4=(x+2)^2$$

Pra, *shmvp*-ja për polinomet: $2x-4,\ x^2-4,\ x^2+4x+4$ është $2(x-2)(x+2)^2$.

Shembull 6 Shkruajmë shprehjen racionale $\frac{3x-2}{2x-1}$ në shprehje ekuivalente me të, por me emëruesin $4x^2-1$.

Meqenëse $4x^2-1=(2x-1)(2x+1)$, faktori ndërtues i emëruesit $4x^2-1$ për shprehjen $\frac{3x-2}{2x-1}$ është $2x+1$. Rrjedhimisht:

73

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Mësimdhënësi jep rregullat për mbledhjen dhe zbritjen e shprehjeve racionale me emërues të njëjtë dhe pastaj kalon në një shembull.

Me emërues të njëjtë: Le të jenë P, Q dhe R polinome, $Q\neq 0$, atëherë

$$\frac{P}{Q}+\frac{R}{Q}=\frac{P+R}{Q}\quad \text{dhe}\quad \frac{P}{Q}-\frac{R}{Q}=\frac{P-R}{Q}.$$

Të njehsohet shuma e shprehjeve racionale:

$$\frac{3x+2}{x-2}+\frac{4x-5}{x-2}=\frac{(3x+2)+(4x-5)}{x-2}=\frac{3x+2+4x-5}{x-2}=\frac{7x-3}{x-2}.$$

Me emërues të ndryshëm: Nëse P,Q,R,S $(Q,S\neq 0)$ janë polinome, atëherë

$$\frac{P}{Q}+\frac{R}{S}=\frac{P\cdot S+Q\cdot R}{Q\cdot S}\quad \text{dhe}\quad \frac{P}{Q}-\frac{R}{S}=\frac{P\cdot S+Q\cdot R}{Q\cdot S}.$$

$$\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-3}{x+4}=\frac{(x+1)(x+4)+(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+4)}=\frac{(x^2+5x+4)+(x^2-5x+6)}{(x-2)(x+4)}$$
$$=\frac{2x^2+10}{(x-2)(x+4)},\ (x\neq 2,\ x\neq -4).$$

Të njehsohet ndryshimi i shprehjeve racionale:

$$\frac{x}{x-7}-\frac{2x+1}{x-9}=\frac{x(x-9)-(x-7)(2x+1)}{(x-7)(x-9)}=\frac{(x^2-9x)-(2x^2-13x-7)}{(x-7)(x-9)}$$
$$=\frac{x^2-9x-2x^2+13x+7}{(x-7)(x-9)}=\frac{-x^2+4x+7}{(x-7)(x-9)}\ (x\neq 7,\ x\neq 9).$$

Gjatë punimit të detyrave vazhdimisht mësimdhënësi jep sqarime se si mblidhen dhe zbriten thyesat me emërues të njëjtë dhe me emërues të ndryshëm.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Në dyshe nxënësit marrin shembullin 7 nga libri bazë. E analizojnë dhe duke u bazuar në libër e punojnë së bashku.

$$\frac{10}{x-3}+\frac{9}{x^2+3x-18}.$$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e faktorizimit dhe gjetjes së SHMVP-së. Për saktësinë e zgjidhjes së detyrave që kanë të bëjnë më mbledhjen dhe zbritjen e shprehjeve racionale.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 75, detyra 3. 1, 2, 3, 4)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 63

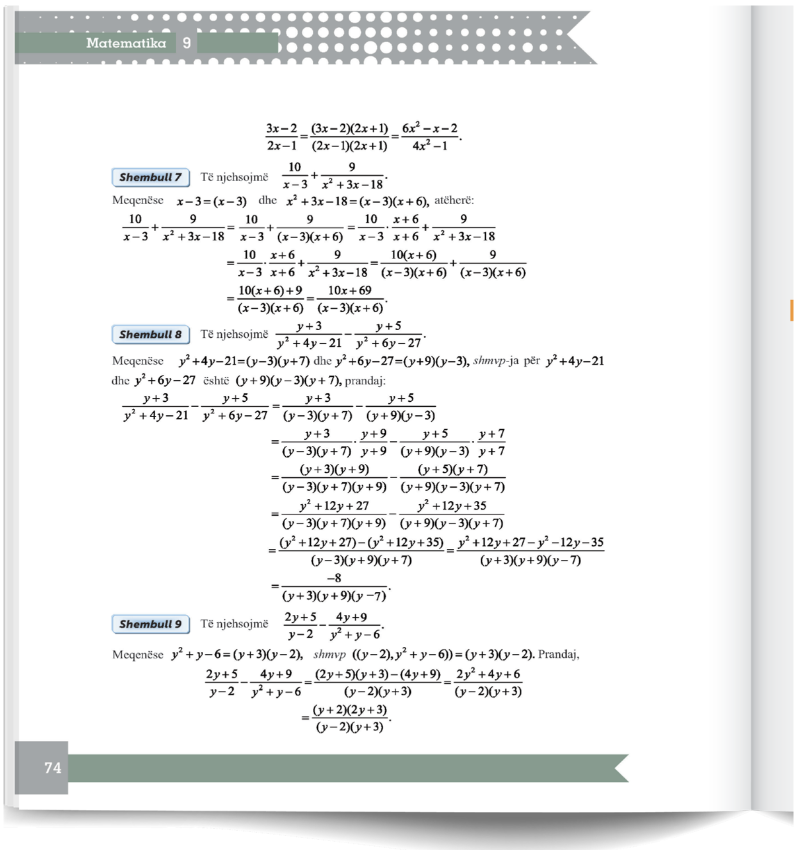
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale; Kryen veprimet me shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1


Matematika 9

$$\frac{3x-2}{2x-1}=\frac{(3x-2)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)}=\frac{6x^2-x-2}{4x^2-1}.$$

Shembull 7 Të njehsojmë $\frac{10}{x-3}+\frac{9}{x^2+3x-18}$.

Meqenëse $x-3=(x-3)$ dhe $x^2+3x-18=(x-3)(x+6)$, atëherë:

$$\frac{10}{x-3}+\frac{9}{x^2+3x-18}=\frac{10}{x-3}+\frac{9}{(x-3)(x+6)}=\frac{10}{x-3}\cdot\frac{x+6}{x+6}+\frac{9}{x^2+3x-18}$$
$$=\frac{10}{x-3}\cdot\frac{x+6}{x+6}+\frac{9}{x^2+3x-18}=\frac{10(x+6)}{(x-3)(x+6)}+\frac{9}{(x-3)(x+6)}$$
$$=\frac{10(x+6)+9}{(x-3)(x+6)}=\frac{10x+69}{(x-3)(x+6)}.$$

Shembull 8 Të njehsojmë $\frac{y+3}{y^2+4y-21}-\frac{y+5}{y^2+6y-27}$.

Meqenëse $y^2+4y-21=(y-3)(y+7)$ dhe $y^2+6y-27=(y+9)(y-3)$, *shmvp*-ja për $y^2+4y-21$ dhe $y^2+6y-27$ është $(y+9)(y-3)(y+7)$, prandaj:

$$\frac{y+3}{y^2+4y-21}-\frac{y+5}{y^2+6y-27}=\frac{y+3}{(y-3)(y+7)}-\frac{y+5}{(y+9)(y-3)}$$
$$=\frac{y+3}{(y-3)(y+7)}\cdot\frac{y+9}{y+9}-\frac{y+5}{(y+9)(y-3)}\cdot\frac{y+7}{y+7}$$
$$=\frac{(y+3)(y+9)}{(y-3)(y+7)(y+9)}-\frac{(y+5)(y+7)}{(y+9)(y-3)(y+7)}$$
$$=\frac{y^2+12y+27}{(y-3)(y+7)(y+9)}-\frac{y^2+12y+35}{(y+9)(y-3)(y+7)}$$
$$=\frac{(y^2+12y+27)-(y^2+12y+35)}{(y-3)(y+9)(y+7)}=\frac{y^2+12y+27-y^2-12y-35}{(y+3)(y+9)(y-7)}$$
$$=\frac{-8}{(y+3)(y+9)(y-7)}.$$

Shembull 9 Të njehsojmë $\frac{2y+5}{y-2}-\frac{4y+9}{y^2+y-6}$.

Meqenëse $y^2+y-6=(y+3)(y-2)$, *shmvp* $((y-2),y^2+y-6))=(y+3)(y-2)$. Prandaj,

$$\frac{2y+5}{y-2}-\frac{4y+9}{y^2+y-6}=\frac{(2y+5)(y+3)-(4y+9)}{(y-2)(y+3)}=\frac{2y^2+4y+6}{(y-2)(y+3)}$$
$$=\frac{(y+2)(2y+3)}{(y-2)(y+3)}.$$

74

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Mbledhja dhe zbritja e shprehjeve racionale

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Gjen SHMVP-në e shprehjeve racionale;
- Mbledh dhe zbret shprehjet racionale me emërues të njëjtë;
- Mbledh dhe zbret shprehjet racionale me emërues të ndryshëm.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

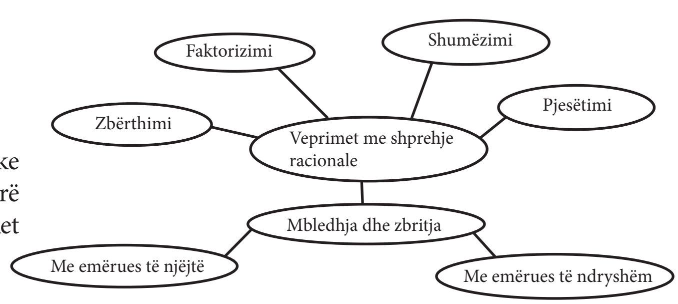
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

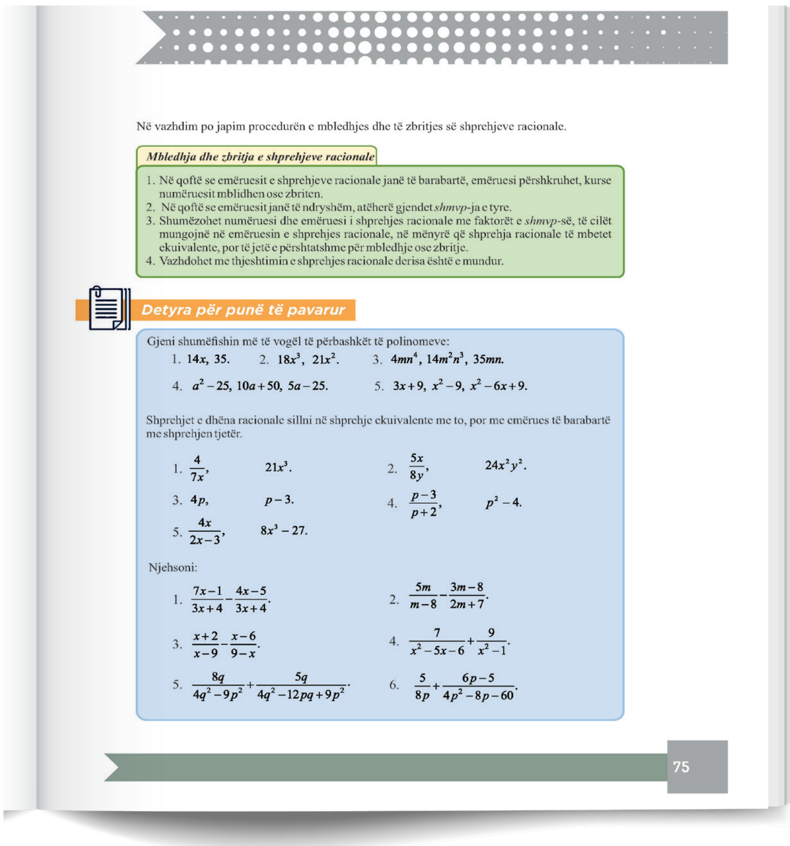
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Përvjim i të menduarit

Nxënësit ftohen që të punojnë në grupe për 5 min., duke kujtuar veprimet me shprehje racionale ata në mënyrë të degëzuar punojnë në fletoret e tyre. (si mund të duket puna e nxënësve)





Në vazhdim po japim procedurën e mbledhjes dhe të zbritjes së shprehjeve racionale.

Mbledhja dhe zbritja e shprehjeve racionale

1. Në qoftë se emëruesit e shprehjeve racionale janë të barabartë, emëruesi përshkruhet, kurse numëruesit mblidhen ose zbriten.
2. Në qoftë se emëruesit janë të ndryshëm, atëherë gjendet *shmvp*-ja e tyre.
3. Shumëzohet numëruesi dhe emëruesi i shprehjes racionale me faktorët e *shmvp*-së, të cilët mungojnë në emëruesin e shprehjes racionale, në mënyrë që shprehja racionale të mbetet ekuivalente, por të jetë e përshtatshme për mbledhje ose zbritje.
4. Vazhdohet me thjeshtimin e shprehjes racionale derisa është e mundur.

Detyra për punë të pavarur

Gjeni shumëfishin më të vogël të përbashkët të polinomeve:

1. $14x,\ 35.$ 2. $18x^3,\ 21x^2.$ 3. $4mn^4,\ 14m^2n^3,\ 35mn.$
4. $a^2-25,\ 10a+50,\ 5a-25.$ 5. $3x+9,\ x^2-9,\ x^2-6x+9.$

Shprehjet e dhëna racionale sillni në shprehje ekuivalente me to, por me emërues të barabartë me shprehjen tjetër.

1. $\frac{4}{7x},\quad 21x^3.$ 2. $\frac{5x}{8y},\quad 24x^2y^2.$
3. $4p,\quad p-3.$ 4. $\frac{p-3}{p+2},\quad p^2-4.$
5. $\frac{4x}{2x-3},\quad 8x^3-27.$

Njehsoni:

1. $\frac{7x-1}{3x+4}-\frac{4x-5}{3x+4}.$ 2. $\frac{5m}{m-8}-\frac{3m-8}{2m+7}.$
3. $\frac{x+2}{x-9}-\frac{x-6}{9-x}.$ 4. $\frac{7}{x^2-5x-6}+\frac{9}{x^2-1}.$
5. $\frac{8q}{4q^2-9p^2}+\frac{5q}{4q^2-12pq+9p^2}.$ 6. $\frac{5}{8p}+\frac{6p-5}{4p^2-8p-60}.$

75

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të nxënit të pavarur

Përsëritet dhe një herë procedura se si bëhet mbledhja dhe zbritja e shprehjeve racionale, e pastaj vazhdohet me detyra.

1. Në qoftë se emëruesit e shprehjeve racionale janë të barabartë, emëruesi përshkruhet, kurse numëruesit mblidhen ose zbriten.
2. Në qoftë se emëruesit janë të ndryshëm, atëherë gjendet SHMVP-ja e tyre.
3. Shumëzohet numëruesi dhe emëruesi i shprehjes racionale me faktorët e SHMVP-së, të cilët mungojnë në emëruesin e shprehjes racionale, në mënyrë që shprehja racionale të mbetet ekuivalente, por të jetë e përshtatshme për mbledhje ose zbritje.
4. Vazhdohet me thjeshtimin e shprehjes racionale derisa është e mundur.

Të njehsojmë $\frac{2y+5}{y-2}-\frac{4y+9}{y^2+y-6}.$

Meqenëse $y^2+y-6=(y+3)(y-2)$, $SHMVP((y-2),y^2+y-6))=(y+3)(y-2)$. Prandaj,

$$\frac{2y+5}{y-2}-\frac{4y+9}{y^2+y-6}=\frac{(2y+5)(y+3)-(4y+9)}{(y-2)(y+3)}=\frac{2y^2+4y+6}{(y-2)(y+3)}$$
$$=\frac{(y+2)(2y+3)}{(y-2)(y+3)}.$$

$$\frac{a}{ab-b^2}+\frac{b}{a^2-ab}-\frac{a+b}{ab}=\frac{a}{b(a-b)}+\frac{b}{a(a-b)}-\frac{a+b}{ab}=$$
$$=\frac{a^2+b^2-(a^2-b^2)}{ab(a-b)}=\frac{a^2+b^2-a^2+b^2}{ab(a-b)}=\frac{2b^2}{ab(a-b)}=\frac{2b}{a(a-b)}$$

Vazhdohet edhe me detyra të tjera ku punohen së bashku me nxënës, duke ua dhënë sqarimet e duhura për veprimet në detyra.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Në dyshe nxënësit marrin shembullin 8 nga libri bazë. E analizojnë dhe duke u bazuar në libër e punojnë së bashku. Gjatë punimit të detyrës vazhdimisht mësimdhënësi monitoron punën e dysheve dhe aty ku ka kërkesa u jep ndihmë.

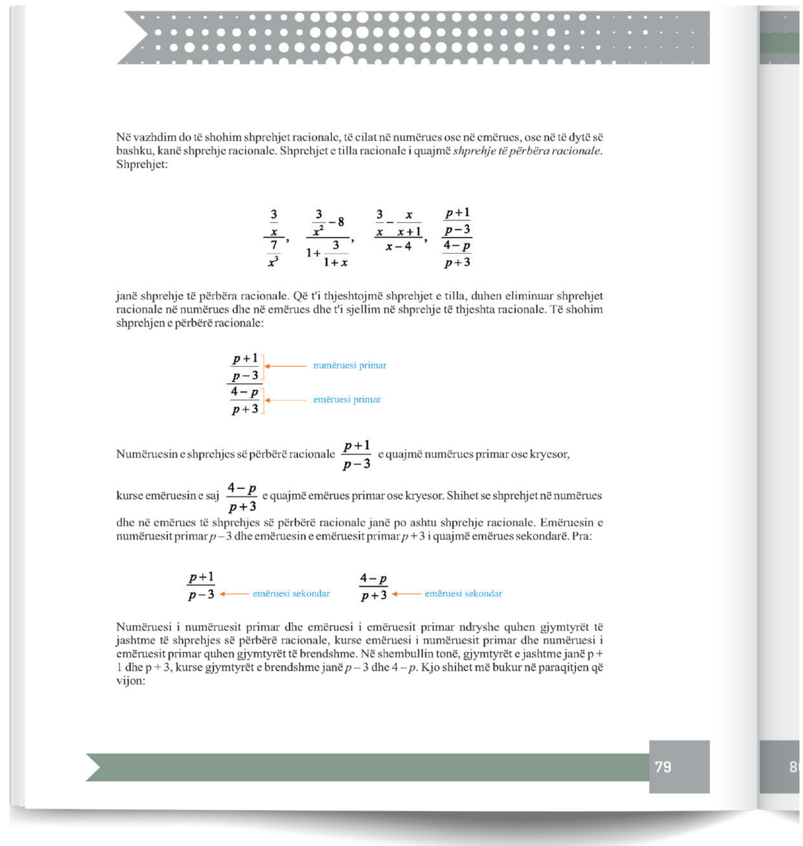
Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete, për saktësinë e faktorizimit dhe gjetjes së SHMVP-së, për saktësinë e zgjidhjes së detyrave që kanë të bëjnë më mbledhjen dhe zbritjen e shprehjeve racionale.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 75, detyra 3. 5, 6)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 64


Në vazhdim do të shohim shprehjet racionale, të cilat në numërues ose në emërues, ose në të dytë së bashku, kanë shprehje racionale. Shprehjet e tilla racionale i quajmë *shprehje të përbëra racionale*. Shprehjet:

$$\frac{\frac{3}{x}}{\frac{7}{x^3}},\quad \frac{\frac{3}{x^2}-8}{1+\frac{3}{1+x}},\quad \frac{\frac{3}{x}-\frac{x}{x+1}}{x-4},\quad \frac{\frac{p+1}{p-3}}{\frac{4-p}{p+3}}$$

janë shprehje të përbëra racionale. Që t'i thjeshtojmë shprehjet e tilla, duhen eliminuar shprehjet racionale në numërues dhe në emërues dhe t'i sjellim në shprehje të thjeshta racionale. Të shohim shprehjen e përbërë racionale:

$$\frac{\frac{p+1}{p-3}}{\frac{4-p}{p+3}}$$

numëruesi primar

emëruesi primar

Numëruesin e shprehjes së përbërë racionale $\frac{p+1}{p-3}$ e quajmë numërues primar ose kryesor, kurse emëruesin e saj $\frac{4-p}{p+3}$ e quajmë emërues primar ose kryesor. Shihet se shprehjet në numërues dhe në emërues të shprehjes së përbërë racionale janë po ashtu shprehje racionale. Emëruesin e numëruesit primar $p-3$ dhe emëruesin e emëruesit primar $p+3$ i quajmë emërues sekondarë. Pra:

$\frac{p+1}{p-3}$ ← emëruesi sekondar $\quad$ $\frac{4-p}{p+3}$ ← emëruesi sekondar

Numëruesi i numëruesit primar dhe emëruesi i emëruesit primar ndryshe quhen gjymtyrët të jashtme të shprehjes së përbërë racionale, kurse emëruesi i numëruesit primar dhe numëruesi i emëruesit primar quhen gjymtyrët të brendshme. Në shembullin tonë, gjymtyrët e jashtme janë p + 1 dhe p + 3, kurse gjymtyrët e brendshme janë $p-3$ dhe $4-p$. Kjo shihet më bukur në paraqitjen që vijon:

79

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale; Kryen veprimet me shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Shprehjet e përbëra racionale

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon shprehjet e përbëra racionale;
- Kryen veprimet me shprehje të përbëra racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

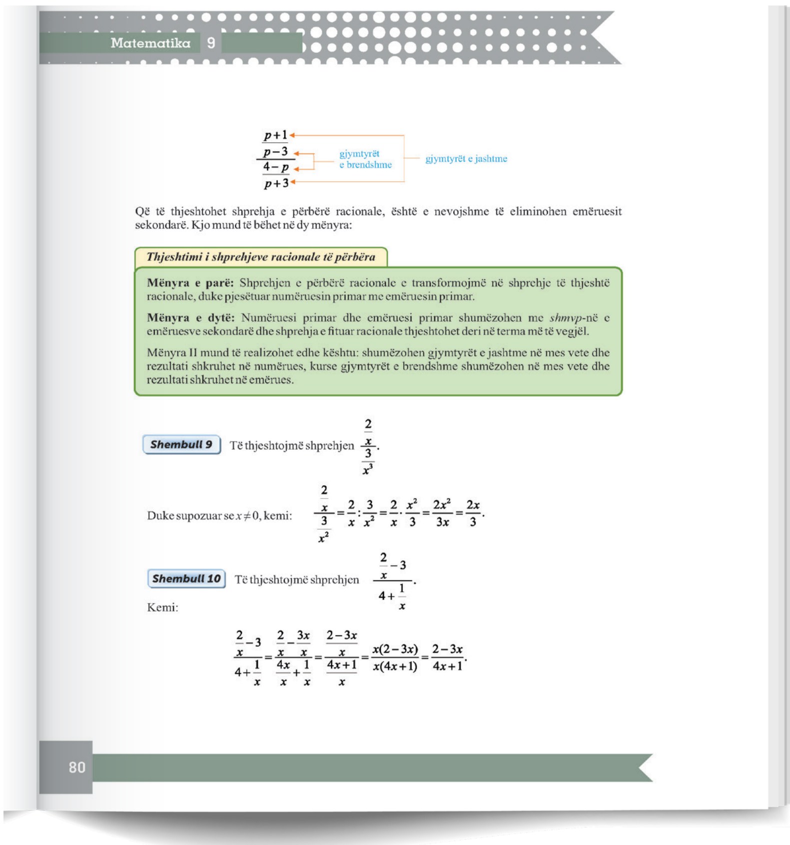
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Diskutohet së bashku me nxënës rreth atyre që janë mësuar për shprehjet racionale, për veprimet që deri tani janë punuar: mbledhje, zbritje, shumëzim, pjesëtim të shprehjeve racionale.
Vazhdohet me një pyetje nga mësimdhënësi:
Çka fitohet nëse në numërues, ose në emërues të shprehjes ndodhen shprehje racionale?
(shprehje e përbërë racionale)



Matematika 9

$$\cfrac{\cfrac{p+1}{p-3}}{\cfrac{4-p}{p+3}}$$

gjymtyrët e brendshme

gjymtyrët e jashtme

Që të thjeshtohet shprehja e përbërë racionale, është e nevojshme të eliminohen emëruesit sekondarë. Kjo mund të bëhet në dy mënyra:

Thjeshtimi i shprehjeve racionale të përbëra

Mënyra e parë: Shprehjen e përbërë racionale e transformojmë në shprehje të thjeshtë racionale, duke pjesëtuar numëruesin primar me emëruesin primar.

Mënyra e dytë: Numëruesi primar dhe emëruesi primar shumëzohen me *shmvp*-në e emëruesve sekondarë dhe shprehja e fituar racionale thjeshtohet deri në terma më të vegjël.

Mënyra II mund të realizohet edhe kështu: shumëzohen gjymtyrët e jashtme në mes vete dhe rezultati shkruhet në numërues, kurse gjymtyrët e brendshme shumëzohen në mes vete dhe rezultati shkruhet në emërues.

Shembull 9 Të thjeshtojmë shprehjen $\cfrac{\frac{2}{x}}{\frac{3}{x^3}}$.

Duke supozuar se $x \neq 0$, kemi: $\cfrac{\frac{2}{x}}{\frac{3}{x^2}}=\frac{2}{x}:\frac{3}{x^2}=\frac{2}{x}\cdot\frac{x^2}{3}=\frac{2x^2}{3x}=\frac{2x}{3}$.

Shembull 10 Të thjeshtojmë shprehjen $\cfrac{\frac{2}{x}-3}{4+\frac{1}{x}}$.

Kemi:

$$\cfrac{\frac{2}{x}-3}{4+\frac{1}{x}}=\cfrac{\frac{2}{x}-\frac{3x}{x}}{\frac{4x}{x}+\frac{1}{x}}=\cfrac{\frac{2-3x}{x}}{\frac{4x+1}{x}}=\frac{x(2-3x)}{x(4x+1)}=\frac{2-3x}{4x+1}.$$

80

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të lexuarit dhe e të menduarit të drejtuar (DRTA)

Materiali ndahet në pjesë.
Fillohet me pjesën e parë ku nxënësit lexojnë njësinë mësimore deri te sh. 1 dhe u parashtrohen pyetjet që duhen t'u përgjigjen.

- Çka quajmë shprehje të përbërë racionale?
- A janë shprehje të përbëra racionale shprehjet e

$$\cfrac{\frac{3}{x}}{\frac{7}{x^3}},\quad \cfrac{\frac{3}{x^2}-8}{1+\frac{3}{1+x}},\quad \cfrac{\frac{3}{x}-\frac{x}{x+1}}{x-4},\quad \cfrac{\frac{p+1}{p-3}}{\frac{4-p}{p+3}}$$

Tregoni numëruesin dhe emëruesin primar te shpehjet e dhëna.

- Tregoni gjymtyrët e jashtme dhe të brendshme te shprehja e fundit.
- Çka duhet të bëjmë që të thjeshtojmë një shprehje të përbërë racionale?
- Në sa mënyra mund të bëhet thjeshtimi i shprehjeve të përbëra racionale?

Pjesa e dytë vazhdohet me shembuj nga libri. Nxënësit fillimisht e shohin shembullin në libër si është punuar, e analizojnë në grup dhe pastaj përzgjidhet dikush nga nxënësit që ta punojë edhe në tabelë.

- Të thjeshtohen shprehjet e përbëra racionale:

$$\cfrac{\frac{2}{x}}{\frac{3}{x^2}}=\frac{2}{x}:\frac{3}{x^2}=\frac{2}{x}\cdot\frac{x^2}{3}=\frac{2x^2}{3x}=\frac{2x}{3} \qquad \cfrac{\frac{2}{x}-3}{4+\frac{1}{x}}=\cfrac{\frac{2}{x}-\frac{3x}{x}}{\frac{4x}{x}+\frac{1}{x}}=\cfrac{\frac{2-3x}{x}}{\frac{4x+1}{x}}=\frac{x(2-3x)}{x(4x+1)}=\frac{2-3x}{4x+1}$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Në dyshe nxënësit punojnë sh. 11, faqe 81 nga libri bazë. E analizojnë si është punuar në libër e pastaj e punojnë në fletoret e tyre. Përzgjidhet në mënyrë të rastësishme një nxënës që të punojë në tabelë.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e përkufizimit të shprehjeve të përbëra racionale dhe për thjeshtimin e tyre.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 82, detyra 2. 1, 2, 3, 4)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 65

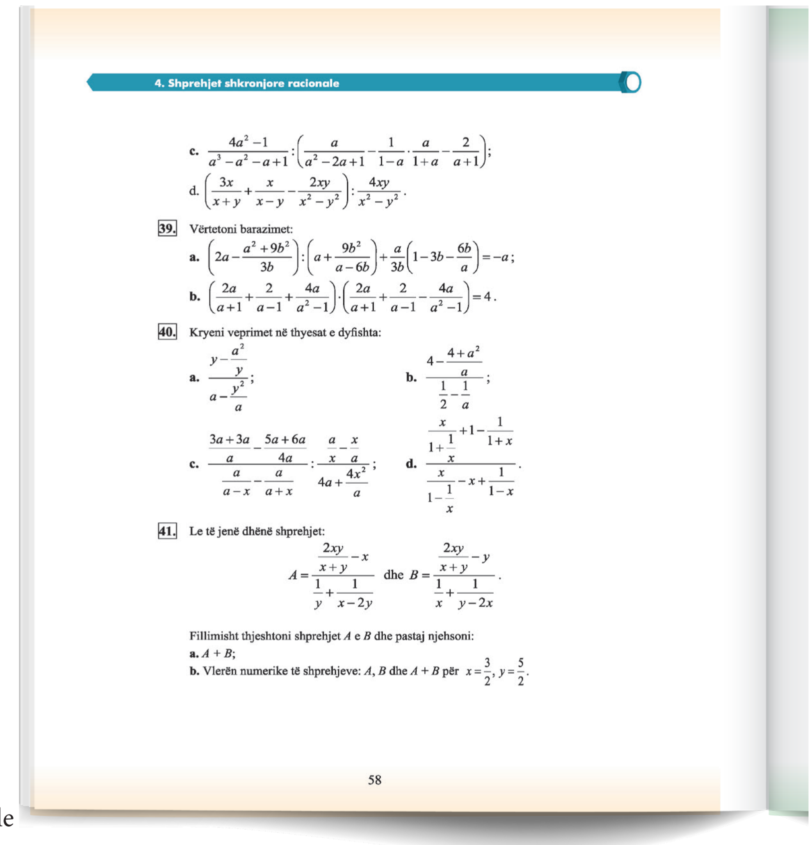
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale; Kryen veprimet me shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1


4. Shprehjet shkronjore racionale

c. $\frac{4a^2-1}{a^3-a^2-a+1}:\left(\frac{a}{a^2-2a+1}-\frac{1}{1-a}\cdot\frac{a}{1+a}-\frac{2}{a+1}\right);$

d. $\left(\frac{3x}{x+y}+\frac{x}{x-y}-\frac{2xy}{x^2-y^2}\right):\frac{4xy}{x^2-y^2}.$

39. Vërtetoni barazimet:

a. $\left(2a-\frac{a^2+9b^2}{3b}\right):\left(a+\frac{9b^2}{a-6b}\right)+\frac{a}{3b}\left(1-3b-\frac{6b}{a}\right)=-a;$

b. $\left(\frac{2a}{a+1}+\frac{2}{a-1}+\frac{4a}{a^2-1}\right)\cdot\left(\frac{2a}{a+1}+\frac{2}{a-1}-\frac{4a}{a^2-1}\right)=4.$

40. Kryeni veprimet në thyesat e dyfishta:

a. $\frac{y-\frac{a^2}{y}}{a-\frac{y^2}{a}};$ b. $\frac{4-\frac{4+a^2}{a}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{a}};$

c. $\frac{\frac{3a+3a}{a}-\frac{5a+6a}{4a}}{\frac{a}{a-x}-\frac{a}{a+x}}:\frac{\frac{a}{x}-\frac{x}{a}}{4a+\frac{4x^2}{a}};$ d. $\frac{\frac{x}{1+\frac{1}{x}}+1-\frac{1}{1+x}}{\frac{x}{1-\frac{1}{x}}-x+\frac{1}{1-x}}.$

41. Le të jenë dhënë shprehjet:

$$A=\frac{\frac{2xy}{x+y}-x}{\frac{1}{y}+\frac{1}{x-2y}} \text{ dhe } B=\frac{\frac{2xy}{x+y}-y}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y-2x}}.$$

Fillimisht thjeshtoni shprehjet A e B dhe pastaj njehsoni:
a. $A + B$;
b. Vlerën numerike të shprehjeve: A, B dhe $A + B$ për $x=\frac{3}{2}, y=\frac{5}{2}$.

58

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Shprehjet e përbëra racionale

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon shprehjet e përbëra racionale;
- Kryen veprimet me shprehje të përbëra racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

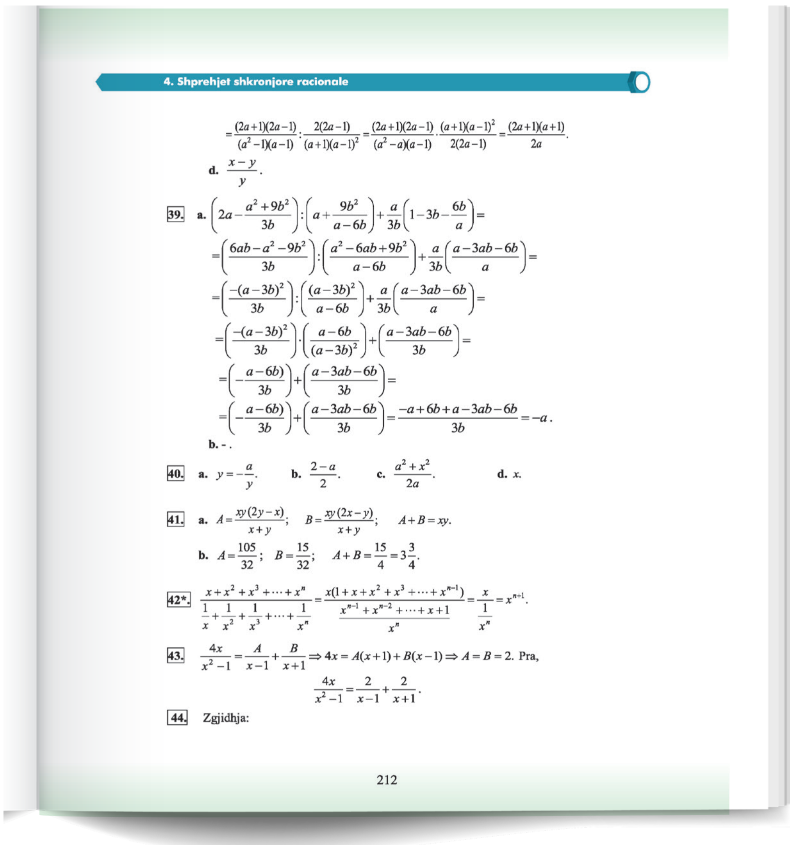
METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Diskutohet së bashku me nxënës rreth atyre që janë mësuar për shprehjet e përbëra racionale. Merret një shembull dhe tregohen gjymtyrët e jashtme, të brendshmet si dhe si thjeshtohet dhe kthehet në shprehje racionale të thjeshtë. Në dyshe u jepet një detyrë për të punuar:

Të thjeshtojmë shprehjen racionale.

$$\frac{y^{-1}-x^{-1}}{y^{-1}+x^{-1}}.$$


4. Shprehjet shkronjore racionale

$$=\frac{(2a+1)(2a-1)}{(a^2-1)(a-1)}:\frac{2(2a-1)}{(a+1)(a-1)^2}=\frac{(2a+1)(2a-1)}{(a^2-a)(a-1)}\cdot\frac{(a+1)(a-1)^2}{2(2a-1)}=\frac{(2a+1)(a+1)}{2a}.$$

d. $\frac{x-y}{y}$.

39. **a.** $\left(2a-\frac{a^2+9b^2}{3b}\right):\left(a+\frac{9b^2}{a-6b}\right)+\frac{a}{3b}\left(1-3b-\frac{6b}{a}\right)=$

$=\left(\frac{6ab-a^2-9b^2}{3b}\right):\left(\frac{a^2-6ab+9b^2}{a-6b}\right)+\frac{a}{3b}\left(\frac{a-3ab-6b}{a}\right)=$

$=\left(\frac{-(a-3b)^2}{3b}\right):\left(\frac{(a-3b)^2}{a-6b}\right)+\frac{a}{3b}\left(\frac{a-3ab-6b}{a}\right)=$

$=\left(\frac{-(a-3b)^2}{3b}\right)\cdot\left(\frac{a-6b}{(a-3b)^2}\right)+\left(\frac{a-3ab-6b}{3b}\right)=$

$=\left(-\frac{a-6b)}{3b}\right)+\left(\frac{a-3ab-6b}{3b}\right)=$

$=\left(-\frac{a-6b)}{3b}\right)+\left(\frac{a-3ab-6b}{3b}\right)=\frac{-a+6b+a-3ab-6b}{3b}=-a.$

b. - .

40. **a.** $y=-\frac{a}{y}$. **b.** $\frac{2-a}{2}$. **c.** $\frac{a^2+x^2}{2a}$. **d.** x.

41. **a.** $A=\frac{xy(2y-x)}{x+y}$; $B=\frac{xy(2x-y)}{x+y}$; $A+B=xy$.

b. $A=\frac{105}{32}$; $B=\frac{15}{32}$; $A+B=\frac{15}{4}=3\frac{3}{4}$.

42*. $\frac{x+x^2+x^3+\cdots+x^n}{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}+\cdots+\frac{1}{x^n}}=\frac{x(1+x+x^2+x^3+\cdots+x^{n-1})}{\frac{x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+x+1}{x^n}}=\frac{x}{\frac{1}{x^n}}=x^{n+1}.$

43. $\frac{4x}{x^2-1}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}\Rightarrow 4x=A(x+1)+B(x-1)\Rightarrow A=B=2.$ Pra,

$$\frac{4x}{x^2-1}=\frac{2}{x-1}+\frac{2}{x+1}.$$

44. Zgjidhja:

212

Varësisht nëse ka kohë, vazhdohet edhe me detyra të tjera nga libri përmbledhje detyrash.

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënit në bashkëpunim

Mësimdhënësi kërkon që një nxënës në mënyrë vullnetare të zgjidhë detyrën në tabelë pasi është punuar më herët në dyshe.

$$\frac{y^{-1}-x^{-1}}{y^{-1}+x^{-1}}=\frac{\frac{1}{y}-\frac{1}{x}}{\frac{1}{y}+\frac{1}{x}}=\frac{\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)xy}{\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{x}\right)xy}=\frac{\frac{1}{y}\cdot xy-\frac{1}{x}\cdot xy}{\frac{1}{y}\cdot xy+\frac{1}{x}\cdot xy}=\frac{x-y}{x+y}.$$

Nxënësi gjatë punimit në tabelë jep edhe sqarime. Tani nxënësve në grupe u caktohen detyrat nga libri përmbledhje detyrash, u jepen udhëzimet e punimit të detyrave dhe këshillohen të bashkëpunojnë me anëtarët e grupit në mënyrë që puna të jetë më e suksesshme. Puna e nxënësve monitorohet vazhdimisht prej mësimdhënësit, në rast kur është e nevojshme ndihmohen. Disa nga detyrat punohen edhe në tabelë nga nxënësit që përzgjidhen në mënyrë të rastësishme.

Kryeni veprimet në thyesat e dyfishta:

a. $\frac{y-\frac{a^2}{y}}{a-\frac{y^2}{a}}$; **b.** $\frac{4-\frac{4+a^2}{a}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{a}}$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Detyrë sfiduese

Nxënësve u caktohet një detyrë që të punohet për 5 min. Detyrën duhet ta punojnë në mënyrë individuale dhe ata që arrijnë të punojnë saktë dhe në kohë të caktuar shpërblehen.

$$\frac{(y+2)+\frac{7}{y-6}}{(y-1)+\frac{4}{y-6}}$$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e përkufizimit të shprehjeve të përbëra racionale dhe për thjeshtimin e tyre.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 82, detyra 2. 5, 6)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 66

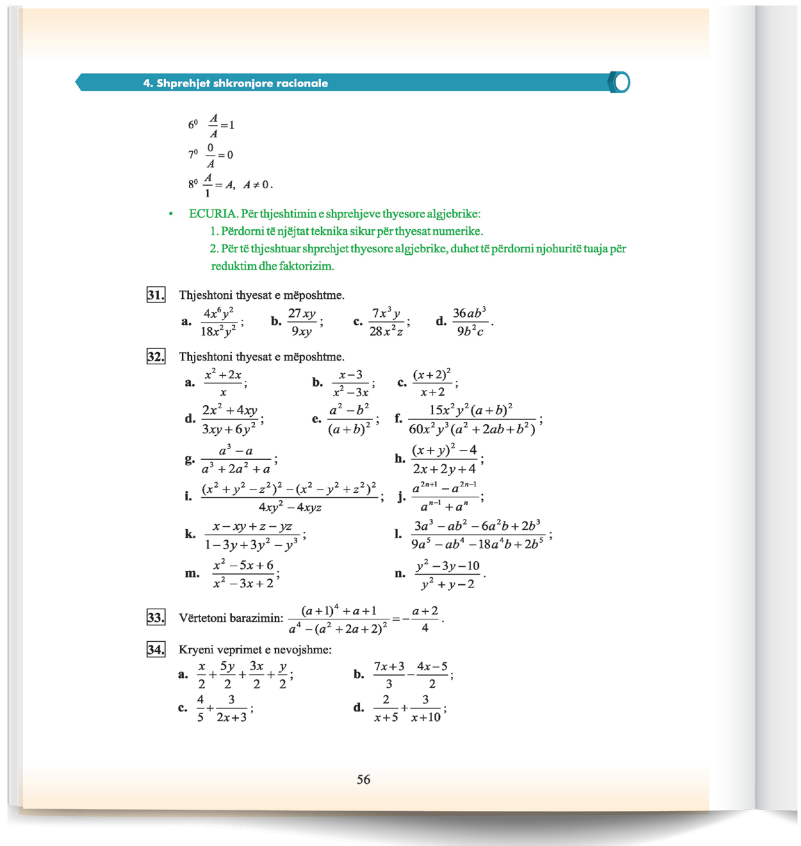
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale; Kryen veprimet me shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



4. Shprehjet shkronjore racionale

6^0 $\frac{A}{A}=1$

7^0 $\frac{0}{A}=0$

8^0 $\frac{A}{1}=A,\ \ A\neq 0.$

- ECURIA. Për thjeshtimin e shprehjeve thyesore algjebrike:
  1. Përdorni të njëjtat teknika sikur për thyesat numerike.
  2. Për të thjeshtuar shprehjet thyesore algjebrike, duhet të përdorni njohuritë tuaja për reduktim dhe faktorizim.

31. Thjeshtoni thyesat e mëposhtme.

a. $\frac{4x^6y^2}{18x^2y^2}$; **b.** $\frac{27xy}{9xy}$; **c.** $\frac{7x^3y}{28x^2z}$; **d.** $\frac{36ab^3}{9b^2c}$.

32. Thjeshtoni thyesat e mëposhtme.

a. $\frac{x^2+2x}{x}$; **b.** $\frac{x-3}{x^2-3x}$; **c.** $\frac{(x+2)^2}{x+2}$;

d. $\frac{2x^2+4xy}{3xy+6y^2}$; **e.** $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$; **f.** $\frac{15x^2y^2(a+b)^2}{60x^2y^3(a^2+2ab+b^2)}$;

g. $\frac{a^3-a}{a^3+2a^2+a}$; **h.** $\frac{(x+y)^2-4}{2x+2y+4}$;

i. $\frac{(x^2+y^2-z^2)^2-(x^2-y^2+z^2)^2}{4xy^2-4xyz}$; **j.** $\frac{a^{2n+1}-a^{2n-1}}{a^{n-1}+a^n}$;

k. $\frac{x-xy+z-yz}{1-3y+3y^2-y^3}$; **l.** $\frac{3a^3-ab^2-6a^2b+2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$;

m. $\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$; **n.** $\frac{y^2-3y-10}{y^2+y-2}$.

33. Vërtetoni barazimin: $\frac{(a+1)^4+a+1}{a^4-(a^2+2a+2)^2}=-\frac{a+2}{4}$.

34. Kryeni veprimet e nevojshme:

a. $\frac{x}{2}+\frac{5y}{2}+\frac{3x}{2}+\frac{y}{2}$; **b.** $\frac{7x+3}{3}-\frac{4x-5}{2}$;

c. $\frac{4}{5}+\frac{3}{2x+3}$; **d.** $\frac{2}{x+5}+\frac{3}{x+10}$;

56

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Veprime me shprehjet racionale

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon shprehjet racionale;
- Kryen veprimet me shprehje racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

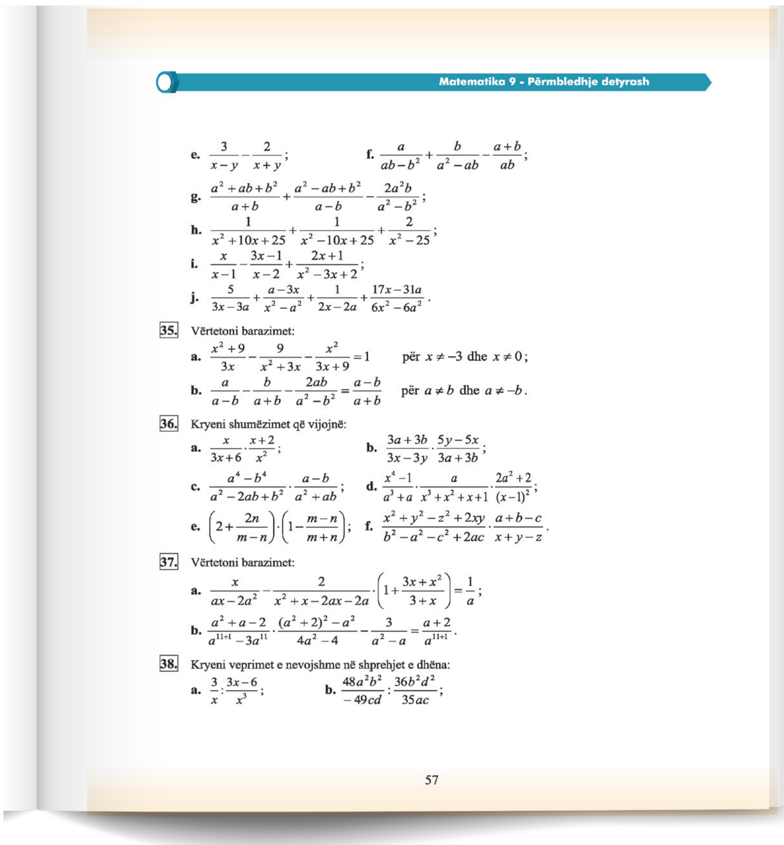
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Diskutohet së bashku me nxënës rreth atyre që janë mësuar për shprehjet racionale, për veprimet: mbledhje, zbritje, shumëzim, pjesëtim. Për faktorizimin, SHMVP-në si dhe për shprehjet e përbëra racionale.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

e. $\frac{3}{x-y}-\frac{2}{x+y}$; f. $\frac{a}{ab-b^2}+\frac{b}{a^2-ab}-\frac{a+b}{ab}$;

g. $\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}+\frac{a^2-ab+b^2}{a-b}-\frac{2a^2b}{a^2-b^2}$;

h. $\frac{1}{x^2+10x+25}+\frac{1}{x^2-10x+25}+\frac{2}{x^2-25}$;

i. $\frac{x}{x-1}-\frac{3x-1}{x-2}+\frac{2x+1}{x^2-3x+2}$;

j. $\frac{5}{3x-3a}+\frac{a-3x}{x^2-a^2}+\frac{1}{2x-2a}+\frac{17x-31a}{6x^2-6a^2}$.

35. Vërtetoni barazimet:

a. $\frac{x^2+9}{3x}-\frac{9}{x^2+3x}-\frac{x^2}{3x+9}=1$ për $x\neq-3$ dhe $x\neq0$;

b. $\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}-\frac{2ab}{a^2-b^2}=\frac{a-b}{a+b}$ për $a\neq b$ dhe $a\neq-b$.

36. Kryeni shumëzimet që vijojnë:

a. $\frac{x}{3x+6}\cdot\frac{x+2}{x^2}$; b. $\frac{3a+3b}{3x-3y}\cdot\frac{5y-5x}{3a+3b}$;

c. $\frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2}\cdot\frac{a-b}{a^2+ab}$; d. $\frac{x^4-1}{a^3+a}\cdot\frac{a}{x^3+x^2+x+1}\cdot\frac{2a^2+2}{(x-1)^2}$;

e. $\left(2+\frac{2n}{m-n}\right)\cdot\left(1-\frac{m-n}{m+n}\right)$; f. $\frac{x^2+y^2-z^2+2xy}{b^2-a^2-c^2+2ac}\cdot\frac{a+b-c}{x+y-z}$.

37. Vërtetoni barazimet:

a. $\frac{x}{ax-2a^2}-\frac{2}{x^2+x-2ax-2a}\cdot\left(1+\frac{3x+x^2}{3+x}\right)=\frac{1}{a}$;

b. $\frac{a^2+a-2}{a^{11+1}-3a^{11}}\cdot\frac{(a^2+2)^2-a^2}{4a^2-4}-\frac{3}{a^2-a}=\frac{a+2}{a^{11+1}}$.

38. Kryeni veprimet e nevojshme në shprehjet e dhëna:

a. $\frac{3}{x}:\frac{3x-6}{x^3}$; b. $\frac{48a^2b^2}{-49cd}:\frac{36b^2d^2}{35ac}$;

57

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të nxënit të pavarur

Merren disa detyra që kanë të bëjnë me shprehjet racionale, për të përforcuar veprimet me shprehje racionale. Punohen bashkë me nxënës duke u dhënë sqarime gjatë punimit.

1. Gjeni vlerat numerike të thyesës:

a. $\frac{3}{x-4}$ për $x=7,3,-4$

$\frac{3}{x-4}=\frac{3}{7-4}=\frac{3}{3}=1;\quad \frac{3}{3-4}=\frac{3}{-1}=-3;\quad \frac{3}{-4-4}=\frac{3}{-8}=-\frac{3}{8}$

2. Të thjeshtohen shprehjet:

$$\frac{4x^6y^2}{8x^2y^2}=\frac{4x^2\cdot x^4y^2}{2\cdot 4x^2y^2}=\frac{x^4}{2}=\frac{1}{2}x^4$$

$$\frac{a^3-a}{a^3+2a^2+a}=\frac{a(a+1)(a-1)}{a(a+1)^2}=\frac{a-1}{a+1}.$$

3. Të kryhen veprimet e nevojshme:

$$\frac{4}{5}+\frac{3}{2x+3}=\frac{4(2x+3)+5\cdot3}{5(2x+3)}=\frac{8x+12+15}{5(2x+3)}=\frac{8x+27}{5(2x+3)}.$$

$$\frac{3}{x-y}-\frac{2}{x+y}=\frac{3(x+y)-2(x-y)}{(x-y)(x+y)}=\frac{3x+3y-2x+2y}{x^2-y^2}=\frac{x-5y}{x^2-y^2}.$$

$$\frac{x-xy+z-yz}{1-3y+3y^2-y^3}=\frac{x(1-y)+z(1-y)}{(1-y)^3}=\frac{(1-y)(x+z)}{(1-y)^3}=\frac{x+z}{(1-y)^2}.$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Nxënësve u caktohet një detyrë që të punohet për 5 min. Detyrën duhet ta punojnë në dyshe. Ata që arrijnë të punojnë saktë dhe në kohë të caktuar shpërblehen.

$$\frac{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}{\frac{1}{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}}}$$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e kryrjes së veprimeve me shprehje racionale.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 82, detyra 2. 7, 8)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 67

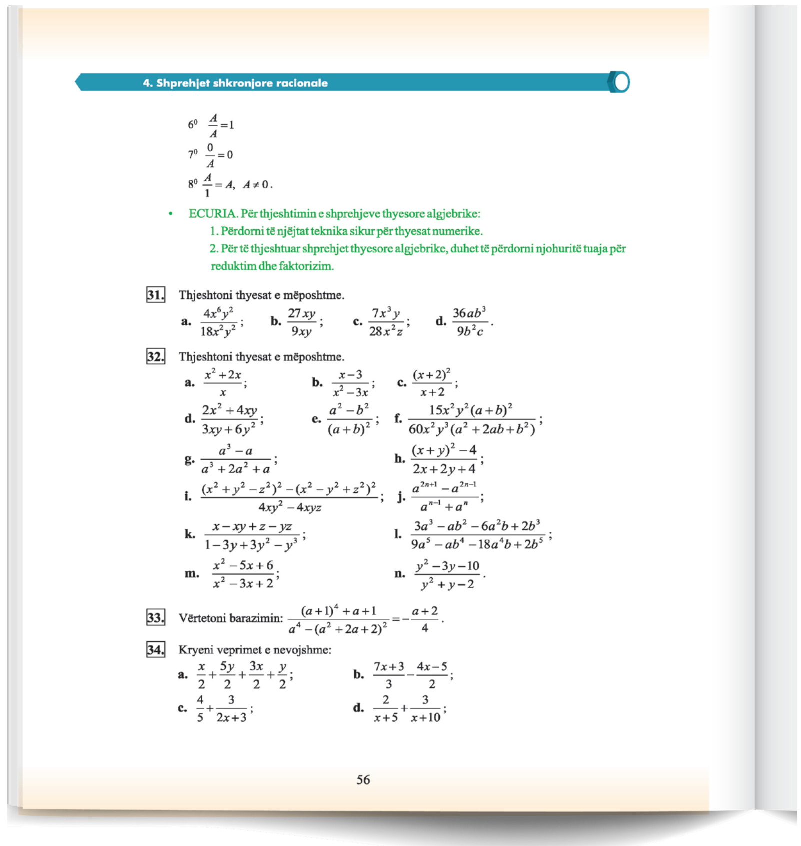
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Shprehjet shkronjore racionale

Rezultatet e të nxënit të temës: Thjeshton shprehjet shkronjore racionale; Kryen veprimet me shprehjet racionale.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 4, 5; III. 3, 5, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 2. 1; 3. 1, 2, 4; 5. 1



4. Shprehjet shkronjore racionale

6^0 $\frac{A}{A}=1$

7^0 $\frac{0}{A}=0$

8^0 $\frac{A}{1}=A,\ A\neq 0.$

- ECURIA. Për thjeshtimin e shprehjeve thyesore algjebrike:
  1. Përdorni të njëjtat teknika sikur për thyesat numerike.
  2. Për të thjeshtuar shprehjet thyesore algjebrike, duhet të përdorni njohuritë tuaja për reduktim dhe faktorizim.

31. Thjeshtoni thyesat e mëposhtme.

a. $\frac{4x^6y^2}{18x^2y^2}$; **b.** $\frac{27xy}{9xy}$; **c.** $\frac{7x^3y}{28x^2z}$; **d.** $\frac{36ab^3}{9b^2c}$.

32. Thjeshtoni thyesat e mëposhtme.

a. $\frac{x^2+2x}{x}$; **b.** $\frac{x-3}{x^2-3x}$; **c.** $\frac{(x+2)^2}{x+2}$;

d. $\frac{2x^2+4xy}{3xy+6y^2}$; **e.** $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$; **f.** $\frac{15x^2y^2(a+b)^2}{60x^2y^3(a^2+2ab+b^2)}$;

g. $\frac{a^3-a}{a^3+2a^2+a}$; **h.** $\frac{(x+y)^2-4}{2x+2y+4}$;

i. $\frac{(x^2+y^2-z^2)^2-(x^2-y^2+z^2)^2}{4xy^2-4xyz}$; **j.** $\frac{a^{2n+1}-a^{2n-1}}{a^{n-1}+a^n}$;

k. $\frac{x-xy+z-yz}{1-3y+3y^2-y^3}$; **l.** $\frac{3a^3-ab^2-6a^2b+2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$;

m. $\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$; **n.** $\frac{y^2-3y-10}{y^2+y-2}$.

33. Vërtetoni barazimin: $\frac{(a+1)^4+a+1}{a^4-(a^2+2a+2)^2}=-\frac{a+2}{4}$.

34. Kryeni veprimet e nevojshme:

a. $\frac{x}{2}+\frac{5y}{2}+\frac{3x}{2}+\frac{y}{2}$; **b.** $\frac{7x+3}{3}-\frac{4x-5}{2}$;

c. $\frac{4}{5}+\frac{3}{2x+3}$; **d.** $\frac{2}{x+5}+\frac{3}{x+10}$;

56

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Shprehjet racionale

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon shprehjet racionale;
- Kryen veprimet me shprehje racionale.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

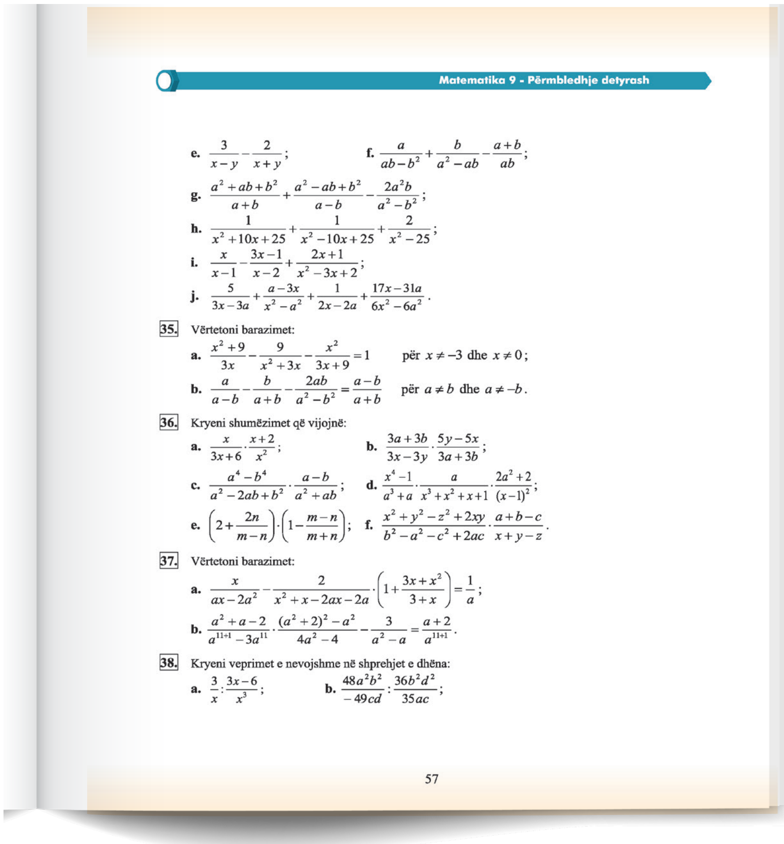
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Pesëvargëshi

Kërkohet nga nxënësit në grupe të formojnë një pesëvargësh (emër, dy mbiemra, tri folje, një fjali, një sinonim) për shprehjet racionale dhe pasi të përfundohet në grup prezantohet para klasës. (si mund të duket puna e nxënësve)

Shprehjet racionale
të thjeshta   të përbëra
mblidhen   shumëzohen   __________
____
____



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

e. $\frac{3}{x-y}-\frac{2}{x+y}$; f. $\frac{a}{ab-b^2}+\frac{b}{a^2-ab}-\frac{a+b}{ab}$;

g. $\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}+\frac{a^2-ab+b^2}{a-b}-\frac{2a^2b}{a^2-b^2}$;

h. $\frac{1}{x^2+10x+25}+\frac{1}{x^2-10x+25}+\frac{2}{x^2-25}$;

i. $\frac{x}{x-1}-\frac{3x-1}{x-2}+\frac{2x+1}{x^2-3x+2}$;

j. $\frac{5}{3x-3a}+\frac{a-3x}{x^2-a^2}+\frac{1}{2x-2a}+\frac{17x-31a}{6x^2-6a^2}$.

35. Vërtetoni barazimet:

a. $\frac{x^2+9}{3x}-\frac{9}{x^2+3x}-\frac{x^2}{3x+9}=1$ për $x\neq -3$ dhe $x\neq 0$;

b. $\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}-\frac{2ab}{a^2-b^2}=\frac{a-b}{a+b}$ për $a\neq b$ dhe $a\neq -b$.

36. Kryeni shumëzimet që vijojnë:

a. $\frac{x}{3x+6}\cdot\frac{x+2}{x^2}$; b. $\frac{3a+3b}{3x-3y}\cdot\frac{5y-5x}{3a+3b}$;

c. $\frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2}\cdot\frac{a-b}{a^2+ab}$; d. $\frac{x^4-1}{a^3+a}\cdot\frac{a}{x^3+x^2+x+1}\cdot\frac{2a^2+2}{(x-1)^2}$;

e. $\left(2+\frac{2n}{m-n}\right)\cdot\left(1-\frac{m-n}{m+n}\right)$; f. $\frac{x^2+y^2-z^2+2xy}{b^2-a^2-c^2+2ac}\cdot\frac{a+b-c}{x+y-z}$.

37. Vërtetoni barazimet:

a. $\frac{x}{ax-2a^2}-\frac{2}{x^2+x-2ax-2a}\cdot\left(1+\frac{3x+x^2}{3+x}\right)=\frac{1}{a}$;

b. $\frac{a^2+a-2}{a^{11+1}-3a^{11}}\cdot\frac{(a^2+2)^2-a^2}{4a^2-4}-\frac{3}{a^2-a}=\frac{a+2}{a^{11+1}}$.

38. Kryeni veprimet e nevojshme në shprehjet e dhëna:

a. $\frac{3}{x}:\frac{3x-6}{x^3}$; b. $\frac{48a^2b^2}{-49cd}:\frac{36b^2d^2}{35ac}$;

57

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Të nxënit në bashkëpunim

Fillimisht grupohen nga 4 nxënës, u caktohen detyrat, u jepen udhëzimet e punimit të detyrave dhe këshillohen të bashkëpunojnë me anëtarët e grupit në mënyrë që puna të jetë më e suksesshme.

1. Shrehja e dhënë të kthehet në emërues të dhënë:

$\frac{-3a}{7b^2}$, emëruesi $35a^2b^3$.

2. Të kryhen veprimet e nevojshme:

a. $\frac{x}{2}+\frac{5y}{2}+\frac{3x}{2}+\frac{y}{2}$; b. $\frac{7x+3}{3}-\frac{4x-5}{2}$;

3. Kryeni shumëzimet që vijojnë:

a. $\frac{x}{3x+6}\cdot\frac{x+2}{x^2}$; b. $\frac{3a+3b}{3x-3y}\cdot\frac{5y-5x}{3a+3b}$;

4. Të kryhen veprimet e nevojshme:

a. $\frac{3}{x}:\frac{3x-6}{x^3}$; b. $\frac{48a^2b^2}{-49cd}:\frac{36b^2d^2}{35ac}$;

Caktohen përfaqësues të grupeve nga mësimdhënësi përmes stilolapsave në mes, për të punuar detyrat në tabelë. Nxënësit që i zgjidhin detyrat në tabelë duhet të japin sqarime dhe argumentojnë zgjidhjen e detyrës në mënyrë që nxënësit të mos kenë problem në të ardhmen.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Detyrë sfiduese

Nxënësit në mënyrë individuale për 3 min. duhet të provojnë ta zgjidhin detyrën e dhënë.
Nxënësit që arrijnë të punojnë saktë dhe në kohë të caktuar shpërblehen.

$$\frac{a}{ab-b^2}+\frac{b}{a^2-ab}-\frac{a+b}{ab}$$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në aktivitete. Për saktësinë e kryrjes së veprimeve me shprehje racionale.

Detyrë:

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 68

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi: Përpjesëtimi i drejtë dhe i zhdrejtë

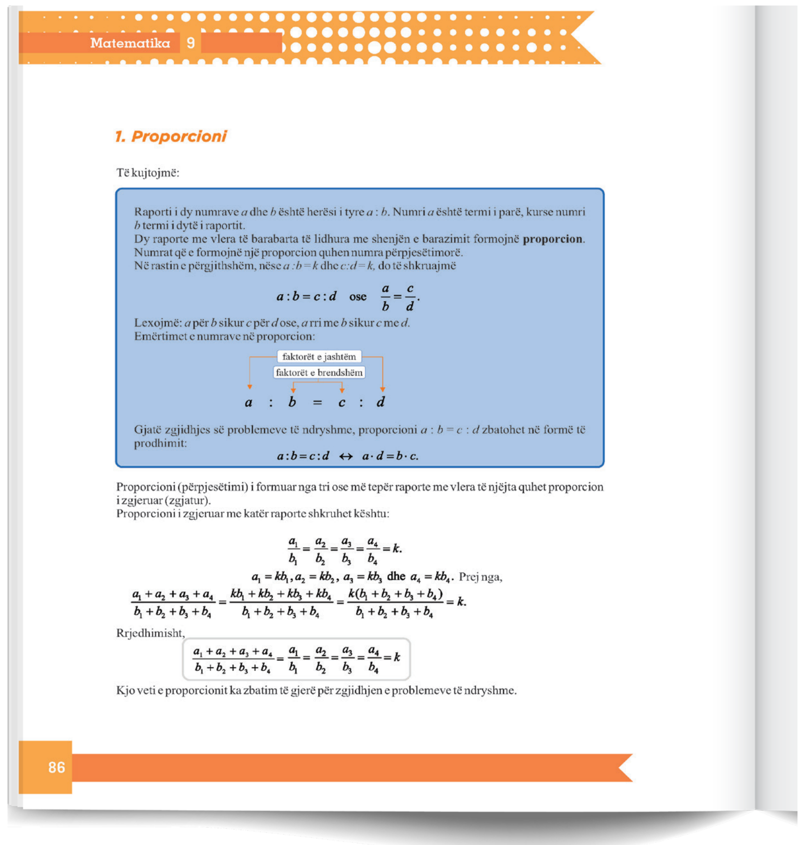
Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon përpjesën dhe përpjesëtimin.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 5; III. 3, 5; IV. 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 4; 4. 1, 2; 5. 1; 6. 2

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Përpjesa dhe përpjesëtimi (proporcioni)


Matematika 9

1. Proporcioni

Të kujtojmë:

Raporti i dy numrave a dhe b është herësi i tyre $a : b$. Numri a është termi i parë, kurse numri b termi i dytë i raportit.
Dy raporte me vlera të barabarta të lidhura me shenjën e barazimit formojnë **proporcion**.
Numrat që e formojnë një proporcion quhen numra përpjesëtimorë.
Në rastin e përgjithshëm, nëse $a : b = k$ dhe $c : d = k$, do të shkruajmë

$$a : b = c : d \quad \text{ose} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Lexojmë: a për b sikur c për d ose, a rri me b sikur c me d.
Emërtimet e numrave në proporcion:

faktorët e jashtëm
faktorët e brendshëm

$$a \; : \; b \; = \; c \; : \; d$$

Gjatë zgjidhjes së problemeve të ndryshme, proporcioni $a : b = c : d$ zbatohet në formë të prodhimit:

$$a : b = c : d \leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Proporcioni (përpjesëtimi) i formuar nga tri ose më tepër raporte me vlera të njëjta quhet proporcion i zgjeruar (zgjatur).
Proporcioni i zgjeruar me katër raporte shkruhet kështu:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = k.$$

$a_1 = kb_1, a_2 = kb_2, a_3 = kb_3$ dhe $a_4 = kb_4$. Prej nga,

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4} = \frac{kb_1 + kb_2 + kb_3 + kb_4}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4} = \frac{k(b_1 + b_2 + b_3 + b_4)}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4} = k.$$

Rrjedhimisht,

$$\boxed{\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = k}$$

Kjo veti e proporcionit ka zbatim të gjerë për zgjidhjen e problemeve të ndryshme.

86

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon raportin dhe proporcionin;
- Përcakton nëse madhësitë janë proporcionale;
- Zgjidh detyra lidhur me raportin.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

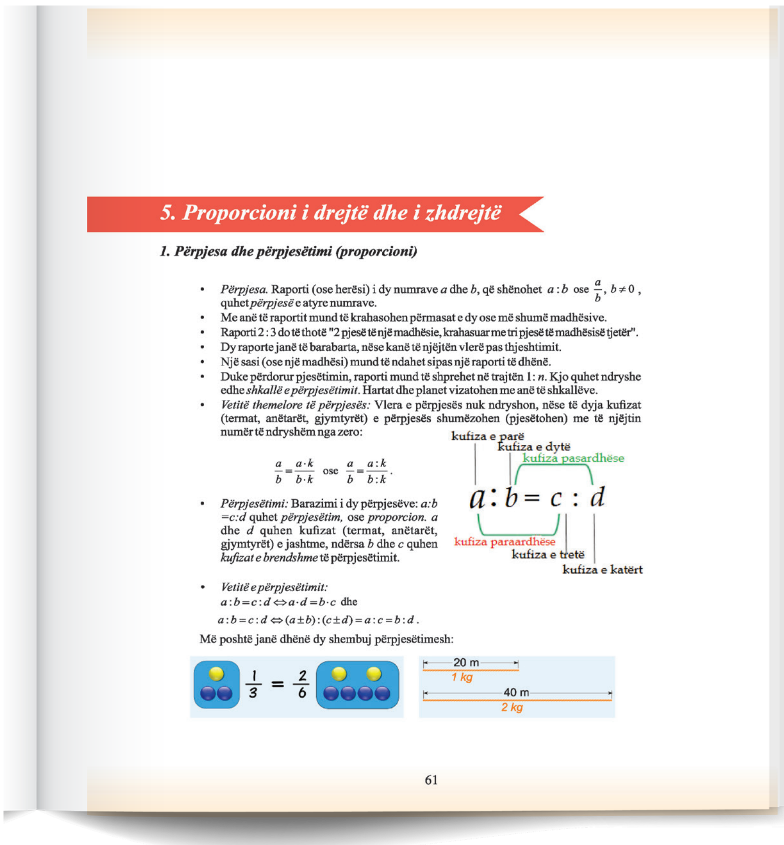
Mësimdhënësi shfaq në projektor ose shkruan në tabelë një problem me fjalë dhe kërkon nga nxënësit përgjigje.
Nëse ecni 10 km për një ditë, sa do të ecni për 3 ditë?
Merr mendimet e nxënësve dhe pastaj vazhdon me disa pyetje.
Me çka mund të zgjidhet ky problem?
Si mund të shtrohet si problem? etj.

P.sh.

$$\frac{10 \text{ km}}{1 \text{ ditë}} = \frac{x \text{ km}}{3 \text{ ditë}}$$ (Këtu kemi dy raporte që formojnë proporcion)

$$1 \cdot x = 10 \cdot 3$$

$$x = 30 \text{ km}$$



5. Proporcioni i drejtë dhe i zhdrejtë

1. Përpjesa dhe përpjesëtimi (proporcioni)

- *Përpjesa.* Raporti (ose herësi) i dy numrave a dhe b, që shënohet $a:b$ ose $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$, quhet *përpjesë* e atyre numrave.
- Me anë të raportit mund të krahasohen përmasat e dy ose më shumë madhësive.
- Raporti 2 : 3 do të thotë "2 pjesë të një madhësie, krahasuar me tri pjesë të madhësisë tjetër".
- Dy raporte janë të barabarta, nëse kanë të njëjtën vlerë pas thjeshtimit.
- Një sasi (ose një madhësi) mund të ndahet sipas një raporti të dhënë.
- Duke përdorur pjesëtimin, raporti mund të shprehet në trajtën 1 : n. Kjo quhet ndryshe edhe *shkallë e përpjesëtimit*. Hartat dhe planet vizatohen me anë të shkallëve.
- *Vetitë themelore të përpjesës:* Vlera e përpjesës nuk ndryshon, nëse të dyja kufizat (termat, anëtarët, gjymtyrët) e përpjesës shumëzohen (pjesëtohen) me të njëjtin numër të ndryshëm nga zero:

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot k}{b\cdot k} \text{ ose } \frac{a}{b}=\frac{a:k}{b:k}.$$

- *Përpjesëtimi:* Barazimi i dy përpjesëve: $a:b=c:d$ quhet *përpjesëtim,* ose *proporcion.* a dhe d quhen kufizat (termat, anëtarët, gjymtyrët) e jashtme, ndërsa b dhe c quhen *kufizat e brendshme* të përpjesëtimit.
- *Vetitë e përpjesëtimit:*
  $a:b=c:d \Leftrightarrow a\cdot d=b\cdot c$ dhe
  $a:b=c:d \Leftrightarrow (a\pm b):(c\pm d)=a:c=b:d$.

Më poshtë janë dhënë dy shembuj përpjesëtimesh:

61

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Marrëdhënie pyetje-përgjigje

Nxënësit lexojnë njësinë mësimore në libër dhe më pas parashtrohen pyetjet:

- Ç'është raporti i dy numrave a dhe b dhe si shënohet?
- Tregoni termat te ky raport.
- Si formohet proporcioni?
- Çka janë numrat përpjesëtimorë?

Në rastin e përgjithshëm, nëse $a{:}b=k$ dhe $c{;}d=k$

- Si mund të shkruani si proporcion dhe si lexohet?
- Si zbatohet në formë të prodhimit proporcioni i dhënë më poshtë?

- Çka quajmë proporcion të zgjeruar? - Cila është vetia e proporcionit të zgjeruar që gjen zbatim në zgjidhjen e problemeve të ndryshme?

Pjesa e dytë e orës vazhdohet me disa shembuj që zgjidhen së bashku me nxënës.

1. A janë numra përpjesëtimorë numrat e dhënë?

a) $3:2=21:14$
$3\cdot 14=2\cdot 21$
$42=42$

b) $\frac{4}{7}=\frac{5}{9}$
$4\cdot 9=7\cdot 5$
$36=35$

Në rastin a) numrat janë përpjesëtimorë dhe b) nuk janë.

2. Caktoni x nga proporcioni
$x : 18 = 5 : 3$
$3x = 18 \cdot 5$
$3x = 90$
$x = 30$

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Mendo/ puno në dyshe/shkëmbe mendime

Në projektor shfaqet një detyrë, ku nxënësit e mendojnë dhe analizojnë, punojnë në dyshe dhe pastaj e shkëmbejnë me grupin.

1. Nga figura caktoni raportin e trekëndëshave ndaj rrathëve. 
2. Në qoftë se janë 24 trekëndësha, sa rrathë do të kemi?

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në diskutim dhe aktivitete. Për saktësinë e përkufizimit të raportit dhe proporcionit si dhe saktësinë në zgjidhjen e detyrave.

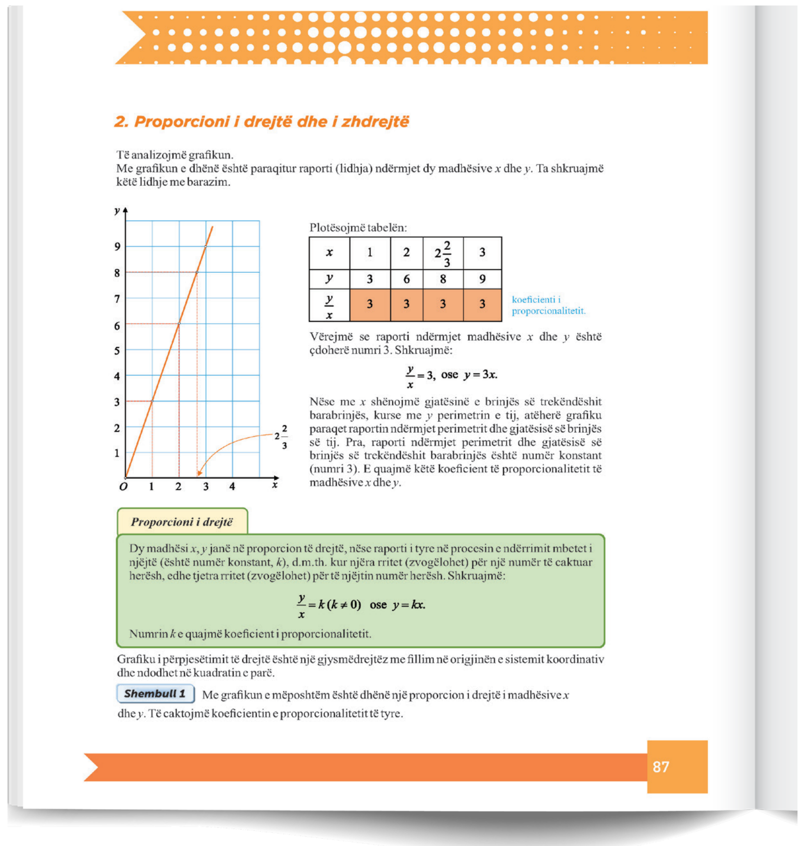
Detyrë:

(Gjeni x-in nga proporcioni: a) x : 6 = 16 : 2 b) 5 : (x + 7) = 3 : 9)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 69

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE



2. Proporcioni i drejtë dhe i zhdrejtë

Të analizojmë grafikun.
Me grafikun e dhënë është paraqitur raporti (lidhja) ndërmjet dy madhësive x dhe y. Ta shkruajmë këtë lidhje me barazim.

Plotësojmë tabelën:

x	1	2	$2\frac{2}{3}$	3
y	3	6	8	9
$\frac{y}{x}$	3	3	3	3

koeficienti i proporcionalitetit.

Vërejmë se raporti ndërmjet madhësive x dhe y është çdoherë numri 3. Shkruajmë:

$$\frac{y}{x}=3, \text{ ose } y=3x.$$

Nëse me x shënojmë gjatësinë e brinjës së trekëndëshit barabrinjës, kurse me y perimetrin e tij, atëherë grafiku paraqet raportin ndërmjet perimetrit dhe gjatësisë së brinjës së tij. Pra, raporti ndërmjet perimetrit dhe gjatësisë së brinjës së trekëndëshit barabrinjës është numër konstant (numri 3). E quajmë këtë koeficient të proporcionalitetit të madhësive x dhe y.

Proporcioni i drejtë

Dy madhësi x, y janë në proporcion të drejtë, nëse raporti i tyre në procesin e ndërrimit mbetet i njëjtë (është numër konstant, k), d.m.th. kur njëra rritet (zvogëlohet) për një numër të caktuar herësh, edhe tjetra rritet (zvogëlohet) për të njëjtin numër herësh. Shkruajmë:

$$\frac{y}{x}=k\,(k\neq 0) \quad \text{ose} \quad y=kx.$$

Numrin k e quajmë koeficient i proporcionalitetit.

Grafiku i përpjesëtimit të drejtë është një gjysmëdrejtëz me fillim në origjinën e sistemit koordinativ dhe ndodhet në kuadratin e parë.

Shembull 1 Me grafikun e mëposhtëm është dhënë një proporcion i drejtë i madhësive x dhe y. Të caktojmë koeficientin e proporcionalitetit të tyre.

87

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi: Përpjesëtimi i drejtë dhe i zhdrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon përpjesën dhe përpjesëtimin.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 5; III. 3, 5; IV. 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 4; 4. 1, 2; 5. 1; 6. 2

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Proporcioni i drejtë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon proporcionin e drejtë;
- Zgjidh detyra që kanë të bëjnë me proporcion të drejtë.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

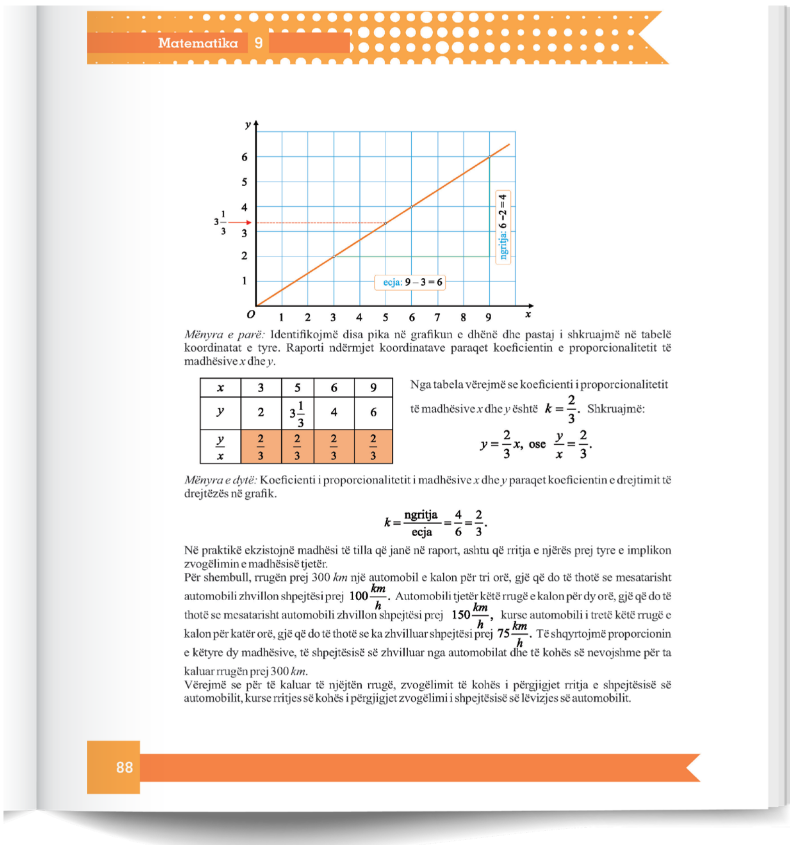
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Diskutohet së bashku me nxënës rreth atyre që janë mësuar orën e kaluar për raportin dhe proporcionin. Merren shembuj për të kujtuar numrat përpjesëtimorë dhe për caktimin e ndryshores x nga proporcioni. Pastaj merret një problem me fjalë.
Një makinë harxhon 15 litra naftë për 200 km. Sa litra do të harxhojë makina për 350 km?
(Ky problem mund të zgjidhet gjatë orës në vazhdim)



Mënyra e parë: Identifikojmë disa pika në grafikun e dhënë dhe pastaj i shkruajmë në tabelë koordinatat e tyre. Raporti ndërmjet koordinatave paraqet koeficientin e proporcionalitetit të madhësive x dhe y.

x	3	5	6	9
y	2	$3\frac{1}{3}$	4	6
$\frac{y}{x}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$

Nga tabela vërejmë se koeficienti i proporcionalitetit të madhësive x dhe y është $k=\frac{2}{3}$. Shkruajmë:

$$y=\frac{2}{3}x, \text{ ose } \frac{y}{x}=\frac{2}{3}.$$

Mënyra e dytë: Koeficienti i proporcionalitetit i madhësive x dhe y paraqet koeficientin e drejtimit të drejtëzës në grafik.

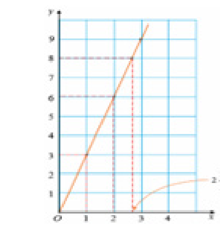
$$k=\frac{\text{ngritja}}{\text{ecja}}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}.$$

Në praktikë ekzistojnë madhësi të tilla që janë në raport, ashtu që rritja e njërës prej tyre e implikon zvogëlimin e madhësisë tjetër.
Për shembull, rrugën prej 300 *km* një automobil e kalon për tri orë, gjë që do të thotë se mesatarisht automobili zhvillon shpejtësi prej $100\frac{km}{h}$. Automobili tjetër këtë rrugë e kalon për dy orë, gjë që do të thotë se mesatarisht automobili zhvillon shpejtësi prej $150\frac{km}{h}$, kurse automobili i tretë këtë rrugë e kalon për katër orë, gjë që do të thotë se ka zhvilluar shpejtësi prej $75\frac{km}{h}$. Të shqyrtojmë proporcionin e këtyre dy madhësive, të shpejtësisë së zhvilluar nga automobilat dhe të kohës së nevojshme për ta kaluar rrugën prej 300 *km*.
Vërejmë se për të kaluar të njëjtën rrugë, zvogëlimit të kohës i përgjigjet rritja e shpejtësisë së automobilit, kurse rritjes së kohës i përgjigjet zvogëlimi i shpejtësisë së lëvizjes së automobilit.

88

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Marrëdhënie pyetje-përgjigje

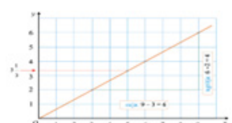
Nxënësitë lexojnë pjesën e parë nga njësia mësimore në libër dhe më pas parashtrohen pyetjet:



x	1	2	$2\frac{2}{3}$	3
y	3	6	8	9
$\frac{y}{x}$	3	3	3	3

1. Çka është paraqitur në grafik?
2. Nga tabela e dhënë, si është raporti i madhësive y dhe x?
3. Si shënohet ky raport? ($\frac{y}{x}=3$ *ose* $y=3x$)
4. Kur dy madhësi janë në proporcion të drejtë?
5. Çka paraqet grafiku i proporcionit të drejtë?

Pjesa e dytë vazhdohet me sh. 1 nga libri. Nxënësit e analizojnë si është punuar. Nga grafiku është plotësuar tabela e pastaj është caktuar edhe koeficienti i proporcionit.



x	3	5	6	9
y	2	$3\frac{1}{3}$	4	6
$\frac{y}{x}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$

Nga tabela vërejmë se koeficienti i proporcionalitetit të madhësive x dhe y është $k=\frac{2}{3}$. Shkruajmë:

$$y=\frac{2}{3}x, \text{ ose } \frac{y}{x}=\frac{2}{3}.$$

Në vazhdim punohet detyra që është dhënë në pjesën e parë.
Një makinë harxhon 15 l naftë për 200 km.
Sa litra do të harxhojë makina për 350 km.

Zgjidhje: 15 l — 200 km
x l — 350 km

x : 15 = 350 : 250
250 x = 5.250
x = 21 litra

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Detyrë sfiduese

Nxënësit në mënyrë individuale u caktohet një detyrë, për kohën 3 min.
Në qoftë se një çaj kushton 0.25 €, sa euro duhen për të paguar 54 çaja?

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në diskutim dhe aktivitete. Për saktësinë e përkufizimit të proporcionit të drejtë dhe saktësinë e zgjidhjes së detyrave me proporcion të drejtë.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 98, detyra 2)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 70

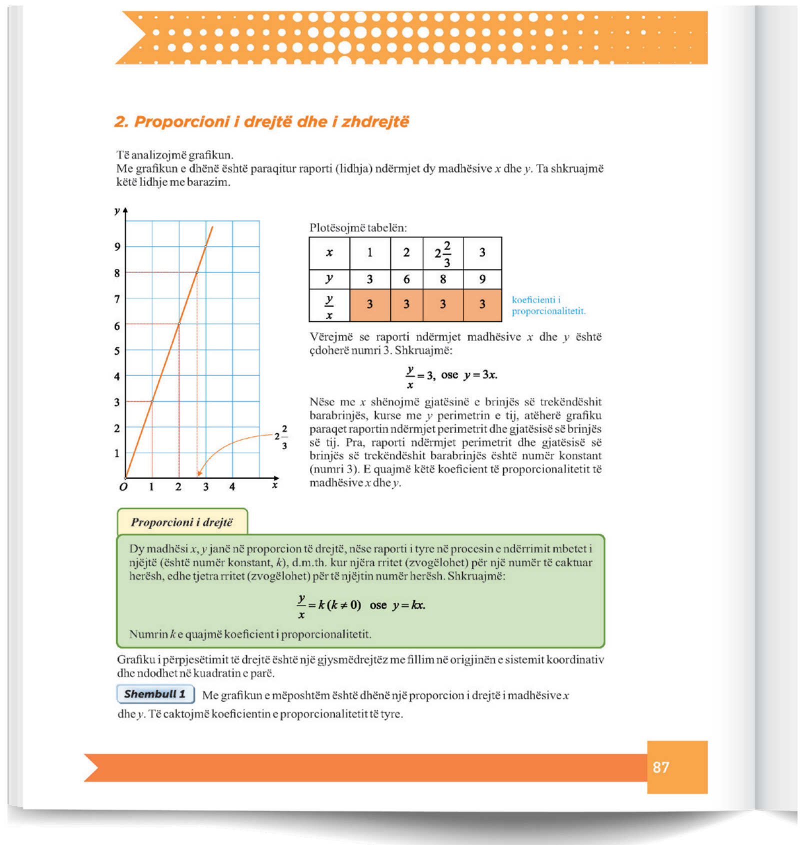
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi: Përpjesëtimi i drejtë dhe i zhdrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon përpjesën dhe përpjesëtimin.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 5; III. 3, 5; IV. 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 4; 4. 1, 2; 5. 1; 6. 2; 8. 2



2. Proporcioni i drejtë dhe i zhdrejtë

Të analizojmë grafikun.
Me grafikun e dhënë është paraqitur raporti (lidhja) ndërmjet dy madhësive x dhe y. Ta shkruajmë këtë lidhje me barazim.

Plotësojmë tabelën:

x	1	2	$2\frac{2}{3}$	3
y	3	6	8	9
$\frac{y}{x}$	3	3	3	3

koeficienti i proporcionalitetit.

Vërejmë se raporti ndërmjet madhësive x dhe y është çdoherë numri 3. Shkruajmë:

$$\frac{y}{x}=3, \text{ ose } y=3x.$$

Nëse me x shënojmë gjatësinë e brinjës së trekëndëshit barabrinjës, kurse me y perimetrin e tij, atëherë grafiku paraqet raportin ndërmjet perimetrit dhe gjatësisë së brinjës së tij. Pra, raporti ndërmjet perimetrit dhe gjatësisë së brinjës së trekëndëshit barabrinjës është numër konstant (numri 3). E quajmë këtë koeficient të proporcionalitetit të madhësive x dhe y.

Proporcioni i drejtë

Dy madhësi x, y janë në proporcion të drejtë, nëse raporti i tyre në procesin e ndërrimit mbetet i njëjtë (është numër konstant, k), d.m.th. kur njëra rritet (zvogëlohet) për një numër të caktuar herësh, edhe tjetra rritet (zvogëlohet) për të njëjtin numër herësh. Shkruajmë:

$$\frac{y}{x}=k\ (k\neq 0) \quad \text{ose} \quad y=kx.$$

Numrin k e quajmë koeficient i proporcionalitetit.

Grafiku i përpjesëtimit të drejtë është një gjysmëdrejtëz me fillim në origjinën e sistemit koordinativ dhe ndodhet në kuadratin e parë.

Shembull 1 Me grafikun e mëposhtëm është dhënë një proporcion i drejtë i madhësive x dhe y. Të caktojmë koeficientin e proporcionalitetit të tyre.

87

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Proporcioni i zhdrejtë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon proporcionin e zhdrejtë;
- Zgjidh detyra që kanë të bëjnë me proporcion të zhdrejtë.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

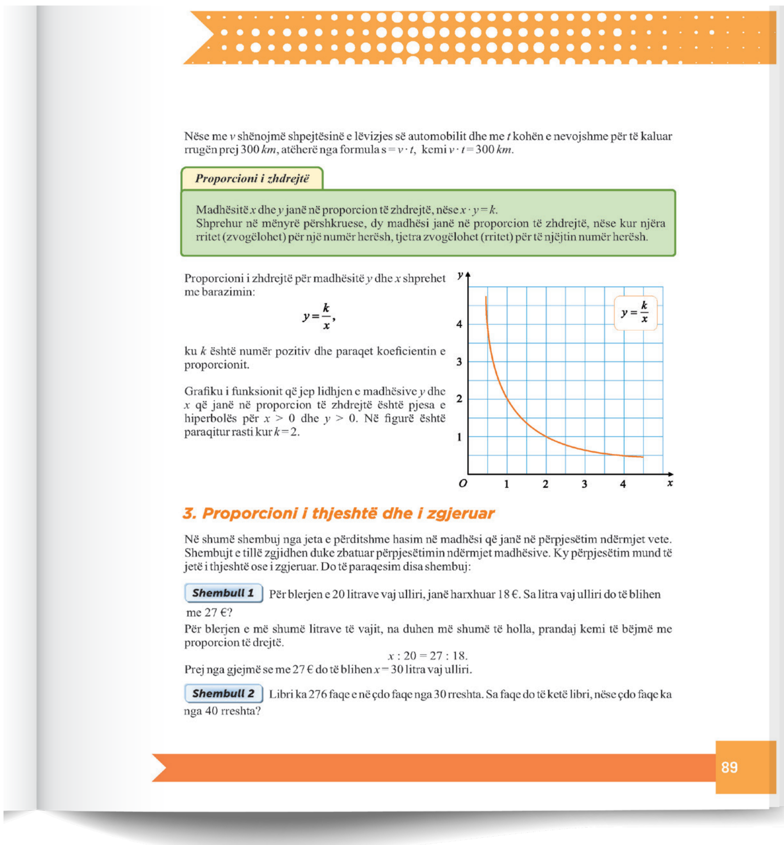
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Diskutohet së bashku me nxënës rreth atyre që janë mësuar për proporcionin, madhësitë proporcionale etj.
Nga shembujt e orës së kaluar është vërejtur se rritja e njërës madhësi ndikonte në rritjen e madhësisë tjetër p.sh.:
Rritja e kilometrave bënte që të harxhohej më shumë naftë. (proporcion i drejtë)
Parashtrohet pyetja: A ndodh gjithmonë kjo?
Merret një shembull:
Në qoftë se 12 punëtorë e kryejnë një punë për 10 ditë, për sa ditë të njëjtën punë do ta kryejnë 15 punëtorë?



Nëse me v shënojmë shpejtësinë e lëvizjes së automobilit dhe me t kohën e nevojshme për të kaluar rrugën prej 300 km, atëherë nga formula $s = v \cdot t$, kemi $v \cdot t = 300\ km$.

Proporcioni i zhdrejtë

Madhësitë x dhe y janë në proporcion të zhdrejtë, nëse $x \cdot y = k$.
Shprehur në mënyrë përshkruese, dy madhësi janë në proporcion të zhdrejtë, nëse kur njëra rritet (zvogëlohet) për një numër herësh, tjetra zvogëlohet (rritet) për të njëjtin numër herësh.

Proporcioni i zhdrejtë për madhësitë y dhe x shprehet me barazimin:

$$y = \frac{k}{x},$$

ku k është numër pozitiv dhe paraqet koeficientin e proporcionit.

Grafiku i funksionit që jep lidhjen e madhësive y dhe x që janë në proporcion të zhdrejtë është pjesa e hiperbolës për $x > 0$ dhe $y > 0$. Në figurë është paraqitur rasti kur $k = 2$.

3. Proporcioni i thjeshtë dhe i zgjeruar

Në shumë shembuj nga jeta e përditshme hasim në madhësi që janë në përpjesëtim ndërmjet vete. Shembujt e tillë zgjidhen duke zbatuar përpjesëtimin ndërmjet madhësive. Ky përpjesëtim mund të jetë i thjeshtë ose i zgjeruar. Do të paraqesim disa shembuj:

Shembull 1 Për blerjen e 20 litrave vaj ulliri, janë harxhuar 18 €. Sa litra vaj ulliri do të blihen me 27 €?

Për blerjen e më shumë litrave të vajit, na duhen më shumë të holla, prandaj kemi të bëjmë me proporcion të drejtë.

$$x : 20 = 27 : 18.$$

Prej nga gjejmë se me 27 € do të blihen $x = 30$ litra vaj ulliri.

Shembull 2 Libri ka 276 faqe e në çdo faqe nga 30 rreshta. Sa faqe do të ketë libri, nëse çdo faqe ka nga 40 rreshta?

89

Merren mendimet e nxënësve lidhur me këtë problem. A do të ketë më shumë ditë apo më pak? (përgjigjen do ta marrim në vazhdim të orës)

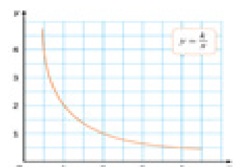
Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Marrëdhënie pyetje-përgjigje

Nxënësit lexojnë njësinë mësimore në libër dhe më pas parashtrohen pyetjet:

A_1: 300 km për 3h → 100 km/h
A_2: 300 km për 2h → 150 km/h
A_3: 300 km për 4h → 75 km/h

Çka vërejmë nga shembulli në libër:

1. Me zvogëlimin (rritjen) e kohës, a po zvogëlohet (rritet) edhe shpejtësia? (jo, është e kundërta)
2. Kur dy madhësi janë në proporcion të zhdrejtë?
3. Si shënohet ky raport? (xy=k ose y=k/x)
4. Çka paraqet grafiku i proporcionit të zhdrejtë?



Në pjesën e dytë vazhdohet të punohet detyra që është dhënë në pjesën e parë: Nëse 12 punëtorë e kryejnë një punë për 10 ditë, për sa ditë të njëjtën punë do ta kryejnë 15 punëtorë?

12 p   10 d
15 p   x d
x : 10 = 12 : 15
15 x = 10 · 12
15 x = 120
x = 8   15 punëtorë e kryejnë punën për 8 ditë.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Nxënësve në dyshe u caktohet detyra për kohën 3 min.

Të caktohet koeficienti i përpjesëtimit të zhdrejtë $y = \frac{k}{x}$, nëse:

a. $f(1) = 7$; **b.** $f(3) = \frac{1}{3}$; **c.** $f(-4) = 5$.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në diskutim dhe aktivitete. Për saktësinë e përkufizimit të proporcionit të zhdrejtë dhe saktësinë e zgjidhjes së detyrave me proporcion të zhdrejtë.

Detyrë:
(Përmbledhje detyrash, faqe 66, detyra 31)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 71

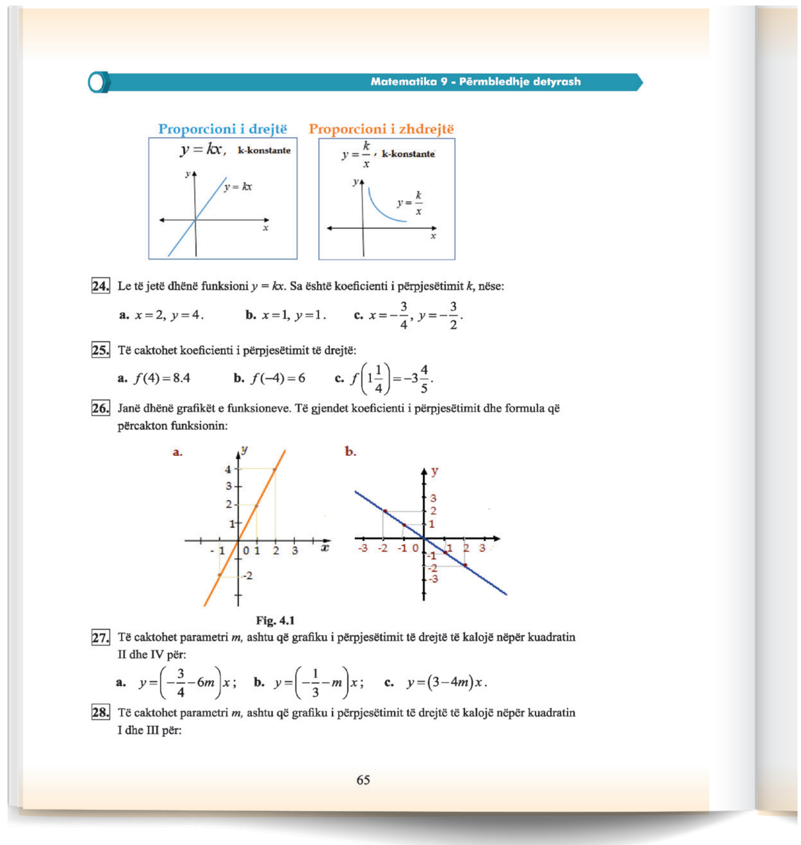
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV   **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi: Përpjesëtimi i drejtë dhe i zhdrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon përpjesën dhe përpjesëtimin.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II. 5; III. 3, 5; IV. 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 4; 4. 1, 2; 5. 1; 6. 2;



24. Le të jetë dhënë funksioni $y = kx$. Sa është koeficienti i përpjesëtimit k, nëse:

a. $x = 2,\ y = 4.$ **b.** $x = 1,\ y = 1.$ **c.** $x = -\frac{3}{4},\ y = -\frac{3}{2}.$

25. Të caktohet koeficienti i përpjesëtimit të drejtë:

a. $f(4) = 8.4$ **b.** $f(-4) = 6$ **c.** $f\left(1\frac{1}{4}\right) = -3\frac{4}{5}.$

26. Janë dhënë grafikët e funksioneve. Të gjendet koeficienti i përpjesëtimit dhe formula që përcakton funksionin:

Fig. 4.1

27. Të caktohet parametri m, ashtu që grafiku i përpjesëtimit të drejtë të kalojë nëpër kuadratin II dhe IV për:

a. $y = \left(-\frac{3}{4} - 6m\right)x$; **b.** $y = \left(-\frac{1}{3} - m\right)x$; **c.** $y = (3 - 4m)x$.

28. Të caktohet parametri m, ashtu që grafiku i përpjesëtimit të drejtë të kalojë nëpër kuadratin I dhe III për:

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime - Proporcioni i drejtë dhe i zhdrejtë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Dallon proporcionin e drejtë dhe të zhdrejtë;
- Zgjidh detyra nga jeta që kanë të bëjnë me proporcionin.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

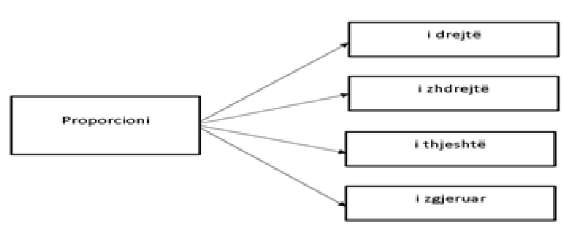
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: fletë A4

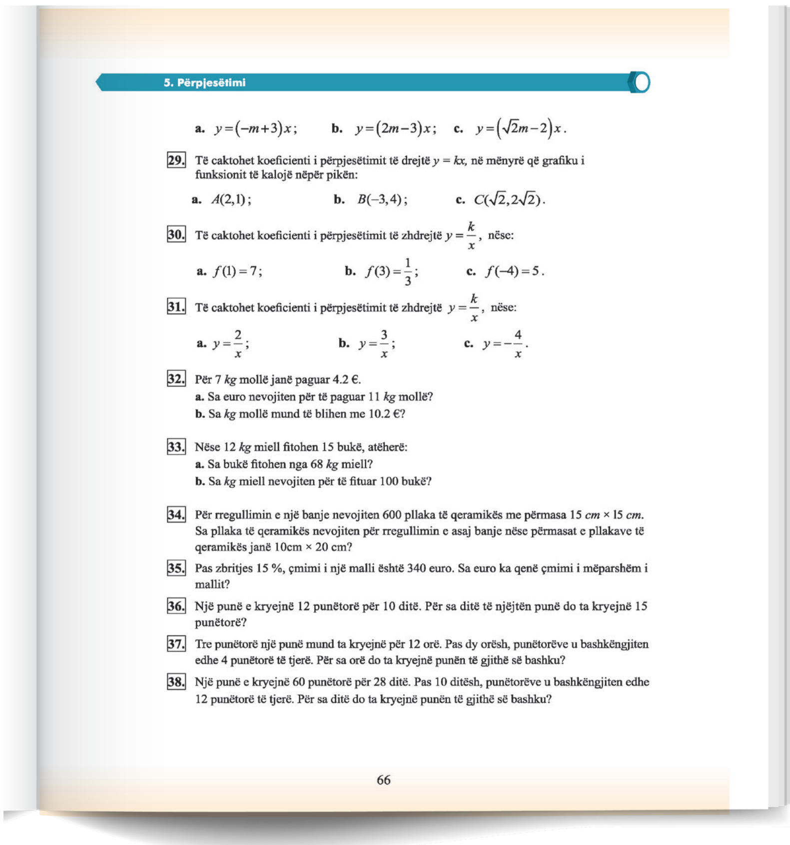
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Gjuhë dhe komunikim, TIK

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Harta e konceptit

Në dyshe nxënësit angazhohen të punojnë një hartë koncepti, duke rikujtuar ato që janë mësuar për proporcionin.
Puna e dysheve shfaqet në grupe, diskutohet dhe së bashku në grup e formojnë një hartë për ta prezantuar para klasës.
(si mund të duket harta e konceptit të punar nga nxënësit)




5. Përpjesëtimi

a. $y=(-m+3)x$; b. $y=(2m-3)x$; c. $y=(\sqrt{2}m-2)x$.

29. Të caktohet koeficienti i përpjesëtimit të drejtë $y = kx$, në mënyrë që grafiku i funksionit të kalojë nëpër pikën:

a. $A(2,1)$; b. $B(-3,4)$; c. $C(\sqrt{2},2\sqrt{2})$.

30. Të caktohet koeficienti i përpjesëtimit të zhdrejtë $y=\frac{k}{x}$, nëse:

a. $f(1)=7$; b. $f(3)=\frac{1}{3}$; c. $f(-4)=5$.

31. Të caktohet koeficienti i përpjesëtimit të zhdrejtë $y=\frac{k}{x}$, nëse:

a. $y=\frac{2}{x}$; b. $y=\frac{3}{x}$; c. $y=-\frac{4}{x}$.

32. Për 7 *kg* mollë janë paguar 4.2 €.
a. Sa euro nevojiten për të paguar 11 *kg* mollë?
b. Sa *kg* mollë mund të blihen me 10.2 €?

33. Nëse 12 *kg* miell fitohen 15 bukë, atëherë:
a. Sa bukë fitohen nga 68 *kg* miell?
b. Sa *kg* miell nevojiten për të fituar 100 bukë?

34. Për rregullimin e një banje nevojiten 600 pllaka të qeramikës me përmasa 15 *cm* × 15 *cm*. Sa pllaka të qeramikës nevojiten për rregullimin e asaj banje nëse përmasat e pllakave të qeramikës janë 10cm × 20 cm?

35. Pas zbritjes 15 %, çmimi i një malli është 340 euro. Sa euro ka qenë çmimi i mëparshëm i mallit?

36. Një punë e kryejnë 12 punëtorë për 10 ditë. Për sa ditë të njëjtën punë do ta kryejnë 15 punëtorë?

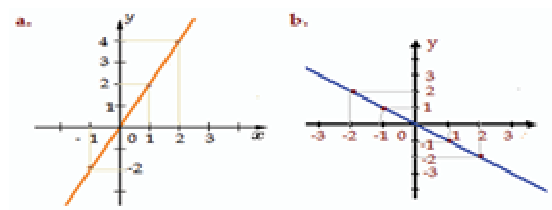
37. Tre punëtorë një punë mund ta kryejnë për 12 orë. Pas dy orësh, punëtorëve u bashkëngjiten edhe 4 punëtorë të tjerë. Për sa orë do ta kryejnë punën të gjithë së bashku?

38. Një punë e kryejnë 60 punëtorë për 28 ditë. Pas 10 ditësh, punëtorëve u bashkëngjiten edhe 12 punëtorë të tjerë. Për sa ditë do ta kryejnë punën të gjithë së bashku?

66

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënit në bashkëpunim

Në projektor shfaqen detyrat ose shënohen në tabelë. Grupohen nga 4 nxënës, u caktohen detyrat, u jepen udhëzimet e punimit të detyrave dhe këshillohen të bashkëpunojnë me anëtarët e grupit në mënyrë që puna të jetë më e suksesshme. Nxënësit fillimisht i punojnë në grupet e tyre duke i lexuar, diskutuar dhe analizuar me shumë kujdes.
1. Të caktohet koeficienti i përpjesëtimit të drejtë y = kx në mënyrë që grafiku i funksionit të kalojë nëpër pikën: a) A (2, 1) b) B (-3, 4)
2. Janë dhënë grafikët e funksioneve. Të gjendet koeficienti i përpjesëtimit dhe formula që përcakton funksionin.



3. Për 7 kg mollë janë paguar 4.2 €.
a. Sa euro nevojiten për të paguar 11 kg mollë?
b. Sa kg mollë mund të blihen me 10.2 €?
4. Gjatësinë e një rruge prej 450 km një veturë e përshkruan për 3 orë 150 km/h. Kurse, një veturë tjetër të njëjtën rrugë e përshkruan për 5 orë. Me çfarë shpejtësie lëviz vetura e dytë?
Puna e nxënësve monitorohet vazhdimisht dhe, në raste kur ka nevojë, ndihmohen nga mësimdhënësi.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Stilolapsat në mes

Nga një nxënës prej grupeve caktohet si përfaqësues i grupeve nga mësimdhënësi përmes stilolapsave në mes për të punuar detyrat në tabelë. Nxënësit që i zgjidhin detyrat në tabelë duhet të argumentojnë zgjidhjen e detyrës në mënyrë që nxënësit të kuptojnë më mirë.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për pjesëmarrje aktive në diskutim dhe aktivitete. Për saktësinë e zgjidhjes së detyrave që kanë të bëjnë me proporcionin.
Detyrë:
(Përmbledhje detyrash, faqe 66, detyra 33)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 72

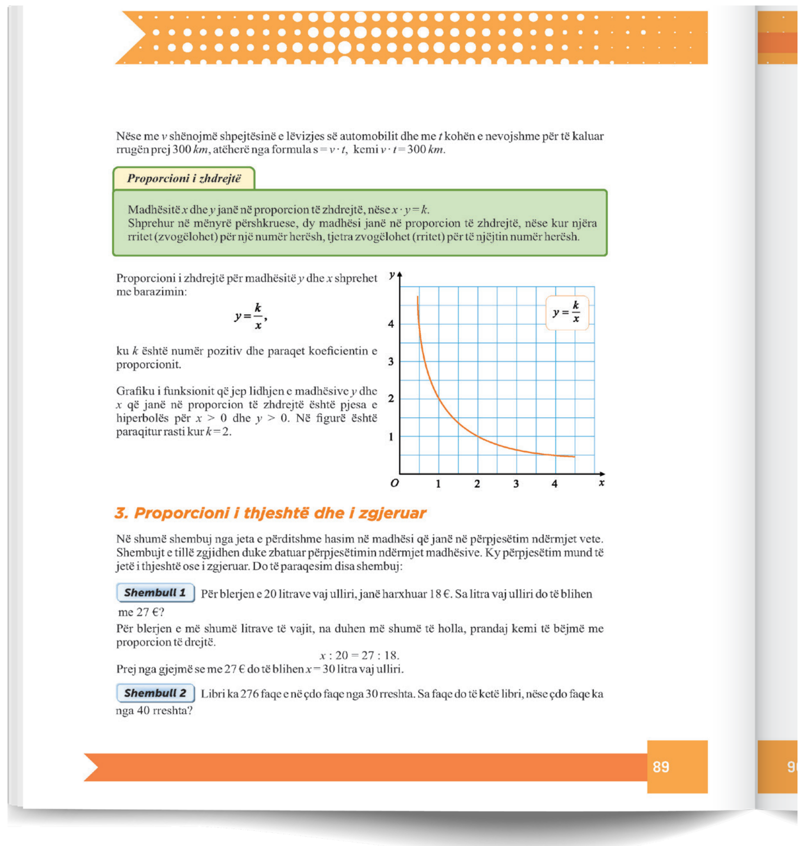
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Përkufizon përpjesëtimin e thjeshtë dhe të zgjeruar.
- Dallon madhësitë të cilat janë në përpjesëtim të drejtë nga ato që janë në përpjesëtim të zhdrejtë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 2; II- 1; III- 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 3. 2; 6. 1.



Nëse me v shënojmë shpejtësinë e lëvizjes së automobilit dhe me t kohën e nevojshme për të kaluar rrugën prej 300 km, atëherë nga formula $s = v \cdot t$, kemi $v \cdot t = 300\ km$.

Proporcioni i zhdrejtë

Madhësitë x dhe y janë në proporcion të zhdrejtë, nëse $x \cdot y = k$.
Shprehur në mënyrë përshkruese, dy madhësi janë në proporcion të zhdrejtë, nëse kur njëra rritet (zvogëlohet) për një numër herësh, tjetra zvogëlohet (rritet) për të njëjtin numër herësh.

Proporcioni i zhdrejtë për madhësitë y dhe x shprehet me barazimin:

$$y = \frac{k}{x},$$

ku k është numër pozitiv dhe paraqet koeficientin e proporcionit.

Grafiku i funksionit që jep lidhjen e madhësive y dhe x që janë në proporcion të zhdrejtë është pjesa e hiperbolës për $x > 0$ dhe $y > 0$. Në figurë është paraqitur rasti kur $k = 2$.

3. Proporcioni i thjeshtë dhe i zgjeruar

Në shumë shembuj nga jeta e përditshme hasim në madhësi që janë në përpjesëtim ndërmjet vete. Shembujt e tillë zgjidhen duke zbatuar përpjesëtimin ndërmjet madhësive. Ky përpjesëtim mund të jetë i thjeshtë ose i zgjeruar. Do të paraqesim disa shembuj:

Shembull 1 Për blerjen e 20 litrave vaj ulliri, janë harxhuar 18 €. Sa litra vaj ulliri do të blihen me 27 €?

Për blerjen e më shumë litrave të vajit, na duhen më shumë të holla, prandaj kemi të bëjmë me proporcion të drejtë.

$$x : 20 = 27 : 18.$$

Prej nga gjejmë se me 27 € do të blihen $x = 30$ litra vaj ulliri.

Shembull 2 Libri ka 276 faqe e në çdo faqe nga 30 rreshta. Sa faqe do të ketë libri, nëse çdo faqe ka nga 40 rreshta?

89

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Përpjesëtimi i thjeshtë dhe i zgjeruar

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon përpjesëtimin e thjeshtë dhe të zgjeruar;
- Dallon madhësitë të cilat janë në përpjesëtim të drejtë nga ato që janë në përpjesëtim të zhdrejtë.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

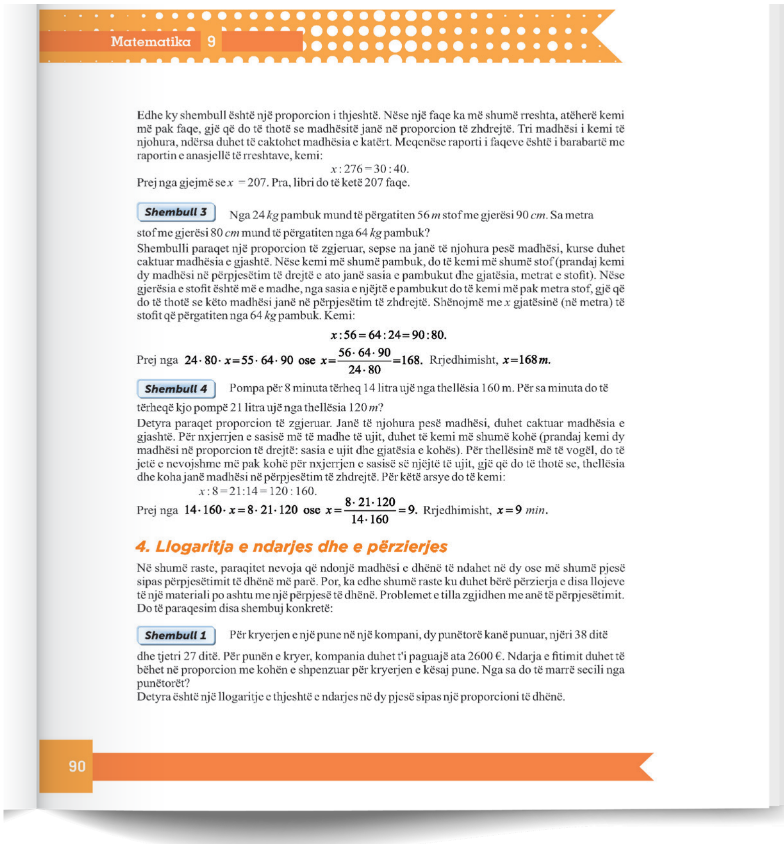
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
TIK, Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Në fillim të orës mësimore, përmes pyetjeve dhe përgjigjeve bëhet një përsëritje në lidhje me njësinë paraprake.
Disa nga pyetjet mund të jenë:
1. *Kur themi se dy madhësi janë proporcionale?*
2. *Çfarë është proporcioni i drejtë?*
3. *Po proporcioni i zhdrejtë?*

Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa do të bëhet gati për fazën e dytë të orës mësimore.



Matematika 9

Edhe ky shembull është një proporcion i thjeshtë. Nëse një faqe ka më shumë rreshta, atëherë kemi më pak faqe, gjë që do të thotë se madhësitë janë në proporcion të zhdrejtë. Tri madhësi i kemi të njohura, ndërsa duhet të caktohet madhësia e katërt. Meqenëse raporti i faqeve është i barabartë me raportin e anasjellë të rreshtave, kemi:

$$x:276=30:40.$$

Prej nga gjejmë se $x=207$. Pra, libri do të ketë 207 faqe.

Shembull 3 Nga 24 *kg* pambuk mund të përgatiten 56 *m* stof me gjerësi 90 *cm*. Sa metra stof me gjerësi 80 *cm* mund të përgatiten nga 64 *kg* pambuk?

Shembulli paraqet një proporcion të zgjeruar, sepse na janë të njohura pesë madhësi, kurse duhet caktuar madhësia e gjashtë. Nëse kemi më shumë pambuk, do të kemi më shumë stof (prandaj kemi dy madhësi në përpjesëtim të drejtë e ato janë sasia e pambukut dhe gjatësia, metrat e stofit). Nëse gjerësia e stofit është më e madhe, nga sasia e njëjtë e pambukut do të kemi më pak metra stof, gjë që do të thotë se këto madhësi janë në përpjesëtim të zhdrejtë. Shënojmë me x gjatësinë (në metra) të stofit që përgatiten nga 64 *kg* pambuk. Kemi:

$$x:56=64:24=90:80.$$

Prej nga $24\cdot 80\cdot x=55\cdot 64\cdot 90$ ose $x=\frac{56\cdot 64\cdot 90}{24\cdot 80}=168.$ Rrjedhimisht, $x=168\,m.$

Shembull 4 Pompa për 8 minuta tërheq 14 litra ujë nga thellësia 160 m. Për sa minuta do të tërheqë kjo pompë 21 litra ujë nga thellësia 120 *m*?

Detyra paraqet proporcion të zgjeruar. Janë të njohura pesë madhësi, duhet caktuar madhësia e gjashtë. Për nxjerrjen e sasisë më të madhe të ujit, duhet të kemi më shumë kohë (prandaj kemi dy madhësi në proporcion të drejtë: sasia e ujit dhe gjatësia e kohës). Për thellësinë më të vogël, do të jetë e nevojshme më pak kohë për nxjerrjen e sasisë së njëjtë të ujit, gjë që do të thotë se, thellësia dhe koha janë madhësi në përpjesëtim të zhdrejtë. Për këtë arsye do të kemi:

$$x:8=21:14=120:160.$$

Prej nga $14\cdot 160\cdot x=8\cdot 21\cdot 120$ ose $x=\frac{8\cdot 21\cdot 120}{14\cdot 160}=9.$ Rrjedhimisht, $x=9$ *min*.

4. Llogaritja e ndarjes dhe e përzierjes

Në shumë raste, paraqitet nevoja që ndonjë madhësi e dhënë të ndahet në dy ose më shumë pjesë sipas përpjesëtimit të dhënë më parë. Por, ka edhe shumë raste ku duhet bërë përzierja e disa llojeve të një materiali po ashtu me një përpjesë të dhënë. Problemet e tilla zgjidhen me anë të përpjesëtimit. Do të paraqesim disa shembuj konkretë:

Shembull 1 Për kryerjen e një pune në një kompani, dy punëtorë kanë punuar, njëri 38 ditë dhe tjetri 27 ditë. Për punën e kryer, kompania duhet t'i paguajë ata 2600 €. Ndarja e fitimit duhet të bëhet në proporcion me kohën e shpenzuar për kryerjen e kësaj pune. Nga sa do të marrë secili nga punëtorët?

Detyra është një llogaritje e thjeshtë e ndarjes në dy pjesë sipas një proporcioni të dhënë.

90

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Pyetja e sjell pyetjen

Në tabelë shkruhet problemi: ërpjesëtimit dhe formula që përcakton funksionin.

Shembull 1 Për blerjen e 20 litra ve vaj ulliri, janë harxhuar 18 €. Sa litra vaj ulliri do të blihen me 27 €?

Pyeten nxënësit:

1. Çfarë mendoni, a do të blejmë sasi më të madhe apo më të vogël të litrave?
2. Në çfarë proporcioni janë madhësitë e shembullit të mësipërm?
3. Çfarë mendoni, a është ky proporcion i thjeshtë?

Pas zgjidhjes, trajtohet shembulli:

Shembull 2 Libri ka 276 faqe e në çdo faqe nga 30 rreshta. Sa faqe do të ketë libri, nëse çdo faqe ka nga 40 rreshta?

Me pyetjet e njëjtat trajtohet edhe shembulli 2. Pas zgjidhjes së detyrës, pyeten nxënësit: 4. Çfarë mendoni, si duket proporcioni i zgjeruar? 5. Sa madhësi më së paku mund të ketë një problem i proporcionit të zgjeruar? Pas përgjigjeve, trajtohet shembulli:

Shembull 3 Nga 24 *kg* pambuk mund të përgatiten 56 *m* stof me gjerësi 90 *cm*. Sa metra stof me gjerësi 80 *cm* mund të përgatiten nga 64 *kg* pambuk?

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Rishikimi në dyshe

Organizohen nxënësit në dyshe: detyra e tyre është të diskutojnë, të shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në pjesën e dytë të orës mësimore si dhe për shembullin 4. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit të grupit të tij duke shkëmbyer ide, mendime dhe pyetje me dyshet e tjera.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të përpjesëtimit të thjeshtë dhe të zgjeruar, si dhe për saktësinë e dallimit të madhësive të cilat janë në përpjesëtim të drejtë nga ato që janë në përpjesëtim të zhdrejtë.

Detyrë:

(Libri bazë, faqe 98, detyra 1, 2, 3, 4)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 73

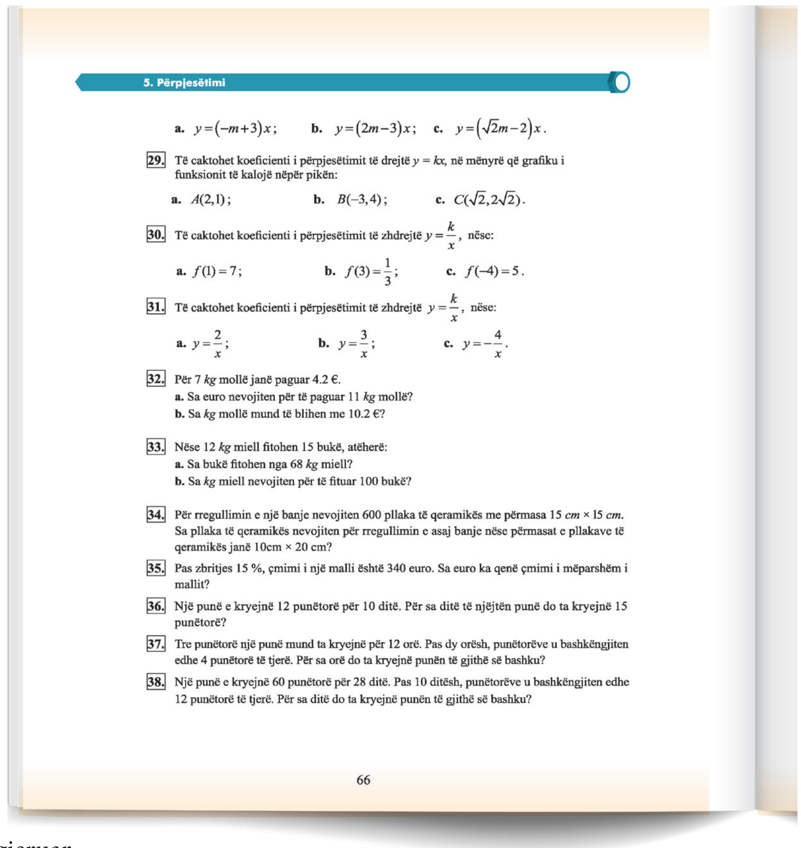
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Përkufizon përpjesëtimin e thjeshtë dhe të zgjeruar.
- Dallon madhësitë të cilat janë në përpjesëtim të drejtë nga ato që janë në përpjesëtim të zhdrejtë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 2; II- 1; III- 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 3. 2; 6. 1.



5. Përpjesëtimi

a. $y=(-m+3)x$; b. $y=(2m-3)x$; c. $y=(\sqrt{2}m-2)x$.

29. Të caktohet koeficienti i përpjesëtimit të drejtë $y = kx$, në mënyrë që grafiku i funksionit të kalojë nëpër pikën:

a. $A(2,1)$; b. $B(-3,4)$; c. $C(\sqrt{2},2\sqrt{2})$.

30. Të caktohet koeficienti i përpjesëtimit të zhdrejtë $y=\frac{k}{x}$, nëse:

a. $f(1)=7$; b. $f(3)=\frac{1}{3}$; c. $f(-4)=5$.

31. Të caktohet koeficienti i përpjesëtimit të zhdrejtë $y=\frac{k}{x}$, nëse:

a. $y=\frac{2}{x}$; b. $y=\frac{3}{x}$; c. $y=-\frac{4}{x}$.

32. Për 7 *kg* mollë janë paguar 4.2 €.
a. Sa euro nevojiten për të paguar 11 *kg* mollë?
b. Sa *kg* mollë mund të blihen me 10.2 €?

33. Nëse 12 *kg* miell fitohen 15 bukë, atëherë:
a. Sa bukë fitohen nga 68 *kg* miell?
b. Sa *kg* miell nevojiten për të fituar 100 bukë?

34. Për rregullimin e një banje nevojiten 600 pllaka të qeramikës me përmasa 15 *cm* × 15 *cm*. Sa pllaka të qeramikës nevojiten për rregullimin e asaj banje nëse përmasat e pllakave të qeramikës janë 10cm × 20 cm?

35. Pas zbritjes 15 %, çmimi i një malli është 340 euro. Sa euro ka qenë çmimi i mëparshëm i mallit?

36. Një punë e kryejnë 12 punëtorë për 10 ditë. Për sa ditë të njëjtën punë do ta kryejnë 15 punëtorë?

37. Tre punëtorë një punë mund ta kryejnë për 12 orë. Pas dy orësh, punëtorëve u bashkëngjiten edhe 4 punëtorë të tjerë. Për sa orë do ta kryejnë punën të gjithë së bashku?

38. Një punë e kryejnë 60 punëtorë për 28 ditë. Pas 10 ditësh, punëtorëve u bashkëngjiten edhe 12 punëtorë të tjerë. Për sa ditë do ta kryejnë punën të gjithë së bashku?

66

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Përpjesëtimi i thjeshtë dhe i zgjeruar

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon përpjesëtimin e thjeshtë dhe të zgjeruar;
- Dallon madhësitë të cilat janë në përpjesëtim të drejtë nga ato që janë në përpjesëtim të zhdrejtë.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
TIK, Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Në fillim të orës mësimore bëhet një përsëritje në lidhje me kapitullin “Trupat gjeometrikë”.
Disa nga pyetjet mund të jenë:
1. Çfarë është dallimi në mes të një prizmi dhe piramide?
2. Cila është formula për njehsimin e syprinës së sipërfaqes së prizmit të rregullt katërfaqesor?
3. Cila është formula për njehsimin e vëllimit të piramidës?
Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa bëhet gati për fazën e dytë.

Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

39. Duke punuar nga 8 orë në ditë, 120 punëtorë për 18 ditë kanë ndërtuar 16 *km* rrugë. Për sa ditë nën të njëjtat kushte 150 punëtorë, duke punuar nga 9 orë në ditë, ndërtojnë 30 *km* rrugë?

40. Numri i banorëve të një qyteti në 5 vitet e fundit është rritur për 15,5 % dhe sot qyteti ka 56200 banorë.
a. Sa banorë ka pasur qyteti para 5 vjetësh?
b. Sa është nataliteti i popullsisë për 1 vit?

41. Në një legurë, bakri dhe zinku janë përfshirë në përpjesë 2:3. Nga sa *kg* prej secilit metal gjenden në 75 *kg* legurë?

42. Të gjenden gjatësitë e brinjëve të kënddrejtit me perimetër 168 cm, nëse brinjët e tij janë në raport 3:4.

43. Të gjenden gjatësitë e brinjëve të trekëndëshit, nëse brinjët e tij janë në përpjesëtim 2:3:4 dhe perimetri i tij është 90 cm.

44. Një punë, 65 punëtorë e kryejnë për 23 ditë. Pas 15 ditësh, 13 punëtorë e lëshojnë punën. Punëtorët e mbetur, për sa ditë do ta kryejnë punën?

45. Duke punuar nga 6 orë në ditë, 40 punëtorë për 20 ditë fituan 19200 euro. Sa ditë duhet të punojnë 50 punëtorë, që të fitojnë 16000 euro, duke punuar nga 8 orë në ditë?

3. Llogaritja e ndarjes

- *Ndarja përpjesëtimore:* Nëse një numër s duhet të ndahet në tri pjesë: x, y, z $(s = x + y + z)$ ashtu që pjesët e ndarjes të jenë në:
  1) përpjesëtim të drejtë me numrat a, b, c $(a:b:c)$, atëherë:

$$\text{nga } (x+y+z):(a+b+c)=x:a \Rightarrow x=\frac{(x+y+z)\cdot a}{a+b+c}=\frac{s}{a+b+c}\cdot a$$
$$(x+y+z):(a+b+c)=y:b \Rightarrow y=\frac{(x+y+z)\cdot b}{a+b+c}=\frac{s}{a+b+c}\cdot b$$
$$(x+y+z):(a+b+c)=z:c \Rightarrow z=\frac{(x+y+z)\cdot c}{a+b+c}=\frac{s}{a+b+c}\cdot c$$

  2) përpjesëtim të zhdrejtë me numrat a, b dhe c:

$$x=\frac{s}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}\cdot\frac{1}{a}; \quad y=\frac{s}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}\cdot\frac{1}{b}; \quad z=\frac{s}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}\cdot\frac{1}{c}.$$

46. Numri 2808 të ndahet në tri pjesë: në përpjesëtim:
a. të drejtë me numrat 2, 3 dhe 4; **b.** të zhdrejtë me numrat 2, 3, 4.

67

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Jepet detyra:

34. Për rregullimin e një banje nevojiten 600 pllaka të qeramikës me përmasa 15cm× 15cm. Sa pllaka të qeramikës nevojiten për rregullimin e asaj banje nëse përmasat e pllakave të qeramikës janë 10cm × 20 cm?

Pyeten nxënësit:
1. Çfarë duhet të veprojmë në fillim?
2. Në cilin proporcion janë madhësitë e detyrës së mësipërme?
3. A na duhen më shumë apo më pak pllaka?

Pas zgjidhjes, trajtohet problemi:

37. Tre punëtorë një punë mund ta kryejnë për 12 orë. Pas dy orësh punëtorëve iu bashkëngjiten edhe 4 punëtorë të tjerë. Për sa orë do ta kryejnë punën të gjithë së bashku?

Në mënyrë të ngjashme, trajtohet edhe detyra 37. Pyeten nxënësit:
4. Detyrat 34 dhe 37 a ishin probleme të proporcionit të thjeshtë apo të zgjeruar dhe pse?

Pas përgjigjeve, trajtohen detyrat 39 dhe 40.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Diskutim në grup

Organizohen nxënësit në katër grupe me nga katër nxënës: detyra e tyre është të diskutojnë, shkëmbejnë mendime dhe u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në fazën e dytë të orës. Po ashtu, paqartësitë plotësohen edhe me ndihmën e mësimdhënësit. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit.

Vlerësimi i nxënësve:

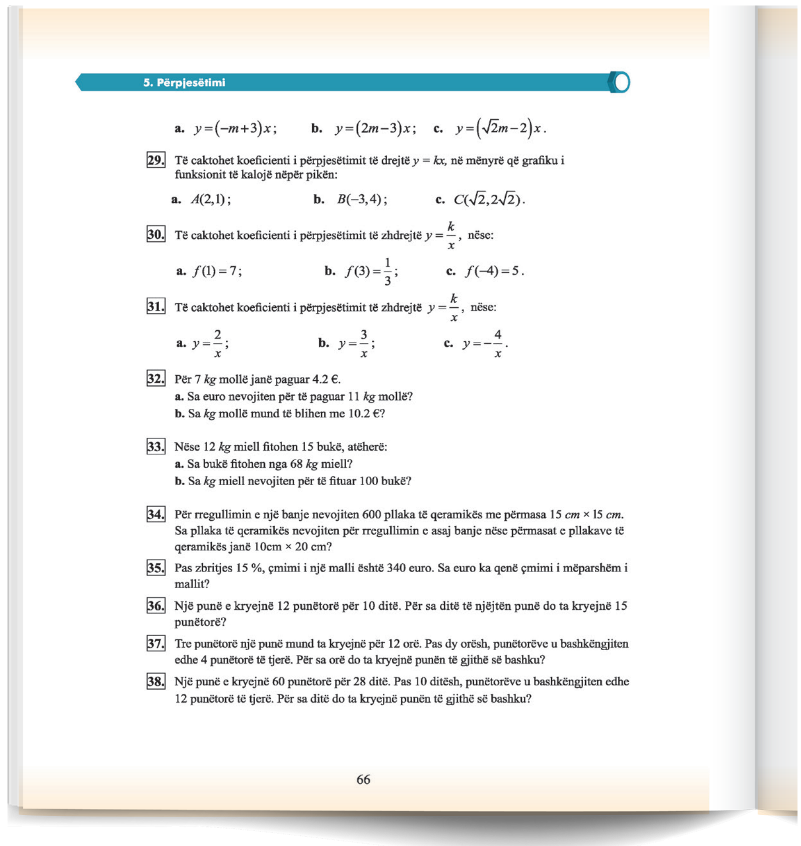
Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të përpjesëtimit të thjeshtë dhe të zgjeruar, si dhe për saktësinë e dallimit të madhësive të cilat janë në përpjesëtim të drejtë nga ato që janë në përpjesëtim të zhdrejtë.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 66, detyra 32, 33, 38)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 74

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE



5. Përpjesëtimi

a. $y=(-m+3)x$; b. $y=(2m-3)x$; c. $y=(\sqrt{2}m-2)x$.

29. Të caktohet koeficienti i përpjesëtimit të drejtë $y = kx$, në mënyrë që grafiku i funksionit të kalojë nëpër pikën:

a. $A(2,1)$; b. $B(-3,4)$; c. $C(\sqrt{2},2\sqrt{2})$.

30. Të caktohet koeficienti i përpjesëtimit të zhdrejtë $y=\frac{k}{x}$, nëse:

a. $f(1)=7$; b. $f(3)=\frac{1}{3}$; c. $f(-4)=5$.

31. Të caktohet koeficienti i përpjesëtimit të zhdrejtë $y=\frac{k}{x}$, nëse:

a. $y=\frac{2}{x}$; b. $y=\frac{3}{x}$; c. $y=-\frac{4}{x}$.

32. Për 7 *kg* mollë janë paguar 4.2 €.
a. Sa euro nevojiten për të paguar 11 *kg* mollë?
b. Sa *kg* mollë mund të blihen me 10.2 €?

33. Nëse 12 *kg* miell fitohen 15 bukë, atëherë:
a. Sa bukë fitohen nga 68 *kg* miell?
b. Sa *kg* miell nevojiten për të fituar 100 bukë?

34. Për rregullimin e një banje nevojiten 600 pllaka të qeramikës me përmasa 15 *cm* × 15 *cm*. Sa pllaka të qeramikës nevojiten për rregullimin e asaj banje nëse përmasat e pllakave të qeramikës janë 10cm × 20 cm?

35. Pas zbritjes 15 %, çmimi i një malli është 340 euro. Sa euro ka qenë çmimi i mëparshëm i mallit?

36. Një punë e kryejnë 12 punëtorë për 10 ditë. Për sa ditë të njëjtën punë do ta kryejnë 15 punëtorë?

37. Tre punëtorë një punë mund ta kryejnë për 12 orë. Pas dy orësh, punëtorëve u bashkëngjiten edhe 4 punëtorë të tjerë. Për sa orë do ta kryejnë punën të gjithë së bashku?

38. Një punë e kryejnë 60 punëtorë për 28 ditë. Pas 10 ditësh, punëtorëve u bashkëngjiten edhe 12 punëtorë të tjerë. Për sa ditë do ta kryejnë punën të gjithë së bashku?

66

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Zbaton vetitë e përpjesës në zgjidhjen e detyrave praktike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 2; II- 1; III- 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 3. 2; 6. 1.

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Detyra praktike në lidhje me përpjesëtimin

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zbaton vetitë e përpjesës në zgjidhjen e detyrave praktike.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: TIK, Gjuhë shqipe.

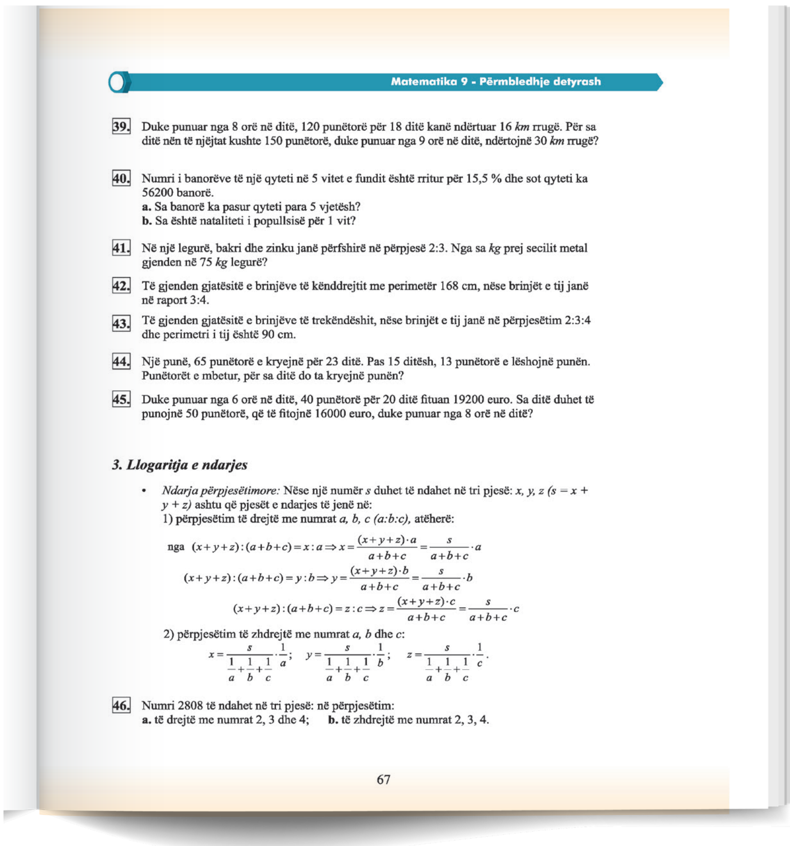
METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
LINK

Shënohet një koncept në mes të tabelës duke i lënë nxënësit për pak minuta të renditin lidhjet për këtë koncept. Në fletët A4, nxënësit duhet të paraqesin mendimet e tyre në këtë mënyrë. Nxënësit bashkëveprojnë për të shkëmbyer njohuritë ashtu edhe për të zgjeruar të kuptuarit e tyre mbi konceptin.

Madhësitë proporcionale
Përjesëtimi i thjeshtë
Përpjesëtimi i zgjeruar
Përpjesëtimi i drejtë
Përpjesëtimi i zhdrejtë

Përpjesëtimi



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

39. Duke punuar nga 8 orë në ditë, 120 punëtorë për 18 ditë kanë ndërtuar 16 *km* rrugë. Për sa ditë nën të njëjtat kushte 150 punëtorë, duke punuar nga 9 orë në ditë, ndërtojnë 30 *km* rrugë?

40. Numri i banorëve të një qyteti në 5 vitet e fundit është rritur për 15,5 % dhe sot qyteti ka 56200 banorë.
a. Sa banorë ka pasur qyteti para 5 vjetësh?
b. Sa është nataliteti i popullsisë për 1 vit?

41. Në një legurë, bakri dhe zinku janë përfshirë në përpjesë 2:3. Nga sa *kg* prej secilit metal gjenden në 75 *kg* legurë?

42. Të gjenden gjatësitë e brinjëve të kënddrejtit me perimetër 168 cm, nëse brinjët e tij janë në raport 3:4.

43. Të gjenden gjatësitë e brinjëve të trekëndëshit, nëse brinjët e tij janë në përpjesëtim 2:3:4 dhe perimetri i tij është 90 cm.

44. Një punë, 65 punëtorë e kryejnë për 23 ditë. Pas 15 ditësh, 13 punëtorë e lëshojnë punën. Punëtorët e mbetur, për sa ditë do ta kryejnë punën?

45. Duke punuar nga 6 orë në ditë, 40 punëtorë për 20 ditë fituan 19200 euro. Sa ditë duhet të punojnë 50 punëtorë, që të fitojnë 16000 euro, duke punuar nga 8 orë në ditë?

3. Llogaritja e ndarjes

- *Ndarja përpjesëtimore:* Nëse një numër s duhet të ndahet në tri pjesë: x, y, z $(s = x + y + z)$ ashtu që pjesët e ndarjes të jenë në:
1) përpjesëtim të drejtë me numrat a, b, c $(a:b:c)$, atëherë:

$$\text{nga } (x+y+z):(a+b+c)=x:a \Rightarrow x=\frac{(x+y+z)\cdot a}{a+b+c}=\frac{s}{a+b+c}\cdot a$$
$$(x+y+z):(a+b+c)=y:b \Rightarrow y=\frac{(x+y+z)\cdot b}{a+b+c}=\frac{s}{a+b+c}\cdot b$$
$$(x+y+z):(a+b+c)=z:c \Rightarrow z=\frac{(x+y+z)\cdot c}{a+b+c}=\frac{s}{a+b+c}\cdot c$$

2) përpjesëtim të zhdrejtë me numrat a, b dhe c:

$$x=\frac{s}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}\cdot\frac{1}{a};\quad y=\frac{s}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}\cdot\frac{1}{b};\quad z=\frac{s}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}\cdot\frac{1}{c}.$$

46. Numri 2808 të ndahet në tri pjesë: në përpjesëtim:
a. të drejtë me numrat 2, 3 dhe 4; **b.** të zhdrejtë me numrat 2, 3, 4.

67

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët me këmbime (grupet e ekspertëve)

Organizohen nxënësit në grupe me nga 4 nxënës, ku secili prej tyre është përgjegjës për të lexuar një pjesë. Përgatitet “fleta e ekspertit”, e cila mund të ketë pyetje, detyra ose grafik që të plotësohet. Rigrupohen nxënësit të lexojnë pjesën që u është caktuar si detyrë. Ata diskutojnë përfundimet e tyre dhe vendosin për mënyrën se si do t'ua shpjegojnë këtë pjesë të tjerëve kur të shkojnë në grupet fillestare. Më pas, të gjithë nxënësit që kanë të njëjtin numër, ekspertët, raportojnë në grupet fillestare për të shpjeguar pjesët më të rëndësishme të pjesës së tyre të tekstit.
Kështu duken fletët e ekspertëve:

Eksperti A Detyra 35	Eksperti B Detyra 41
Eksperti C Detyra 42	Eksperti D Detyra 43

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Ditarët e të nxënit (Ditari dypjesësh)

Organizohen nxënësit të punojnë në dyshe. Në fletoret e tyre duhet të paraqesin tabelën si më poshtë.

Detyrë	Zgjidhje
Faqe 64, detyra 16, 17, 18, 19.	

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zbatimit të vetive të përpjesës në zgjidhjen e detyrave praktike.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 67, detyra 44, 45)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 75

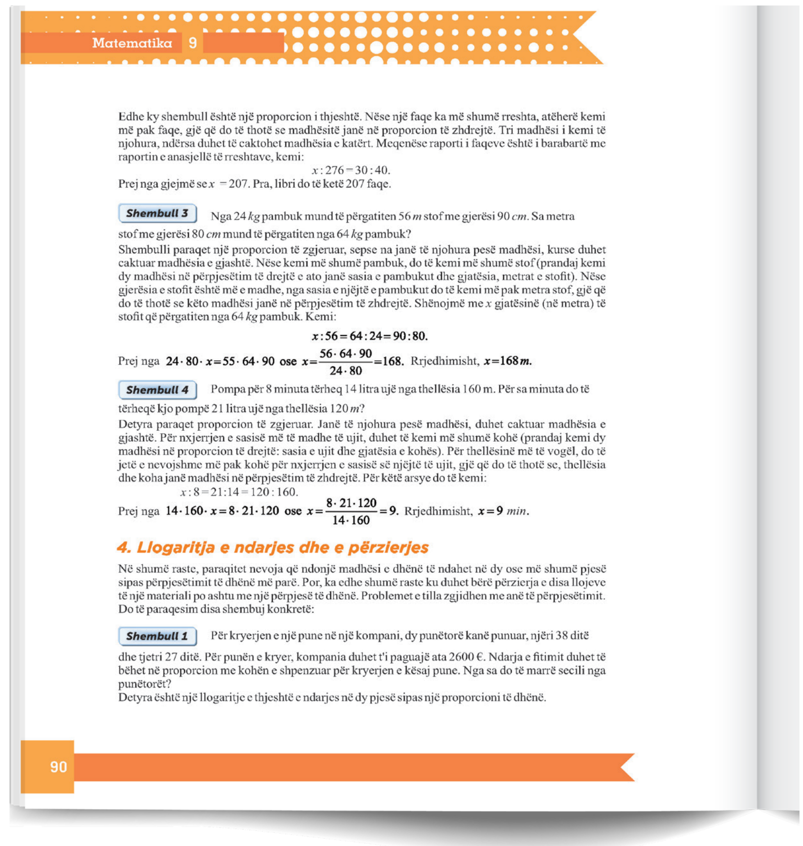
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Llogarit ndarjen dhe përzierjen në detyra praktike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 2, 4; II- 1; III- 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 3. 2; 6. 1.



Matematika 9

Edhe ky shembull është një proporcion i thjeshtë. Nëse një faqe ka më shumë rreshta, atëherë kemi më pak faqe, gjë që do të thotë se madhësitë janë në proporcion të zhdrejtë. Tri madhësi i kemi të njohura, ndërsa duhet të caktohet madhësia e katërt. Meqenëse raporti i faqeve është i barabartë me raportin e anasjellë të rreshtave, kemi:

$$x:276=30:40.$$

Prej nga gjejmë se $x=207$. Pra, libri do të ketë 207 faqe.

Shembull 3 Nga 24 *kg* pambuk mund të përgatiten 56 *m* stof me gjerësi 90 *cm*. Sa metra stof me gjerësi 80 *cm* mund të përgatiten nga 64 *kg* pambuk?

Shembulli paraqet një proporcion të zgjeruar, sepse na janë të njohura pesë madhësi, kurse duhet caktuar madhësia e gjashtë. Nëse kemi më shumë pambuk, do të kemi më shumë stof (prandaj kemi dy madhësi në përpjesëtim të drejtë e ato janë sasia e pambukut dhe gjatësia, metrat e stofit). Nëse gjerësia e stofit është më e madhe, nga sasia e njëjtë e pambukut do të kemi më pak metra stof, gjë që do të thotë se këto madhësi janë në përpjesëtim të zhdrejtë. Shënojmë me x gjatësinë (në metra) të stofit që përgatiten nga 64 *kg* pambuk. Kemi:

$$x:56=64:24=90:80.$$

Prej nga $24\cdot 80\cdot x=55\cdot 64\cdot 90$ ose $x=\frac{56\cdot 64\cdot 90}{24\cdot 80}=168.$ Rrjedhimisht, $x=168\,m.$

Shembull 4 Pompa për 8 minuta tërheq 14 litra ujë nga thellësia 160 m. Për sa minuta do të tërheqë kjo pompë 21 litra ujë nga thellësia 120 *m*?

Detyra paraqet proporcion të zgjeruar. Janë të njohura pesë madhësi, duhet caktuar madhësia e gjashtë. Për nxjerrjen e sasisë më të madhe të ujit, duhet të kemi më shumë kohë (prandaj kemi dy madhësi në proporcion të drejtë: sasia e ujit dhe gjatësia e kohës). Për thellësinë më të vogël, do të jetë e nevojshme më pak kohë për nxjerrjen e sasisë së njëjtë të ujit, gjë që do të thotë se, thellësia dhe koha janë madhësi në përpjesëtim të zhdrejtë. Për këtë arsye do të kemi:

$$x:8=21:14=120:160.$$

Prej nga $14\cdot 160\cdot x=8\cdot 21\cdot 120$ ose $x=\frac{8\cdot 21\cdot 120}{14\cdot 160}=9.$ Rrjedhimisht, $x=9\ min.$

4. Llogaritja e ndarjes dhe e përzierjes

Në shumë raste, paraqitet nevoja që ndonjë madhësi e dhënë të ndahet në dy ose më shumë pjesë sipas përpjesëtimit të dhënë më parë. Por, ka edhe shumë raste ku duhet bërë përzierja e disa llojeve të një materiali po ashtu me një përpjesë të dhënë. Problemet e tilla zgjidhen me anë të përpjesëtimit. Do të paraqesim disa shembuj konkretë:

Shembull 1 Për kryerjen e një pune në një kompani, dy punëtorë kanë punuar, njëri 38 ditë dhe tjetri 27 ditë. Për punën e kryer, kompania duhet t'i paguajë ata 2600 €. Ndarja e fitimit duhet të bëhet në proporcion me kohën e shpenzuar për kryerjen e kësaj pune. Nga sa do të marrë secili nga punëtorët?

Detyra është një llogaritje e thjeshtë e ndarjes në dy pjesë sipas një proporcioni të dhënë.

90

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Llogaritja e ndarjes dhe e përzierjes

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:

- Llogarit ndarjen dhe përzierjen në detyra praktike.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

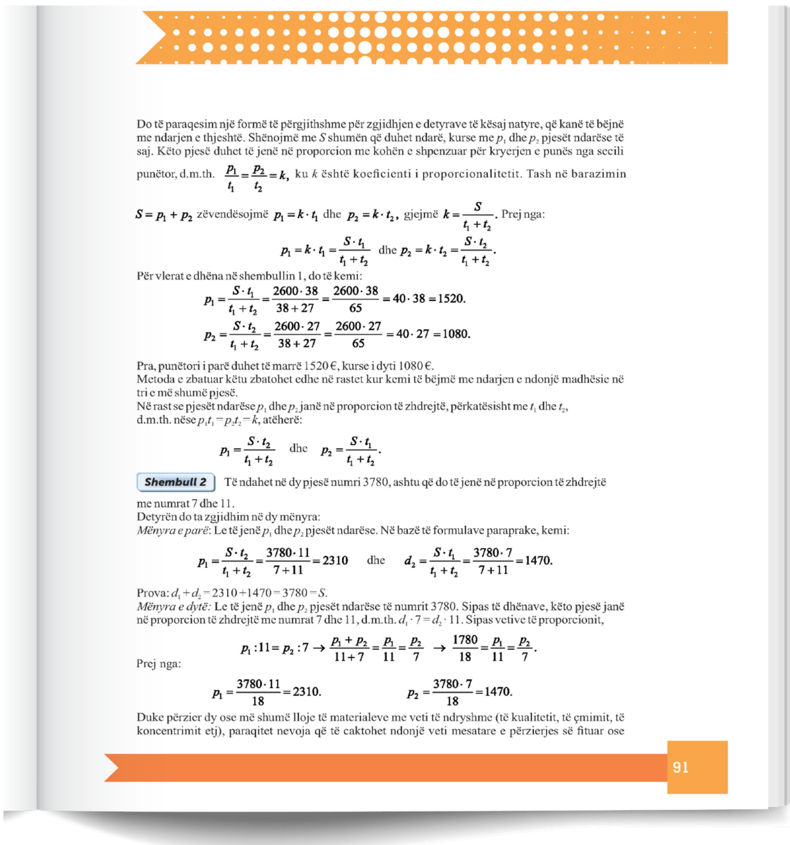
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
TIK, Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Di-Dua të di-Mësova më shumë

Shënohet njësia mësimore në fillim të tabelës e ndarë në tri kolona: D-D-M. Kërkohet nga nxënësit të thonë atë çfarë dinë apo mendojnë se dinë për njësinë.

D – D – M Llogaritja e ndarjes dhe e përzierjes		
D (Di) Proporcionin e drejtë; Proporcionin e zhdrejtë; Proporcionin e thjeshtë dhe të zgjeruar etj.	D (Dua të di)	M (Mësova)



Do të paraqesim një formë të përgjithshme për zgjidhjen e detyrave të kësaj natyre, që kanë të bëjnë me ndarjen e thjeshtë. Shënojmë me S shumën që duhet ndarë, kurse me p_1 dhe p_2 pjesët ndarëse të saj. Këto pjesë duhet të jenë në proporcion me kohën e shpenzuar për kryerjen e punës nga secili punëtor, d.m.th. $\frac{p_1}{t_1}=\frac{p_2}{t_2}=k$, ku k është koeficienti i proporcionalitetit. Tash në barazimin

$S=p_1+p_2$ zëvendësojmë $p_1=k\cdot t_1$ dhe $p_2=k\cdot t_2$, gjejmë $k=\frac{S}{t_1+t_2}$. Prej nga:

$$p_1=k\cdot t_1=\frac{S\cdot t_1}{t_1+t_2}\ \text{dhe}\ p_2=k\cdot t_2=\frac{S\cdot t_2}{t_1+t_2}.$$

Për vlerat e dhëna në shembullin 1, do të kemi:

$$p_1=\frac{S\cdot t_1}{t_1+t_2}=\frac{2600\cdot 38}{38+27}=\frac{2600\cdot 38}{65}=40\cdot 38=1520.$$

$$p_2=\frac{S\cdot t_2}{t_1+t_2}=\frac{2600\cdot 27}{38+27}=\frac{2600\cdot 27}{65}=40\cdot 27=1080.$$

Pra, punëtori i parë duhet të marrë 1520 €, kurse i dyti 1080 €.
Metoda e zbatuar këtu zbatohet edhe në rastet kur kemi të bëjmë me ndarjen e ndonjë madhësie në tri e më shumë pjesë.
Në rast se pjesët ndarëse p_1 dhe p_2 janë në proporcion të zhdrejtë, përkatësisht me t_1 dhe t_2, d.m.th. nëse $p_1t_1=p_2t_2=k$, atëherë:

$$p_1=\frac{S\cdot t_2}{t_1+t_2}\quad \text{dhe}\quad p_2=\frac{S\cdot t_1}{t_1+t_2}.$$

Shembull 2 Të ndahet në dy pjesë numri 3780, ashtu që do të jenë në proporcion të zhdrejtë me numrat 7 dhe 11.
Detyrën do ta zgjidhim në dy mënyra:
Mënyra e parë: Le të jenë p_1 dhe p_2 pjesët ndarëse. Në bazë të formulave paraprake, kemi:

$$p_1=\frac{S\cdot t_2}{t_1+t_2}=\frac{3780\cdot 11}{7+11}=2310\quad \text{dhe}\quad d_2=\frac{S\cdot t_1}{t_1+t_2}=\frac{3780\cdot 7}{7+11}=1470.$$

Prova: $d_1+d_2=2310+1470=3780=S$.
Mënyra e dytë: Le të jenë p_1 dhe p_2 pjesët ndarëse të numrit 3780. Sipas të dhënave, këto pjesë janë në proporcion të zhdrejtë me numrat 7 dhe 11, d.m.th. $d_1\cdot 7=d_2\cdot 11$. Sipas vetive të proporcionit,

$$p_1:11=p_2:7\rightarrow \frac{p_1+p_2}{11+7}=\frac{p_1}{11}=\frac{p_2}{7}\ \rightarrow\ \frac{1780}{18}=\frac{p_1}{11}=\frac{p_2}{7}.$$

Prej nga:

$$p_1=\frac{3780\cdot 11}{18}=2310.\qquad p_2=\frac{3780\cdot 7}{18}=1470.$$

Duke përzier dy ose më shumë lloje të materialeve me veti të ndryshme (të kualitetit, të çmimit, të koncentrimit etj), paraqitet nevoja që të caktohet ndonjë veti mesatare e përzierjes së fituar ose

91

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Di-Dua të di-Mësova më shumë

Pas plotësimit të kolonës së parë me mendimet e nxënësve rreth njësisë, ata fillojnë të lexojnë paragrafët në libër, gjatë leximit formulojnë pyetjet dhe shënojnë të gjitha paqartësitë apo fjalët e panjohura që kanë hasur gjatë leximit. Pas përfundimit të formulimit të pyetjeve, nxënësit i lexojnë paqartësitë e tyre të cilat më pas shënohen nga mësimdhënësi në tabelë në kolonën e mesit D (Dua të di).

D – D – M Llogaritja e ndarjes dhe përzierjes		
D (Di) Proporcionin e drejtë; Proporcionin e zhdrejtë; Proporcionin e thjeshtë dhe të zgjeruar etj.	D (Dua të di) Si ta zbatojmë proporcionin në lidhje me llogaritjen e ndarjes dhe të përzierjes?	M (Mësova)

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Di-Dua të di-Mësova më shumë

Pas përfundimit të leximit, vazhdojnë të plotësojnë edhe kolonën e tretë M (Mësova).

D – D – M Llogaritja e ndarjes dhe e përzierjes		
D (Di) Proporcionin e drejtë;	D (Dua të di) Si ta zbatojmë proporcionin në...?	M (Mësova) (Këtu shënohen formulat)

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e llogaritjes së ndarjes dhe të përzierjes në detyra praktike.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 98, detyra 3, 5)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 76

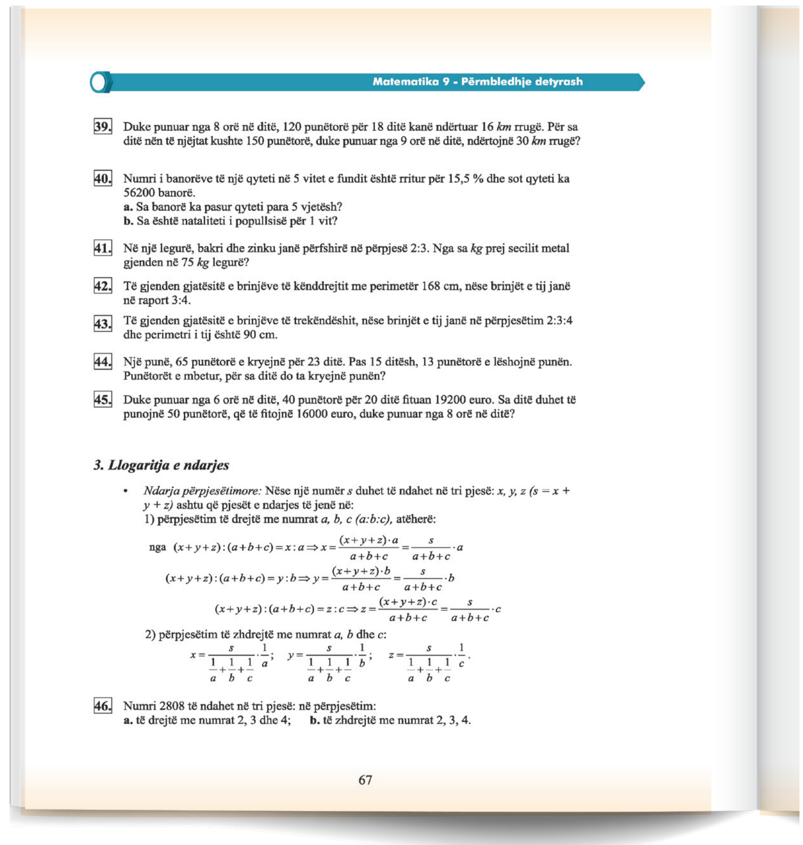
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Llogarit ndarjen dhe përzierjen në detyra praktike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 2; II- 2; III- 5.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 3. 2; 6. 1.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

39. Duke punuar nga 8 orë në ditë, 120 punëtorë për 18 ditë kanë ndërtuar 16 *km* rrugë. Për sa ditë nën të njëjtat kushte 150 punëtorë, duke punuar nga 9 orë në ditë, ndërtojnë 30 *km* rrugë?

40. Numri i banorëve të një qyteti në 5 vitet e fundit është rritur për 15,5 % dhe sot qyteti ka 56200 banorë.
a. Sa banorë ka pasur qyteti para 5 vjetësh?
b. Sa është nataliteti i popullsisë për 1 vit?

41. Në një legurë, bakri dhe zinku janë përfshirë në përpjesë 2:3. Nga sa *kg* prej secilit metal gjenden në 75 *kg* legurë?

42. Të gjenden gjatësitë e brinjëve të kënddrejtit me perimetër 168 cm, nëse brinjët e tij janë në raport 3:4.

43. Të gjenden gjatësitë e brinjëve të trekëndëshit, nëse brinjët e tij janë në përpjesëtim 2:3:4 dhe perimetri i tij është 90 cm.

44. Një punë, 65 punëtorë e kryejnë për 23 ditë. Pas 15 ditësh, 13 punëtorë e lëshojnë punën. Punëtorët e mbetur, për sa ditë do ta kryejnë punën?

45. Duke punuar nga 6 orë në ditë, 40 punëtorë për 20 ditë fituan 19200 euro. Sa ditë duhet të punojnë 50 punëtorë, që të fitojnë 16000 euro, duke punuar nga 8 orë në ditë?

3. Llogaritja e ndarjes

- *Ndarja përpjesëtimore:* Nëse një numër s duhet të ndahet në tri pjesë: x, y, z ($s = x + y + z$) ashtu që pjesët e ndarjes të jenë në:
  1) përpjesëtim të drejtë me numrat a, b, c ($a:b:c$), atëherë:

$$\text{nga } (x+y+z):(a+b+c)=x:a \Rightarrow x=\frac{(x+y+z)\cdot a}{a+b+c}=\frac{s}{a+b+c}\cdot a$$
$$(x+y+z):(a+b+c)=y:b \Rightarrow y=\frac{(x+y+z)\cdot b}{a+b+c}=\frac{s}{a+b+c}\cdot b$$
$$(x+y+z):(a+b+c)=z:c \Rightarrow z=\frac{(x+y+z)\cdot c}{a+b+c}=\frac{s}{a+b+c}\cdot c$$

  2) përpjesëtim të zhdrejtë me numrat a, b dhe c:

$$x=\frac{s}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}\cdot\frac{1}{a};\quad y=\frac{s}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}\cdot\frac{1}{b};\quad z=\frac{s}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}\cdot\frac{1}{c}.$$

46. Numri 2808 të ndahet në tri pjesë: në përpjesëtim:
a. të drejtë me numrat 2, 3 dhe 4; **b.** të zhdrejtë me numrat 2, 3, 4.

67

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Llogaritja e ndarjes dhe e përzierjes

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Llogarit ndarjen dhe përzierjen në detyra praktike.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash.

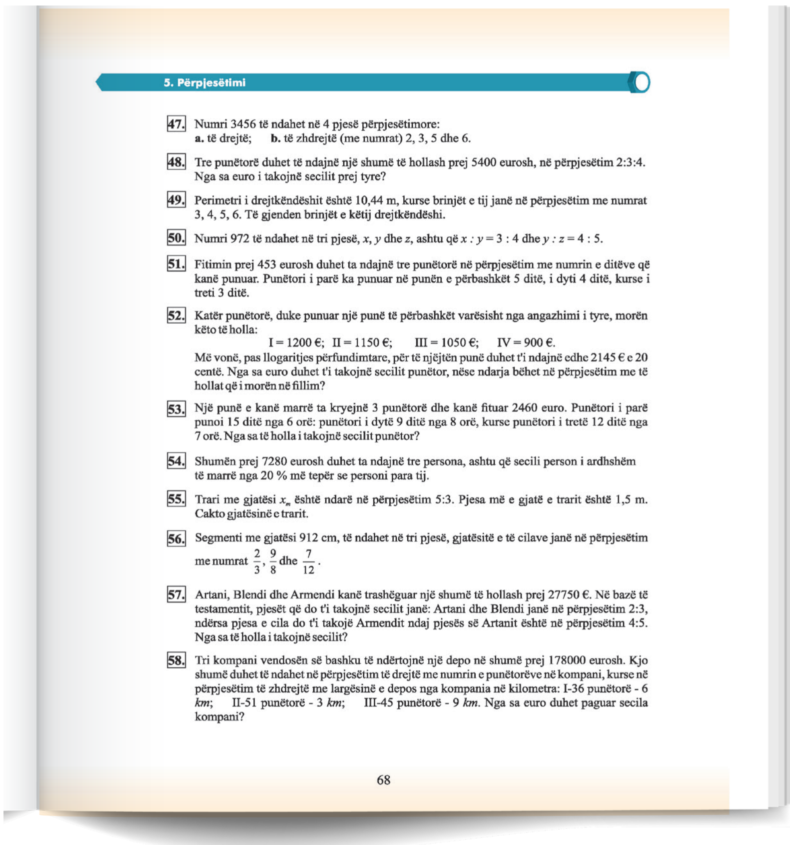
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: TIK, Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohurtë paraprake

Në fillim të orës mësimore, përmes diskutimit në klasë bëhet një përsëritje në lidhje me njësinë paraprake.
Disa nga pyetjet mund të jenë:
1. *Si zbatohen njohuritë e "proporcioneve" në llogaritjen e ndarjes dhe të përzierjes?*
2. *Në cilat lëndë keni hasur në problemet e ndarjes dhe të përzierjes?*

Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa do të bëhet gati për fazën e dytë të orës mësimore.



5. Përpjesëtimi

47. Numri 3456 të ndahet në 4 pjesë përpjesëtimore:
a. të drejtë; **b.** të zhdrejtë (me numrat) 2, 3, 5 dhe 6.

48. Tre punëtorë duhet të ndajnë një shumë të hollash prej 5400 eurosh, në përpjesëtim 2:3:4. Nga sa euro i takojnë secilit prej tyre?

49. Perimetri i drejtkëndëshit është 10,44 m, kurse brinjët e tij janë në përpjesëtim me numrat 3, 4, 5, 6. Të gjenden brinjët e këtij drejtkëndëshi.

50. Numri 972 të ndahet në tri pjesë, x, y dhe z, ashtu që $x : y = 3 : 4$ dhe $y : z = 4 : 5$.

51. Fitimin prej 453 eurosh duhet ta ndajnë tre punëtorë në përpjesëtim me numrin e ditëve që kanë punuar. Punëtori i parë ka punuar në punën e përbashkët 5 ditë, i dyti 4 ditë, kurse i treti 3 ditë.

52. Katër punëtorë, duke punuar një punë të përbashkët varësisht nga angazhimi i tyre, morën këto të holla:
I = 1200 €; II = 1150 €; III = 1050 €; IV = 900 €.
Më vonë, pas llogaritjes përfundimtare, për të njëjtën punë duhet t'i ndajnë edhe 2145 € e 20 centë. Nga sa euro duhet t'i takojnë secilit punëtor, nëse ndarja bëhet në përpjesëtim me të hollat që i morën në fillim?

53. Një punë e kanë marrë ta kryejnë 3 punëtorë dhe kanë fituar 2460 euro. Punëtori i parë punoi 15 ditë nga 6 orë: punëtori i dytë 9 ditë nga 8 orë, kurse punëtori i tretë 12 ditë nga 7 orë. Nga sa të holla i takojnë secilit punëtor?

54. Shumën prej 7280 eurosh duhet ta ndajnë tre persona, ashtu që secili person i ardhshëm të marrë nga 20 % më tepër se personi para tij.

55. Trari me gjatësi x_m është ndarë në përpjesëtim 5:3. Pjesa më e gjatë e trarit është 1,5 m. Cakto gjatësinë e trarit.

56. Segmenti me gjatësi 912 cm, të ndahet në tri pjesë, gjatësitë e të cilave janë në përpjesëtim me numrat $\frac{2}{3}$, $\frac{9}{8}$ dhe $\frac{7}{12}$.

57. Artani, Blendi dhe Armendi kanë trashëguar një shumë të hollash prej 27750 €. Në bazë të testamentit, pjesët që do t'i takojnë secilit janë: Artani dhe Blendi janë në përpjesëtim 2:3, ndërsa pjesa e cila do t'i takojë Armendit ndaj pjesës së Artanit është në përpjesëtim 4:5. Nga sa të holla i takojnë secilit?

58. Tri kompani vendosën së bashku të ndërtojnë një depo në shumë prej 178000 eurosh. Kjo shumë duhet të ndahet në përpjesëtim të drejtë me numrin e punëtorëve në kompani, kurse në përpjesëtim të zhdrejtë me largësinë e depos nga kompania në kilometra: I-36 punëtorë - 6 *km*; II-51 punëtorë - 3 *km*; III-45 punëtorë - 9 *km*. Nga sa euro duhet paguar secila kompani?

68

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Pyetja e sjell pyetjen

Trajtohet problemi:

48. Tre punëtorë duhet të ndajnë një shumë të hollash prej 5400 eurosh, në përpjesëtim 2:3:4. Nga sa euro i takojnë secilit prej tyre?

Pyeten nxënësit:

1. Çfarë duhet të zbatojmë në këtë detyrë?
2. Cila është paga më e madhe që duhet dhënë?
3. Po ajo më e vogla?

Pas zgjidhjes së këtij problemi, trajtohet detyra:

52. Katër punëtorë, duke punuar një punë të përbashkët varësisht nga angazhimi i tyre, morën këto të holla:
I = 1200 €; II = 1150 €; III = 1050 €; IV = 900 €.
Më vonë pas llogaritjes përfundimtare për të njëjtën punë duhet t'i ndajnë edhe 2145€ e 20 centë. Nga sa euro duhet t'i takojnë secilit punëtor, nëse ndarja bëhet në përpjesëtim me të hollat që i morën në fillim?

Pyeten nxënësit:

4. Si duhet vepruar?
5. Në çfarë përjesëtimi janë ndarë pagat në fillim?

Pas zgjidhjes së këtij problemi, në mënyrë të ngjashme trajtohen edhe detyrat 57 dhe 58.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Organizohen nxënësit në dyshe: detyra e tyre është të diskutojnë, të shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në pjesën e dytë të orës mësimore. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit të grupit të tij duke shkëmbyer ide, mendime dhe pyetje me dyshet e tjera.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e llogaritjes së ndarjes dhe të përzierjes në detyra praktike.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 68, detyra 54, 55, 56)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 77

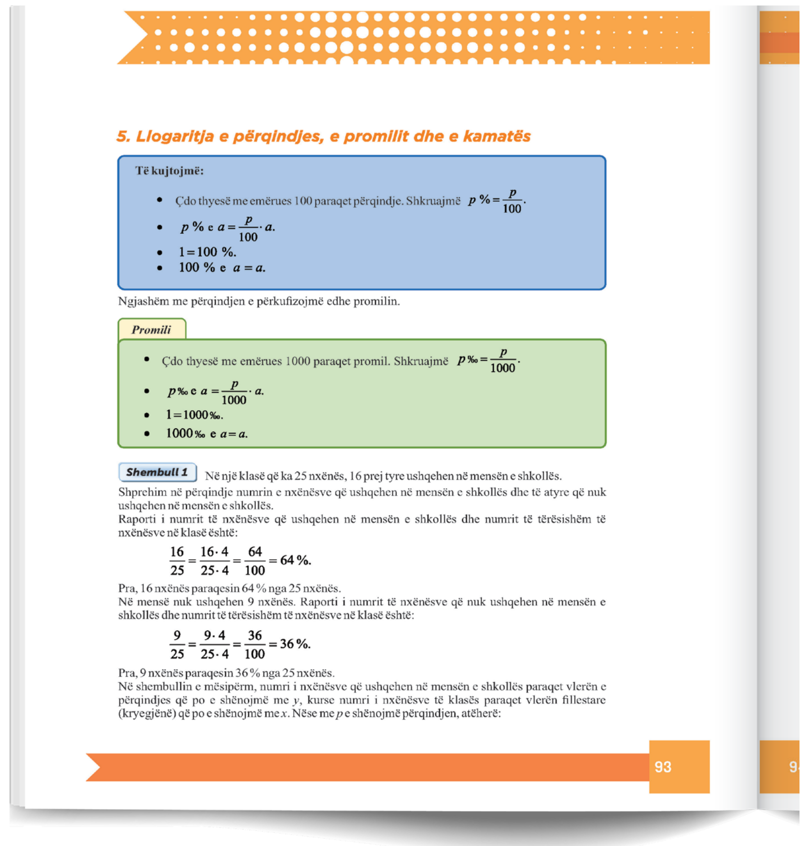
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Llogarit përqindjen, kamatën dhe promilin; - Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes, promilit dhe kamatës për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 2, 4; II- 2; III- 5.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 3. 2; 6. 1.



5. Llogaritja e përqindjes, e promilit dhe e kamatës

Të kujtojmë:

- Çdo thyesë me emërues 100 paraqet përqindje. Shkruajmë $p\,\% = \frac{p}{100}$.
- $p\,\%$ e $a = \frac{p}{100} \cdot a$.
- $1 = 100\,\%$.
- $100\,\%$ e $a = a$.

Ngjashëm me përqindjen e përkufizojmë edhe promilin.

Promili

- Çdo thyesë me emërues 1000 paraqet promil. Shkruajmë $p\,‰ = \frac{p}{1000}$.
- $p\,‰$ e $a = \frac{p}{1000} \cdot a$.
- $1 = 1000\,‰$.
- $1000\,‰$ e $a = a$.

Shembull 1 Në një klasë që ka 25 nxënës, 16 prej tyre ushqehen në mensën e shkollës.
Shprehim në përqindje numrin e nxënësve që ushqehen në mensën e shkollës dhe të atyre që nuk ushqehen në mensën e shkollës.
Raporti i numrit të nxënësve që ushqehen në mensën e shkollës dhe numrit të tërësishëm të nxënësve në klasë është:

$$\frac{16}{25} = \frac{16 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{64}{100} = 64\,\%.$$

Pra, 16 nxënës paraqesin 64 % nga 25 nxënës.
Në mensë nuk ushqehen 9 nxënës. Raporti i numrit të nxënësve që nuk ushqehen në mensën e shkollës dhe numrit të tërësishëm të nxënësve në klasë është:

$$\frac{9}{25} = \frac{9 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{36}{100} = 36\,\%.$$

Pra, 9 nxënës paraqesin 36 % nga 25 nxënës.
Në shembullin e mësipërm, numri i nxënësve që ushqehen në mensën e shkollës paraqet vlerën e përqindjes që po e shënojmë me y, kurse numri i nxënësve të klasës paraqet vlerën fillestare (kryegjënë) që po e shënojmë me x. Nëse me p e shënojmë përqindjen, atëherë:

93

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Llogaritja e përqindjes

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Llogarit përqindjen;
- Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

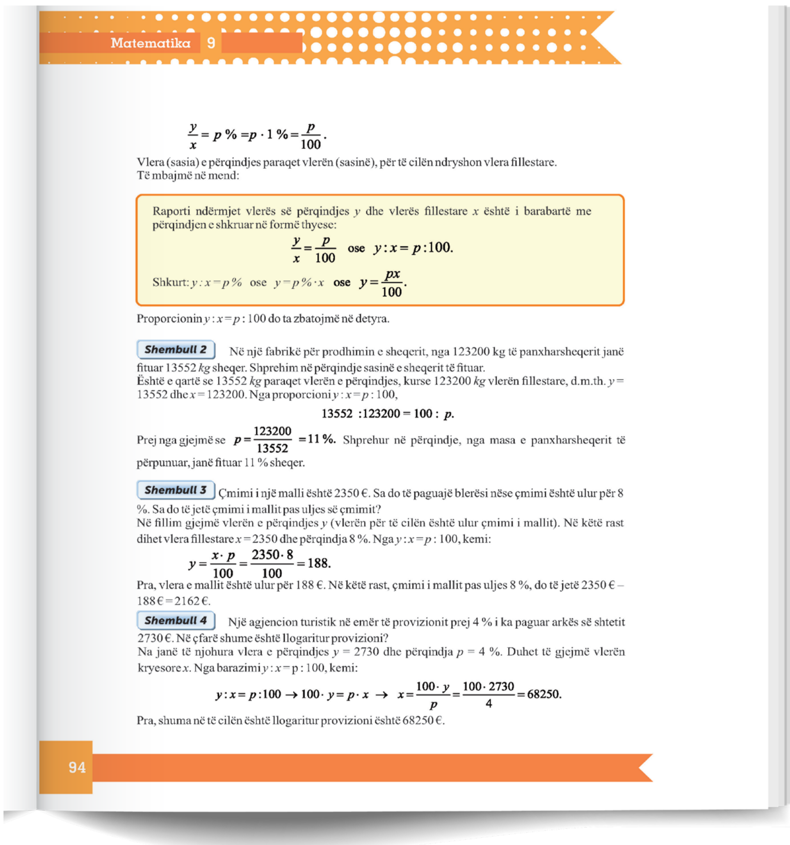
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
TIK, Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Në tabelë shënohet titulli “Përqindja” dhe nxënësit pyeten se çfarë mendojnë se do të mësojnë në atë orë mësimore.
Nxënësit japin mendime mbi atë të cilën veçse e dinë në lidhje me përqindjet.
Disa nga pyetjet për orientim të diskutimit mund të jenë:
1. Çfarë do të thotë shprehja “50% zbritje”?
2. Çfarë kuptoni me termin për qind?
3. Çfarë duhet të dini për të punuar me përqindjet?



Matematika 9

$$\frac{y}{x} = p\,\% = p \cdot 1\,\% = \frac{p}{100}.$$

Vlera (sasia) e përqindjes paraqet vlerën (sasinë), për të cilën ndryshon vlera fillestare.
Të mbajmë në mend:

> Raporti ndërmjet vlerës së përqindjes y dhe vlerës fillestare x është i barabartë me përqindjen e shkruar në formë thyese:
>
> $$\frac{y}{x} = \frac{p}{100} \quad \text{ose} \quad y : x = p : 100.$$
>
> Shkurt: $y : x = p\,\%$ ose $y = p\,\% \cdot x$ ose $y = \frac{px}{100}$.

Proporcionin $y : x = p : 100$ do ta zbatojmë në detyra.

Shembull 2 Në një fabrikë për prodhimin e sheqerit, nga 123200 kg të panxharsheqerit janë fituar 13552 *kg* sheqer. Shprehim në përqindje sasinë e sheqerit të fituar.
Është e qartë se 13552 *kg* paraqet vlerën e përqindjes, kurse 123200 *kg* vlerën fillestare, d.m.th. $y = 13552$ dhe $x = 123200$. Nga proporcioni $y : x = p : 100$,

$$13552 : 123200 = 100 : p.$$

Prej nga gjejmë se $p = \frac{123200}{13552} = 11\,\%$. Shprehur në përqindje, nga masa e panxharsheqerit të përpunuar, janë fituar 11 % sheqer.

Shembull 3 Çmimi i një malli është 2350 €. Sa do të paguajë blerësi nëse çmimi është ulur për 8 %. Sa do të jetë çmimi i mallit pas uljes së çmimit?
Në fillim gjejmë vlerën e përqindjes y (vlerën për të cilën është ulur çmimi i mallit). Në këtë rast dihet vlera fillestare $x = 2350$ dhe përqindja 8 %. Nga $y : x = p : 100$, kemi:

$$y = \frac{x \cdot p}{100} = \frac{2350 \cdot 8}{100} = 188.$$

Pra, vlera e mallit është ulur për 188 €. Në këtë rast, çmimi i mallit pas uljes 8 %, do të jetë 2350 € – 188 € = 2162 €.

Shembull 4 Një agjencion turistik në emër të provizionit prej 4 % i ka paguar arkës së shtetit 2730 €. Në çfarë shume është llogaritur provizioni?
Na janë të njohura vlera e përqindjes $y = 2730$ dhe përqindja $p = 4\,\%$. Duhet të gjejmë vlerën kryesore x. Nga barazimi $y : x = p : 100$, kemi:

$$y : x = p : 100 \rightarrow 100 \cdot y = p \cdot x \rightarrow x = \frac{100 \cdot y}{p} = \frac{100 \cdot 2730}{4} = 68250.$$

Pra, shuma në të cilën është llogaritur provizioni është 68250 €.

94

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Vëzhgo-Analizo-Zbato

Në tabelë shënohen detyrat/problemet që duhen zgjidhur.
Caktohen nxënësit të cilët e bëjnë zgjidhjen e detyrave/problemeve.
Përgjatë zgjidhjes së detyrat/problemeve nxënësit e tjerë në fillim vetëm e përcjellin zgjidhjen (vëzhgojnë). Pas mbarimit të tërësishëm, hapet diskutimi mbi zgjidhjen e detyrës/problemit (analizojnë) dhe pas diskutimit, njohuritë e fituara i zbatojnë.

Shembull 2 Në një fabrikë për prodhimin e sheqerit, nga 123200 kg të panxharsheqerit janë fituar 13552 *kg* sheqer. Shprehim në përqindje sasinë e sheqerit të fituar.

Pas zgjidhjes, jepen shënimet:

> Raporti ndërmjet vlerës së përqindjes y dhe vlerës fillestare x është i barabartë me përqindjen e shkruar në formë thyese:
>
> $$\frac{y}{x} = \frac{p}{100} \quad \text{ose} \quad y : x = p : 100.$$
>
> Shkurt: $y : x = p\%$ ose $y = p\% \cdot x$ ose $y = \frac{px}{100}$.

Përmes tabelës së mësipërme, caktohen nxënësit për zgjidhjen e shembujve 3, 4 dhe 5.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Ditarët e të nxënit (Ditari dypjesësh)

Organizohen nxënësit të punojnë në dyshe. Në fletoret e tyre duhet të paraqesin tabelën si më poshtë.

Detyrë	Zgjidhje
Shembulli 7	

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e llogaritjes së përqindjes si dhe për saktësinë e përdorimit të formulave për llogaritjen e përqindjes për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 98, detyra 6)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 78

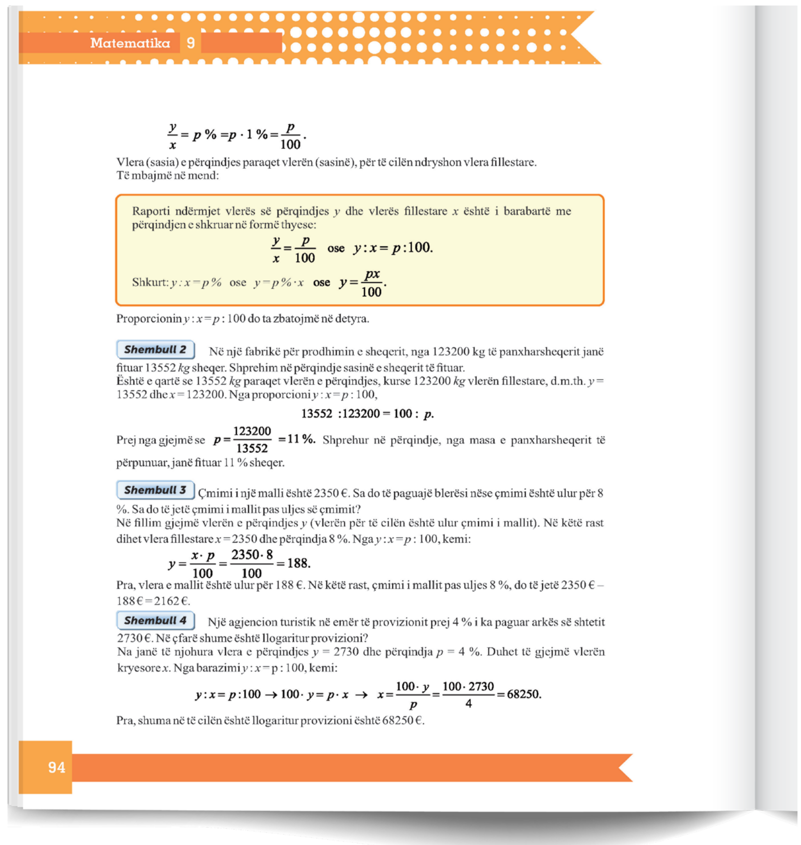
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV   **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Llogarit përqindjen, kamatën dhe promilin; - Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes, promilit dhe kamatës për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 2; II- 2; III- 5.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 3. 2; 6. 1.


Matematika 9

$$\frac{y}{x} = p\,\% = p \cdot 1\,\% = \frac{p}{100}.$$

Vlera (sasia) e përqindjes paraqet vlerën (sasinë), për të cilën ndryshon vlera fillestare.
Të mbajmë në mend:

Raporti ndërmjet vlerës së përqindjes y dhe vlerës fillestare x është i barabartë me përqindjen e shkruar në formë thyese:

$$\frac{y}{x} = \frac{p}{100} \quad \text{ose} \quad y : x = p : 100.$$

Shkurt: $y : x = p\,\%$ ose $y = p\,\% \cdot x$ ose $y = \frac{px}{100}$.

Proporcionin $y : x = p : 100$ do ta zbatojmë në detyra.

Shembull 2 Në një fabrikë për prodhimin e sheqerit, nga 123200 kg të panxharsheqerit janë fituar 13552 *kg* sheqer. Shprehim në përqindje sasinë e sheqerit të fituar.
Është e qartë se 13552 *kg* paraqet vlerën e përqindjes, kurse 123200 *kg* vlerën fillestare, d.m.th. $y = 13552$ dhe $x = 123200$. Nga proporcioni $y : x = p : 100$,

$$13552 : 123200 = 100 : p.$$

Prej nga gjejmë se $p = \frac{123200}{13552} = 11\,\%$. Shprehur në përqindje, nga masa e panxharsheqerit të përpunuar, janë fituar 11 % sheqer.

Shembull 3 Çmimi i një malli është 2350 €. Sa do të paguajë blerësi nëse çmimi është ulur për 8 %. Sa do të jetë çmimi i mallit pas uljes së çmimit?
Në fillim gjejmë vlerën e përqindjes y (vlerën për të cilën është ulur çmimi i mallit). Në këtë rast dihet vlera fillestare $x = 2350$ dhe përqindja 8 %. Nga $y : x = p : 100$, kemi:

$$y = \frac{x \cdot p}{100} = \frac{2350 \cdot 8}{100} = 188.$$

Pra, vlera e mallit është ulur për 188 €. Në këtë rast, çmimi i mallit pas uljes 8 %, do të jetë 2350 € – 188 € = 2162 €.

Shembull 4 Një agjencion turistik në emër të provizionit prej 4 % i ka paguar arkës së shtetit 2730 €. Në çfarë shume është llogaritur provizioni?
Na janë të njohura vlera e përqindjes $y = 2730$ dhe përqindja $p = 4\,\%$. Duhet të gjejmë vlerën kryesore x. Nga barazimi $y : x = p : 100$, kemi:

$$y : x = p : 100 \rightarrow 100 \cdot y = p \cdot x \rightarrow x = \frac{100 \cdot y}{p} = \frac{100 \cdot 2730}{4} = 68250.$$

Pra, shuma në të cilën është llogaritur provizioni është 68250 €.

94

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Llogaritja e promilit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Llogarit promilin;
- Përdor formulat për llogaritjen e promilit për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

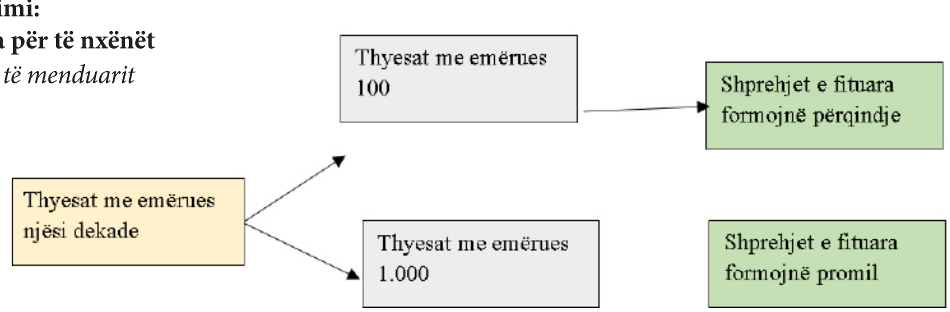
Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

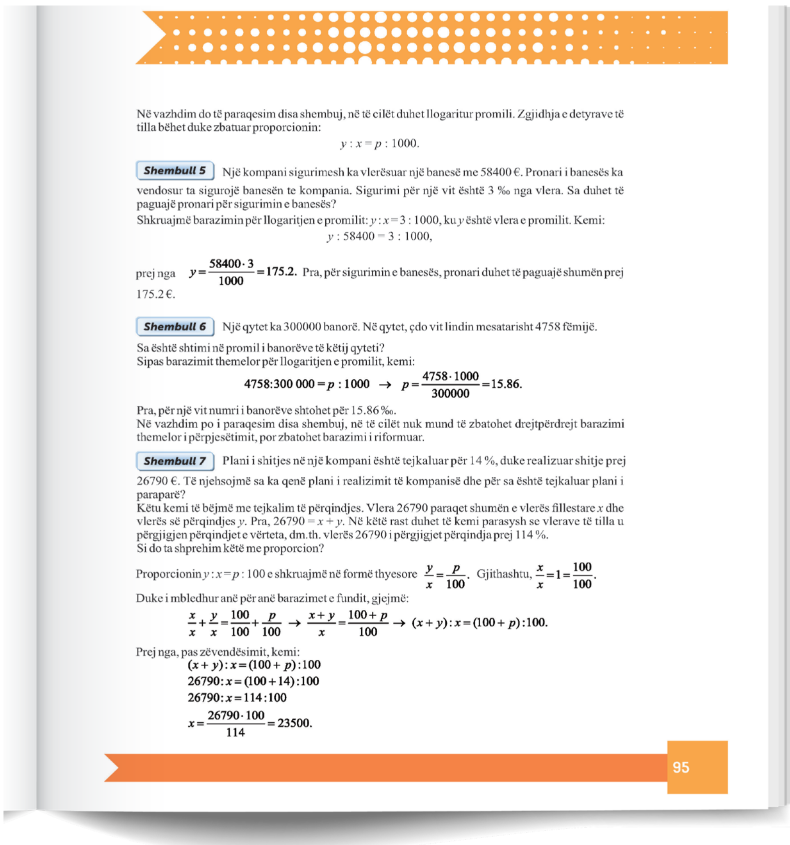
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjeografi.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Përvijim i të menduarit





Në vazhdim do të paraqesim disa shembuj, në të cilët duhet llogaritur promili. Zgjidhja e detyrave të tilla bëhet duke zbatuar proporcionin:

$$y : x = p : 1000.$$

Shembull 5 Një kompani sigurimesh ka vlerësuar një banesë me 58400 €. Pronari i banesës ka vendosur ta sigurojë banesën te kompania. Sigurimi për një vit është 3 ‰ nga vlera. Sa duhet të paguajë pronari për sigurimin e banesës?
Shkruajmë barazimin për llogaritjen e promilit: $y : x = 3 : 1000$, ku y është vlera e promilit. Kemi:

$$y : 58400 = 3 : 1000,$$

prej nga $y = \frac{58400 \cdot 3}{1000} = 175.2.$ Pra, për sigurimin e banesës, pronari duhet të paguajë shumën prej 175.2 €.

Shembull 6 Një qytet ka 300000 banorë. Në qytet, çdo vit lindin mesatarisht 4758 fëmijë.
Sa është shtimi në promil i banorëve të këtij qyteti?
Sipas barazimit themelor për llogaritjen e promilit, kemi:

$$4758 : 300\,000 = p : 1000 \rightarrow p = \frac{4758 \cdot 1000}{300000} = 15.86.$$

Pra, për një vit numri i banorëve shtohet për 15.86 ‰.
Në vazhdim po i paraqesim disa shembuj, në të cilët nuk mund të zbatohet drejtpërdrejt barazimi themelor i përpjesëtimit, por zbatohet barazimi i riformuar.

Shembull 7 Plani i shitjes në një kompani është tejkaluar për 14 %, duke realizuar shitje prej 26790 €. Të njehsojmë sa ka qenë plani i realizimit të kompanisë dhe për sa është tejkaluar plani i paraparë?
Këtu kemi të bëjmë me tejkalim të përqindjes. Vlera 26790 paraqet shumën e vlerës fillestare x dhe vlerës së përqindjes y. Pra, $26790 = x + y$. Në këtë rast duhet të kemi parasysh se vlerave të tilla u përgjigjen përqindjet e vërteta, dm.th. vlerës 26790 i përgjigjet përqindja prej 114 %.
Si do ta shprehim këtë me proporcion?

Proporcionin $y : x = p : 100$ e shkruajmë në formë thyesore $\frac{y}{x} = \frac{p}{100}$. Gjithashtu, $\frac{x}{x} = 1 = \frac{100}{100}$.

Duke i mbledhur anë për anë barazimet e fundit, gjejmë:

$$\frac{x}{x} + \frac{y}{x} = \frac{100}{100} + \frac{p}{100} \rightarrow \frac{x+y}{x} = \frac{100+p}{100} \rightarrow (x+y) : x = (100+p) : 100.$$

Prej nga, pas zëvendësimit, kemi:

$$(x+y) : x = (100+p) : 100$$
$$26790 : x = (100+14) : 100$$
$$26790 : x = 114 : 100$$
$$x = \frac{26790 \cdot 100}{114} = 23500.$$

95

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët me këmbime (grupet e ekspertëve)

Organizohen nxënësit në grupe me nga 4 nxënës, ku secili prej tyre është përgjegjës për të lexuar një pjesë. Përgatitet "fleta e ekspertit", e cila mund të ketë pyetje, detyra ose grafik që të plotësohet. Rigrupohen nxënësit të lexojnë pjesën që u është caktuar si detyrë. Ata diskutojnë përfundimet e tyre dhe vendosin për mënyrën se si do t'ua shpjegojnë këtë pjesë të tjerëve kur të shkojnë në grupet fillestare. Më pas, të gjithë nxënësit që kanë të njëjtin numër, ekspertët, raportojnë në grupet fillestare për të shpjeguar pjesët më të rëndësishme të pjesës së tyre të tekstit.
Kështu duken fletët e ekspertëve

Eksperti A: Shembulli 5	Eksperti B: Shembulli 6
Eksperti C: Detyra 82 – Fletore pune (faqe 71)	Eksperti D: Detyra 83 – Fletore pune (faqe 71)

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Diskutim në grup

Organizohen nxënësit në katër grupe me nga katër nxënës: detyra e tyre është të diskutojnë, shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në fazën e dytë të orës. Po ashtu, paqartësitë plotësohen edhe me ndihmën e mësimdhënësit. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e llogaritjes së promilit si dhe për saktësinë e përdorimit të formulave për llogaritjen e promilit për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Detyrë:
(Libri ushtrimeve, faqe 71, detyra 84, 86)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 79

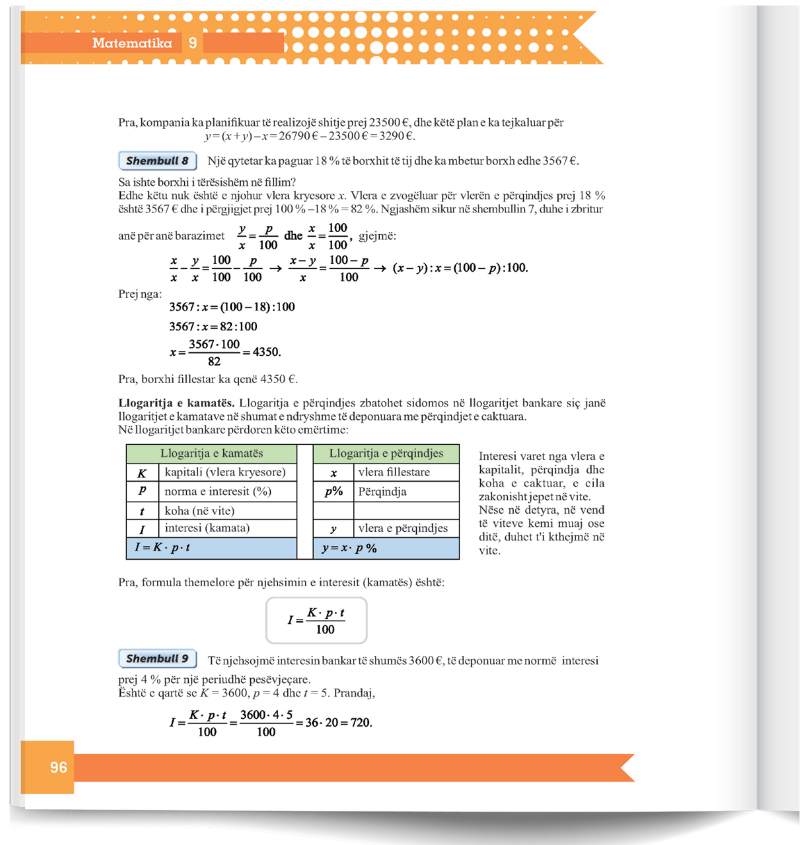
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Llogarit përqindjen, kamatën dhe promilin; - Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes, promilit dhe kamatës për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 2, 4; II- 2; III- 5.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 3. 2; 6. 1.


Matematika 9

Pra, kompania ka planifikuar të realizojë shitje prej 23500 €, dhe këtë plan e ka tejkaluar për

$$y=(x+y)-x=26790\,€-23500\,€=3290\,€.$$

Shembull 8 Një qytetar ka paguar 18 % të borxhit të tij dhe ka mbetur borxh edhe 3567 €.

Sa ishte borxhi i tërësishëm në fillim?
Edhe këtu nuk është e njohur vlera kryesore x. Vlera e zvogëluar për vlerën e përqindjes prej 18 % është 3567 € dhe i përgjigjet prej 100 % –18 % = 82 %. Ngjashëm sikur në shembullin 7, duhe i zbritur anë për anë barazimet $\frac{y}{x}=\frac{p}{100}$ dhe $\frac{x}{x}=\frac{100}{100}$, gjejmë:

$$\frac{x}{x}-\frac{y}{x}=\frac{100}{100}-\frac{p}{100}\rightarrow\frac{x-y}{x}=\frac{100-p}{100}\rightarrow(x-y):x=(100-p):100.$$

Prej nga:

$$3567:x=(100-18):100$$
$$3567:x=82:100$$
$$x=\frac{3567\cdot100}{82}=4350.$$

Pra, borxhi fillestar ka qenë 4350 €.

Llogaritja e kamatës. Llogaritja e përqindjes zbatohet sidomos në llogaritjet bankare siç janë llogaritjet e kamatave në shumat e ndryshme të deponuara me përqindjet e caktuara.
Në llogaritjet bankare përdoren këto emërtime:

Llogaritja e kamatës	
K	kapitali (vlera kryesore)
p	norma e interesit (%)
t	koha (në vite)
I	interesi (kamata)
$I=K\cdot p\cdot t$	

Llogaritja e përqindjes	
x	vlera fillestare
$p\%$	Përqindja
y	vlera e përqindjes
$y=x\cdot p\,\%$	

Interesi varet nga vlera e kapitalit, përqindja dhe koha e caktuar, e cila zakonisht jepet në vite.
Nëse në detyra, në vend të viteve kemi muaj ose ditë, duhet t'i kthejmë në vite.

Pra, formula themelore për njehsimin e interesit (kamatës) është:

$$I=\frac{K\cdot p\cdot t}{100}$$

Shembull 9 Të njehsojmë interesin bankar të shumës 3600 €, të deponuar me normë interesi prej 4 % për një periudhë pesëvjeçare.
Është e qartë se $K=3600$, $p=4$ dhe $t=5$. Prandaj,

$$I=\frac{K\cdot p\cdot t}{100}=\frac{3600\cdot4\cdot5}{100}=36\cdot20=720.$$

96

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Llogaritja e kamatës

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Llogarit kamatën;
- Përdor formulat për llogaritjen e kamatës për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

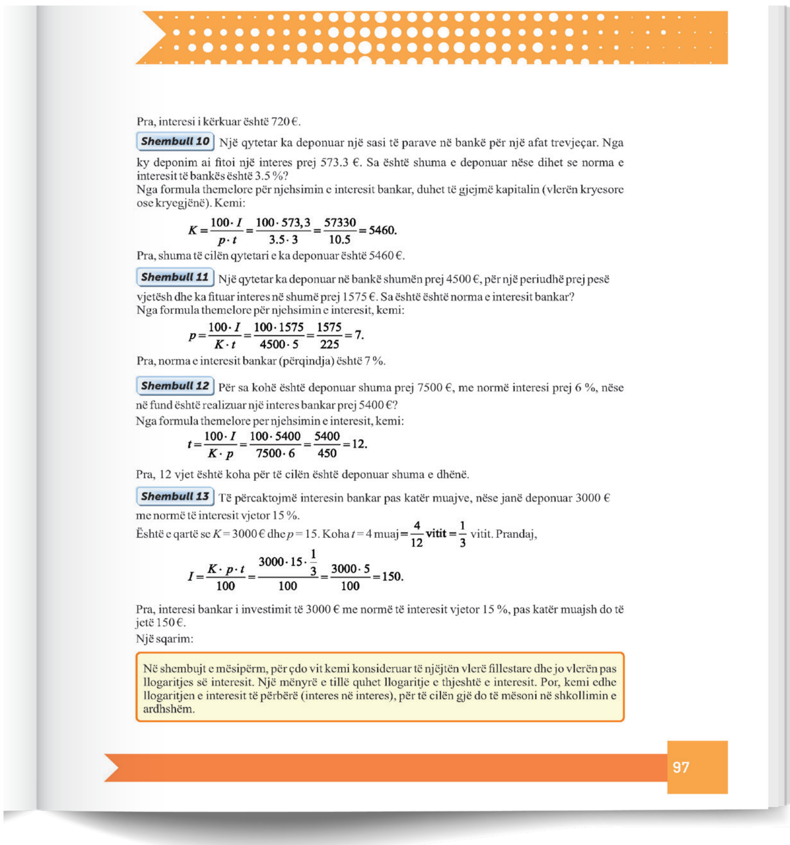
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: TIK.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Në tabelë shkruhet titulli "Llogaritja e kamatës". Nxënësit nxiten që të mendojnë dhe të japin ide për njësinë mësimore. Për këtë, mund të bëhen pyetjet:
1. *Çfarë ju bie ndër mend kur e dëgjoni fjalën kamatë?*
2. *Në cilat institucione përdoret më së shumti kamata?*

Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa do të bëhet gati për fazën e dytë të orës mësimore.



Pra, interesi i kërkuar është 720 €.

Shembull 10 Një qytetar ka deponuar një sasi të parave në bankë për një afat trevjeçar. Nga ky deponim ai fitoi një interes prej 573.3 €. Sa është shuma e deponuar nëse dihet se norma e interesit të bankës është 3.5 %?
Nga formula themelore për njehsimin e interesit bankar, duhet të gjejmë kapitalin (vlerën kryesore ose kryegjënë). Kemi:

$$K=\frac{100\cdot I}{p\cdot t}=\frac{100\cdot 573{,}3}{3.5\cdot 3}=\frac{57330}{10.5}=5460.$$

Pra, shuma të cilën qytetari e ka deponuar është 5460 €.

Shembull 11 Një qytetar ka deponuar në bankë shumën prej 4500 €, për një periudhë prej pesë vjetësh dhe ka fituar interes në shumë prej 1575 €. Sa është është norma e interesit bankar?
Nga formula themelore për njehsimin e interesit, kemi:

$$p=\frac{100\cdot I}{K\cdot t}=\frac{100\cdot 1575}{4500\cdot 5}=\frac{1575}{225}=7.$$

Pra, norma e interesit bankar (përqindja) është 7 %.

Shembull 12 Për sa kohë është deponuar shuma prej 7500 €, me normë interesi prej 6 %, nëse në fund është realizuar një interes bankar prej 5400 €?
Nga formula themelore per njehsimin e interesit, kemi:

$$t=\frac{100\cdot I}{K\cdot p}=\frac{100\cdot 5400}{7500\cdot 6}=\frac{5400}{450}=12.$$

Pra, 12 vjet është koha për të cilën është deponuar shuma e dhënë.

Shembull 13 Të përcaktojmë interesin bankar pas katër muajve, nëse janë deponuar 3000 € me normë të interesit vjetor 15 %.
Është e qartë se $K=3000$ € dhe $p=15$. Koha $t=4$ muaj $=\frac{4}{12}$ vitit $=\frac{1}{3}$ vitit. Prandaj,

$$I=\frac{K\cdot p\cdot t}{100}=\frac{3000\cdot 15\cdot \frac{1}{3}}{100}=\frac{3000\cdot 5}{100}=150.$$

Pra, interesi bankar i investimit të 3000 € me normë të interesit vjetor 15 %, pas katër muajsh do të jetë 150 €.
Një sqarim:

Në shembujt e mësipërm, për çdo vit kemi konsideruar të njëjtën vlerë fillestare dhe jo vlerën pas llogaritjes së interesit. Një mënyrë e tillë quhet llogaritje e thjeshtë e interesit. Por, kemi edhe llogaritjen e interesit të përbërë (interes në interes), për të cilën gjë do të mësoni në shkollimin e ardhshëm.

97

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Prezantohet njësia mësimore "Llogaritja e kamatës" dhe tregohet shkurtimisht përmbajtja e temës. Nxënësit do të punojnë në grupe me nga katër nxënës dhe pastaj në dyshe. Atyre u kërkohet që të diskutojnë për kamatën dhe në bashkëbisedim me njëri-tjetrin të shkruajnë se çfarë mund të dinë. Mendimet e tyre i shkruajnë në një fletë dhe më pas i diskutojnë me gjithë klasën. Zhvillohet pjesa e parë e shpjegimit nga mësimdhënësi, pastaj kërkohet nga nxënësit që të shikojnë në fletë mendimet e tyre. Mësimdhënësi parashtron pyetje:

1. *Çfarë është kamata?*
2. *Cila është formula për llogaritjen e kamatës?*
3. *Çfarë gjërash të reja mësuat?*

Vazhdohet pjesa e dytë e shpjegimit, mësimdhënësi kërkon që nxënësit të dëgjojnë me vëmendje duke pasur parasysh shënimet me idetë e tyre. Më pas, kërkohet nga ndonjë pjesëtar i grupeve të shprehë disa nga përfundimet e tyre.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Organizohen nxënësit në dyshe: detyra e tyre është të diskutojnë, të shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në pjesën e dytë të orës mësimore. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit të grupit të tij duke shkëmbyer ide, mendime dhe pyetje me dyshet e tjera.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e llogaritjes së kamatës si dhe për saktësinë e përdorimit të formulave për llogaritjen e kamatës për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 98, detyra 7, 8, 9)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 80

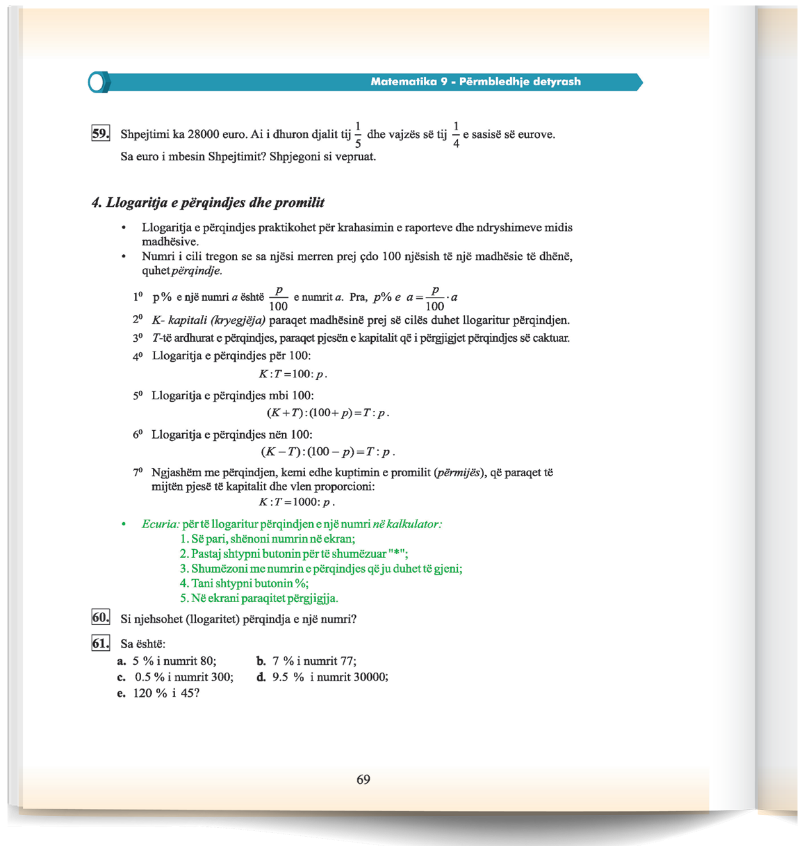
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes, promilit dhe kamatës për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 2, 4; II- 2; III- 5.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 3. 2; 6. 1.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

59. Shpejtimi ka 28000 euro. Ai i dhuron djalit tij $\frac{1}{5}$ dhe vajzës së tij $\frac{1}{4}$ e sasisë së eurove. Sa euro i mbesin Shpejtimit? Shpjegoni si vepruat.

4. Llogaritja e përqindjes dhe promilit

- Llogaritja e përqindjes praktikohet për krahasimin e raporteve dhe ndryshimeve midis madhësive.
- Numri i cili tregon se sa njësi merren prej çdo 100 njësish të një madhësie të dhënë, quhet *përqindje*.

1^0 p% e një numri a është $\frac{p}{100}$ e numrit a. Pra, $p\%$ e $a = \frac{p}{100} \cdot a$

2^0 *K- kapitali (kryegjëja)* paraqet madhësinë prej së cilës duhet llogaritur përqindjen.

3^0 *T*-të ardhurat e përqindjes, paraqet pjesën e kapitalit që i përgjigjet përqindjes së caktuar.

4^0 Llogaritja e përqindjes për 100:

$$K:T=100:p.$$

5^0 Llogaritja e përqindjes mbi 100:

$$(K+T):(100+p)=T:p.$$

6^0 Llogaritja e përqindjes nën 100:

$$(K-T):(100-p)=T:p.$$

7^0 Ngjashëm me përqindjen, kemi edhe kuptimin e promilit (*përmijës*), që paraqet të mijtën pjesë të kapitalit dhe vlen proporcioni:

$$K:T=1000:p.$$

- *Ecuria:* për të llogaritur përqindjen e një numri *në kalkulator:*
  1. Së pari, shënoni numrin në ekran;
  2. Pastaj shtypni butonin për të shumëzuar "*";
  3. Shumëzoni me numrin e përqindjes që ju duhet të gjeni;
  4. Tani shtypni butonin %;
  5. Në ekrani paraqitet përgjigjja.

60. Si njehsohet (llogaritet) përqindja e një numri?

61. Sa është:
a. 5 % i numrit 80; b. 7 % i numrit 77;
c. 0.5 % i numrit 300; d. 9.5 % i numrit 30000;
e. 120 % i 45?

69

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zbatimi i përqindjes

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

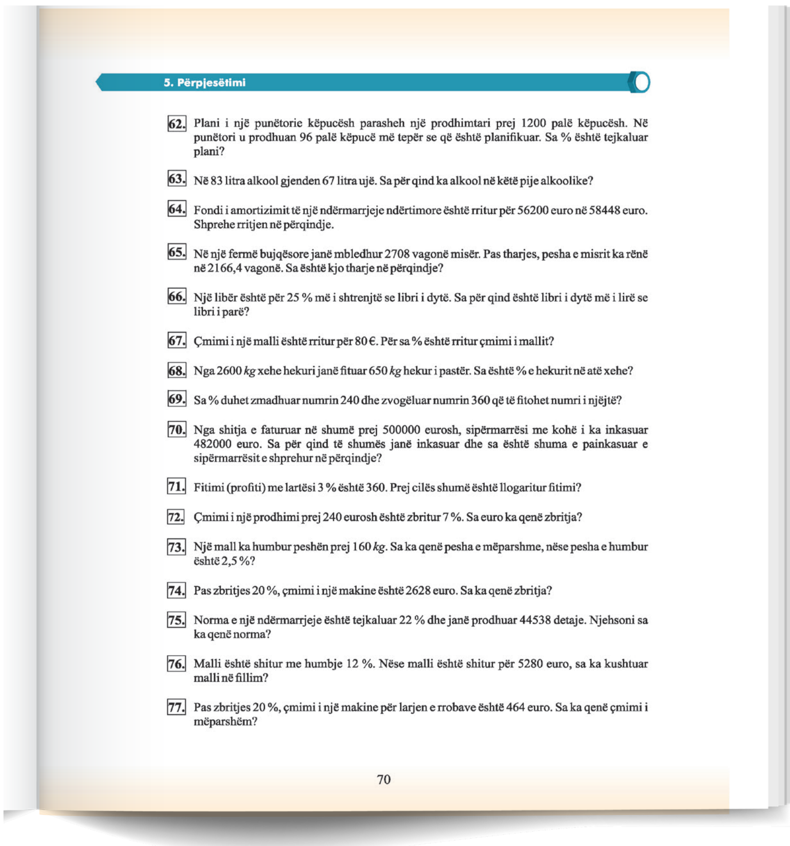
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
TIK, Gjuhë shqipe

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Pyetja e sjell pyetjen

Në fillim të orës mësimore, përmes pyetjeve bëhet një përsëritje e njësisë "Llogaritja e përqindjes".
Pyeten nxënësit:
1. Çfarë është përqindja?
2. Cili është simboli me të cilën identifikohet fjala "për qind"?
3. Në cilat situata të jetës së përditshme e hasim përqindjen?
Përmes përgjigjeve, klasa përgatitet për fazën e dytë të orës mësimore.


5. Përpjesëtimi

62. Plani i një punëtorie këpucësh parasheh një prodhimtari prej 1200 palë këpucësh. Në punëtori u prodhuan 96 palë këpucë më tepër se që është planifikuar. Sa % është tejkaluar plani?

63. Në 83 litra alkool gjenden 67 litra ujë. Sa për qind ka alkool në këtë pije alkoolike?

64. Fondi i amortizimit të një ndërmarrjeje ndërtimore është rritur për 56200 euro në 58448 euro. Shprehe rritjen në përqindje.

65. Në një fermë bujqësore janë mbledhur 2708 vagonë misër. Pas tharjes, pesha e misrit ka rënë në 2166,4 vagonë. Sa është kjo tharje në përqindje?

66. Një libër është për 25 % më i shtrenjtë se libri i dytë. Sa për qind është libri i dytë më i lirë se libri i parë?

67. Çmimi i një malli është rritur për 80 €. Për sa % është rritur çmimi i mallit?

68. Nga 2600 *kg* xehe hekuri janë fituar 650 *kg* hekur i pastër. Sa është % e hekurit në atë xehe?

69. Sa % duhet zmadhuar numrin 240 dhe zvogëluar numrin 360 që të fitohet numri i njëjtë?

70. Nga shitja e faturuar në shumë prej 500000 eurosh, sipërmarrësi me kohë i ka inkasuar 482000 euro. Sa për qind të shumës janë inkasuar dhe sa është shuma e painkasuar e sipërmarrësit e shprehur në përqindje?

71. Fitimi (profiti) me lartësi 3 % është 360. Prej cilës shumë është llogaritur fitimi?

72. Çmimi i një prodhimi prej 240 eurosh është zbritur 7 %. Sa euro ka qenë zbritja?

73. Një mall ka humbur peshën prej 160 *kg*. Sa ka qenë pesha e mëparshme, nëse pesha e humbur është 2,5 %?

74. Pas zbritjes 20 %, çmimi i një makine është 2628 euro. Sa ka qenë zbritja?

75. Norma e një ndërmarrjeje është tejkaluar 22 % dhe janë prodhuar 44538 detaje. Njehsoni sa ka qenë norma?

76. Malli është shitur me humbje 12 %. Nëse malli është shitur për 5280 euro, sa ka kushtuar malli në fillim?

77. Pas zbritjes 20 %, çmimi i një makine për larjen e rrobave është 464 euro. Sa ka qenë çmimi i mëparshëm?

70

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Vëzhgo-Analizo-Zbato

Në tabelë shënohen detyrat/problemet që duhen zgjidhur.
Caktohen nxënësit të cilët e bëjnë zgjidhjen e detyrave/problemeve.
Përgjatë zgjidhjes së detyrave/problemeve nxënësit e tjerë në fillim vetëm e përcjellin zgjidhjen (vëzhgojnë). Pas mbarimit të tërësishëm, hapet diskutimi mbi zgjidhjen e detyrës/problemit (analizojnë) dhe pas diskutimit, njohuritë e fituara i zbatojnë.

62. Plani i një punëtorie këpucësh parasheh një prodhimtari prej 1200 palë këpucësh. Në punëtori u prodhuan 96 palë këpucë më tepër se sa është planifikuar. Sa % është tejkaluar plani?

Pas zgjidhjes së detyrës, pyeten nxënësit:
Sa palë këpucë duhet të prodhohen në total që të kemi tejkalim të pritshmërive për 100%?
Në mënyrë të ngjashme, vazhdohet me detyrat:

63. Në 83 litra alkool gjenden 67 litra ujë. Sa për qind ka alkool në këtë pije alkoolike?

64. Fondi i amortizimit të një ndërmarrjeje ndërtimore është rritur për 56200 euro në 58448 euro. Shpreh rritjen në përqindje.

65. Në një fermë bujqësore janë mbledhur 2708 vagonë misër. Pas tharjes pesha e misrit ka rënë në 2166,4 vagonë. Sa është kjo tharje në përqindje?

66. Një libër është për 25% më i shtrenjtë se libri i dytë. Sa për qind është libri i dytë më i lirë se libri i parë?

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Ditarët e të nxënit (Ditari dypjesësh)

Organizohen nxënësit të punojnë në dyshe. Në fletoret e tyre duhet të paraqesin tabelën si më poshtë.

Detyrë	Zgjidhje
Detyra 66 Detyra 67	80% 50%

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përdorimit të formulave për llogaritjen e përqindjes për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 70, detyra 68, 69)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 81

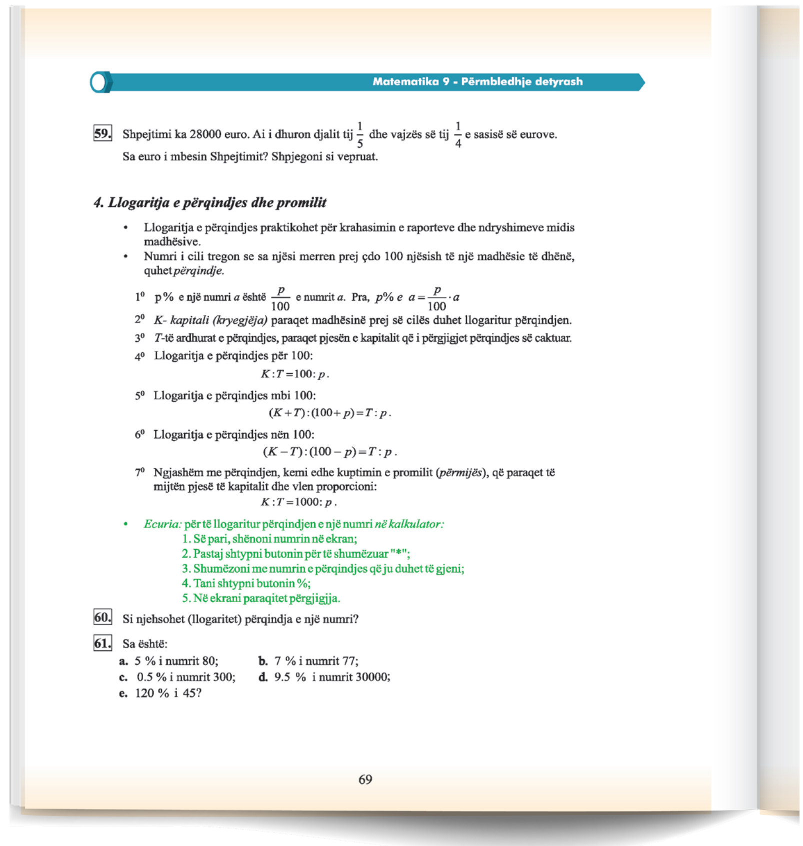
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes, promilit dhe kamatës për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 2, 4; II- 2; III- 5.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 3. 2; 6. 1.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

59. Shpejtimi ka 28000 euro. Ai i dhuron djalit tij $\frac{1}{5}$ dhe vajzës së tij $\frac{1}{4}$ e sasisë së eurove. Sa euro i mbesin Shpejtimit? Shpjegoni si vepruat.

4. Llogaritja e përqindjes dhe promilit

- Llogaritja e përqindjes praktikohet për krahasimin e raporteve dhe ndryshimeve midis madhësive.
- Numri i cili tregon se sa njësi merren prej çdo 100 njësish të një madhësie të dhënë, quhet *përqindje.*

1^0 p% e një numri a është $\frac{p}{100}$ e numrit a. Pra, $p\%$ e $a=\frac{p}{100}\cdot a$

2^0 *K- kapitali (kryegjëja)* paraqet madhësinë prej së cilës duhet llogaritur përqindjen.

3^0 T-të ardhurat e përqindjes, paraqet pjesën e kapitalit që i përgjigjet përqindjes së caktuar.

4^0 Llogaritja e përqindjes për 100:

$$K:T=100:p.$$

5^0 Llogaritja e përqindjes mbi 100:

$$(K+T):(100+p)=T:p.$$

6^0 Llogaritja e përqindjes nën 100:

$$(K-T):(100-p)=T:p.$$

7^0 Ngjashëm me përqindjen, kemi edhe kuptimin e promilit (*përmijës*), që paraqet të mijtën pjesë të kapitalit dhe vlen proporcioni:

$$K:T=1000:p.$$

- *Ecuria:* për të llogaritur përqindjen e një numri *në kalkulator:*
  1. Së pari, shënoni numrin në ekran;
  2. Pastaj shtypni butonin për të shumëzuar "*";
  3. Shumëzoni me numrin e përqindjes që ju duhet të gjeni;
  4. Tani shtypni butonin %;
  5. Në ekrani paraqitet përgjigjja.

60. Si njehsohet (llogaritet) përqindja e një numri?

61. Sa është:

a. 5 % i numrit 80; b. 7 % i numrit 77;
c. 0.5 % i numrit 300; d. 9.5 % i numrit 30000;
e. 120 % i 45?

69

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Zbatimi i përqindjes

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
TIK, Gjuhë shqipe.

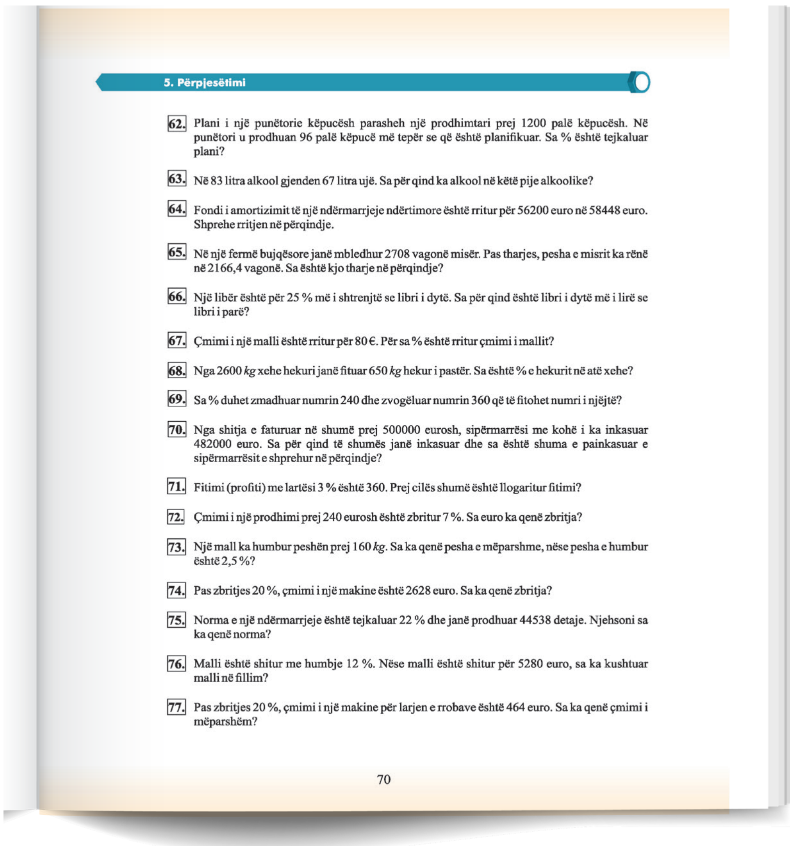
METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Në fillim të orës mësimore, përmes detyrës të mëposhtme bëhet një përsëritje e orës së kaluar.

70. Nga shitja e faturuar në shumë prej 500000 eurosh sipërmarrësi me kohë i ka inkasuar 482000 euro. Sa për qind të shumës janë inkasuar dhe sa është shuma e painkasuar e sipërmarrësit e shprehur në përqindje?

Përmes zgjidhjes së detyrës, klasa përgatitet për fazën e dytë të orës mësimore.


5. Përpjesëtimi

62. Plani i një punëtorie këpucësh parasheh një prodhimtari prej 1200 palë këpucësh. Në punëtori u prodhuan 96 palë këpucë më tepër se që është planifikuar. Sa % është tejkaluar plani?

63. Në 83 litra alkool gjenden 67 litra ujë. Sa për qind ka alkool në këtë pije alkoolike?

64. Fondi i amortizimit të një ndërmarrjeje ndërtimore është rritur për 56200 euro në 58448 euro. Shprehe rritjen në përqindje.

65. Në një fermë bujqësore janë mbledhur 2708 vagonë misër. Pas tharjes, pesha e misrit ka rënë në 2166,4 vagonë. Sa është kjo tharje në përqindje?

66. Një libër është për 25 % më i shtrenjtë se libri i dytë. Sa për qind është libri i dytë më i lirë se libri i parë?

67. Çmimi i një malli është rritur për 80 €. Për sa % është rritur çmimi i mallit?

68. Nga 2600 *kg* xehe hekuri janë fituar 650 *kg* hekur i pastër. Sa është % e hekurit në atë xehe?

69. Sa % duhet zmadhuar numrin 240 dhe zvogëluar numrin 360 që të fitohet numri i njëjtë?

70. Nga shitja e faturuar në shumë prej 500000 eurosh, sipërmarrësi me kohë i ka inkasuar 482000 euro. Sa për qind të shumës janë inkasuar dhe sa është shuma e painkasuar e sipërmarrësit e shprehur në përqindje?

71. Fitimi (profiti) me lartësi 3 % është 360. Prej cilës shumë është llogaritur fitimi?

72. Çmimi i një prodhimi prej 240 eurosh është zbritur 7 %. Sa euro ka qenë zbritja?

73. Një mall ka humbur peshën prej 160 *kg*. Sa ka qenë pesha e mëparshme, nëse pesha e humbur është 2,5 %?

74. Pas zbritjes 20 %, çmimi i një makine është 2628 euro. Sa ka qenë zbritja?

75. Norma e një ndërmarrjeje është tejkaluar 22 % dhe janë prodhuar 44538 detaje. Njehsoni sa ka qenë norma?

76. Malli është shitur me humbje 12 %. Nëse malli është shitur për 5280 euro, sa ka kushtuar malli në fillim?

77. Pas zbritjes 20 %, çmimi i një makine për larjen e rrobave është 464 euro. Sa ka qenë çmimi i mëparshëm?

70

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Në tabelë shënohet problemi:

71. Fitimi (profiti) me lartësi 3% është 360. Prej cilës shumë është llogaritur fitimi?

Caktohet një nxënës për zgjidhjen e problemit në tabelë.
Gjatë zgjidhjes, pyeten nxënësit:
Si ta paraqesim matematikisht problemin?
Sa është shuma e "investimit"?
Pas zgjidhjes së detyrës, vazhdohet me problemin:

72. Çmimi i një prodhimi prej 240 eurosh është zbritur 7%. Sa euro ka qenë zbritja?

Në mënyrë të ngjashme, trajtohen problemet:

78. Në një provim me shkrim janë dhënë tri detyra. 12% të nxënësve nuk e kanë zgjidhur asnjë detyrë, 32% kanë zgjidhur nga një apo dy detyra. Ndërsa 14 nxënës i kanë zgjidhur të gjitha detyrat. Sa nxënës kanë bërë provim me shkrim?

79. Vjosa bëri dy testime. Në gjuhën angleze ajo mori 35 pikë nga 50 të mundshme, ndërsa në gjuhën italiane ajo mori 60 pikë nga 80 të mundshme. Shkruani pikët e marra në secilin testim si përqindje.

80. Numri i banorëve të Evropës pas 5 vjetësh parashihet të rritet për 15.5% dhe sot Evropa i ka 740000000 banorë. Sa banorë ka pasur Evropës para 5 vjetësh?

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Diskutim në grup

Organizohen nxënësit në katër grupe me nga katër nxënës: detyra e tyre është të diskutojnë, shkëmbejnë mendime dhe u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në fazën e dytë të orës. Po ashtu, paqartësitë plotësohen edhe me ndihmën e mësimdhënësit. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përdorimit të formulave për llogaritjen e përqindjes për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 70, detyra 76, 77)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 82

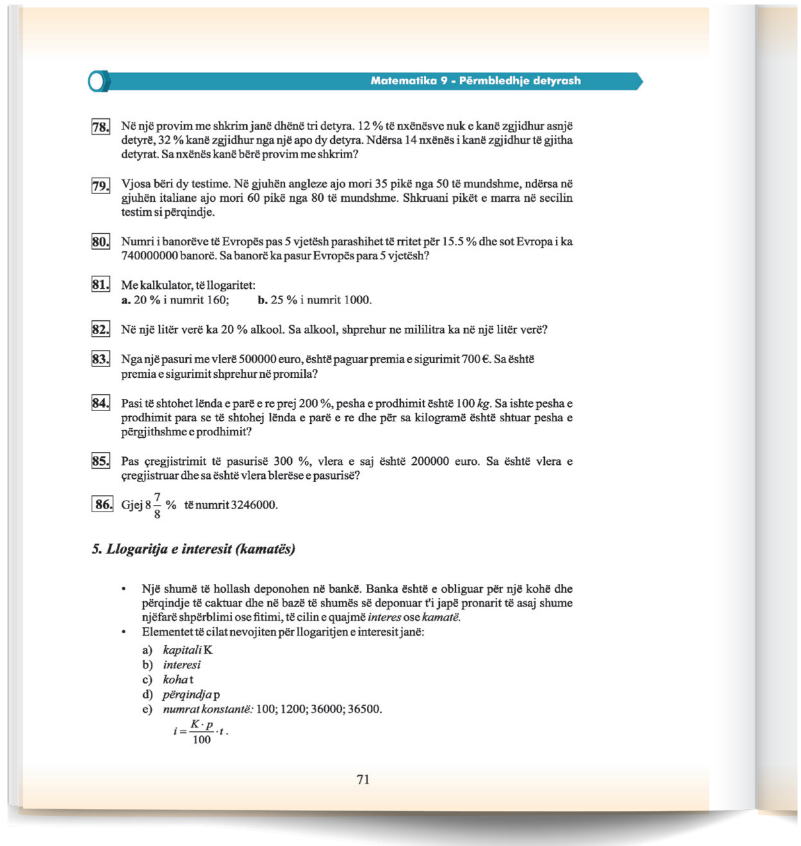
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes, promilit dhe kamatës për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 2, 4; II- 2; III- 5.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 3. 2; 6. 1.


Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

78. Në një provim me shkrim janë dhënë tri detyra. 12 % të nxënësve nuk e kanë zgjidhur asnjë detyrë, 32 % kanë zgjidhur nga një apo dy detyra. Ndërsa 14 nxënës i kanë zgjidhur të gjitha detyrat. Sa nxënës kanë bërë provim me shkrim?

79. Vjosa bëri dy testime. Në gjuhën angleze ajo mori 35 pikë nga 50 të mundshme, ndërsa në gjuhën italiane ajo mori 60 pikë nga 80 të mundshme. Shkruani pikët e marra në secilin testim si përqindje.

80. Numri i banorëve të Evropës pas 5 vjetësh parashihet të rritet për 15.5 % dhe sot Evropa i ka 740000000 banorë. Sa banorë ka pasur Evropës para 5 vjetësh?

81. Me kalkulator, të llogaritet:
a. 20 % i numrit 160; **b.** 25 % i numrit 1000.

82. Në një litër verë ka 20 % alkool. Sa alkool, shprehur ne mililitra ka në një litër verë?

83. Nga një pasuri me vlerë 500000 euro, është paguar premia e sigurimit 700 €. Sa është premia e sigurimit shprehur në promila?

84. Pasi të shtohet lënda e parë e re prej 200 %, pesha e prodhimit është 100 *kg*. Sa ishte pesha e prodhimit para se të shtohej lënda e parë e re dhe për sa kilogramë është shtuar pesha e përgjithshme e prodhimit?

85. Pas çregjistrimit të pasurisë 300 %, vlera e saj është 200000 euro. Sa është vlera e çregjistruar dhe sa është vlera blerëse e pasurisë?

86. Gjej $8\frac{7}{8}$ % të numrit 3246000.

5. Llogaritja e interesit (kamatës)

- Një shumë të hollash deponohen në bankë. Banka është e obliguar për një kohë dhe përqindje të caktuar dhe në bazë të shumës së deponuar t'i japë pronarit të asaj shume njëfarë shpërblimi ose fitimi, të cilin e quajmë *interes* ose *kamatë*.
- Elementet të cilat nevojiten për llogaritjen e interesit janë:
  a) *kapitali* K
  b) *interesi*
  c) *koha* t
  d) *përqindja* p
  e) *numrat konstantë:* 100; 1200; 36000; 36500.

$$i = \frac{K \cdot p}{100} \cdot t .$$

71

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zbatimi i kamatës

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
TIK, Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
LINK

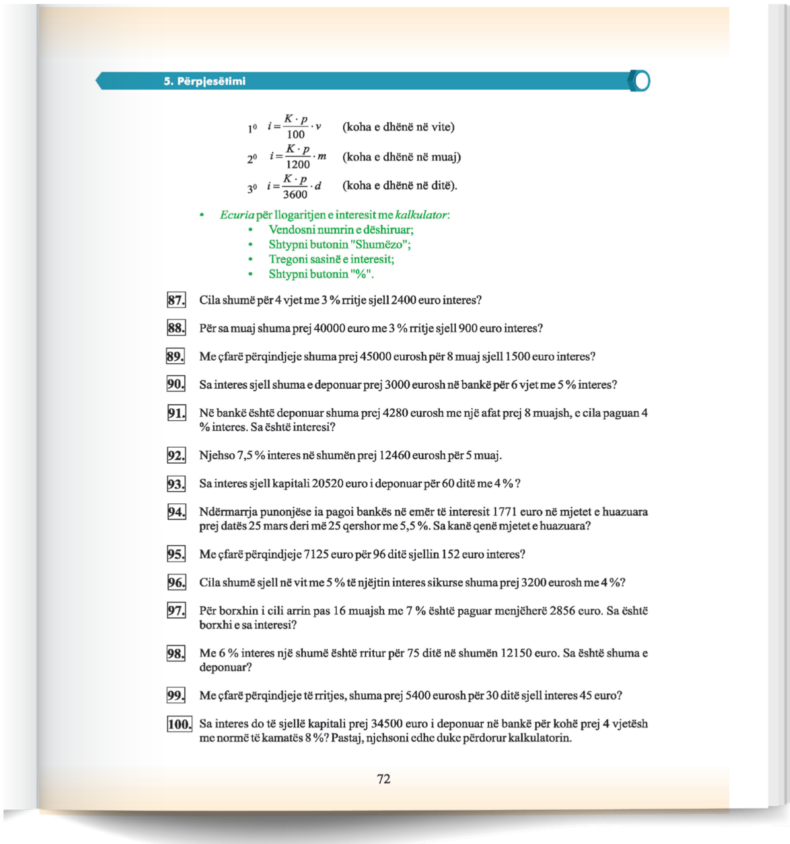
Shënohet një koncept në mes të tabelës duke i lënë nxënësit për pak minuta të renditin lidhjet për këtë koncept. Në fletët A4, nxënësit duhet të paraqesin mendimet e tyre në këtë mënyrë. Ata bashkëveprojnë për të shkëmbyer njohuritë ashtu edhe për të zgjeruar të kuptuarit e tyre mbi konceptin.

Zbatimi i kamatës

a) *kapitali* K
b) *interesi*
c) *koha* t
d) *përqindja* p
e) *numrat konstantë:* 100; 1200; 36000; 36500.

$$i = \frac{K \cdot p}{100} \cdot t .$$

Zakonisht përdoren në institucione bankare



5. Përpjesëtimi

$1^0 \quad i=\frac{K\cdot p}{100}\cdot v$ (koha e dhënë në vite)

$2^0 \quad i=\frac{K\cdot p}{1200}\cdot m$ (koha e dhënë në muaj)

$3^0 \quad i=\frac{K\cdot p}{3600}\cdot d$ (koha e dhënë në ditë).

- *Ecuria* për llogaritjen e interesit me *kalkulator*:
    - Vendosni numrin e dëshiruar;
    - Shtypni butonin "Shumëzo";
    - Tregoni sasinë e interesit;
    - Shtypni butonin "%".

87. Cila shumë për 4 vjet me 3 % rritje sjell 2400 euro interes?

88. Për sa muaj shuma prej 40000 euro me 3 % rritje sjell 900 euro interes?

89. Me çfarë përqindjeje shuma prej 45000 eurosh për 8 muaj sjell 1500 euro interes?

90. Sa interes sjell shuma e deponuar prej 3000 eurosh në bankë për 6 vjet me 5 % interes?

91. Në bankë është deponuar shuma prej 4280 eurosh me një afat prej 8 muajsh, e cila paguan 4 % interes. Sa është interesi?

92. Njehso 7,5 % interes në shumën prej 12460 eurosh për 5 muaj.

93. Sa interes sjell kapitali 20520 euro i deponuar për 60 ditë me 4 % ?

94. Ndërmarrja punonjëse ia pagoi bankës në emër të interesit 1771 euro në mjetet e huazuara prej datës 25 mars deri më 25 qershor me 5,5 %. Sa kanë qenë mjetet e huazuara?

95. Me çfarë përqindjeje 7125 euro për 96 ditë sjellin 152 euro interes?

96. Cila shumë sjell në vit me 5 % të njëjtin interes sikurse shuma prej 3200 eurosh me 4 %?

97. Për borxhin i cili arrin pas 16 muajsh me 7 % është paguar menjëherë 2856 euro. Sa është borxhi e sa interesi?

98. Me 6 % interes një shumë është rritur për 75 ditë në shumën 12150 euro. Sa është shuma e deponuar?

99. Me çfarë përqindjeje të rritjes, shuma prej 5400 eurosh për 30 ditë sjell interes 45 euro?

100. Sa interes do të sjellë kapitali prej 34500 euro i deponuar në bankë për kohë prej 4 vjetësh me normë të kamatës 8 %? Pastaj, njehsoni edhe duke përdorur kalkulatorin.

72

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Vëzhgo-Analizo-Zbato

Në tabelë shënohen detyrat/problemet që duhen zgjidhur.
Caktohen nxënësit të cilët e bëjnë zgjidhjen e detyrave/problemeve.
Përgjatë zgjidhjes së detyrave/problemeve nxënësit e tjerë në fillim vetëm e përcjellin zgjidhjen (vëzhgojnë). Pas mbarimit të tërësishëm, hapet diskutimi mbi zgjidhjen e detyrës/problemit (analizojnë) dhe pas diskutimit, njohuritë e fituara i zbatojnë.

87. Cila shumë për 4 vjet me 3% rritje sjell 2400 euro interes?

88. Për sa muaj shuma prej 40000 euro me 3% rritje sjell 900 euro interes?

89. Me çfarë përqindjeje shuma prej 45000 eurosh për 8 muaj sjell 1500 euro interes?

Në mënyrë plotësisht të ngjashme, trajtohen edhe detyrat:

95. Me çfarë përqindje 7125 euro për 96 ditë sjellin 152 euro interes?

96. Cila shumë sjell në vit me 5% të njëjtin interes sikurse shuma prej 3200 eurosh me 4%?

97. Për borxhin i cili arrin pas 16 muajsh me 7% është paguar menjëherë 2856 euro. Sa është borxhi e sa interesi?

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Organizohen nxënësit në dyshe: detyra e tyre është të diskutojnë, të shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në pjesën e dytë të orës mësimore. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit të grupit të tij duke shkëmbyer ide, mendime dhe pyetje me dyshet e tjera.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përdorimit të formulave për llogaritjen e kamatës për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 72, detyra 90, 91, 92, 93)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 83

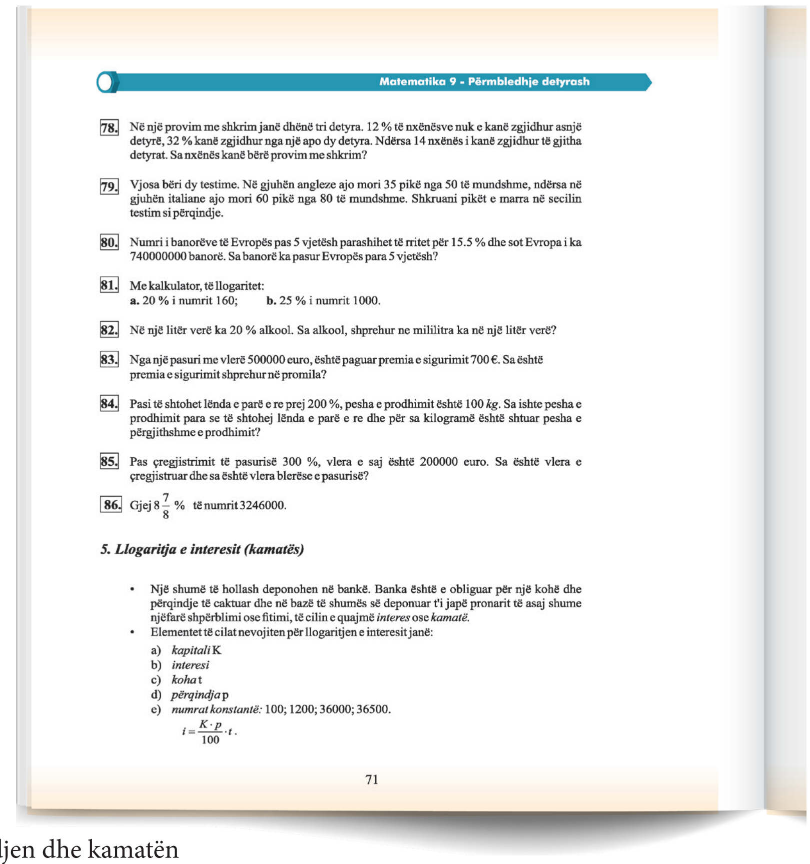
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes, promilit dhe kamatës për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 2; II- 2; III- 5.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 3. 2; 6. 1.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

78. Në një provim me shkrim janë dhënë tri detyra. 12 % të nxënësve nuk e kanë zgjidhur asnjë detyrë, 32 % kanë zgjidhur nga një apo dy detyra. Ndërsa 14 nxënës i kanë zgjidhur të gjitha detyrat. Sa nxënës kanë bërë provim me shkrim?

79. Vjosa bëri dy testime. Në gjuhën angleze ajo mori 35 pikë nga 50 të mundshme, ndërsa në gjuhën italiane ajo mori 60 pikë nga 80 të mundshme. Shkruani pikët e marra në secilin testim si përqindje.

80. Numri i banorëve të Evropës pas 5 vjetësh parashihet të rritet për 15.5 % dhe sot Evropa i ka 740000000 banorë. Sa banorë ka pasur Evropës para 5 vjetësh?

81. Me kalkulator, të llogaritet:
a. 20 % i numrit 160; **b.** 25 % i numrit 1000.

82. Në një litër verë ka 20 % alkool. Sa alkool, shprehur ne mililitra ka në një litër verë?

83. Nga një pasuri me vlerë 500000 euro, është paguar premia e sigurimit 700 €. Sa është premia e sigurimit shprehur në promila?

84. Pasi të shtohet lënda e parë e re prej 200 %, pesha e prodhimit është 100 *kg*. Sa ishte pesha e prodhimit para se të shtohej lënda e parë e re dhe për sa kilogramë është shtuar pesha e përgjithshme e prodhimit?

85. Pas çregjistrimit të pasurisë 300 %, vlera e saj është 200000 euro. Sa është vlera e çregjistruar dhe sa është vlera blerëse e pasurisë?

86. Gjej $8\frac{7}{8}$ % të numrit 3246000.

5. Llogaritja e interesit (kamatës)

- Një shumë të hollash deponohen në bankë. Banka është e obliguar për një kohë dhe përqindje të caktuar dhe në bazë të shumës së deponuar t'i japë pronarit të asaj shume njëfarë shpërblimi ose fitimi, të cilin e quajmë *interes* ose *kamatë*.
- Elementet të cilat nevojiten për llogaritjen e interesit janë:
  a) *kapitali* K
  b) *interesi*
  c) *koha* t
  d) *përqindja* p
  e) *numrat konstantë:* 100; 1200; 36000; 36500.

$$i = \frac{K \cdot p}{100} \cdot t.$$

71

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Probleme praktike në lidhje me përqindjen dhe kamatën

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
TIK, Gjuhë shqipe.

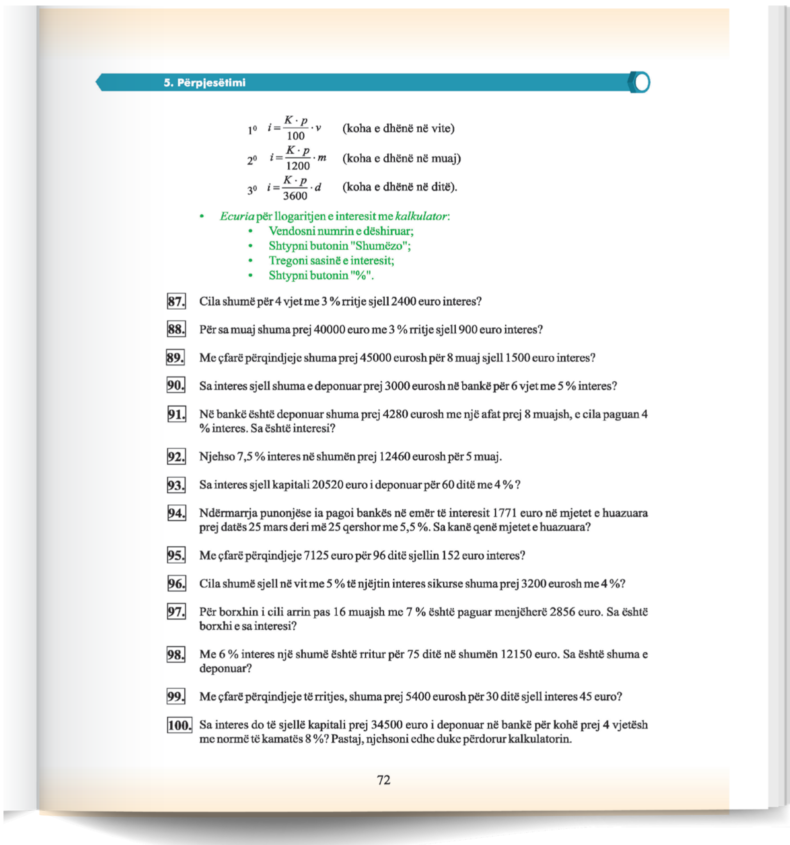
METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Përmes pyetjeve dhe përgjigjeve bëhet një përsëritje në lidhje me njësitë paraprake.
Disa nga pyetjet mund të jenë:
1. Cili është dallimi në mes të përqindjes dhe promilit?
2. A kanë lidhje në mes vete përqindja dhe kamata?
3. Nëse një numër rritet për 10% e pastaj zvogëlohet për 10%, a fitohet numër i njëjtë apo i ndryshëm?

Përmes përgjigjeve, klasa bëhet gati për fazën e dytë.

Për mësimdhënësin/en


5. Përpjesëtimi

$1^0 \quad i = \frac{K \cdot p}{100} \cdot v$ (koha e dhënë në vite)

$2^0 \quad i = \frac{K \cdot p}{1200} \cdot m$ (koha e dhënë në muaj)

$3^0 \quad i = \frac{K \cdot p}{3600} \cdot d$ (koha e dhënë në ditë).

- *Ecuria* për llogaritjen e interesit me *kalkulator*:
    - Vendosni numrin e dëshiruar;
    - Shtypni butonin "Shumëzo";
    - Tregoni sasinë e interesit;
    - Shtypni butonin "%".

87. Cila shumë për 4 vjet me 3 % rritje sjell 2400 euro interes?

88. Për sa muaj shuma prej 40000 euro me 3 % rritje sjell 900 euro interes?

89. Me çfarë përqindjeje shuma prej 45000 eurosh për 8 muaj sjell 1500 euro interes?

90. Sa interes sjell shuma e deponuar prej 3000 eurosh në bankë për 6 vjet me 5 % interes?

91. Në bankë është deponuar shuma prej 4280 eurosh me një afat prej 8 muajsh, e cila paguan 4 % interes. Sa është interesi?

92. Njehso 7,5 % interes në shumën prej 12460 eurosh për 5 muaj.

93. Sa interes sjell kapitali 20520 euro i deponuar për 60 ditë me 4 % ?

94. Ndërmarrja punonjëse ia pagoi bankës në emër të interesit 1771 euro në mjetet e huazuara prej datës 25 mars deri më 25 qershor me 5,5 %. Sa kanë qenë mjetet e huazuara?

95. Me çfarë përqindjeje 7125 euro për 96 ditë sjellin 152 euro interes?

96. Cila shumë sjell në vit me 5 % të njëjtin interes sikurse shuma prej 3200 eurosh me 4 %?

97. Për borxhin i cili arrin pas 16 muajsh me 7 % është paguar menjëherë 2856 euro. Sa është borxhi e sa interesi?

98. Me 6 % interes një shumë është rritur për 75 ditë në shumën 12150 euro. Sa është shuma e deponuar?

99. Me çfarë përqindjeje të rritjes, shuma prej 5400 eurosh për 30 ditë sjell interes 45 euro?

100. Sa interes do të sjellë kapitali prej 34500 euro i deponuar në bankë për kohë prej 4 vjetësh me normë të kamatës 8 %? Pastaj, njehsoni edhe duke përdorur kalkulatorin.

72

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët me këmbime (grupet e ekspertëve)

Organizohen nxënësit në grupe me nga 4 nxënës, ku secili prej tyre është përgjegjës për të lexuar një pjesë. Përgatitet "fleta e ekspertit", e cila mund të ketë pyetje, detyra ose grafik që të plotësohet. Rigrupohen nxënësit të lexojnë pjesën që u është caktuar si detyrë. Ata diskutojnë përfundimet e tyre dhe vendosin për mënyrën se si do t'ua shpjegojnë këtë pjesë të tjerëve kur të shkojnë në grupet fillestare. Më pas, të gjithë nxënësit që kanë të njëjtin numër, ekspertët, raportojnë në grupet fillestare për të shpjeguar pjesët më të rëndësishme të pjesës së tyre të tekstit.

Pjesa tjetër e grupit është e gatshme të mësojë informacionin e ri. Kështu duken fletët e ekspertëve:

Eksperti A	Eksperti B	Eksperti C	Eksperti D
Detyra 91	Detyra 92	Detyra 93	Detyra 94

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Ditarët e të nxënit (Ditari dypjesësh)

Organizohen nxënësit të punojnë në dyshe. Në fletoret e tyre duhet të paraqesin tabelën si më poshtë.

Detyrë	Zgjidhje
Detyra 95 Detyra 96	

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përdorimit të formulave për llogaritjen e përqindjes dhe kamatës për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 72, detyra 97)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 84

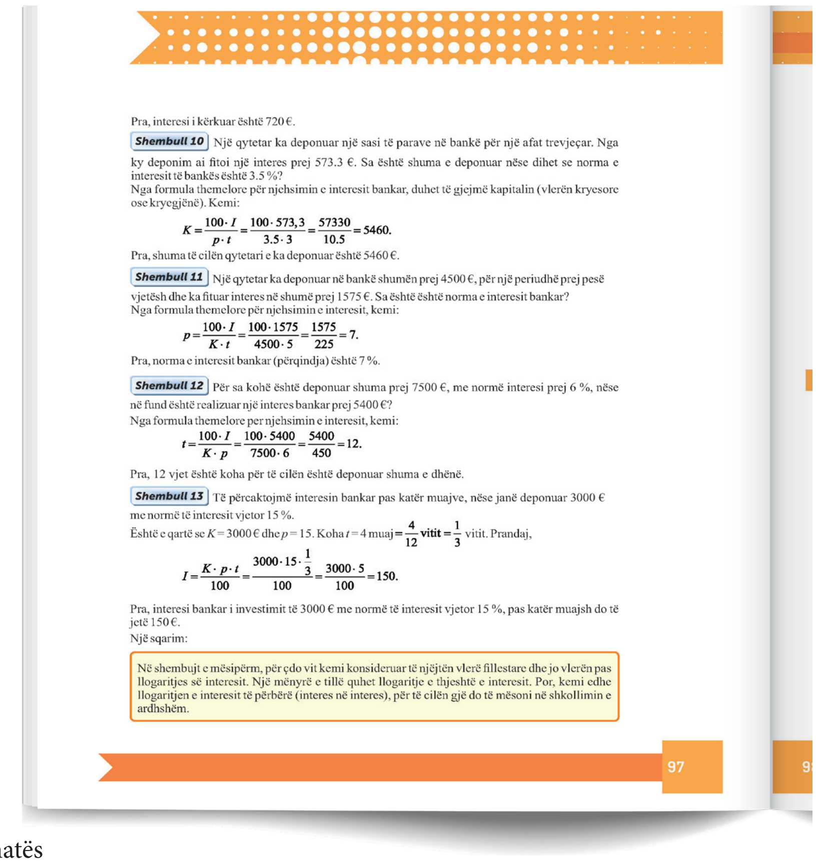
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Përdor kalkulatorin dhe kompjuterin për zgjidhjen e problemeve të ndryshme.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 5; III- 1; IV- 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 6. 1; 8. 3.



Pra, interesi i kërkuar është 720 €.

Shembull 10 Një qytetar ka deponuar një sasi të parave në bankë për një afat trevjeçar. Nga ky deponim ai fitoi një interes prej 573.3 €. Sa është shuma e deponuar nëse dihet se norma e interesit të bankës është 3.5 %?
Nga formula themelore për njehsimin e interesit bankar, duhet të gjejmë kapitalin (vlerën kryesore ose kryegjënë). Kemi:

$$K=\frac{100\cdot I}{p\cdot t}=\frac{100\cdot 573{,}3}{3.5\cdot 3}=\frac{57330}{10.5}=5460.$$

Pra, shuma të cilën qytetari e ka deponuar është 5460 €.

Shembull 11 Një qytetar ka deponuar në bankë shumën prej 4500 €, për një periudhë prej pesë vjetësh dhe ka fituar interes në shumë prej 1575 €. Sa është është norma e interesit bankar?
Nga formula themelore për njehsimin e interesit, kemi:

$$p=\frac{100\cdot I}{K\cdot t}=\frac{100\cdot 1575}{4500\cdot 5}=\frac{1575}{225}=7.$$

Pra, norma e interesit bankar (përqindja) është 7 %.

Shembull 12 Për sa kohë është deponuar shuma prej 7500 €, me normë interesi prej 6 %, nëse në fund është realizuar një interes bankar prej 5400 €?
Nga formula themelore per njehsimin e interesit, kemi:

$$t=\frac{100\cdot I}{K\cdot p}=\frac{100\cdot 5400}{7500\cdot 6}=\frac{5400}{450}=12.$$

Pra, 12 vjet është koha për të cilën është deponuar shuma e dhënë.

Shembull 13 Të përcaktojmë interesin bankar pas katër muajve, nëse janë deponuar 3000 € me normë të interesit vjetor 15 %.
Është e qartë se $K=3000$ € dhe $p=15$. Koha $t=4$ muaj $=\frac{4}{12}$ vitit $=\frac{1}{3}$ vitit. Prandaj,

$$I=\frac{K\cdot p\cdot t}{100}=\frac{3000\cdot 15\cdot \frac{1}{3}}{100}=\frac{3000\cdot 5}{100}=150.$$

Pra, interesi bankar i investimit të 3000 € me normë të interesit vjetor 15 %, pas katër muajsh do të jetë 150 €.
Një sqarim:

Në shembujt e mësipërm, për çdo vit kemi konsideruar të njëjtën vlerë fillestare dhe jo vlerën pas llogaritjes së interesit. Një mënyrë e tillë quhet llogaritje e thjeshtë e interesit. Por, kemi edhe llogaritjen e interesit të përbërë (interes në interes), për të cilën gjë do të mësoni në shkollimin e ardhshëm.

97

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Përdorimi i kalkulatorit dhe i kompjuterit për llogaritjen e përqindjes, promilit dhe kamatës

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përdor kalkulatorin dhe kompjuterin për zgjidhjen e problemeve të ndryshme.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

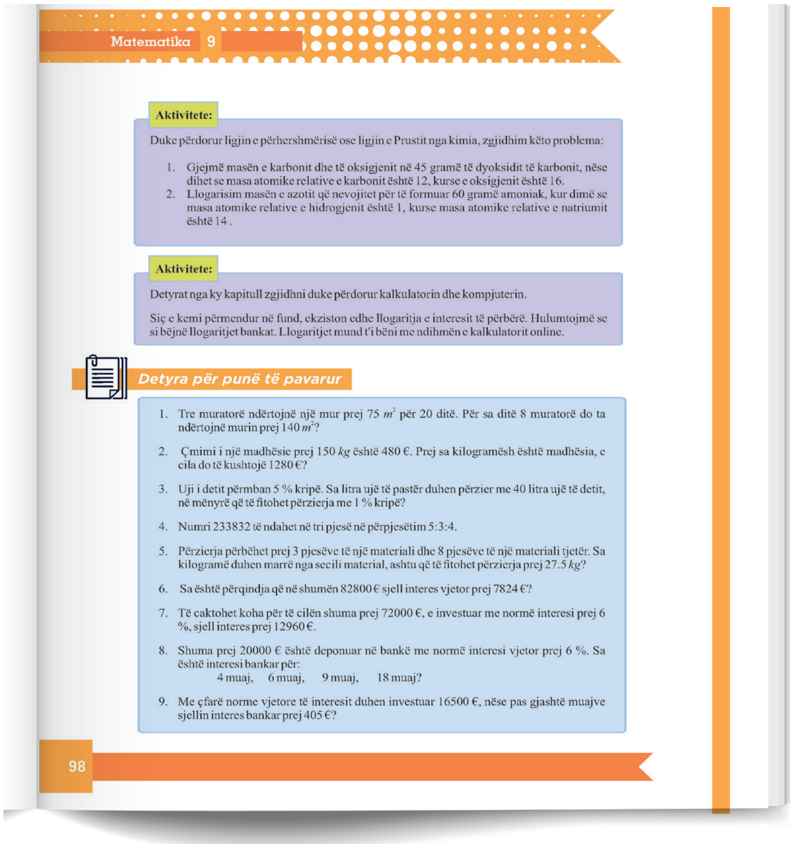
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash, kompjuter, projektor.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
TIK.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Imagjinatë e drejtuar

Paramendojmë se jemi në bankë.
Nxënësit paraprakisht udhëzohen që të mendojnë për ndonjë investim të mundshëm të tyre dhe për këtë u nevojitet kredia.
Përmes kalkulatorit online: https://bankacredins.com/perllogaritesi/ nxënësit kanë mundësi që të shohin se si do të jetë ky proces. Pas paraqitjes me kalkulator online, nxënësve u kërkohet që të bëjnë llogaritjet individualisht për ta "vërtetuar" kalkulatorin.


Matematika 9

Aktivitete:

Duke përdorur ligjin e përhershmërisë ose ligjin e Prustit nga kimia, zgjidhim këto problema:

1. Gjejmë masën e karbonit dhe të oksigjenit në 45 gramë të dyoksidit të karbonit, nëse dihet se masa atomike relative e karbonit është 12, kurse e oksigjenit është 16.
2. Llogarisim masën e azotit që nevojitet për të formuar 60 gramë amoniak, kur dimë se masa atomike relative e hidrogjenit është 1, kurse masa atomike relative e natriumit është 14 .

Aktivitete:

Detyrat nga ky kapitull zgjidhni duke përdorur kalkulatorin dhe kompjuterin.

Siç e kemi përmendur në fund, ekziston edhe llogaritja e interesit të përbërë. Hulumtojmë se si bëjnë llogaritjet bankat. Llogaritjet mund t'i bëni me ndihmën e kalkulatorit online.

Detyra për punë të pavarur

1. Tre muratorë ndërtojnë një mur prej 75 m^2 për 20 ditë. Për sa ditë 8 muratorë do ta ndërtojnë murin prej 140 m^2?
2. Çmimi i një madhësie prej 150 kg është 480 €. Prej sa kilogramësh është madhësia, e cila do të kushtojë 1280 €?
3. Uji i detit përmban 5 % kripë. Sa litra ujë të pastër duhen përzier me 40 litra ujë të detit, në mënyrë që të fitohet përzierja me 1 % kripë?
4. Numri 233832 të ndahet në tri pjesë në përpjesëtim 5:3:4.
5. Përzierja përbëhet prej 3 pjesëve të një materiali dhe 8 pjesëve të një materiali tjetër. Sa kilogramë duhen marrë nga secili material, ashtu që të fitohet përzierja prej 27.5 kg?
6. Sa është përqindja që në shumën 82800 € sjell interes vjetor prej 7824 €?
7. Të caktohet koha për të cilën shuma prej 72000 €, e investuar me normë interesi prej 6 %, sjell interes prej 12960 €.
8. Shuma prej 20000 € është deponuar në bankë me normë interesi vjetor prej 6 %. Sa është interesi bankar për:
   4 muaj, 6 muaj, 9 muaj, 18 muaj?
9. Me çfarë norme vjetore të interesit duhen investuar 16500 €, nëse pas gjashtë muajve sjellin interes bankar prej 405 €?

98

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i demonstruar

Nga Agjensioni i Statistikave të Kosovës merren materialet:

https://askdata.rks-gov.net/pxweb/sq/ASKdata/

Nga këtu, kërkohet që nxënësit të bëjnë krahasime mbi rritjen apo zvogëlimin e popullsisë.

Pas të gjeturave, nxënësit e kthejnë në përqindje rritjen apo zvogëlimin e popullsisë.

Më poshtë, po e japim tabelën e regjistrimi të popullsisë së Komunës së Gjilanit për vitin 2011.

	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80+	Total
Gjithsej										
Gjilan	14 198	19 090	14 975	12 647	12 124	7 785	5 387	3 127	845	90 178
Meshkuj										
Gjilan	7 324	9 816	7 904	6 070	6 001	3 866	2 491	1 510	372	45 354
Femra										
Gjilan	6 874	9 274	7 071	6 577	6 123	3 919	2 896	1 617	473	44 824

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Diskutim në grup

Organizohen nxënësit në katër grupe me nga katër nxënës: detyra e tyre është të diskutojnë, shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në fazën e dytë të orës. Po ashtu, paqartësitë plotësohen edhe me ndihmën e mësimdhënësit. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përdorimit të kalkulatorit dhe të kompjuterit për zgjidhjen e problemeve të ndryshme.

Detyrë:
(Detyra e zhvilluar në fazën e dytë të bëhet për gjithë Republikën e Kosovës)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 85

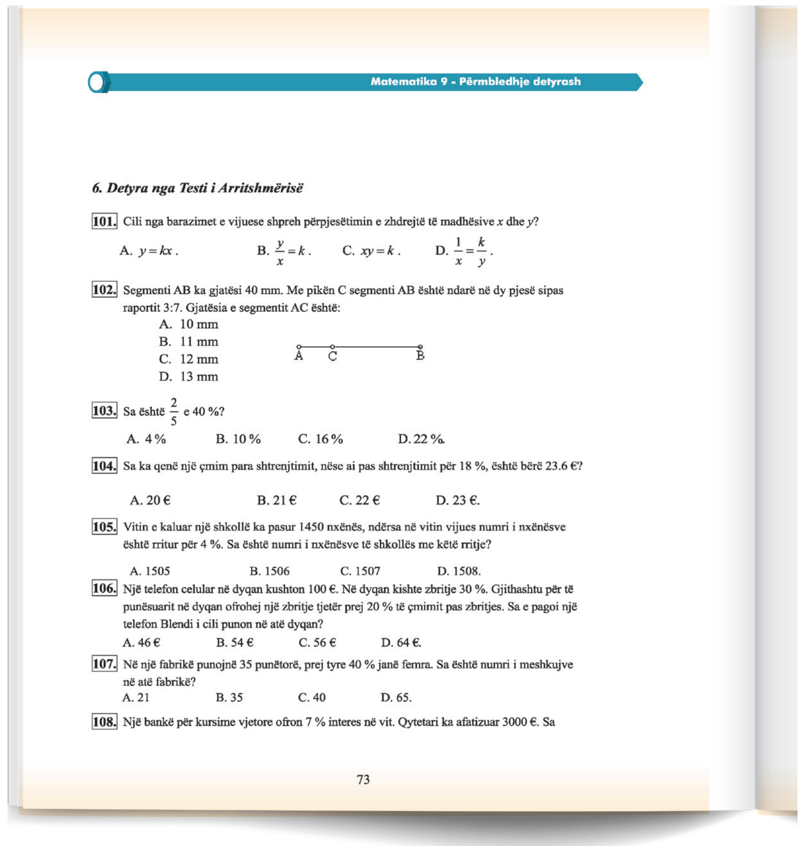
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: IV **Klasa:** 9
Tema: Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata

Rezultatet e të nxënit të temës: - Përdor formulat për llogaritjen e përqindjes, promilit dhe kamatës për zgjidhje të problemeve me kontekste nga situata jetësore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 5; III- 1; IV- 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 6. 1; 8. 3.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

6. Detyra nga Testi i Arritshmërisë

101. Cili nga barazimet e vijuese shpreh përpjesëtimin e zhdrejtë të madhësive x dhe y?

A. $y = kx$. B. $\frac{y}{x} = k$. C. $xy = k$. D. $\frac{1}{x} = \frac{k}{y}$.

102. Segmenti AB ka gjatësi 40 mm. Me pikën C segmenti AB është ndarë në dy pjesë sipas raportit 3:7. Gjatësia e segmentit AC është:

A. 10 mm
B. 11 mm
C. 12 mm
D. 13 mm

A C B

103. Sa është $\frac{2}{5}$ e 40 %?

A. 4 % B. 10 % C. 16 % D. 22 %.

104. Sa ka qenë një çmim para shtrenjtimit, nëse ai pas shtrenjtimit për 18 %, është bërë 23.6 €?

A. 20 € B. 21 € C. 22 € D. 23 €.

105. Vitin e kaluar një shkollë ka pasur 1450 nxënës, ndërsa në vitin vijues numri i nxënësve është rritur për 4 %. Sa është numri i nxënësve të shkollës me këtë rritje?

A. 1505 B. 1506 C. 1507 D. 1508.

106. Një telefon celular në dyqan kushton 100 €. Në dyqan kishte zbritje 30 %. Gjithashtu për të punësuarit në dyqan ofrohej një zbritje tjetër prej 20 % të çmimit pas zbritjes. Sa e pagoi një telefon Blendi i cili punon në atë dyqan?

A. 46 € B. 54 € C. 56 € D. 64 €.

107. Në një fabrikë punojnë 35 punëtorë, prej tyre 40 % janë femra. Sa është numri i meshkujve në atë fabrikë?

A. 21 B. 35 C. 40 D. 65.

108. Një bankë për kursime vjetore ofron 7 % interes në vit. Qytetari ka afatizuar 3000 €. Sa

73

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Përpjesëtimi dhe përqindja

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zbaton njohuritë nga përpjesëtimi dhe përqindja në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.

Kriteret e suksesit: Përcaktohen me nxënësit në klasë.

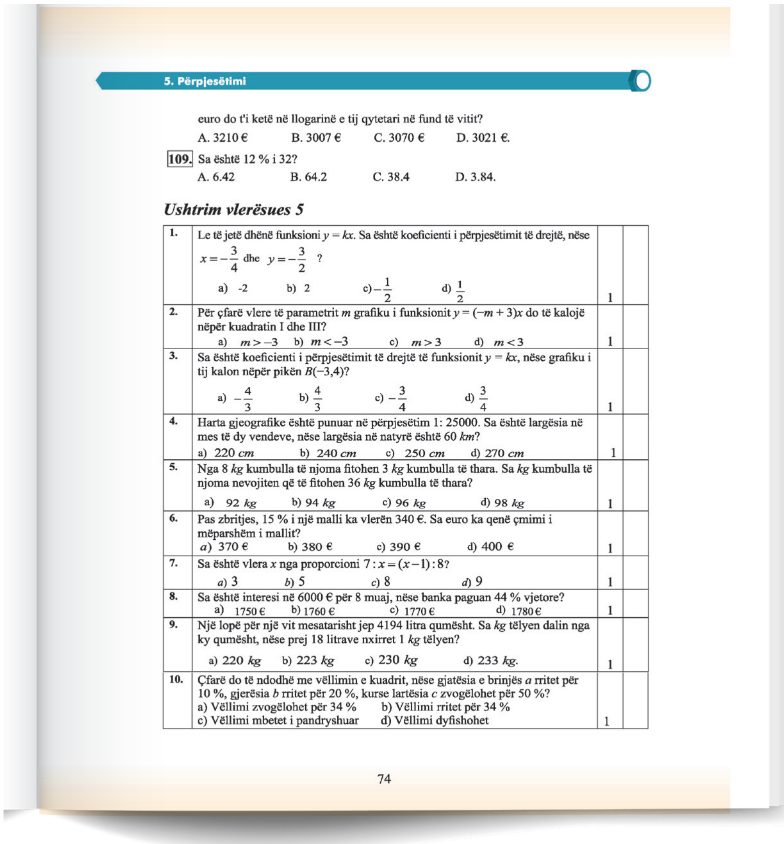
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore:
libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash, kompjuter, projektor.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
TIK.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Në fillim të orës mësimore bëhet një përsëritje në lidhje me kapitullin "Përpjesëtimi, përqindja, promili dhe kamata".
Disa nga pyetjet mund të jenë:
1. Si dallohen përpjesëtimi i drejtë me atë të zhdrejtë? 2. Çfarë quajmë përpjesëtim të zgjeruar?
3. Çfarë dallon përqindja nga promili? 4. Si llogaritet kamata?
Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa bëhet gati për fazën e dytë.



5. Përpjesëtimi

euro do t'i ketë në llogarinë e tij qytetari në fund të vitit?

A. 3210 €   B. 3007 €   C. 3070 €   D. 3021 €.

109. Sa është 12 % i 32?

A. 6.42   B. 64.2   C. 38.4   D. 3.84.

Ushtrim vlerësues 5

1.	Le të jetë dhënë funksioni $y = kx$. Sa është koeficienti i përpjesëtimit të drejtë, nëse $x = -\frac{3}{4}$ dhe $y = -\frac{3}{2}$? a) -2 b) 2 c) $-\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{2}$	1	
2.	Për çfarë vlere të parametrit m grafiku i funksionit $y = (-m + 3)x$ do të kalojë nëpër kuadratin I dhe III? a) $m > -3$ b) $m < -3$ c) $m > 3$ d) $m < 3$	1	
3.	Sa është koeficienti i përpjesëtimit të drejtë të funksionit $y = kx$, nëse grafiku i tij kalon nëpër pikën $B(-3,4)$? a) $-\frac{4}{3}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $-\frac{3}{4}$ d) $\frac{3}{4}$	1	
4.	Harta gjeografike është punuar në përpjesëtim 1: 25000. Sa është largësia në mes të dy vendeve, nëse largësia në natyrë është 60 *km*? a) 220 *cm* b) 240 *cm* c) 250 *cm* d) 270 *cm*	1	
5.	Nga 8 *kg* kumbulla të njoma fitohen 3 *kg* kumbulla të thara. Sa *kg* kumbulla të njoma nevojiten që të fitohen 36 *kg* kumbulla të thara? a) 92 *kg* b) 94 *kg* c) 96 *kg* d) 98 *kg*	1	
6.	Pas zbritjes, 15 % i një malli ka vlerën 340 €. Sa euro ka qenë çmimi i mëparshëm i mallit? *a*) 370 € b) 380 € c) 390 € d) 400 €	1	
7.	Sa është vlera x nga proporcioni $7 : x = (x-1) : 8$? *a*) 3 *b*) 5 *c*) 8 *d*) 9	1	
8.	Sa është interesi në 6000 € për 8 muaj, nëse banka paguan 44 % vjetore? a) 1750 € b) 1760 € c) 1770 € d) 1780 €	1	
9.	Një lopë për një vit mesatarisht jep 4194 litra qumësht. Sa *kg* tëlyen dalin nga ky qumësht, nëse prej 18 litrave nxirret 1 *kg* tëlyen? a) 220 *kg* b) 223 *kg* c) 230 *kg* d) 233 *kg*.	1	
10.	Çfarë do të ndodhë me vëllimin e kuadrit, nëse gjatësia e brinjës *a* rritet për 10 %, gjerësia *b* rritet për 20 %, kurse lartësia *c* zvogëlohet për 50 %? a) Vëllimi zvogëlohet për 34 % b) Vëllimi rritet për 34 % c) Vëllimi mbetet i pandryshuar d) Vëllimi dyfishohet	1	

74

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Vëzhgo-Analizo-Zbato

Në tabelë shënohen detyrat/problemet që duhen zgjidhur.
Caktohen nxënësit të cilët e bëjnë zgjidhjen e detyrave/problemeve.
Përgjatë zgjidhjes së detyrave/problemeve nxënësit e tjerë në fillim vetëm e përcjellin zgjidhjen (vëzhgojnë). Pas mbarimit të tërësishëm, hapet diskutimi mbi zgjidhjen e detyrës/problemit (analizojnë) dhe pas diskutimit, njohuritë e fituara i zbatojnë.

102. Segmenti AB ka gjatësi 40 mm. Me pikën C segmenti AB është ndarë në dy pjesë sipas raportit 3:7. Gjatësia e segmentit AC është:

A. 10 mm
B. 11 mm
C. 12 mm
D. 13 mm

104. Sa ka qenë një çmim para shtrenjtimit nëse ai pas shtrenjtimit për 18% është bërë 23.6€?

A. 20€   B. 21€   C. 22€   D. 23 €.

105. Vitin e kaluar një shkollë ka pasur 1450 nxënës, ndërsa në vitin vijues numri i nxënësve është rritur për 4 %. Sa është numri i nxënësve të shkollës me këtë rritje?

A. 1505   B. 1506   C. 1507   D. 1508.

106. Një telefon celular në dyqan kushton 100€. Në dyqan kishte zbritje 30%. Gjithashtu për të punësuarit në dyqan ofrohej një zbritje tjetër prej 20% të çmimit pas zbritjes. Sa e pagoi një telefon Blendi i cili punon në atë dyqan?

A. 46€   B. 54€   C. 56€   D. 64€.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Ditarët e të nxënit (Ditari dypjesësh)

Organizohen nxënësit të punojnë në dyshe. Në fletoret e tyre duhet të paraqesin tabelën si më poshtë.

Detyrë	Zgjidhje
Ushtrim vlerësues 5 (faqe 74)	

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zbatimit të njohurive nga përpjesëtimi dhe përqindja në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 74, detyra 109)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 86

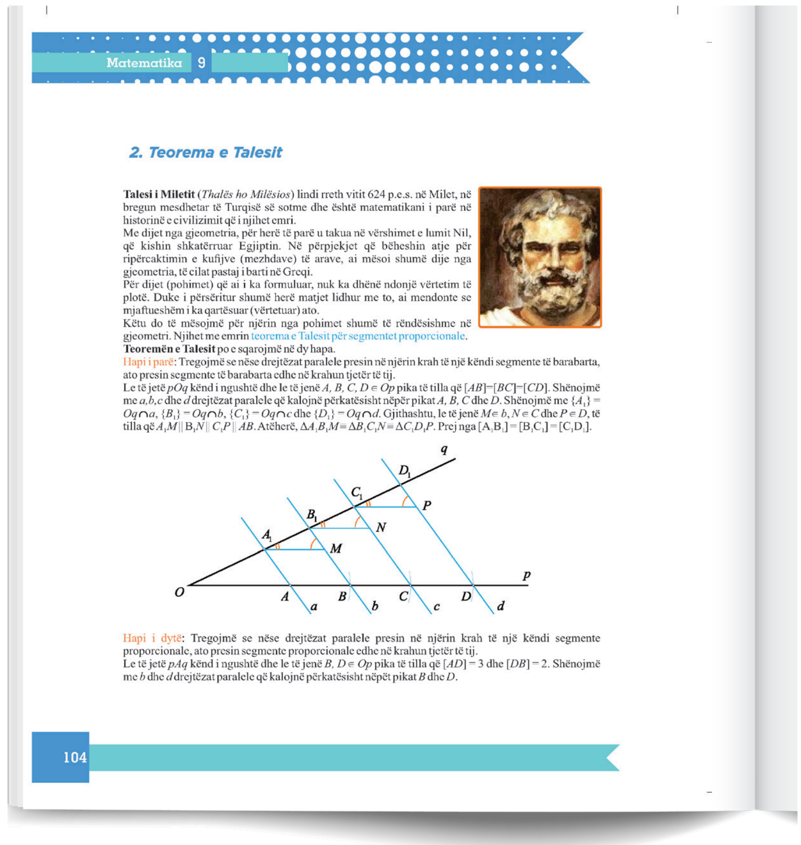
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Homotetia dhe ngjashmëria

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon rregullën për raportin e segmenteve (Teoremën e Talesit).

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 1; III- 1, 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 2. 2; 3. 4


Matematika 9

2. Teorema e Talesit

Talesi i Miletit (*Thalës ho Milësios*) lindi rreth vitit 624 p.e.s. në Milet, në bregun mesdhetar të Turqisë së sotme dhe është matematikani i parë në historinë e civilizimit që i njihet emri.
Me dijet nga gjeometria, për herë të parë u takua në vërshimet e lumit Nil, që kishin shkatërruar Egjiptin. Në përpjekjet që bëheshin atje për ripërcaktimin e kufijve (mezhdave) të arave, ai mësoi shumë dije nga gjeometria, të cilat pastaj i barti në Greqi.
Për dijet (pohimet) që ai i ka formuluar, nuk ka dhënë ndonjë vërtetim të plotë. Duke i përsëritur shumë herë matjet lidhur me to, ai mendonte se mjaftueshëm i ka qartësuar (vërtetuar) ato.
Këtu do të mësojmë për njërin nga pohimet shumë të rëndësishme në gjeometri. Njihet me emrin teorema e Talesit për segmentet proporcionale.
Teoremën e Talesit po e sqarojmë në dy hapa.
Hapi i parë: Tregojmë se nëse drejtëzat paralele presin në njërin krah të një këndi segmente të barabarta, ato presin segmente të barabarta edhe në krahun tjetër të tij.
Le të jetë pOq kënd i ngushtë dhe le të jenë $A, B, C, D \in Op$ pika të tilla që $[AB]=[BC]=[CD]$. Shënojmë me a, b, c dhe d drejtëzat paralele që kalojnë përkatësisht nëpër pikat A, B, C dhe D. Shënojmë me $\{A_1\} = Oq \cap a$, $\{B_1\} = Oq \cap b$, $\{C_1\} = Oq \cap c$ dhe $\{D_1\} = Oq \cap d$. Gjithashtu, le të jenë $M \in b$, $N \in C$ dhe $P \in D$, të tilla që $A_1M \parallel B_1N \parallel C_1P \parallel AB$. Atëherë, $\Delta A_1B_1M \equiv \Delta B_1C_1N \equiv \Delta C_1D_1P$. Prej nga $[A_1B_1] = [B_1C_1] = [C_1D_1]$.

Hapi i dytë: Tregojmë se nëse drejtëzat paralele presin në njërin krah të një këndi segmente proporcionale, ato presin segmente proporcionale edhe në krahun tjetër të tij.
Le të jetë pAq kënd i ngushtë dhe le të jenë $B, D \in Op$ pika të tilla që $[AD] = 3$ dhe $[DB] = 2$. Shënojmë me b dhe d drejtëzat paralele që kalojnë përkatësisht nëpët pikat B dhe D.

104

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Raporti (përpjesa) i segmenteve. Teorema e Talesit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon rregullën për raportin e segmenteve (Teoremën e Talesit).

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

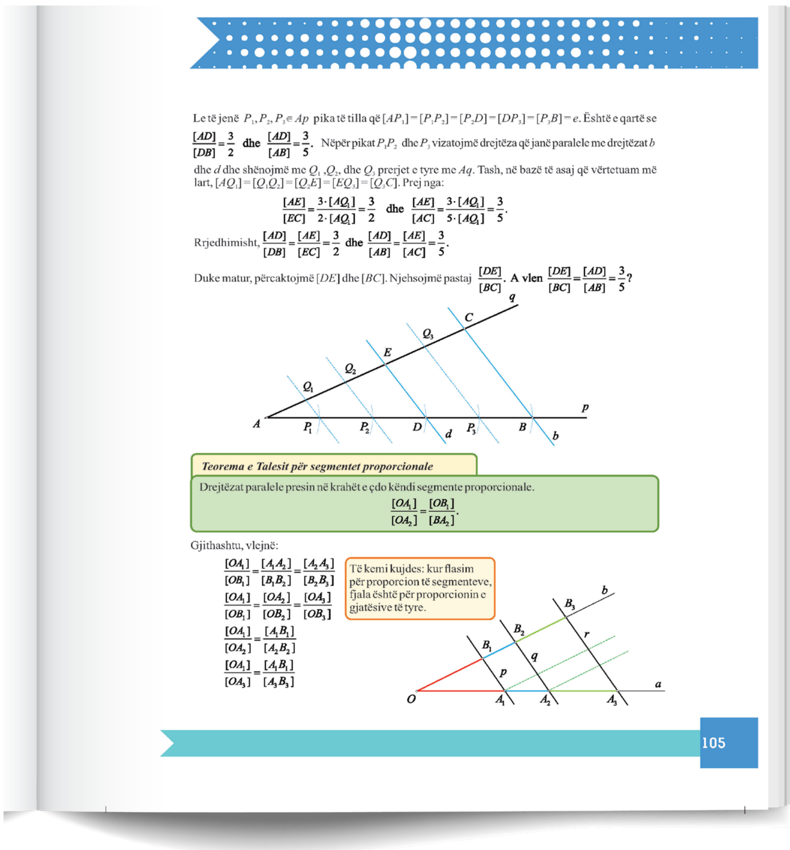
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Në fillim nxënësit nxiten të japin mendime në lidhje me ndarjen e segmentit në 2, 3, ..., n pjesë të barabarta. Disa nga pyetjet që nxitin të menduarit mund të jenë: 1. Si bëhet ndarja e segmentit në 2 pjesë të barabarta? 2. Si quhet drejtëza e cila e bën ndarjen e segmentit në dy pjesë të barabarta? 3. Çfarë mendoni, a mund të ndahet segmenti në 3 pjesë të barabarta? 4. Si mund të bëhet ndarja e segmentit në më shumë se dy pjesë të barabarta? Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa bëhet gati për fazën e dytë të orës mësimore.

Për mësimdhënësin/en



Le të jenë $P_1, P_2, P_3 \in Ap$ pika të tilla që $[AP_1]=[P_1P_2]=[P_2D]=[DP_3]=[P_3B]=e$. Është e qartë se $\frac{[AD]}{[DB]}=\frac{3}{2}$ **dhe** $\frac{[AD]}{[AB]}=\frac{3}{5}$. Nëpër pikat P_1P_2 dhe P_3 vizatojmë drejtëza që janë paralele me drejtëzat b dhe d dhe shënojmë me Q_1, Q_2, dhe Q_3 prerjet e tyre me Aq. Tash, në bazë të asaj që vërtetuam më lart, $[AQ_1]=[Q_1Q_2]=[Q_2E]=[EQ_3]=[Q_3C]$. Prej nga:

$$\frac{[AE]}{[EC]}=\frac{3\cdot[AQ_1]}{2\cdot[AQ_1]}=\frac{3}{2} \quad \textbf{dhe} \quad \frac{[AE]}{[AC]}=\frac{3\cdot[AQ_1]}{5\cdot[AQ_1]}=\frac{3}{5}.$$

Rrjedhimisht, $\frac{[AD]}{[DB]}=\frac{[AE]}{[EC]}=\frac{3}{2}$ **dhe** $\frac{[AD]}{[AB]}=\frac{[AE]}{[AC]}=\frac{3}{5}$.

Duke matur, përcaktojmë $[DE]$ dhe $[BC]$. Njehsojmë pastaj $\frac{[DE]}{[BC]}$. **A vlen** $\frac{[DE]}{[BC]}=\frac{[AD]}{[AB]}=\frac{3}{5}$?

Teorema e Talesit për segmentet proporcionale

Drejtëzat paralele presin në krahët e çdo këndi segmente proporcionale.

$$\frac{[OA_1]}{[OA_2]}=\frac{[OB_1]}{[BA_2]}.$$

Gjithashtu, vlejnë:

$$\frac{[OA_1]}{[OB_1]}=\frac{[A_1A_2]}{[B_1B_2]}=\frac{[A_2A_3]}{[B_2B_3]}$$

$$\frac{[OA_1]}{[OB_1]}=\frac{[OA_2]}{[OB_2]}=\frac{[OA_3]}{[OB_3]}$$

$$\frac{[OA_1]}{[OA_2]}=\frac{[A_1B_1]}{[A_2B_2]}$$

$$\frac{[OA_1]}{[OA_3]}=\frac{[A_1B_1]}{[A_3B_3]}$$

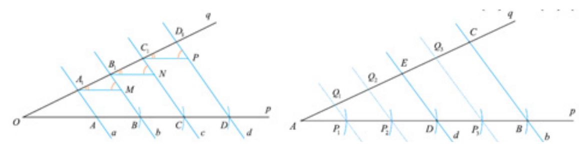
Të kemi kujdes: kur flasim për proporcion të segmenteve, fjala është për proporcionin e gjatësive të tyre.

105

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të lexuarit dhe e të menduarit të drejtuar (DRTA)

Mësimi fillon me një diskutim për titullin duke u mbështetur në pyetjet: *Për çfarë mendoni se bën fjalë kjo njësi mësimore? Pse mendoni kështu?*

Secili nxënës bën parashikimin e vet. Pastaj, lexohet pjesa e parë dhe mësimdhënësi ndalon për të kuptuar nëse nxënësit kanë qenë të saktë apo jo në parashikimet e tyre. Leximi vazhdon me ndalesa në pjesë të caktuara për të mbajtur gjallë kureshtjen e nxënësve deri në fund të paragrafit. Kështu, leximi i vëmendshëm në çdo paragraf bën të mundur që nxënësit të nxjerrin provat mbështetëse të paragrafit që lexohet, të përfshihen në zbërthim të materialit dhe të parashikojnë se çfarë mund të ndodhë më tutje në material.
Gjatë leximit, disa nga skicat e mundshme mund të jenë:



Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Organizohen nxënësit në dyshe: detyra e tyre është të diskutojnë, të shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në pjesën e dytë të orës mësimore. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit të grupit të tij duke shkëmbyer ide, mendime dhe pyetje me dyshet e tjera.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të rregullës për raportin e segmenteve (Teoremës së Talesit).

Detyrë:
(Provoni të formuloni Teoremën e anasjellë të Talesit)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 87

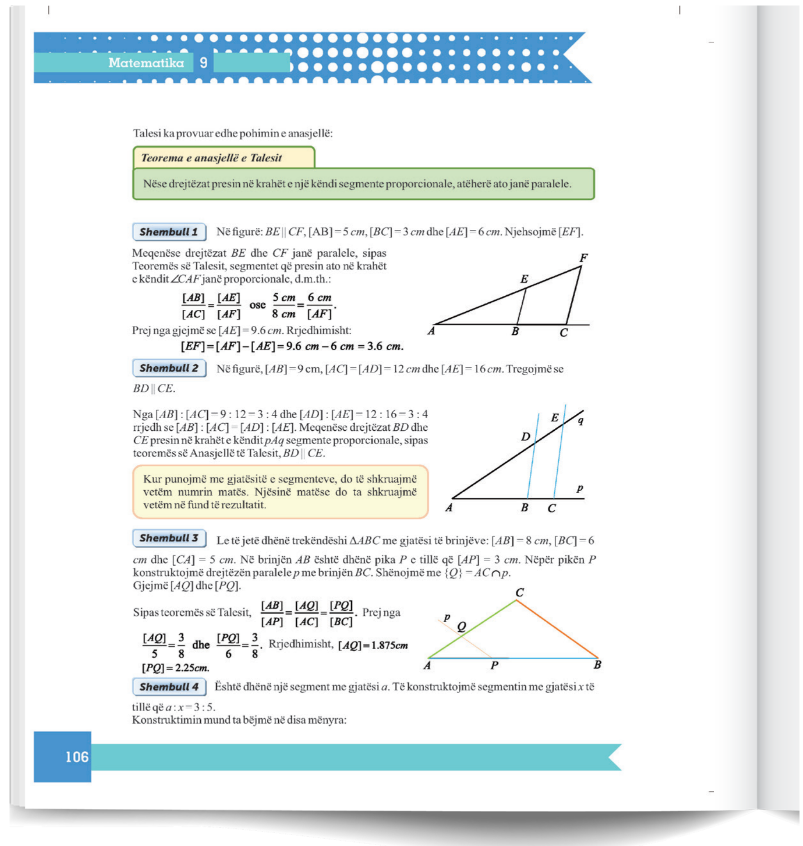
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Homotetia dhe ngjashmëria

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon rregullën për raportin e segmenteve (Teoremën e Talesit).

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 1; III- 1, 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 2. 2; 3. 4



Talesi ka provuar edhe pohimin e anasjellë:

Teorema e anasjellë e Talesit

Nëse drejtëzat presin në krahët e një këndi segmente proporcionale, atëherë ato janë paralele.

Shembull 1 Në figurë: $BE \parallel CF$, [AB] = 5 cm, $[BC]=3\ cm$ dhe $[AE]=6\ cm$. Njehsojmë $[EF]$.

Meqenëse drejtëzat BE dhe CF janë paralele, sipas Teoremës së Talesit, segmentet që presin ato në krahët e këndit $\angle CAF$ janë proporcionale, d.m.th.:

$$\frac{[AB]}{[AC]}=\frac{[AE]}{[AF]} \text{ ose } \frac{5\ cm}{8\ cm}=\frac{6\ cm}{[AF]}.$$

Prej nga gjejmë se $[AE]=9.6\ cm$. Rrjedhimisht:

$$[EF]=[AF]-[AE]=9.6\ cm-6\ cm=3.6\ cm.$$

Shembull 2 Në figurë, $[AB]=9$ cm, $[AC]=[AD]=12\ cm$ dhe $[AE]=16\ cm$. Tregojmë se $BD \parallel CE$.

Nga $[AB]:[AC]=9:12=3:4$ dhe $[AD]:[AE]=12:16=3:4$ rrjedh se $[AB]:[AC]=[AD]:[AE]$. Meqenëse drejtëzat BD dhe CE presin në krahët e këndit pAq segmente proporcionale, sipas teoremës së Anasjellë të Talesit, $BD \parallel CE$.

Kur punojmë me gjatësitë e segmenteve, do të shkruajmë vetëm numrin matës. Njësinë matëse do ta shkruajmë vetëm në fund të rezultatit.

Shembull 3 Le të jetë dhënë trekëndëshi ΔABC me gjatësi të brinjëve: $[AB]=8\ cm$, $[BC]=6\ cm$ dhe $[CA]=5\ cm$. Në brinjën AB është dhënë pika P e tillë që $[AP]=3\ cm$. Nëpër pikën P konstruktojmë drejtëzën paralele p me brinjën BC. Shënojmë me $\{Q\}=AC\cap p$.
Gjejmë $[AQ]$ dhe $[PQ]$.

Sipas teoremës së Talesit, $\frac{[AB]}{[AP]}=\frac{[AQ]}{[AC]}=\frac{[PQ]}{[BC]}$. Prej nga $\frac{[AQ]}{5}=\frac{3}{8}$ dhe $\frac{[PQ]}{6}=\frac{3}{8}$. Rrjedhimisht, $[AQ]=1.875cm$ $[PQ]=2.25cm$.

Shembull 4 Është dhënë një segment me gjatësi a. Të konstruktojmë segmentin me gjatësi x të tillë që $a:x=3:5$.
Konstruktimin mund ta bëjmë në disa mënyra:

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Teorema e Talesit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon rregullën për raportin e segmenteve (Teoremën e Talesit).

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

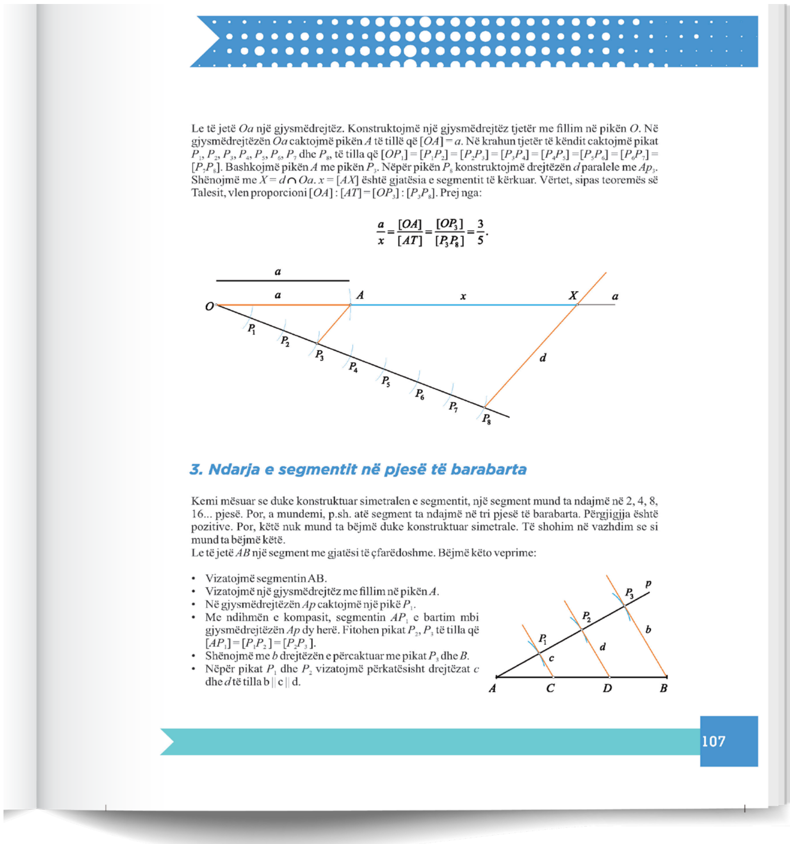
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Në fillim të orës mësimore, përmes pyetjeve dhe përgjigjeve bëhet një përsëritje në lidhje me njësinë paraprake. Disa nga pyetjet mund të jenë:
1. Me çfarë merret Teorema e Talesit? 2. Çfarë thotë Teorema e Talesit? 3. Po Teorema e anasjellë e Talesit?
Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa do të bëhet gati për fazën e dytë të orës mësimore.



Le të jetë Oa një gjysmëdrejtëz. Konstruktojmë një gjysmëdrejtëz tjetër me fillim në pikën O. Në gjysmëdrejtëzën Oa caktojmë pikën A të tillë që $[OA] = a$. Në krahun tjetër të këndit caktojmë pikat $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$ dhe P_8, të tilla që $[OP_1] = [P_1P_2] = [P_2P_3] = [P_3P_4] = [P_4P_5] = [P_5P_6] = [P_6P_7] = [P_7P_8]$. Bashkojmë pikën A me pikën P_3. Nëpër pikën P_8 konstruktojmë drejtëzën d paralele me Ap_3. Shënojmë me $X = d \cap Oa$. $x = [AX]$ është gjatësia e segmentit të kërkuar. Vërtet, sipas teoremës së Talesit, vlen proporcioni $[OA] : [AT] = [OP_3] : [P_3P_8]$. Prej nga:

$$\frac{a}{x} = \frac{[OA]}{[AT]} = \frac{[OP_3]}{[P_3P_8]} = \frac{3}{5}.$$

3. Ndarja e segmentit në pjesë të barabarta

Kemi mësuar se duke konstruktuar simetralen e segmentit, një segment mund ta ndajmë në 2, 4, 8, 16... pjesë. Por, a mundemi, p.sh. atë segment ta ndajmë në tri pjesë të barabarta. Përgjigjja është pozitive. Por, këtë nuk mund ta bëjmë duke konstruktuar simetrale. Të shohim në vazhdim se si mund ta bëjmë këtë.
Le të jetë AB një segment me gjatësi të çfarëdoshme. Bëjmë këto veprime:

- Vizatojmë segmentin AB.
- Vizatojmë një gjysmëdrejtëz me fillim në pikën A.
- Në gjysmëdrejtëzën Ap caktojmë një pikë P_1.
- Me ndihmën e kompasit, segmentin AP_1 e bartim mbi gjysmëdrejtëzën Ap dy herë. Fitohen pikat P_2, P_3 të tilla që $[AP_1] = [P_1P_2] = [P_2P_3]$.
- Shënojmë me b drejtëzën e përcaktuar me pikat P_3 dhe B.
- Nëpër pikat P_1 dhe P_2 vizatojmë përkatësisht drejtëzat c dhe d të tilla $b \parallel c \parallel d$.

107

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët me këmbime (grupet e ekspertëve)

Organizohen nxënësit në grupe me nga 4 nxënës, ku secili prej tyre është përgjegjës për të lexuar një pjesë. Përgatitet "fleta e ekspertit", e cila mund të ketë pyetje, detyra ose grafik që të plotësohet. Rigrupohen nxënësit të lexojnë pjesën që u është caktuar si detyrë. Ata diskutojnë përfundimet e tyre dhe vendosin për mënyrën se si do t'ua shpjegojnë këtë pjesë të tjerëve kur të shkojnë në grupet fillestare. Më pas, të gjithë nxënësit që kanë të njëjtin numër, ekspertët, raportojnë në grupet fillestare për të shpjeguar pjesët më të rëndësishme të pjesës së tyre të tekstit.
Kështu duken fletët e ekspertëve:

Eksperti A	Eksperti B	Eksperti C	Eksperti D
Shembulli 1	Shembulli 2	Shembulli 3	Shembulli 4

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në grup

Organizohen nxënësit në katër grupe me nga katër nxënës: detyra e tyre është të diskutojnë, shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në fazën e dytë të orës. Po ashtu, paqartësitë plotësohen edhe me ndihmën e mësimdhënësit. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të rregullës për raportin e segmenteve (Teoremës së Talesit).

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 81-82, detyra 39, 40)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 88

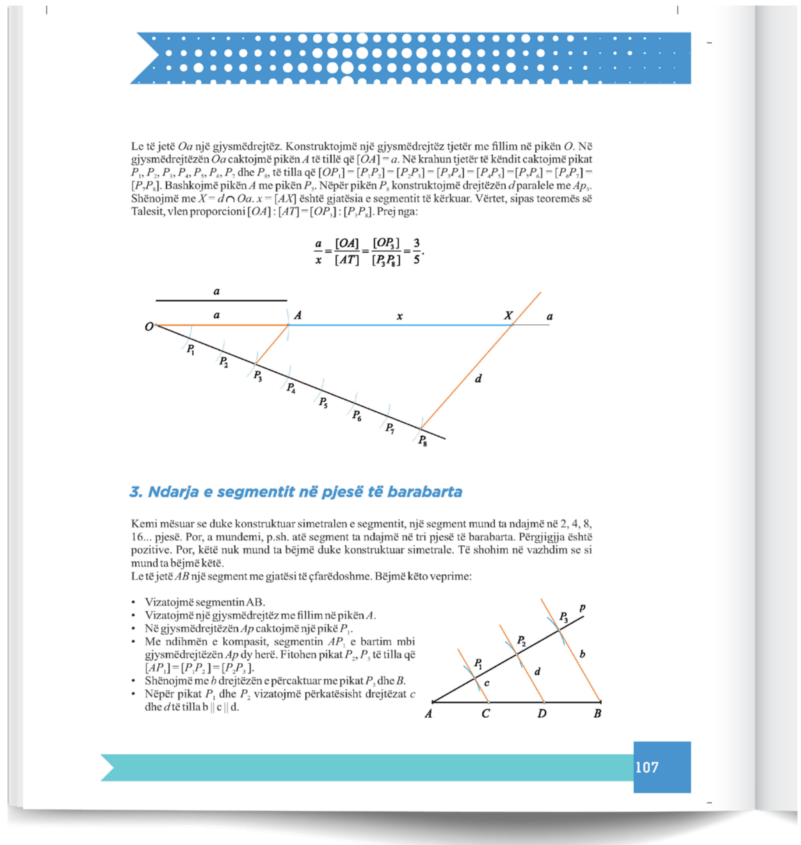
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Homotetia dhe ngjashmëria

Rezultatet e të nxënit të temës:
- Zbaton Teoremën e Talesit për raportin e segmenteve.
- Zbaton vetitë e proporcionit gjatë zgjidhjes së detyrave.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 1; III- 1, 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 2. 2; 3. 4


Le të jetë Oa një gjysmëdrejtëz. Konstruktojmë një gjysmëdrejtëz tjetër me fillim në pikën O. Në gjysmëdrejtëzën Oa caktojmë pikën A të tillë që $[OA] = a$. Në krahun tjetër të këndit caktojmë pikat $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$ dhe P_8, të tilla që $[OP_1] = [P_1P_2] = [P_2P_3] = [P_3P_4] = [P_4P_5] = [P_5P_6] = [P_6P_7] = [P_7P_8]$. Bashkojmë pikën A me pikën P_3. Nëpër pikën P_8 konstruktojmë drejtëzën d paralele me Ap_3. Shënojmë me $X = d \cap Oa$. $x = [AX]$ është gjatësia e segmentit të kërkuar. Vërtet, sipas teoremës së Talesit, vlen proporcioni $[OA] : [AT] = [OP_3] : [P_3P_8]$. Prej nga:

$$\frac{a}{x} = \frac{[OA]}{[AT]} = \frac{[OP_3]}{[P_3P_8]} = \frac{3}{5}.$$

3. Ndarja e segmentit në pjesë të barabarta

Kemi mësuar se duke konstruktuar simetralen e segmentit, një segment mund ta ndajmë në 2, 4, 8, 16... pjesë. Por, a mundemi, p.sh. atë segment ta ndajmë në tri pjesë të barabarta. Përgjigjja është pozitive. Por, këtë nuk mund ta bëjmë duke konstruktuar simetrale. Të shohim në vazhdim se si mund ta bëjmë këtë.
Le të jetë AB një segment me gjatësi të çfarëdoshme. Bëjmë këto veprime:

- Vizatojmë segmentin AB.
- Vizatojmë një gjysmëdrejtëz me fillim në pikën A.
- Në gjysmëdrejtëzën Ap caktojmë një pikë P_1.
- Me ndihmën e kompasit, segmentin AP_1 e bartim mbi gjysmëdrejtëzën Ap dy herë. Fitohen pikat P_2, P_3 të tilla që $[AP_1] = [P_1P_2] = [P_2P_3]$.
- Shënojmë me b drejtëzën e përcaktuar me pikat P_3 dhe B.
- Nëpër pikat P_1 dhe P_2 vizatojmë përkatësisht drejtëzat c dhe d të tilla b || c || d.

107

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zbatimi i Teoremës së Talesit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zbaton Teoremën e Talesit për raportin e segmenteve;
- Zbaton vetitë e proporcionit gjatë zgjidhjes së detyrave.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

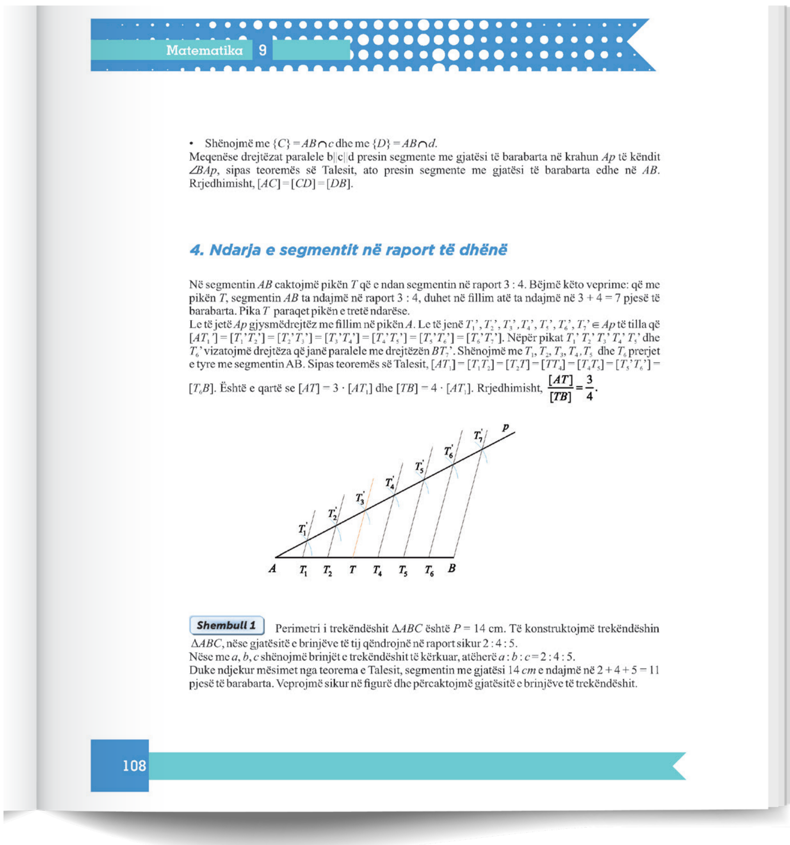
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
LINK

Shënohet një koncept në mes të tabelës duke i lënë nxënësit për pak minuta të renditin lidhjet për këtë koncept. Në fletët A4, nxënësit duhet të paraqesin mendimet e tyre në këtë mënyrë. Nxënësit bashkëveprojnë për të shkëmbyer njohuritë ashtu edhe për të zgjeruar të kuptuarit e tyre mbi konceptin. Drejtëzat paralele presin në krahët e çdo këndi segmente proporcionale.


Matematika 9

- Shënojmë me $\{C\} = AB \cap c$ dhe me $\{D\} = AB \cap d$.

Meqenëse drejtëzat paralele $b \| c \| d$ presin segmente me gjatësi të barabarta në krahun Ap të këndit $\angle BAp$, sipas teoremës së Talesit, ato presin segmente me gjatësi të barabarta edhe në AB. Rrjedhimisht, $[AC] = [CD] = [DB]$.

4. Ndarja e segmentit në raport të dhënë

Në segmentin AB caktojmë pikën T që e ndan segmentin në raport 3 : 4. Bëjmë këto veprime: që me pikën T, segmentin AB ta ndajmë në raport 3 : 4, duhet në fillim atë ta ndajmë në 3 + 4 = 7 pjesë të barabarta. Pika T paraqet pikën e tretë ndarëse.
Le të jetë Ap gjysmëdrejtëz me fillim në pikën A. Le të jenë $T_1', T_2', T_3', T_4', T_5', T_6', T_7' \in Ap$ të tilla që $[AT_1'] = [T_1'T_2'] = [T_2'T_3'] = [T_3'T_4'] = [T_4'T_5'] = [T_5'T_6'] = [T_6'T_7']$. Nëpër pikat T_1' T_2' T_3' T_4' T_5' dhe T_6' vizatojmë drejtëza që janë paralele me drejtëzën BT_7'. Shënojmë me T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 dhe T_6 prerjet e tyre me segmentin AB. Sipas teoremës së Talesit, $[AT_1] = [T_1T_2] = [T_2T] = [TT_4] = [T_4T_5] = [T_5'T_6'] = [T_6B]$. Është e qartë se $[AT] = 3 \cdot [AT_1]$ dhe $[TB] = 4 \cdot [AT_1]$. Rrjedhimisht, $\frac{[AT]}{[TB]} = \frac{3}{4}$.

Shembull 1 Perimetri i trekëndëshit ΔABC është $P = 14$ cm. Të konstruktojmë trekëndëshin ΔABC, nëse gjatësitë e brinjëve të tij qëndrojnë në raport sikur 2 : 4 : 5.
Nëse me a, b, c shënojmë brinjët e trekëndëshit të kërkuar, atëherë $a : b : c = 2 : 4 : 5$.
Duke ndjekur mësimet nga teorema e Talesit, segmentin me gjatësi 14 cm e ndajmë në 2 + 4 + 5 = 11 pjesë të barabarta. Veprojmë sikur në figurë dhe përcaktojmë gjatësitë e brinjëve të trekëndëshit.

108

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Prezantohet njësia mësimore “Zbatime të Teoremës së Talesit” dhe tregohet shkurtimisht përmbajtja e temës. Nxënësit do të punojnë në grupe me nga katër nxënës dhe pastaj në dyshe. Atyre u kërkohet që të diskutojnë për ndarjen e segmentit në pjesë të barabarta dhe sipas raportit të dhënë, si dhe në bashkëbisedim me njëri-tjetrin të shkruajnë se çfarë mund të dinë. Mendimet e tyre i shkruajnë në një fletë dhe më pas i diskutojnë me gjithë klasën. Zhvillohet pjesa e parë e shpjegimit nga mësimdhënësi, pastaj kërkohet nga nxënësit që të shikojnë në fletë mendimet e tyre. Mësimdhënësi parashtron pyetje:
1. A ka lidhje Teorema e Talesit në lidhje me ndarjen e segmentit në n pjesë të barabarta?
2. Si bëhet ndarja e segmentit sipas raportit të dhënë?

Vazhdohet pjesa e dytë e shpjegimit, mësimdhënësi kërkon që nxënësit të dëgjojnë me vëmendje duke pasur parasysh shënimet me idetë e tyre. Më pas kërkohet nga ndonjë pjesëtar i grupeve të shprehë disa nga përfundimet e tyre.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Ditarët e të nxënit (Ditari dypjesësh)

Pas përfundimit të leximit, vazhdojnë të plotësojnë edhe kolonën e tretë M (Mësova).

Detyrë	Zgjidhje
Shembulli 1 (faqe 109)	

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zbatimit të Teoremës së Talesit për raportin e segmenteve si dhe për saktësinë e zbatimit të vetive të proporcionit gjatë zgjidhjes së detyrave.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 117, detyra 1, 2, 3, 4)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 89

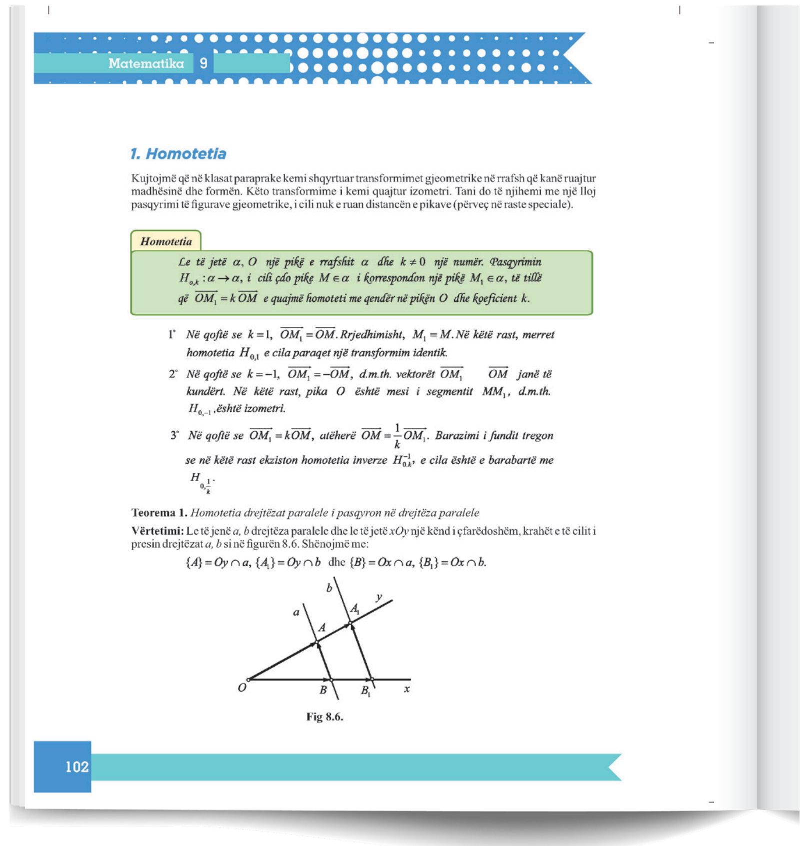
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Homotetia dhe ngjashmëria

Rezultatet e të nxënit të temës:
- Përkufizon homotetinë dhe zbaton vetitë e saj për zgjidhje të problemeve praktike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 1; III- 1, 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 2. 2; 3. 4



Matematika 9

1. Homotetia

Kujtojmë që në klasat paraprake kemi shqyrtuar transformimet gjeometrike në rrafsh që kanë ruajtur madhësinë dhe formën. Këto transformime i kemi quajtur izometri. Tani do të njihemi me një lloj pasqyrimi të figurave gjeometrike, i cili nuk e ruan distancën e pikave (përveç në raste speciale).

Homotetia

Le të jetë α, O një pikë e rrafshit α dhe $k \neq 0$ një numër. Pasqyrimin $H_{o,k} : \alpha \to \alpha$, i cili çdo pike $M \in \alpha$ i korrespondon një pikë $M_1 \in \alpha$, të tillë që $\overrightarrow{OM_1} = k\overrightarrow{OM}$ e quajmë homoteti me qendër në pikën O dhe koeficient k.

1° *Në qoftë se $k = 1$, $\overrightarrow{OM_1} = \overrightarrow{OM}$. Rrjedhimisht, $M_1 = M$. Në këtë rast, merret homotetia $H_{0,1}$ e cila paraqet një transformim identik.*

2° *Në qoftë se $k = -1$, $\overrightarrow{OM_1} = -\overrightarrow{OM}$, d.m.th. vektorët $\overrightarrow{OM_1}$ $\overrightarrow{OM}$ janë të kundërt. Në këtë rast, pika O është mesi i segmentit MM_1, d.m.th. $H_{0,-1}$, është izometri.*

3° *Në qoftë se $\overrightarrow{OM_1} = k\overrightarrow{OM}$, atëherë $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{k}\overrightarrow{OM_1}$. Barazimi i fundit tregon se në këtë rast ekziston homotetia inverze $H^{-1}_{0,k}$, e cila është e barabartë me $H_{0,\frac{1}{k}}$.*

Teorema 1. *Homotetia drejtëzat paralele i pasqyron në drejtëza paralele*

Vërtetimi: Le të jenë *a, b* drejtëza paralele dhe le të jetë *xOy* një kënd i çfarëdoshëm, krahët e të cilit i presin drejtëzat *a, b* si në figurën 8.6. Shënojmë me:

$$\{A\} = Oy \cap a,\ \{A_1\} = Oy \cap b \text{ dhe } \{B\} = Ox \cap a,\ \{B_1\} = Ox \cap b.$$

Fig 8.6.

102

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Homotetia

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon homotetinë dhe zbaton vetitë e saj për zgjidhje të problemeve praktike.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

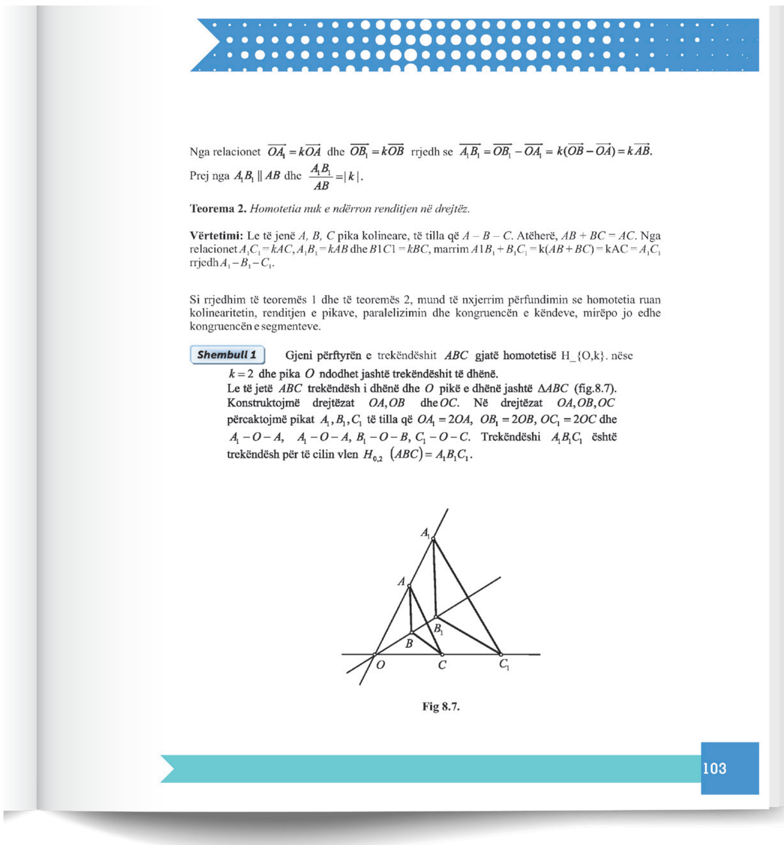
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Di-Dua të di-Mësova më shumë

Shënohet njësia mësimore në fillim të tabelës e ndarë në tri kolona: D-D-M. Kërkohet nga nxënësit të thonë atë çfarë dinë apo mendojnë se dinë për njësinë.

D – D – M Homotetia		
D (Di) Transformimet izometrike. Transformimet gjeometrike në rrafsh që e ruajnë madhësinë dhe formën.	D (Dua të di)	M (Mësova)



Nga relacionet $\overrightarrow{OA_1} = k\overrightarrow{OA}$ dhe $\overrightarrow{OB_1} = k\overrightarrow{OB}$ rrjedh se $\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{OB_1} - \overrightarrow{OA_1} = k(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = k\overrightarrow{AB}$.

Prej nga $A_1B_1 \parallel AB$ dhe $\frac{A_1B_1}{AB} = |k|$.

Teorema 2. *Homotetia nuk e ndërron renditjen në drejtëz.*

Vërtetimi: Le të jenë A, B, C pika kolineare, të tilla që $A - B - C$. Atëherë, $AB + BC = AC$. Nga relacionet $A_1C_1 = kAC, A_1B_1 = kAB$ dhe $B1C1 = kBC$, marrim $A1B_1 + B_1C_1 = \mathrm{k}(AB + BC) = \mathrm{kAC} = A_1C_1$ rrjedh $A_1 - B_1 - C_1$.

Si rrjedhim të teoremës 1 dhe të teoremës 2, mund të nxjerrim përfundimin se homotetia ruan kolinearitetin, renditjen e pikave, paralelizimin dhe kongruencën e këndeve, mirëpo jo edhe kongruencën e segmenteve.

Shembull 1 Gjeni përftyrën e trekëndëshit ABC gjatë homotetisë H_{O,k}. nëse $k = 2$ dhe pika O ndodhet jashtë trekëndëshit të dhënë.

Le të jetë ABC trekëndësh i dhënë dhe O pikë e dhënë jashtë ΔABC (fig.8.7). Konstruktojmë drejtëzat OA, OB dhe OC. Në drejtëzat OA, OB, OC përcaktojmë pikat A_1, B_1, C_1 të tilla që $OA_1 = 2OA$, $OB_1 = 2OB$, $OC_1 = 2OC$ dhe $A_1 - O - A$, $A_1 - O - A$, $B_1 - O - B$, $C_1 - O - C$. Trekëndëshi $A_1B_1C_1$ është trekëndësh për të cilin vlen $H_{0,2}\ (ABC) = A_1B_1C_1$.

Fig 8.7.

103

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Di-Dua të di-Mësova më shumë

Pas plotësimit të kolonës së parë me mendimet e nxënësve rreth njësisë, ata fillojnë të lexojnë paragrafët në libër, gjatë leximit formulojnë pyetjet dhe shënojnë të gjitha paqartësitë apo fjalët e panjohura që kanë hasur gjatë leximit. Pas përfundimit të formulimit të pyetjeve, nxënësit i lexojnë paqartësitë e tyre të cilat më pas shënohen nga mësimdhënësi në tabelë në kolonën e mesit D (Dua të di).

D – D – M Homotetia		
D (Di) Transformimet izometrike. Transformimet gjeometrike në rrafsh që e ruajnë madhësinë dhe...	D (Dua të di) A ka transformime gjeometrike të cilat nuk e ruajnë distancën në mes të pikave?	M (Mësova)

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Di-Dua të di-Mësova më shumë

Pas përfundimit të leximit, vazhdojnë të plotësojnë edhe kolonën e tretë M (Mësova).

D – D – M Homotetia		
D (Di) Transformimet izometrike…	D (Dua të di) A ka transformime gjeo-metrike...?	M (Mësova) Homotetia, Vetitë...

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të homotetisë dhe zbatimit të vetitive të saj për zgjidhje të problemeve praktike.

Detyrë:

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 90

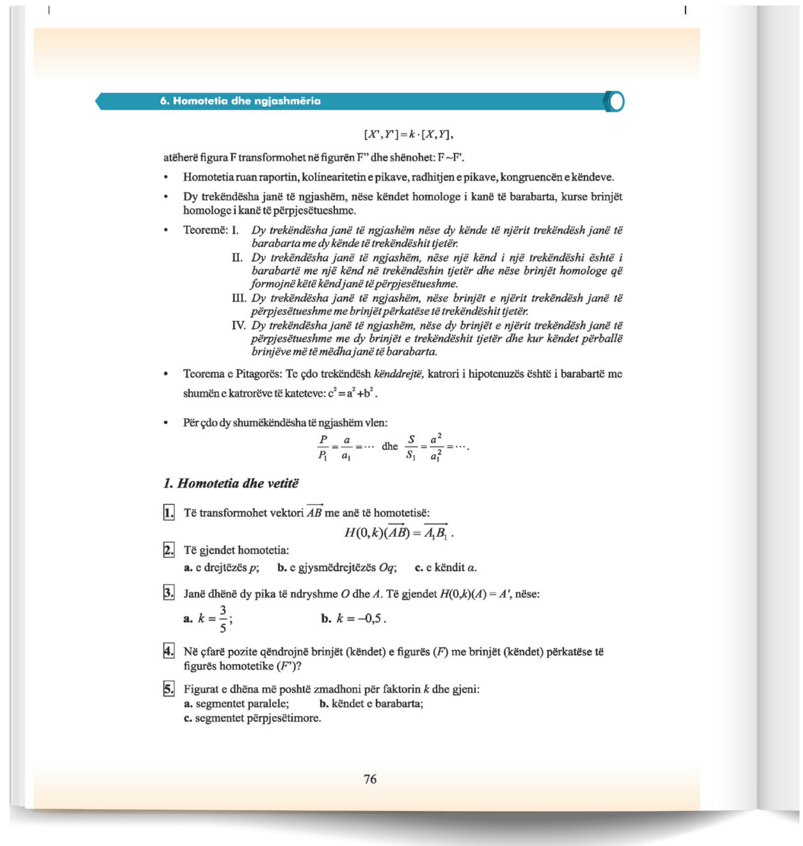
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Homotetia dhe ngjashmëria

Rezultatet e të nxënit të temës:
- Përkufizon homotetinë dhe zbaton vetitë e saj për zgjidhje të problemeve praktike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 1; III- 1, 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 2. 2; 3. 4



6. Homotetia dhe ngjashmëria

$$[X',Y'] = k \cdot [X,Y],$$

atëherë figura F transformohet në figurën F" dhe shënohet: F ~F'.

- Homotetia ruan raportin, kolinearitetin e pikave, radhitjen e pikave, kongruencën e këndeve.
- Dy trekëndësha janë të ngjashëm, nëse këndet homologe i kanë të barabarta, kurse brinjët homologe i kanë të përpjesëtueshme.
- Teoremë: I. *Dy trekëndësha janë të ngjashëm nëse dy kënde të njërit trekëndësh janë të barabarta me dy kënde të trekëndëshit tjetër.*
  II. *Dy trekëndësha janë të ngjashëm, nëse një kënd i një trekëndëshi është i barabartë me një kënd në trekëndëshin tjetër dhe nëse brinjët homologe që formojnë këtë kënd janë të përpjesëtueshme.*
  III. *Dy trekëndësha janë të ngjashëm, nëse brinjët e njërit trekëndësh janë të përpjesëtueshme me brinjët përkatëse të trekëndëshit tjetër.*
  IV. *Dy trekëndësha janë të ngjashëm, nëse dy brinjët e njërit trekëndësh janë të përpjesëtueshme me dy brinjët e trekëndëshit tjetër dhe kur këndet përballë brinjëve më të mëdha janë të barabarta.*
- Teorema e Pitagorës: Te çdo trekëndësh *kënddrejtë,* katrori i hipotenuzës është i barabartë me shumën e katrorëve të kateteve: $c^2 = a^2 + b^2$.
- Për çdo dy shumëkëndësha të ngjashëm vlen:

$$\frac{P}{P_1} = \frac{a}{a_1} = \cdots \quad \text{dhe} \quad \frac{S}{S_1} = \frac{a^2}{a_1^2} = \cdots.$$

1. Homotetia dhe vetitë

1. Të transformohet vektori $\overrightarrow{AB}$ me anë të homotetisë:
$$H(0,k)(\overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{A_1B_1}.$$
2. Të gjendet homotetia:
a. e drejtëzës p; **b.** e gjysmëdrejtëzës Oq; **c.** e këndit α.
3. Janë dhënë dy pika të ndryshme O dhe A. Të gjendet $H(0,k)(A) = A'$, nëse:
a. $k = \frac{3}{5}$; **b.** $k = -0{,}5$.
4. Në çfarë pozite qëndrojnë brinjët (këndet) e figurës (F) me brinjët (këndet) përkatëse të figurës homotetike (F')?
5. Figurat e dhëna më poshtë zmadhoni për faktorin k dhe gjeni:
a. segmentet paralele; **b.** këndet e barabarta;
c. segmentet përpjesëtimore.

76

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Homotetia

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon homotetinë dhe zbaton vetitë e saj për zgjidhje të problemeve praktike.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

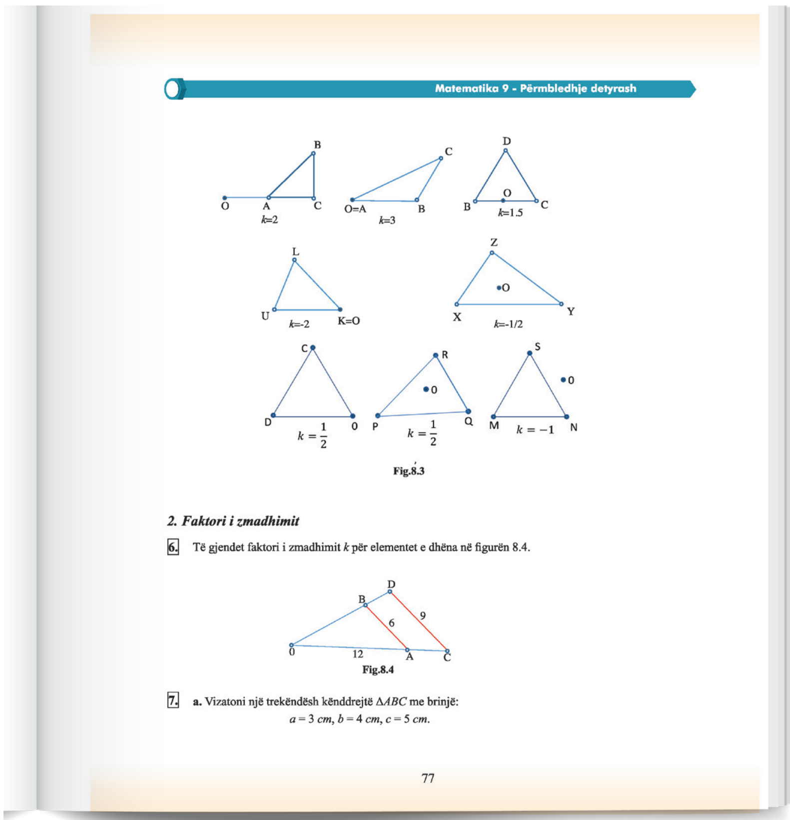
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Në fillim të orës mësimore bëhet një përsëritje e përgjithshme.
Disa nga pyetjet mund të jenë: 1. Çfarë ju kujtojnë izometritë? 2. A mund të kemi transformime gjeometrike në rrafsh që nuk e ruajnë distancën e pikave? 3. Çfarë është homotetia? 4. Cilat janë vetitë e homotetisë?
Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa bëhet gati për fazën e dytë.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

Fig.8.3

2. Faktori i zmadhimit

6. Të gjendet faktori i zmadhimit k për elementet e dhëna në figurën 8.4.

Fig.8.4

7. a. Vizatoni një trekëndësh kënddrejtë ΔABC me brinjë:

$a = 3\ cm,\ b = 4\ cm,\ c = 5\ cm.$

77

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Vëzhgo-Analizo-Zbato

Në tabelë shënohen detyrat/problemet që duhen zgjidhur. Caktohen nxënësit të cilët e bëjnë zgjidhjen e detyrave/problemeve.
Përgjatë zgjidhjes së detyrave/problemeve nxënësit e tjerë në fillim vetëm e përcjellin zgjidhjen (vëzhgojnë). Pas mbarimit të tërësishëm, hapet diskutimi mbi zgjidhjen e detyrës/problemit (analizojnë) dhe pas diskutimit, njohuritë e fituara i zbatojnë.

1. Të transformohet vektori $\overrightarrow{AB}$ me anë të homotetisë:
$$H(0,k)(\overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{A_1B_1}\,.$$
2. Të gjendet homotetia:
   a. e drejtëzës p; **b.** e gjysmëdrejtëzës Oq; **c.** e këndit α.
3. Janë dhënë dy pika të ndryshme O dhe A. Të gjendet $H(0,k)(A) = A'$, nëse:
   a. $k = \frac{3}{5}$; **b.** $k = -0{,}5$.
4. Në çfarë pozite qëndrojnë brinjët (këndet) e figurës (F) me brinjët (këndet) përkatëse të figurës homotetike (F').
5. Figurat e dhëna më poshtë zmadhoni për faktorin k dhe gjeni:
   a. Segmentet paralele; **b.** Këndet e barabarta;
   c. Segmentet përpjesëtimore.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Organizohen nxënësit në dyshe: detyra e tyre është të diskutojnë, të shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në pjesën e dytë të orës mësimore. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit të grupit të tij duke shkëmbyer ide, mendime dhe pyetje me dyshet e tjera.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të homotetisë dhe zbatimit të vetitive të saj për zgjidhje të problemeve praktike.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 77, detyra 6, 7)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 91

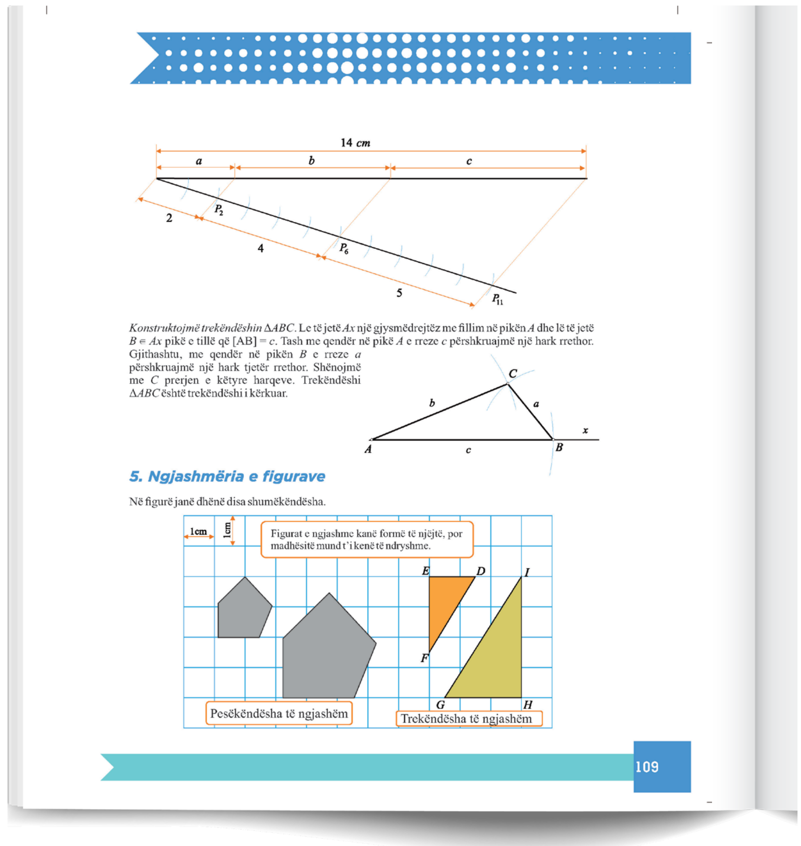
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Homotetia dhe ngjashmëria

Rezultatet e të nxënit të temës:
- Përkufizon ngjashmërinë e figurave gjeometrike, posaçërisht trekëndëshave duke emërtuar rregullat për ngjashmërinë e tyre.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 1; III- 1, 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 2. 2; 3. 4



ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ngjashmëria e figurave gjeometrike

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon ngjashmërinë e figurave gjeometrike.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

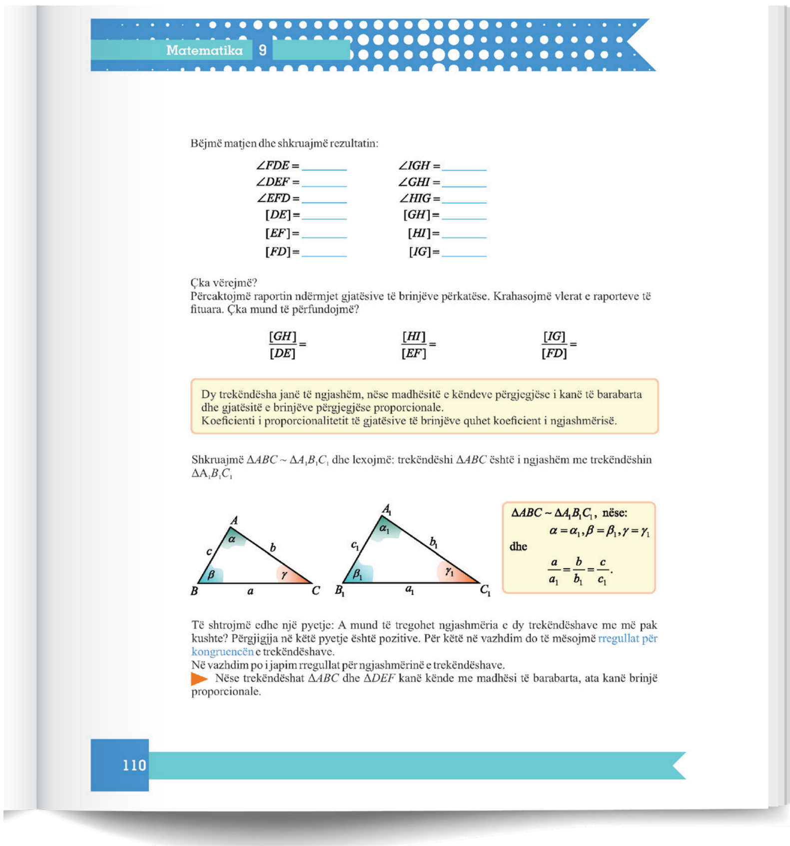
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Në fillim nxënësit nxiten të japin mendime në lidhje me ngjashmërinë e figurave gjeometrike.
Disa nga pyetjet që i kontribuojnë kësaj pjese janë: 1. Çfarë mendoni, kur mund të themi se dy figura janë të ngjashme? 2. Çfarë vetish duhen të kenë figurat e ngjashme? 3. A kanë distancë pikat përkatëse të figurave të ngjashme? Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa bëhet gati për fazën e dytë të orës mësimore.


Matematika 9

Bëjmë matjen dhe shkruajmë rezultatin:

$\angle FDE =$ ______	$\angle IGH =$ ______
$\angle DEF =$ ______	$\angle GHI =$ ______
$\angle EFD =$ ______	$\angle HIG =$ ______
$[DE] =$ ______	$[GH] =$ ______
$[EF] =$ ______	$[HI] =$ ______
$[FD] =$ ______	$[IG] =$ ______

Çka vërejmë?
Përcaktojmë raportin ndërmjet gjatësive të brinjëve përkatëse. Krahasojmë vlerat e raporteve të fituara. Çka mund të përfundojmë?

$\frac{[GH]}{[DE]} =$ $\qquad \frac{[HI]}{[EF]} =$ $\qquad \frac{[IG]}{[FD]} =$

Dy trekëndësha janë të ngjashëm, nëse madhësitë e këndeve përgjegjëse i kanë të barabarta dhe gjatësitë e brinjëve përgjegjëse proporcionale.
Koeficienti i proporcionalitetit të gjatësive të brinjëve quhet koeficient i ngjashmërisë.

Shkruajmë $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ dhe lexojmë: trekëndëshi ΔABC është i ngjashëm me trekëndëshin $\Delta A_1B_1C_1$

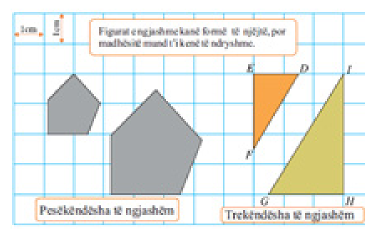
$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, nëse:
$$\alpha = \alpha_1, \beta = \beta_1, \gamma = \gamma_1$$
dhe
$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}.$$

Të shtrojmë edhe një pyetje: A mund të tregohet ngjashmëria e dy trekëndëshave me më pak kushte? Përgjigjja në këtë pyetje është pozitive. Për këtë në vazhdim do të mësojmë rregullat për kongruencën e trekëndëshave.
Në vazhdim po i japim rregullat për ngjashmërinë e trekëndëshave.
▶ Nëse trekëndëshat ΔABC dhe ΔDEF kanë kënde me madhësi të barabarta, ata kanë brinjë proporcionale.

110

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të lexuarit dhe e të menduarit të drejtuar (DRTA)

Mësimi fillon me një diskutim për titullin duke u mbështetur në pyetjet: *Për çfarë mendoni se bën fjalë kjo njësi mësimore? Pse mendoni kështu?*
Secili nxënës bën parashikimin e vet. Pastaj, lexohet pjesa e parë dhe mësimdhënësi ndalon për të kuptuar nëse nxënësit kanë qenë të saktë apo jo në parashikimet e tyre. Leximi vazhdon me ndalesa në pjesë të caktuara për të mbajtur gjallë kureshtjen e nxënësve deri në fund të paragrafit. Kështu, leximi i vëmendshëm në çdo paragraf bën të mundur që nxënësit të nxjerrin provat mbështetëse të paragrafit që lexohet, të përfshihen në zbërthim të materialit dhe të parashikojnë se çfarë mund të ndodhë më tutje në material.
Gjatë leximit, disa nga skicat e mundshme mund të jenë:



Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në grup

Organizohen nxënësit në katër grupe me nga katër nxënës: detyra e tyre është të diskutojnë, shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në fazën e dytë të orës. Po ashtu, paqartësitë plotësohen edhe me ndihmën e mësimdhënësit. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të ngjashmërive të figurave gjeometrike.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 77, detyra 6, 7)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 92

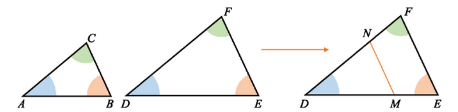
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Homotetia dhe ngjashmëria

Rezultatet e të nxënit të temës:
- Përkufizon ngjashmërinë e figurave gjeometrike, posaçërisht trekëndëshave duke emërtuar rregullat për ngjashmërinë e tyre.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 1; III- 1, 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 2. 2; 3. 4



Le të jenë ΔABC dhe ΔDEF trekëndësha me kënde të barabarta.
Le të jenë M, N pika, përkatësisht në brinjët DE dhe DF, të tilla që $[DM] = [AB]$ dhe $[DN] = [AC]$.
Është e qartë se $MN \parallel EF$. Sipas teoremës së Talesit,

$$\frac{[DM]}{[DE]}=\frac{[DN]}{[DF]}=\frac{[MN]}{[EF]} \rightarrow \frac{[AB]}{[DE]}=\frac{[AC]}{[DF]}=\frac{[BC]}{[EF]}.$$

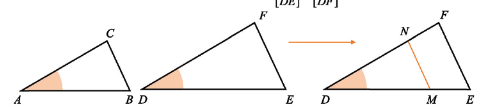
Pra, trekëndëshat ΔABC dhe ΔDEF kanë kënde me madhësi të barabarta dhe gjatësi të brinjëve proporcionale. Rrjedhimisht $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.
Është e njohur se kur dy trekëndësha kanë dy kënde kongruente ndërmjet vete, atëherë ata e kanë edhe këndin e tretë kongruent.

Rregulla (KK): Dy trekëndësha ΔABC dhe ΔDEF janë të ngjashëm, në qoftë se dy kënde të njërit trekëndësh janë kongruente me këndet përkatëse të trekëndëshit tjetër.

Nga rregulla (KK), me lehtësi mund të konstatoni se:

Dy trekëndësha kënddrejtë që kanë nga një kënd të ngushtë të barabartë janë të ngjashëm.

Le të jenë ΔABC dhe ΔDEF trekëndësha të tillë që $\frac{[AB]}{[DE]}=\frac{[AC]}{[DF]}$ **dhe** $\angle BAC = \angle EDF$.



Le të jenë M, N pika, përkatësisht në brinjët DE dhe DF të ΔDEF të tilla që $[DM] = [AB]$ dhe $[DN] = [AC]$. Tash, nga

$$\frac{[AB]}{[DE]}=\frac{[AC]}{[DF]} \rightarrow \frac{[DM]}{[DE]}=\frac{[DN]}{[DF]},$$

Sipas teoremës së Talesit, $MN \parallel EF$. Prej nga $\angle DMN = \angle DEF$ dhe $\angle MND = \angle EFD$.

111

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ngjashmëria e trekëndëshave. Rregulla e parë dhe e dytë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon ngjashmërinë e trekëndëshave duke emërtuar rregullën e parë dhe të dytë për ngjashmërinë e tyre.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

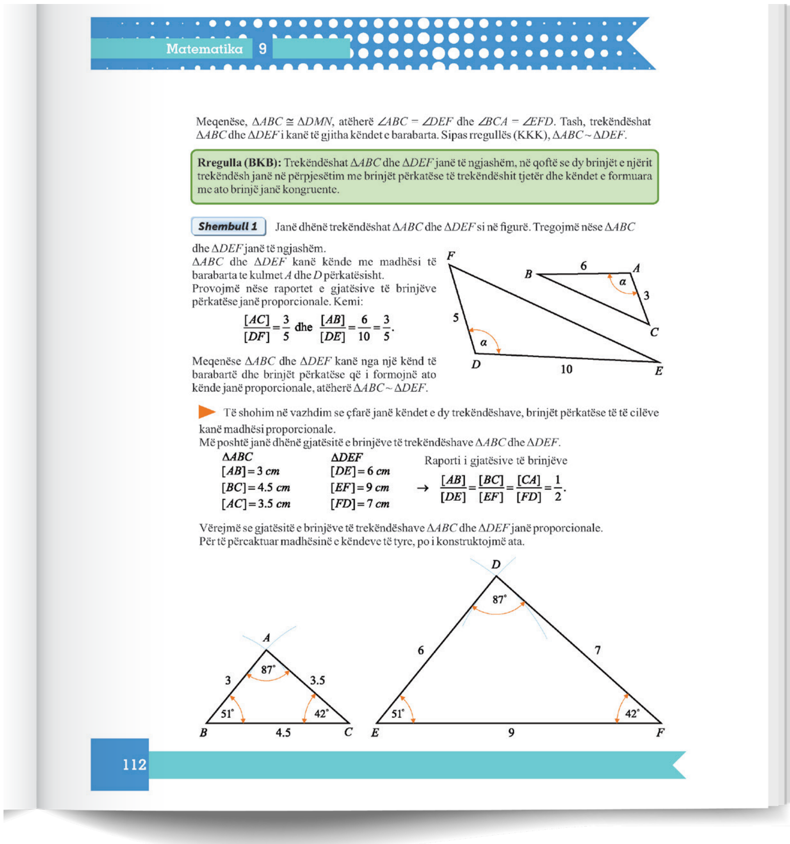
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Në fillim të orës mësimore, përmes pyetjeve-përgjigjeve bëhet një përsëritje si dhe një hyrje në lidhje me njësinë mësimore. Disa nga pyetjet mund të jenë: 1. Kur themi se dy figura gjeometrike janë të ngjashme? 2. A ruhet distanca në mes të pikave përkatëse te figurat e ngjashme gjeometrike? 3. Çfarë mendoni, si janë 2 trekëndësha të ngjashëm?



Matematika 9

Meqenëse, $\Delta ABC \cong \Delta DMN$, atëherë $\angle ABC = \angle DEF$ dhe $\angle BCA = \angle EFD$. Tash, trekëndëshat ΔABC dhe ΔDEF i kanë të gjitha këndet e barabarta. Sipas rregullës (KKK), $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

Rregulla (BKB): Trekëndëshat ΔABC dhe ΔDEF janë të ngjashëm, në qoftë se dy brinjët e njërit trekëndësh janë në përpjesëtim me brinjët përkatëse të trekëndëshit tjetër dhe këndet e formuara me ato brinjë janë kongruente.

Shembull 1 Janë dhënë trekëndëshat ΔABC dhe ΔDEF si në figurë. Tregojmë nëse ΔABC dhe ΔDEF janë të ngjashëm.

ΔABC dhe ΔDEF kanë kënde me madhësi të barabarta te kulmet A dhe D përkatësisht.

Provojmë nëse raportet e gjatësive të brinjëve përkatëse janë proporcionale. Kemi:

$$\frac{[AC]}{[DF]}=\frac{3}{5} \text{ dhe } \frac{[AB]}{[DE]}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}.$$

Meqenëse ΔABC dhe ΔDEF kanë nga një kënd të barabartë dhe brinjët përkatëse që i formojnë ato kënde janë proporcionale, atëherë $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

Të shohim në vazhdim se çfarë janë këndet e dy trekëndëshave, brinjët përkatëse të të cilëve kanë madhësi proporcionale.

Më poshtë janë dhënë gjatësitë e brinjëve të trekëndëshave ΔABC dhe ΔDEF.

ΔABC	ΔDEF	Raporti i gjatësive të brinjëve
$[AB]=3\ cm$	$[DE]=6\ cm$	
$[BC]=4.5\ cm$	$[EF]=9\ cm$	$\rightarrow \frac{[AB]}{[DE]}=\frac{[BC]}{[EF]}=\frac{[CA]}{[FD]}=\frac{1}{2}.$
$[AC]=3.5\ cm$	$[FD]=7\ cm$	

Vërejmë se gjatësitë e brinjëve të trekëndëshave ΔABC dhe ΔDEF janë proporcionale.

Për të përcaktuar madhësinë e këndeve të tyre, po i konstruktojmë ata.

112

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Shpjegim i përparuar

Prezantohet njësia mësimore "Ngjashmëria e trekëndëshave. Rregulla e parë dhe e dytë" dhe tregohet shkurtimisht përmbajtja e temës. Nxënësit do të punojnë në grupe me nga katër nxënës dhe pastaj në dyshe. Atyre u kërkohet që të diskutojnë për rregullat për ngjashmërinë e trekëndëshave, si dhe në bashkëbisedim me njëri-tjetrin të shkruajnë se çfarë mund të dinë. Mendimet e tyre i shkruajnë në një fletë dhe më pas i diskutojnë me gjithë klasën. Zhvillohet pjesa e parë e shpjegimit nga mësimdhënësi, pastaj kërkohet nga nxënësit që të shikojnë në fletë mendimet e tyre. Mësimdhënësi parashtron pyetje:

1. Çfarë thotë rregulla e parë për ngjashmërinë e trekëndëshave?

2. Po rregulla e dytë?

Vazhdohet pjesa e dytë e shpjegimit, mësimdhënësi kërkon që nxënësit të dëgjojnë me vëmendje duke pasur parasysh shënimet me idetë e tyre. Më pas, kërkohet nga ndonjë pjesëtar i grupeve të shprehë disa nga përfundimet e tyre.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Ditarët e të nxënit (Ditari dypjesësh)

Organizohen nxënësit të punojnë në dyshe. Në fletoret e tyre duhet të paraqesin tabelën si më poshtë.

Detyrë	Zgjidhje
Shembulli 1 (faqe 112)	

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të ngjashmërisë së trekëndëshave duke emërtuar rregullën e parë dhe të dytë për ngjashmërinë e tyre.

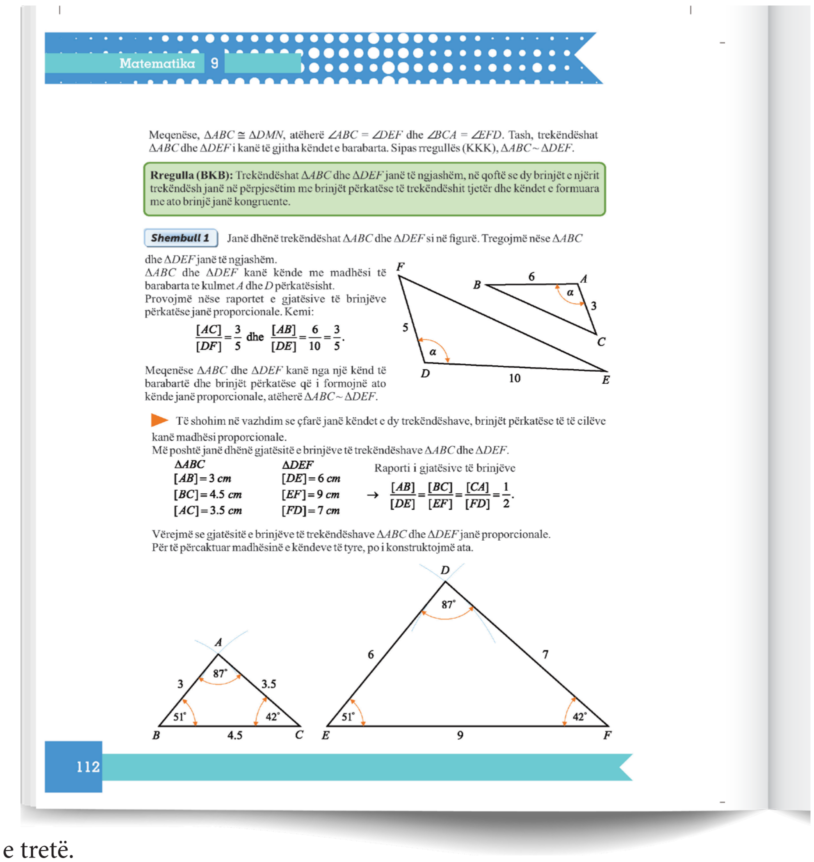
Detyrë:

(Lexoni në shtëpi për rregullën e tretë të ngjashmërive të trekëndëshave)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 93

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE



Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Homotetia dhe ngjashmëria

Rezultatet e të nxënit të temës:
- Përkufizon ngjashmërinë e figurave gjeometrike, posaçërisht trekëndëshave duke emërtuar rregullat për ngjashmërinë e tyre.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 1; III- 1, 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 2. 2; 3. 4

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ngjashmëria e trekëndëshave. Rregulla e tretë.

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon ngjashmërinë e trekëndëshave duke emërtuar rregullën e tretë për ngjashmërinë e tyre.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

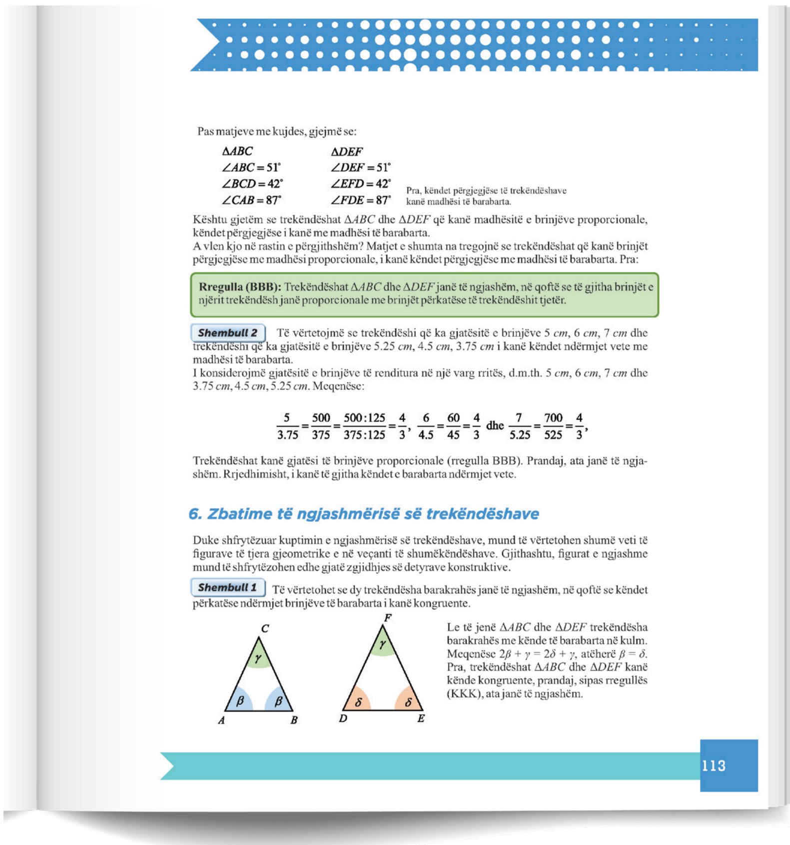
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Di-Dua të di-Mësova më shumë

Pas plotësimit të kolonës së parë me mendimet e nxënësve rreth njësisë, ata fillojnë të lexojnë paragrafët në libër, gjatë leximit formulojnë pyetjet dhe shënojnë të gjitha paqartësitë apo fjalët e panjohura që kanë hasur gjatë leximit. Pas përfundimit të formulimit të pyetjeve, nxënësit i lexojnë paqartësitë e tyre të cilat më pas shënohen nga mësimdhënësi në tabelë në kolonën e mesit D (Dua të di).

D – D – M Ngjashmëria e trekëndëshave. Rregulla e tretë		
D (Di) Ngjashmëria e trekëndëshave Rregulla e parë (KK) Rregulla e dytë (BKB)	D (Dua të di)	M (Mësova)


Pas matjeve me kujdes, gjejmë se:

ΔABC	ΔDEF	
$\angle ABC = 51^\circ$	$\angle DEF = 51^\circ$	
$\angle BCD = 42^\circ$	$\angle EFD = 42^\circ$	
$\angle CAB = 87^\circ$	$\angle FDE = 87^\circ$	Pra, këndet përgjegjëse të trekëndëshave kanë madhësi të barabarta.

Kështu gjetëm se trekëndëshat ΔABC dhe ΔDEF që kanë madhësitë e brinjëve proporcionale, këndet përgjegjëse i kanë me madhësi të barabarta.
A vlen kjo në rastin e përgjithshëm? Matjet e shumta na tregojnë se trekëndëshat që kanë brinjët përgjegjëse me madhësi proporcionale, i kanë këndet përgjegjëse me madhësi të barabarta. Pra:

Rregulla (BBB): Trekëndëshat ΔABC dhe ΔDEF janë të ngjashëm, në qoftë se të gjitha brinjët e njërit trekëndësh janë proporcionale me brinjët përkatëse të trekëndëshit tjetër.

Shembull 2 Të vërtetojmë se trekëndëshi që ka gjatësitë e brinjëve 5 *cm*, 6 *cm*, 7 *cm* dhe trekëndëshi që ka gjatësitë e brinjëve 5.25 *cm*, 4.5 *cm*, 3.75 *cm* i kanë këndet ndërmjet vete me madhësi të barabarta.
I konsiderojmë gjatësitë e brinjëve të renditura në një varg rritës, d.m.th. 5 *cm*, 6 *cm*, 7 *cm* dhe 3.75 *cm*, 4.5 *cm*, 5.25 *cm*. Meqenëse:

$$\frac{5}{3.75}=\frac{500}{375}=\frac{500:125}{375:125}=\frac{4}{3},\ \frac{6}{4.5}=\frac{60}{45}=\frac{4}{3}\ \text{dhe}\ \frac{7}{5.25}=\frac{700}{525}=\frac{4}{3},$$

Trekëndëshat kanë gjatësi të brinjëve proporcionale (rregulla BBB). Prandaj, ata janë të ngjashëm. Rrjedhimisht, i kanë të gjitha këndet e barabarta ndërmjet vete.

6. Zbatime të ngjashmërisë së trekëndëshave

Duke shfrytëzuar kuptimin e ngjashmërisë së trekëndëshave, mund të vërtetohen shumë veti të figurave të tjera gjeometrike e në veçanti të shumëkëndëshave. Gjithashtu, figurat e ngjashme mund të shfrytëzohen edhe gjatë zgjidhjes së detyrave konstruktive.

Shembull 1 Të vërtetohet se dy trekëndësha barakrahës janë të ngjashëm, në qoftë se këndet përkatëse ndërmjet brinjëve të barabarta i kanë kongruente.

Le të jenë ΔABC dhe ΔDEF trekëndësha barakrahës me kënde të barabarta në kulm. Meqenëse $2\beta + \gamma = 2\delta + \gamma$, atëherë $\beta = \delta$. Pra, trekëndëshat ΔABC dhe ΔDEF kanë kënde kongruente, prandaj, sipas rregullës (KKK), ata janë të ngjashëm.

113

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Di-Dua të di-Mësova më shumë

Pas plotësimit të kolonës së parë me mendimet e nxënësve rreth njësisë, ata fillojnë të lexojnë paragrafët në libër, gjatë leximit formulojnë pyetjet dhe shënojnë të gjitha paqartësitë apo fjalët e panjohura që kanë hasur gjatë leximit. Pas përfundimit të formulimit të pyetjeve, nxënësit i lexojnë paqartësitë e tyre të cilat më pas shënohen nga mësimdhënësi në tabelë në kolonën e mesit D (Dua të di).

D – D – M Ngjashmëria e trekëndëshave. Rregulla e tretë		
D (Di) Ngjashmëria e trekëndëshave. Rregulla e parë (KK). Rregulla e dytë (BKB).	D (Dua të di) A ka rregulla të tjera të cilat përcaktojnë ngjashmërinë e trekëndëshave?	M (Mësova)

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Di-Dua të di-Mësova më shumë

Pas përfundimit të leximit, vazhdojnë të plotësojnë edhe kolonën e tretë M (Mësova).

D – D – M Ngjashmëria e trekëndëshave. Rregulla e tretë		
D (Di) Rregulla e parë (KK)…	D (Dua të di) A ka rregulla të tjera të cilat...?	M (Mësova) Rregulla e tretë (BBB)

Vlerësimi i nxënësve:

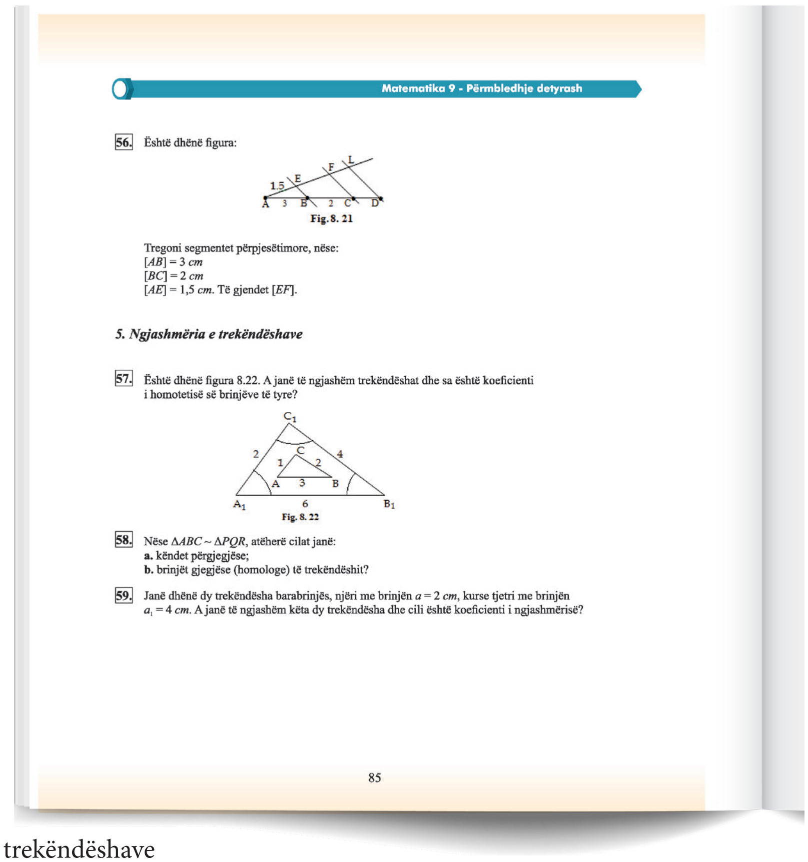
Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të ngjashmërisë së trekëndëshave duke emërtuar rregullën e tretë për ngjashmërinë e tyre.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 117, detyra 11, 12, 13)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 94

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

56. Është dhënë figura:

Fig. 8. 21

Tregoni segmentet përpjesëtimore, nëse:
$[AB] = 3\ cm$
$[BC] = 2\ cm$
$[AE] = 1{,}5\ cm$. Të gjendet $[EF]$.

5. Ngjashmëria e trekëndëshave

57. Është dhënë figura 8.22. A janë të ngjashëm trekëndëshat dhe sa është koeficienti i homotetisë së brinjëve të tyre?

Fig. 8. 22

58. Nëse $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, atëherë cilat janë:
a. këndet përgjegjëse;
b. brinjët gjegjëse (homologe) të trekëndëshit?

59. Janë dhënë dy trekëndësha barabrinjës, njëri me brinjën $a = 2\ cm$, kurse tjetri me brinjën $a_1 = 4\ cm$. A janë të ngjashëm këta dy trekëndësha dhe cili është koeficienti i ngjashmërisë?

85

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Homotetia dhe ngjashmëria

Rezultatet e të nxënit të temës:
- Përkufizon ngjashmërinë e figurave gjeometrike, posaçërisht trekëndëshave duke emërtuar rregullat për ngjashmërinë e tyre.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 1; III- 1, 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 2. 2; 3. 4

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Rregullat për ngjashmërinë e trekëndëshave

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon ngjashmërinë e figurave gjeometrike, posaçërisht trekëndëshave duke emërtuar rregullat për ngjashmërinë e tyre.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

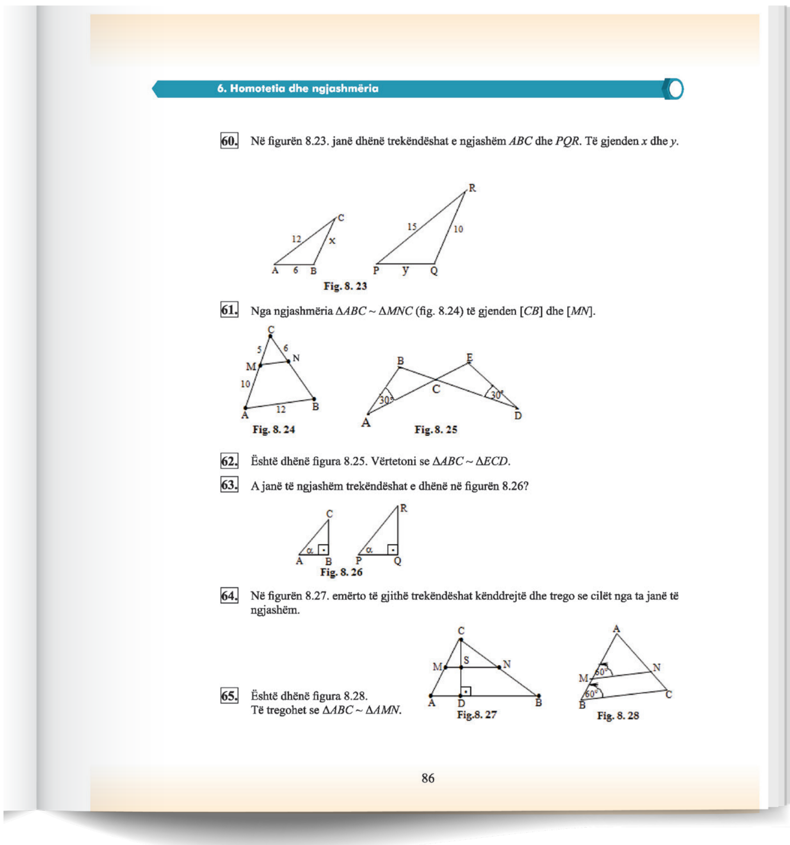
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Në fillim të orës mësimore, nxënësve u kërkohet që t'i prezantojnë detyrat e shtëpisë.
Gjatë kontrollimit të detyrave të shtëpisë bëhet një përsëritje në lidhje me njësitë paraprake. Disa nga pyetjet orientuese mund të jenë: 1. Çfarë thotë rregulla e parë për ngjashmërinë e trekëndëshave? 2. Po rregulla e dytë? 3. Cilat janë dallimet në mes të rregullës së dytë dhe të tretë për ngjashmërinë e trekëndëshave?
Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa bëhet gati për fazën e dytë mësimore.



6. Homotetia dhe ngjashmëria

60. Në figurën 8.23. janë dhënë trekëndëshat e ngjashëm ABC dhe PQR. Të gjenden x dhe y.

Fig. 8. 23

61. Nga ngjashmëria $\Delta ABC \sim \Delta MNC$ (fig. 8.24) të gjenden $[CB]$ dhe $[MN]$.

Fig. 8. 24 **Fig. 8. 25**

62. Është dhënë figura 8.25. Vërtetoni se $\Delta ABC \sim \Delta ECD$.

63. A janë të ngjashëm trekëndëshat e dhënë në figurën 8.26?

Fig. 8. 26

64. Në figurën 8.27. emërto të gjithë trekëndëshat kënddrejtë dhe trego se cilët nga ta janë të ngjashëm.

65. Është dhënë figura 8.28.
Të tregohet se $\Delta ABC \sim \Delta AMN$.

Fig.8. 27 **Fig. 8. 28**

86

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Në tabelë shënohet problemi:

59. Janë dhënë dy trekëndësha barabrinjës, njëri me brinjën $a = 2\ cm$, kurse tjetri me brinjën $a_1 = 4\ cm$. A janë të ngjashëm këta dy trekëndësha dhe cili është koeficienti i ngjashmërisë?

Pyeten nxënësit:
1. Në bazë të cilës rregull trekëndëshat barabrinjës janë të ngjashëm?
2. Sa është masa e këndit të brendshëm te trekëndëshi barabrinjës?
Pas zgjidhjes së problemit, vazhdohet me detyrën:

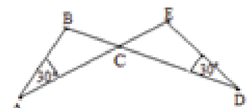


Fig. 8. 25

62. Është dhënë figura 8.25. Vërtetoni se $\Delta ABC \sim \Delta ECD$.

Pyeten nxënësit:
3. Pse këndi te kulmi C është i njëjtë për të dy trekëndëshat?
4. Në bazë të cilës rregull mund të konstatohet ngjashmëria e trekëndëshave?
Në mënyrë të ngjashme trajtohen detyrat 60, 61, 63.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në grup

Organizohen nxënësit në dyshe: detyra e tyre është të diskutojnë, të shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në pjesën e dytë të orës mësimore. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit të grupit të tij duke shkëmbyer ide, mendime dhe pyetje me dyshet e tjera.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përkufizimit të ngjashmërisë së trekëndëshave duke emërtuar rregullat për ngjashmërinë e tyre.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 118, detyra 15, 16)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 95

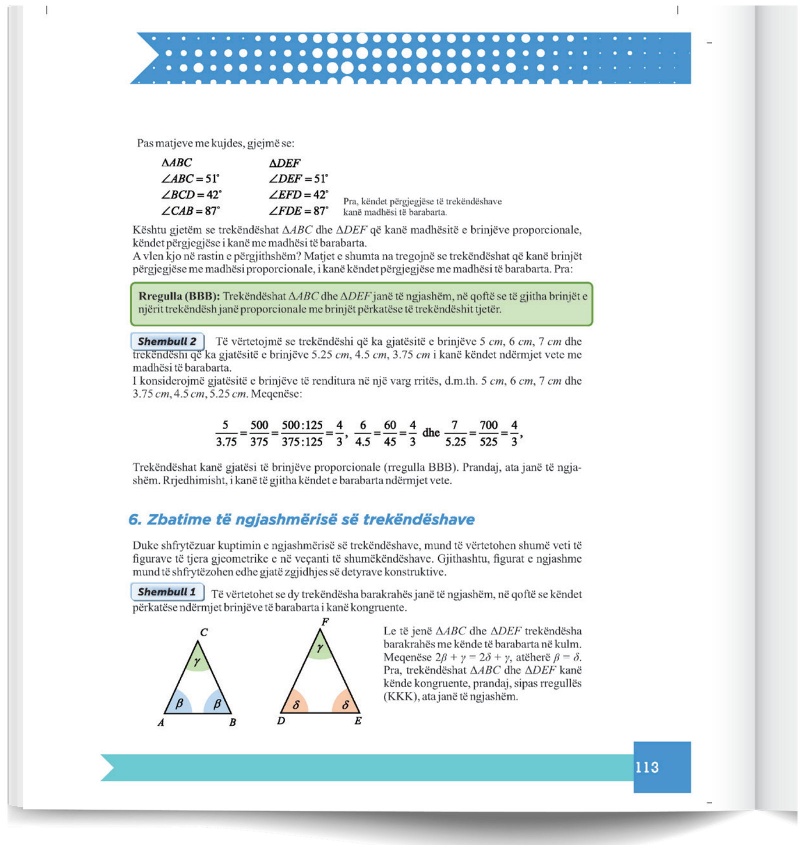
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Përpunimi i të dhënave

Rezultatet e të nxënit të temës:
- Përkufizon ngjashmërinë e figurave gjeometrike, posaçërisht trekëndëshave duke emërtuar rregullat për ngjashmërinë e tyre.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 1; III- 1, 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 2. 2; 3. 4


Pas matjeve me kujdes, gjejmë se:

ΔABC	ΔDEF
$\angle ABC = 51^\circ$	$\angle DEF = 51^\circ$
$\angle BCD = 42^\circ$	$\angle EFD = 42^\circ$
$\angle CAB = 87^\circ$	$\angle FDE = 87^\circ$

Pra, këndet përgjegjëse të trekëndëshave kanë madhësi të barabarta.

Kështu gjetëm se trekëndëshat ΔABC dhe ΔDEF që kanë madhësitë e brinjëve proporcionale, këndet përgjegjëse i kanë me madhësi të barabarta.
A vlen kjo në rastin e përgjithshëm? Matjet e shumta na tregojnë se trekëndëshat që kanë brinjët përgjegjëse me madhësi proporcionale, i kanë këndet përgjegjëse me madhësi të barabarta. Pra:

Rregulla (BBB): Trekëndëshat ΔABC dhe ΔDEF janë të ngjashëm, në qoftë se të gjitha brinjët e njërit trekëndësh janë proporcionale me brinjët përkatëse të trekëndëshit tjetër.

Shembull 2 Të vërtetojmë se trekëndëshi që ka gjatësitë e brinjëve 5 *cm*, 6 *cm*, 7 *cm* dhe trekëndëshi që ka gjatësitë e brinjëve 5.25 *cm*, 4.5 *cm*, 3.75 *cm* i kanë këndet ndërmjet vete me madhësi të barabarta.
I konsiderojmë gjatësitë e brinjëve të renditura në një varg rritës, d.m.th. 5 *cm*, 6 *cm*, 7 *cm* dhe 3.75 *cm*, 4.5 *cm*, 5.25 *cm*. Meqenëse:

$$\frac{5}{3.75}=\frac{500}{375}=\frac{500:125}{375:125}=\frac{4}{3},\ \frac{6}{4.5}=\frac{60}{45}=\frac{4}{3}\ \text{dhe}\ \frac{7}{5.25}=\frac{700}{525}=\frac{4}{3},$$

Trekëndëshat kanë gjatësi të brinjëve proporcionale (rregulla BBB). Prandaj, ata janë të ngjashëm. Rrjedhimisht, i kanë të gjitha këndet e barabarta ndërmjet vete.

6. Zbatime të ngjashmërisë së trekëndëshave

Duke shfrytëzuar kuptimin e ngjashmërisë së trekëndëshave, mund të vërtetohen shumë veti të figurave të tjera gjeometrike e në veçanti të shumëkëndëshave. Gjithashtu, figurat e ngjashme mund të shfrytëzohen edhe gjatë zgjidhjes së detyrave konstruktive.

Shembull 1 Të vërtetohet se dy trekëndësha barakrahës janë të ngjashëm, në qoftë se këndet përkatëse ndërmjet brinjëve të barabarta i kanë kongruente.

Le të jenë ΔABC dhe ΔDEF trekëndësha barakrahës me kënde të barabarta në kulm. Meqenëse $2\beta + \gamma = 2\delta + \gamma$, atëherë $\beta = \delta$. Pra, trekëndëshat ΔABC dhe ΔDEF kanë kënde kongruente, prandaj, sipas rregullës (KKK), ata janë të ngjashëm.

113

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zbatime të ngjashmërisë së trekëndëshave

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zbaton rregullat e ngjashmërisë së trekëndëshave për zgjidhjen e problemeve të ndryshme.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

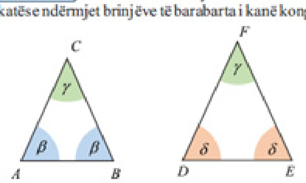
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

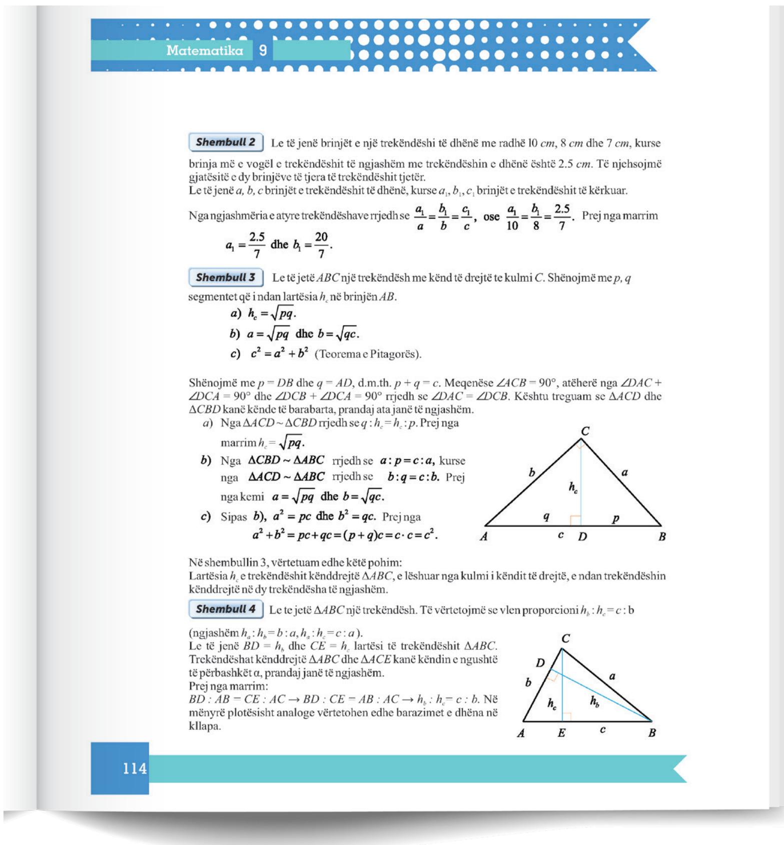
Në fillim të orës mësimore, përmes pyetjeve-përgjigjeve trajtohet problemi:

Shembull 1 Të vërtetohet se dy trekëndësha barakrahës janë të ngjashëm, në qoftë se këndet përkatëse ndërmjet brinjëve të barabarta i kanë kongruente.



Le të jenë ΔABC dhe ΔDEF trekëndësha barakrahës me kënde të barabarta në kulm. Meqenëse $2\beta + \gamma = 2\delta + \gamma$, atëherë $\beta = \delta$. Pra, trekëndëshat ΔABC dhe ΔDEF kanë kënde kongruente, prandaj, sipas rregullës (KKK), ata janë të ngjashëm.

Çfarë kuptuam nga ky shembull? A mendoni se ngjashmëritë e trekëndëshave kanë edhe zbatime të tjera?


Matematika 9

Shembull 2 Le të jenë brinjët e një trekëndëshi të dhënë me radhë 10 *cm*, 8 *cm* dhe 7 *cm*, kurse brinja më e vogël e trekëndëshit të ngjashëm me trekëndëshin e dhënë është 2.5 *cm*. Të njehsojmë gjatësitë e dy brinjëve të tjera të trekëndëshit tjetër.
Le të jenë a, b, c brinjët e trekëndëshit të dhënë, kurse a_1, b_1, c_1 brinjët e trekëndëshit të kërkuar.

Nga ngjashmëria e atyre trekëndëshave rrjedh se $\frac{a_1}{a}=\frac{b_1}{b}=\frac{c_1}{c}$, ose $\frac{a_1}{10}=\frac{b_1}{8}=\frac{2.5}{7}$. Prej nga marrim

$a_1=\frac{2.5}{7}$ dhe $b_1=\frac{20}{7}$.

Shembull 3 Le të jetë ABC një trekëndësh me kënd të drejtë te kulmi C. Shënojmë me p, q segmentet që i ndan lartësia h_c në brinjën AB.

a) $h_c=\sqrt{pq}$.
b) $a=\sqrt{pq}$ dhe $b=\sqrt{qc}$.
c) $c^2=a^2+b^2$ (Teorema e Pitagorës).

Shënojmë me $p = DB$ dhe $q = AD$, d.m.th. $p + q = c$. Meqenëse $\angle ACB = 90°$, atëherë nga $\angle DAC + \angle DCA = 90°$ dhe $\angle DCB + \angle DCA = 90°$ rrjedh se $\angle DAC = \angle DCB$. Kështu treguam se ΔACD dhe ΔCBD kanë kënde të barabarta, prandaj ata janë të ngjashëm.

a) Nga $\Delta ACD \sim \Delta CBD$ rrjedh se $q : h_c = h_c : p$. Prej nga marrim $h_c=\sqrt{pq}$.
b) Nga $\Delta CBD \sim \Delta ABC$ rrjedh se $a : p = c : a$, kurse nga $\Delta ACD \sim \Delta ABC$ rrjedh se $b : q = c : b$. Prej nga kemi $a=\sqrt{pq}$ dhe $b=\sqrt{qc}$.
c) Sipas b), $a^2 = pc$ dhe $b^2 = qc$. Prej nga $a^2+b^2=pc+qc=(p+q)c=c\cdot c=c^2$.

Në shembullin 3, vërtetuam edhe këtë pohim:
Lartësia h_c e trekëndëshit kënddrejtë ΔABC, e lëshuar nga kulmi i këndit të drejtë, e ndan trekëndëshin kënddrejtë në dy trekëndësha të ngjashëm.

Shembull 4 Le te jetë ΔABC një trekëndësh. Të vërtetojmë se vlen proporcioni $h_b : h_c = c : b$ (ngjashëm $h_a : h_b = b : a, h_a : h_c = c : a$).
Le të jenë $BD = h_b$ dhe $CE = h_c$ lartësi të trekëndëshit ΔABC. Trekëndëshat kënddrejtë ΔABC dhe ΔACE kanë këndin e ngushtë të përbashkët α, prandaj janë të ngjashëm.
Prej nga marrim:
$BD : AB = CE : AC \to BD : CE = AB : AC \to h_b : h_c = c : b$. Në mënyrë plotësisht analoge vërtetohen edhe barazimet e dhëna në kllapa.

114

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët me këmbime (grupet e ekspertëve)

Organizohen nxënësit në grupe me nga 4 nxënës, ku secili prej tyre është përgjegjës për të lexuar një pjesë. Përgatitet "fleta e ekspertit", e cila mund të ketë pyetje, detyra ose grafik që të plotësohet. Rigrupohen nxënësit të lexojnë pjesën që u është caktuar si detyrë. Ata diskutojnë përfundimet e tyre dhe vendosin për mënyrën se si do t'ua shpjegojnë këtë pjesë të tjerëve kur të shkojnë në grupet fillestare. Më pas të gjithë nxënësit që kanë të njëjtin numër, ekspertët, raportojnë në grupet fillestare për të shpjeguar pjesët e tyre më të rëndësishme të tekstit.

Eksperti A Shembulli 2	Eksperti B Shembulli 3
Eksperti C Shembulli 4	Eksperti D Shembulli 5

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në grup

Organizohen nxënësit në katër grupe me nga katër nxënës: detyra e tyre është të diskutojnë, shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në fazën e dytë të orës. Po ashtu, paqartësitë plotësohen edhe me ndihmën e mësimdhënësit. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësi vlerësohet për saktësinë e zbatimit të rregullave të ngjashmërisë së trekëndëshave për zgjidhjen e problemeve të ndryshme.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 88, detyra 71, 72, 73)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 96

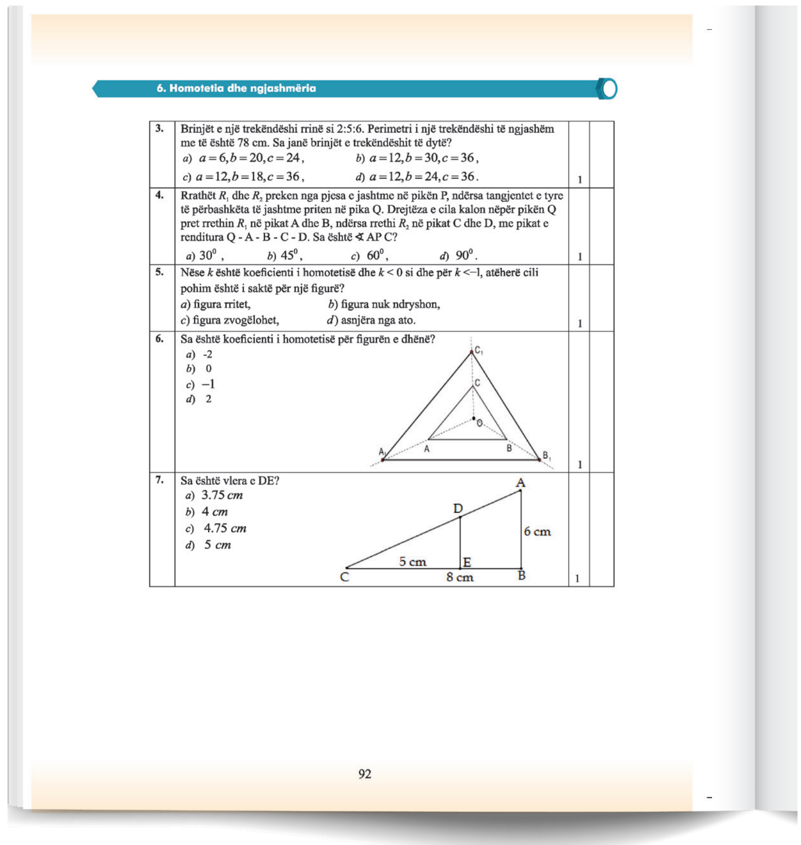
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Përpunimi i të dhënave

Rezultatet e të nxënit të temës:
- Përkufizon homotetinë dhe zbaton vetitë e saj për zgjidhje të problemeve praktike;
- Përkufizon ngjashmërinë e figurave gjeometrike, posaçërisht trekëndëshave duke emërtuar rregullat për ngjashmërinë e tyre.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: II- 1; III- 1, 4.

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 4; 2. 2; 3. 4


6. Homotetia dhe ngjashmëria

3.	Brinjët e një trekëndëshi rrinë si 2:5:6. Perimetri i një trekëndëshi të ngjashëm me të është 78 cm. Sa janë brinjët e trekëndëshit të dytë? *a*) $a=6, b=20, c=24$, *b*) $a=12, b=30, c=36$, *c*) $a=12, b=18, c=36$, *d*) $a=12, b=24, c=36$.	1	
4.	Rrathët R_1 dhe R_2 preken nga pjesa e jashtme në pikën P, ndërsa tangjentet e tyre të përbashkëta të jashtme priten në pika Q. Drejtëza e cila kalon nëpër pikën Q pret rrethin R_1 në pikat A dhe B, ndërsa rrethi R_2 në pikat C dhe D, me pikat e renditura Q - A - B - C - D. Sa është ∢ AP C? *a*) 30^0, *b*) 45^0, *c*) 60^0, *d*) 90^0.	1	
5.	Nëse k është koeficienti i homotetisë dhe $k<0$ si dhe për $k<-1$, atëherë cili pohim është i saktë për një figurë? *a*) figura rritet, *b*) figura nuk ndryshon, *c*) figura zvogëlohet, *d*) asnjëra nga ato.	1	
6.	Sa është koeficienti i homotetisë për figurën e dhënë? *a*) -2 *b*) 0 *c*) −1 *d*) 2 C_1, C, O, A_1, A, B, B_1	1	
7.	Sa është vlera e DE? *a*) 3.75 *cm* *b*) 4 *cm* *c*) 4.75 *cm* *d*) 5 *cm* A, D, 6 cm, 5 cm, E, C, 8 cm, B	1	

92

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Homotetia dhe ngjashmëria

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zbaton vetitë e homotetisë për zgjidhjen e problemeve të ndryshme;
- Zbaton rregullat e ngjashmërisë së trekëndëshave për zgjidhjen e problemeve të ndryshme.

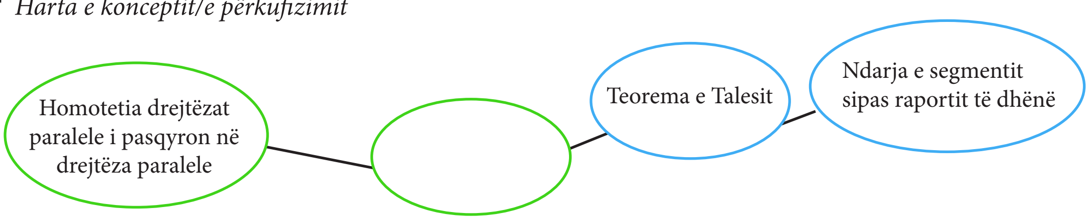
Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

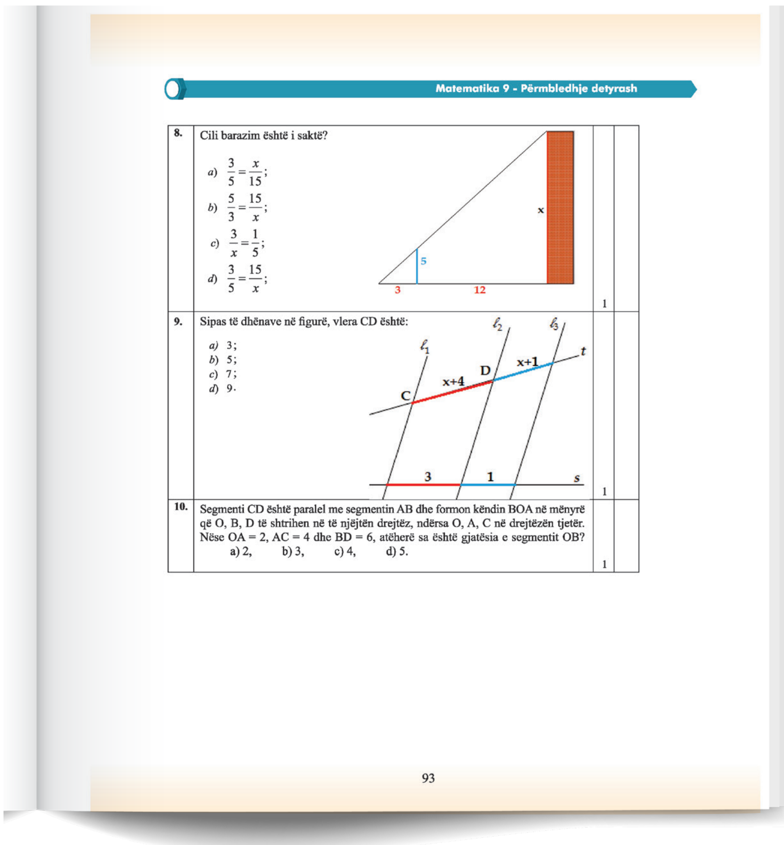
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Harta e konceptit/e përkufizimit





Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

8.	Cili barazim është i saktë? a) $\frac{3}{5}=\frac{x}{15}$; b) $\frac{5}{3}=\frac{15}{x}$; c) $\frac{3}{x}=\frac{1}{5}$; d) $\frac{3}{5}=\frac{15}{x}$;	1	
9.	Sipas të dhënave në figurë, vlera CD është: a) 3; b) 5; c) 7; d) 9.	1	
10.	Segmenti CD është paralel me segmentin AB dhe formon këndin BOA në mënyrë që O, B, D të shtrihen në të njëjtën drejtëz, ndërsa O, A, C në drejtëzën tjetër. Nëse OA = 2, AC = 4 dhe BD = 6, atëherë sa është gjatësia e segmentit OB? a) 2, b) 3, c) 4, d) 5.	1	

93

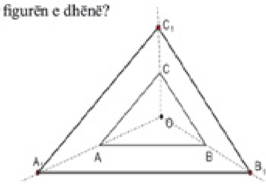
Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Vëzhgo-Analizo-Zbato

Në tabelë shënohen detyrat/problemet që duhen zgjidhur. Caktohen nxënësit të cilët e bëjnë zgjidhjen e detyrave/problemeve. Përgjatë zgjidhjes së detyrave/problemeve nxënësit e tjerë në fillim vetëm e përcjellin zgjidhjen (vëzhgojnë). Pas mbarimit të tërësishëm, hapet diskutimi mbi zgjidhjen e detyrës/problemit (analizojnë) dhe pas diskutimit, njohuritë e fituara i zbatojnë.
Disa nga detyrat janë:

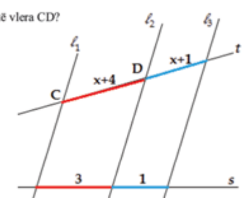
Brinjët e një trekëndëshi rrinë si 2:5:6. Perimetri i një trekëndëshi të ngjashëm me të është 78cm. Sa janë brinjët e trekëndëshit të dytë?

a) $a=6, b=20, c=24$, b) $a=12, b=30, c=36$,
c) $a=12, b=18, c=36$, d) $a=12, b=24, c=36$.

Sa është koeficienti i homotetisë për figurën e dhënë?
a) -2
b) 0
c) -1
d) 2



Sipas të dhënave në figurë, është vlera CD?
a) 3
b) 5
c) 7
d) 9



Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Ditarët e të nxënit (Ditari dypjesësh)

Organizohen nxënësit të punojnë në dyshe. Në fletoret e tyre duhet të paraqesin tabelën si më poshtë.

Detyrë	Zgjidhje
Detyra 4, 6, 10	

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zbatimit të vetive të homotetisë, si dhe për saktësinë e zbatimit të rregullave të ngjashmërisë së trekëndëshave për zgjidhjen e problemeve të ndryshme.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 91, detyra 101, 102, 103)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 97

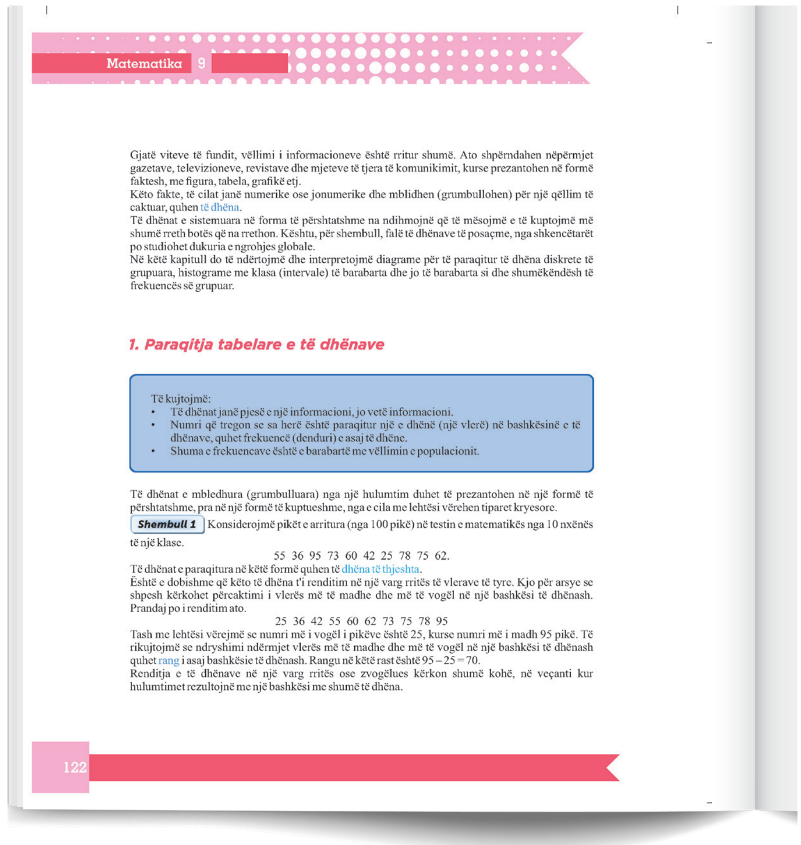
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Përpunimi i të dhënave

Rezultatet e të nxënit të temës: - Interpreton në forma të ndryshme të dhënat statistikore (liston rezultatet, i paraqet në formë tabelare dhe me diagrame në forma të ndryshme duke i vizatuar në fletore ose duke përdorur teknologjinë-programet aplikative) dhe përcakton vlerat mesatare të tyre (vlerën mesatare, modën dhe medianën).

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 5; II- 2; IV- 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 1; 3. 4; 6. 1; 8. 3


Matematika 9

Gjatë viteve të fundit, vëllimi i informacioneve është rritur shumë. Ato shpërndahen nëpërmjet gazetave, televizioneve, revistave dhe mjeteve të tjera të komunikimit, kurse prezantohen në formë faktesh, me figura, tabela, grafikë etj.
Këto fakte, të cilat janë numerike ose jonumerike dhe mblidhen (grumbullohen) për një qëllim të caktuar, quhen të dhëna.
Të dhënat e sistemuara në forma të përshtatshme na ndihmojnë që të mësojmë e të kuptojmë më shumë rreth botës që na rrethon. Kështu, për shembull, falë të dhënave të posaçme, nga shkencëtarët po studiohet dukuria e ngrohjes globale.
Në këtë kapitull do të ndërtojmë dhe interpretojmë diagrame për të paraqitur të dhëna diskrete të grupuara, histograme me klasa (intervale) të barabarta dhe jo të barabarta si dhe shumëkëndësh të frekuencës së grupuar.

1. Paraqitja tabelare e të dhënave

Të kujtojmë:
- Të dhënat janë pjesë e një informacioni, jo vetë informacioni.
- Numri që tregon se sa herë është paraqitur një e dhënë (një vlerë) në bashkësinë e të dhënave, quhet frekuencë (denduri) e asaj të dhëne.
- Shuma e frekuencave është e barabartë me vëllimin e popullacionit.

Të dhënat e mbledhura (grumbulluara) nga një hulumtim duhet të prezantohen në një formë të përshtatshme, pra në një formë të kuptueshme, nga e cila me lehtësi vërehen tiparet kryesore.
Shembull 1 Konsiderojmë pikët e arritura (nga 100 pikë) në testin e matematikës nga 10 nxënës të një klase.
55 36 95 73 60 42 25 78 75 62.
Të dhënat e paraqitura në këtë formë quhen të dhëna të thjeshta.
Është e dobishme që këto të dhëna t'i renditim në një varg rritës të vlerave të tyre. Kjo për arsye se shpesh kërkohet përcaktimi i vlerës më të madhe dhe më të vogël në një bashkësi të dhënash. Prandaj po i renditim ato.
25 36 42 55 60 62 73 75 78 95
Tash me lehtësi vërejmë se numri më i vogël i pikëve është 25, kurse numri më i madh 95 pikë. Të rikujtojmë se ndryshimi ndërmjet vlerës më të madhe dhe më të vogël në një bashkësi të dhënash quhet rang i asaj bashkësie të dhënash. Rangu në këtë rast është $95 - 25 = 70$.
Renditja e të dhënave në një varg rritës ose zvogëlues kërkon shumë kohë, në veçanti kur hulumtimet rezultojnë me një bashkësi me shumë të dhëna.
122

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Paraqitja tabelare e të dhënave

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Interpreton në forma të ndryshme të dhënat statistikore si dhe i paraqet ato në formë tabelare.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

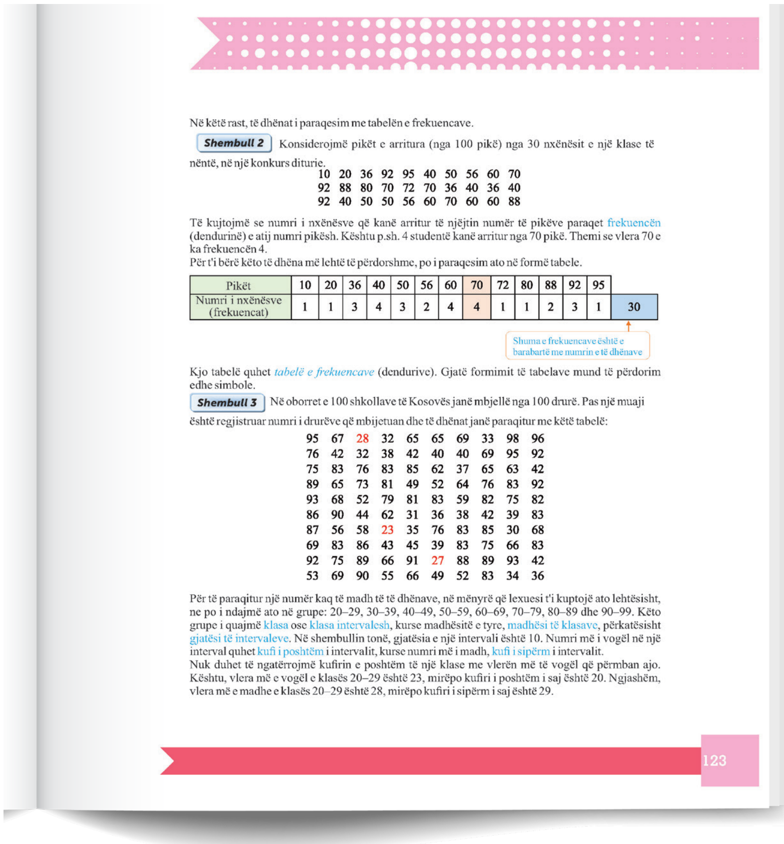
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: TIK.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Gjatë viteve të fundit, vëllimi i informacioneve është rritur shumë. Ato shpërndahen nëpërmjet gazetave, televizioneve, revistave dhe mjeteve të tjera të komunikimit, kurse prezantohen në formë faktesh, me figura, tabela, grafikë etj. Pyeten nxënësit: 1. Si quhet disiplina matematikore e cila merret me studimin e të dhënave? 2. Si ka ndikuar statistika në përmirësimin e jetës sonë? 3. Çfarë mbani mend nga klasat e kaluara në lidhje me statistikën?
Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa bëhet gati për fazën e dytë.



Në këtë rast, të dhënat i paraqesim me tabelën e frekuencave.

Shembull 2 Konsiderojmë pikët e arritura (nga 100 pikë) nga 30 nxënësit e një klase të nëntë, në një konkurs diturie.

10	20	36	92	95	40	50	56	60	70
92	88	80	70	72	70	36	40	36	40
92	40	50	50	56	60	70	60	60	88

Të kujtojmë se numri i nxënësve që kanë arritur të njëjtin numër të pikëve paraqet frekuencën (dendurinë) e atij numri pikësh. Kështu p.sh. 4 studentë kanë arritur nga 70 pikë. Themi se vlera 70 e ka frekuencën 4.
Për t'i bërë këto të dhëna më lehtë të përdorshme, po i paraqesim ato në formë tabele.

Pikët	10	20	36	40	50	56	60	70	72	80	88	92	95	
Numri i nxënësve (frekuencat)	1	1	3	4	3	2	4	4	1	1	2	3	1	30

Shuma e frekuencave është e barabartë me numrin e të dhënave

Kjo tabelë quhet *tabelë e frekuencave* (dendurive). Gjatë formimit të tabelave mund të përdorim edhe simbole.

Shembull 3 Në oborret e 100 shkollave të Kosovës janë mbjellë nga 100 drurë. Pas një muaji është regjistruar numri i drurëve që mbijetuan dhe të dhënat janë paraqitur me këtë tabelë:

95	67	28	32	65	65	69	33	98	96
76	42	32	38	42	40	40	69	95	92
75	83	76	83	85	62	37	65	63	42
89	65	73	81	49	52	64	76	83	92
93	68	52	79	81	83	59	82	75	82
86	90	44	62	31	36	38	42	39	83
87	56	58	23	35	76	83	85	30	68
69	83	86	43	45	39	83	75	66	83
92	75	89	66	91	27	88	89	93	42
53	69	90	55	66	49	52	83	34	36

Për të paraqitur një numër kaq të madh të të dhënave, në mënyrë që lexuesi t'i kuptojë ato lehtësisht, ne po i ndajmë ato në grupe: 20–29, 30–39, 40–49, 50–59, 60–69, 70–79, 80–89 dhe 90–99. Këto grupe i quajmë klasa ose klasa intervalesh, kurse madhësitë e tyre, madhësi të klasave, përkatësisht gjatësi të intervaleve. Në shembullin tonë, gjatësia e një intervali është 10. Numri më i vogël në një interval quhet kufi i poshtëm i intervalit, kurse numri më i madh, kufi i sipërm i intervalit.
Nuk duhet të ngatërrojmë kufirin e poshtëm të një klase me vlerën më të vogël që përmban ajo. Kështu, vlera më e vogël e klasës 20–29 është 23, mirëpo kufiri i poshtëm i saj është 20. Ngjashëm, vlera më e madhe e klasës 20–29 është 28, mirëpo kufiri i sipërm i saj është 29.

123

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Pyetja e sjell pyetjen

Në tabelë shënohet problemi:

Shembull 1 Konsiderojmë pikët e arritura (nga 100 pikë) në testin e matematikës nga 10 nxënës të një klase.

55 36 95 73 60 42 25 78 75 62.

Pyeten nxënësit:
1. Çfarë mendoni, a janë vizualisht të bukura dhe lehtësisht të lexueshme të dhënat e mësipërme?
2. Çfarë do të ndodhte po t'i kishim rezultatet e 100 nxënësve?
3. Si t'i paraqesim këto të dhëna në mënyrë që ta lehtësojmë leximin e tyre?
Pas përgjigjeve të nxënësve, trajtohet shembulli 2.

Shembull 2 Konsiderojmë pikët e arritura (nga 100 pikë) nga 30 nxënësit e një klase të nëntë, në një konkurs diturie.

10	20	36	92	95	40	50	56	60	70
92	88	80	70	72	70	36	40	36	40
92	40	50	50	56	60	70	60	60	88

Pikët	10	20	36	40	50	56	60	70	72	80	88	92	95	
Numri i nxënësve (frekuencat)	1	1	3	4	3	2	4	4	1	1	2	3	1	30

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Organizohen nxënësit në dyshe: detyra e tyre është të diskutojnë, të shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në pjesën e dytë të orës mësimore si dhe për shembullin 3. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit të grupit të tij duke shkëmbyer ide, mendime dhe pyetje me dyshet e tjera.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e interpretimit në forma të ndryshme si dhe për saktësinë e paraqitjes së tyre në formë tabelare.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 125, detyra 1, 2, 3)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 98

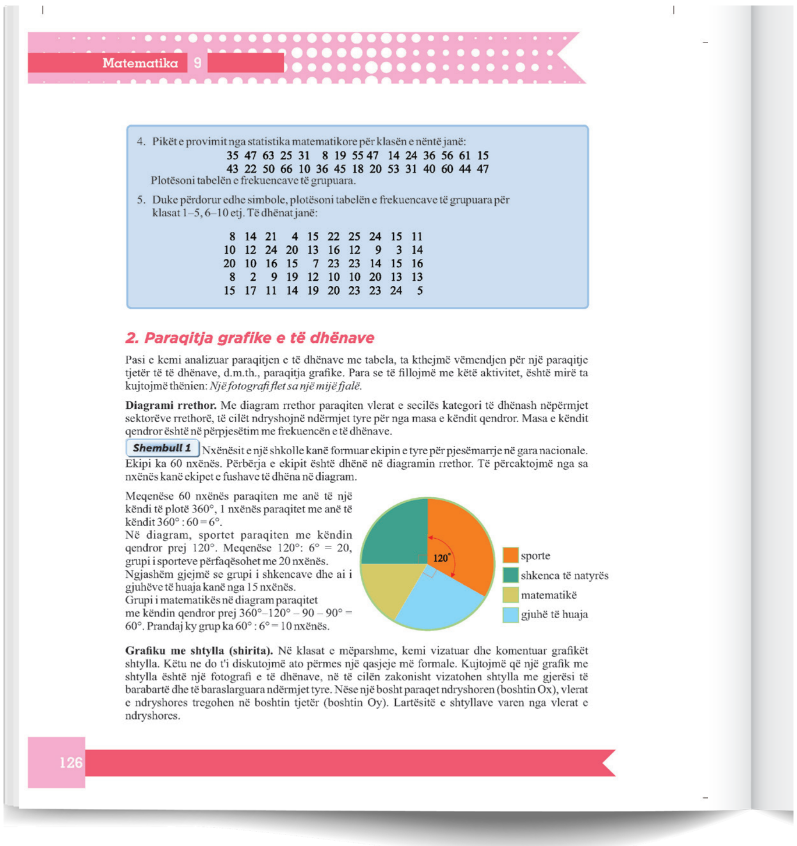
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Përpunimi i të dhënave

Rezultatet e të nxënit të temës: - Interpreton në forma të ndryshme të dhënat statistikore (liston rezultatet, i paraqet në formë tabelare dhe me diagrame në forma të ndryshme duke i vizatuar në fletore ose duke përdorur teknologjinë-programet aplikative) dhe përcakton vlerat mesatare të tyre (vlerën mesatare, modën dhe medianën).

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 5; II- 2; IV- 4

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 1; 3. 4; 6. 1; 8. 3



Matematika 9

4. Pikët e provimit nga statistika matematikore për klasën e nëntë janë:

35 47 63 25 31 8 19 55 47 14 24 36 56 61 15
43 22 50 66 10 36 45 18 20 53 31 40 60 44 47

Plotësoni tabelën e frekuencave të grupuara.

5. Duke përdorur edhe simbole, plotësoni tabelën e frekuencave të grupuara për klasat 1–5, 6–10 etj. Të dhënat janë:

8	14	21	4	15	22	25	24	15	11
10	12	24	20	13	16	12	9	3	14
20	10	16	15	7	23	23	14	15	16
8	2	9	19	12	10	10	20	13	13
15	17	11	14	19	20	23	23	24	5

2. Paraqitja grafike e të dhënave

Pasi e kemi analizuar paraqitjen e të dhënave me tabela, ta kthejmë vëmendjen për një paraqitje tjetër të të dhënave, d.m.th., paraqitja grafike. Para se të fillojmë me këtë aktivitet, është mirë ta kujtojmë thënien: *Një fotografi flet sa një mijë fjalë.*

Diagrami rrethor. Me diagram rrethor paraqiten vlerat e secilës kategori të dhënash nëpërmjet sektorëve rrethorë, të cilët ndryshojnë ndërmjet tyre për nga masa e këndit qendror. Masa e këndit qendror është në përpjesëtim me frekuencën e të dhënave.

Shembull 1 Nxënësit e një shkolle kanë formuar ekipin e tyre për pjesëmarrje në gara nacionale. Ekipi ka 60 nxënës. Përbërja e ekipit është dhënë në diagramin rrethor. Të përcaktojmë nga sa nxënës kanë ekipet e fushave të dhëna në diagram.

Meqenëse 60 nxënës paraqiten me anë të një këndi të plotë $360°$, 1 nxënës paraqitet me anë të këndit $360° : 60 = 6°$.
Në diagram, sportet paraqiten me këndin qendror prej $120°$. Meqenëse $120° : 6° = 20$, grupi i sporteve përfaqësohet me 20 nxënës.
Ngjashëm gjejmë se grupi i shkencave dhe ai i gjuhëve të huaja kanë nga 15 nxënës.
Grupi i matematikës në diagram paraqitet me këndin qendror prej $360° – 120° – 90 – 90° = 60°$. Prandaj ky grup ka $60° : 6° = 10$ nxënës.

Grafiku me shtylla (shirita). Në klasat e mëparshme, kemi vizatuar dhe komentuar grafikët shtylla. Këtu ne do t'i diskutojmë ato përmes një qasjeje më formale. Kujtojmë që një grafik me shtylla është një fotografi e të dhënave, në të cilën zakonisht vizatohen shtylla me gjerësi të barabartë dhe të baraslarguara ndërmjet tyre. Nëse një bosht paraqet ndryshoren (boshtin Ox), vlerat e ndryshores tregohen në boshtin tjetër (boshtin Oy). Lartësitë e shtyllave varen nga vlerat e ndryshores.

126

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Paraqitja grafike e të dhënave

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Interpreton në forma të ndryshme të dhënat statistikore si dhe i paraqet ato në forma të ndryshme grafike.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

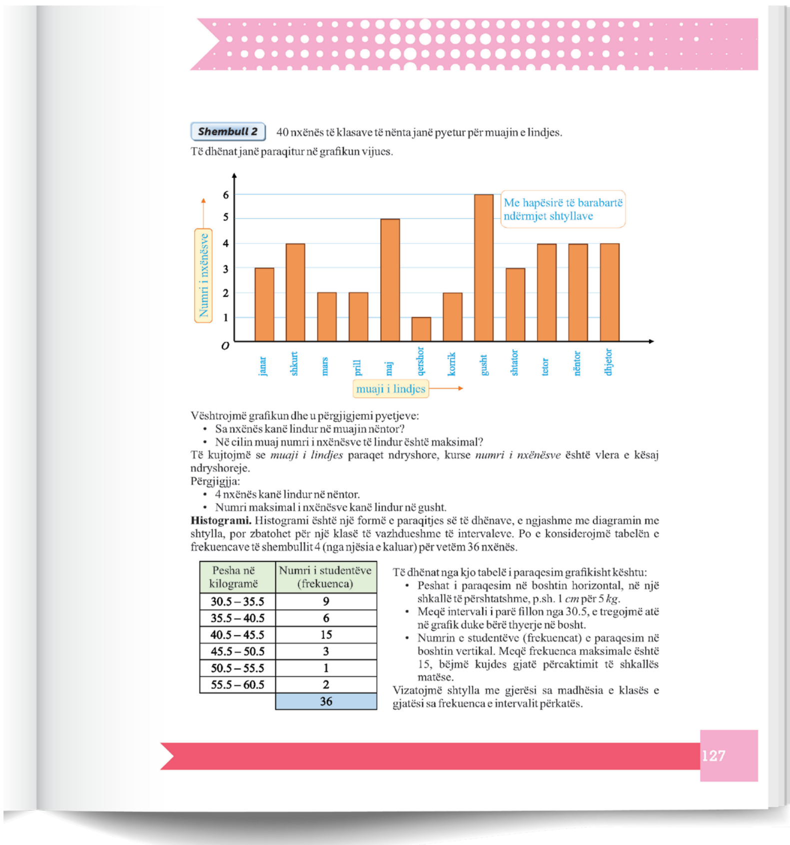
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: TIK.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Në fillim të orës mësimore, përmes diskutimit të hapur bëhet një përsëritje për paraqitjen tabelare të të dhënave. Disa nga pyetjet që i kontribuojnë diskutimit mund të jenë: 1. Çfarë studion statistika? 2. Çfarë janë të dhënat? 3. Çfarë duhet bërë që të dhënat të jenë sa më lehtë të kuptueshme për masën e gjerë? 4. Kujtoni rezultatet e zgjidhjeve, si paraqiteshin ato?
Përmes përgjigjeve dhe diskutimit, klasa bëhet gati për fazën e dytë të orës mësimore.



Shembull 2 40 nxënës të klasave të nënta janë pyetur për muajin e lindjes.
Të dhënat janë paraqitur në grafikun vijues.

Vështrojmë grafikun dhe u përgjigjemi pyetjeve:
- Sa nxënës kanë lindur në muajin nëntor?
- Në cilin muaj numri i nxënësve të lindur është maksimal?

Të kujtojmë se *muaji i lindjes* paraqet ndryshore, kurse *numri i nxënësve* është vlera e kësaj ndryshoreje.
Përgjigjja:
- 4 nxënës kanë lindur në nëntor.
- Numri maksimal i nxënësve kanë lindur në gusht.

Histogrami. Histogrami është një formë e paraqitjes së të dhënave, e ngjashme me diagramin me shtylla, por zbatohet për një klasë të vazhdueshme të intervaleve. Po e konsiderojmë tabelën e frekuencave të shembullit 4 (nga njësia e kaluar) për vetëm 36 nxënës.

Pesha në kilogramë	Numri i studentëve (frekuenca)
30.5 – 35.5	9
35.5 – 40.5	6
40.5 – 45.5	15
45.5 – 50.5	3
50.5 – 55.5	1
55.5 – 60.5	2
	36

Të dhënat nga kjo tabelë i paraqesim grafikisht kështu:
- Peshat i paraqesim në boshtin horizontal, në një shkallë të përshtatshme, p.sh. 1 *cm* për 5 *kg*.
- Meqë intervali i parë fillon nga 30.5, e tregojmë atë në grafik duke bërë thyerje në bosht.
- Numrin e studentëve (frekuencat) e paraqesim në boshtin vertikal. Meqë frekuenca maksimale është 15, bëjmë kujdes gjatë përcaktimit të shkallës matëse.

Vizatojmë shtylla me gjerësi sa madhësia e klasës e gjatësi sa frekuenca e intervalit përkatës.

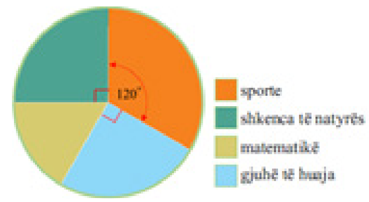
127

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

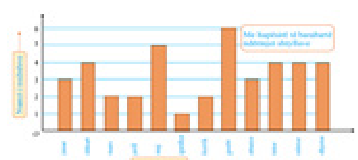
Në tabelë shkruhet problemi:

Shembull 1 Nxënësit e një shkolle kanë formuar ekipin e tyre për pjesëmarrje në gara nacionale. Ekipi ka 60 nxënës. Përbërja e ekipit është dhënë në diagramin rrethor. Të përcaktojmë nga sa nxënës kanë ekipet e fushave të dhëna në diagram.



Pyeten nxënësit: 1. Çfarë duhet bërë në këtë situatë? 2. Çfarë duhet të përdorim për ta gjetur numrin e garuesve? 3. Grafikisht, ku ka më së shumti garues e ku ka më së paku?
Pas zgjidhjes, trajtohet shembulli:

Shembull 2 40 nxënës të klasave të nënta janë pyetur për muajin e lindjes.
Të dhënat janë paraqitur në grafikun vijues.



Disa nga pyetjet mund të jenë:
4. Sa nxënës kanë lindur në muajin nëntor?
5. Në cilin muaj numri i nxënësve të lindur është maksimal?
Në mënyrë të ngjashme trajtohet shembulli i peshave të nxënësve (Histogrami).

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Veprimtari zbatuese

Në pjesën e fundit të orës, nxënësit udhëzohen që përmes programit Excel të paketës Microsoft Office, të bëjnë paraqitjen grafike të shembullit 3. Për këtë ata fillimisht të dhënat tabelare duhet t'i regjistrojnë nëpër celula.
Përmes hapave në vijim, bëhet edhe paraqitja e të dhënave:
Hapi 1: Selekto të gjithë tabelën që sapo e ke regjistruar;
Hapi 2: Klikohet menuja – Insert dhe bëhet zgjedhja e dëshiruar.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e interpretimit të të dhënave statistikore si dhe për saktësinë e paraqitjes së tyre në forma të ndryshme grafike.

Detyrë:
(Përmes programit Excel të trajtohen detyrat 1, 2, 3, faqe 133-134)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 99

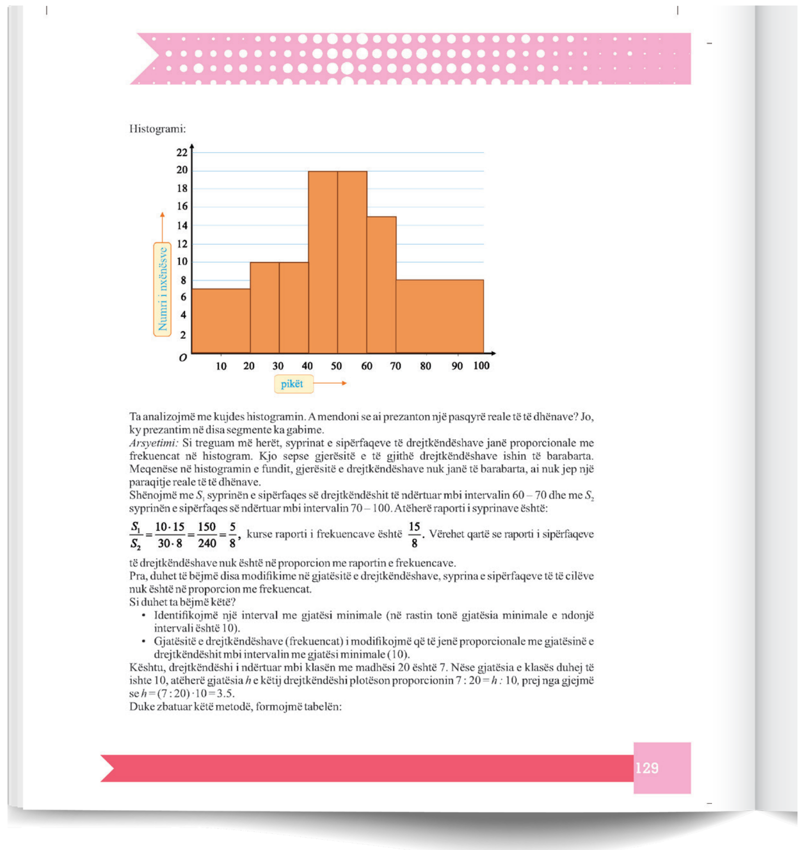
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Përpunimi i të dhënave

Rezultatet e të nxënit të temës: - Interpreton në forma të ndryshme të dhënat statistikore (liston rezultatet, i paraqet në formë tabelare dhe me diagrame në forma të ndryshme duke i vizatuar në fletore ose duke përdorur teknologjinë-programet aplikative) dhe përcakton vlerat mesatare të tyre (vlerën mesatare, modën dhe medianën).

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 5; II- 2; IV- 4;

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 1; 3. 4; 6. 1; 8. 3



Histogrami:

Ta analizojmë me kujdes histogramin. A mendoni se ai prezanton një pasqyrë reale të të dhënave? Jo, ky prezantim në disa segmente ka gabime.
Arsyetimi: Si treguam më herët, syprinat e sipërfaqeve të drejtkëndëshave janë proporcionale me frekuencat në histogram. Kjo sepse gjerësitë e të gjithë drejtkëndëshave ishin të barabarta. Meqenëse në histogramin e fundit, gjerësitë e drejtkëndëshave nuk janë të barabarta, ai nuk jep një paraqitje reale të të dhënave.
Shënojmë me S_1 syprinën e sipërfaqes së drejtkëndëshit të ndërtuar mbi intervalin 60 – 70 dhe me S_2 syprinën e sipërfaqes së ndërtuar mbi intervalin 70 – 100. Atëherë raporti i syprinave është:

$\frac{S_1}{S_2}=\frac{10\cdot 15}{30\cdot 8}=\frac{150}{240}=\frac{5}{8}$, kurse raporti i frekuencave është $\frac{15}{8}$. Vërehet qartë se raporti i sipërfaqeve të drejtkëndëshave nuk është në proporcion me raportin e frekuencave.
Pra, duhet të bëjmë disa modifikime në gjatësitë e drejtkëndëshave, syprina e sipërfaqeve të të cilëve nuk është në proporcion me frekuencat.
Si duhet ta bëjmë këtë?

- Identifikojmë një interval me gjatësi minimale (në rastin tonë gjatësia minimale e ndonjë intervali është 10).
- Gjatësitë e drejtkëndëshave (frekuencat) i modifikojmë që të jenë proporcionale me gjatësinë e drejtkëndëshit mbi intervalin me gjatësi minimale (10).

Kështu, drejtkëndëshi i ndërtuar mbi klasën me madhësi 20 është 7. Nëse gjatësia e klasës duhej të ishte 10, atëherë gjatësia h e këtij drejtkëndëshi plotëson proporcionin $7:20=h:10$, prej nga gjejmë se $h=(7:20)\cdot 10=3.5$.
Duke zbatuar këtë metodë, formojmë tabelën:

129

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Paraqitja e të dhënave statistikore

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:

- Interpreton në forma të ndryshme të dhënat statistikore (liston rezultatet, i paraqet në formë tabelare dhe me diagrame në forma të ndryshme duke i vizatuar në fletore ose duke përdorur teknologjinë-programet aplikative).

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

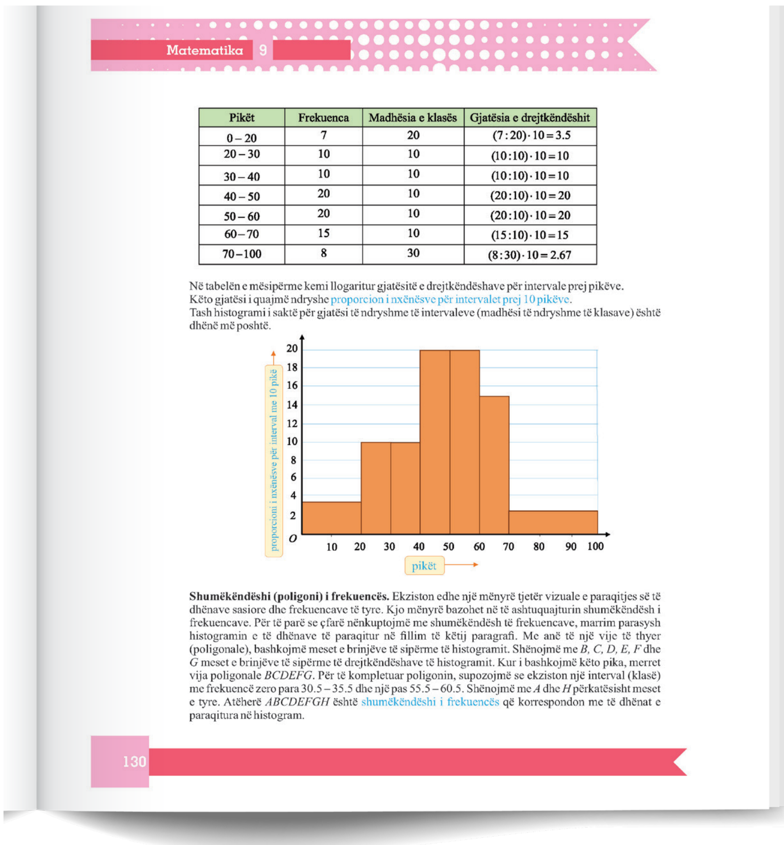
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: TIK.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
LINK

Shënohet një koncept në mes të tabelës duke i lënë nxënësit për pak minuta të renditin lidhjet për këtë koncept. Në fletët A4, nxënësit duhet të paraqesin mendimet e tyre në këtë mënyrë. Nxënësit bashkëveprojnë për të shkëmbyer njohuritë ashtu edhe për të zgjeruar të kuptuarit e tyre mbi konceptin.

Leximi i të dhënave
Klasifikimi i të dhënave
Paraqitja tabelare
Paraqitja e të dhënave me shumëkëndësha
Paraqitja e të dhënave me anë të diagrameve



Pikët	Frekuenca	Madhësia e klasës	Gjatësia e drejtkëndëshit
0 – 20	7	20	$(7:20)\cdot 10 = 3.5$
20 – 30	10	10	$(10:10)\cdot 10 = 10$
30 – 40	10	10	$(10:10)\cdot 10 = 10$
40 – 50	20	10	$(20:10)\cdot 10 = 20$
50 – 60	20	10	$(20:10)\cdot 10 = 20$
60 – 70	15	10	$(15:10)\cdot 10 = 15$
70 – 100	8	30	$(8:30)\cdot 10 = 2.67$

Në tabelën e mësipërme kemi llogaritur gjatësitë e drejtkëndëshave për intervale prej pikëve.
Këto gjatësi i quajmë ndryshe proporcion i nxënësve për intervalet prej 10 pikëve.
Tash histogrami i saktë për gjatësi të ndryshme të intervaleve (madhësi të ndryshme të klasave) është dhënë më poshtë.

Shumëkëndëshi (poligoni) i frekuencës. Ekziston edhe një mënyrë tjetër vizuale e paraqitjes së të dhënave sasiore dhe frekuencave të tyre. Kjo mënyrë bazohet në të ashtuquajturin shumëkëndësh i frekuencave. Për të parë se çfarë nënkuptojmë me shumëkëndësh të frekuencave, marrim parasysh histogramin e të dhënave të paraqitur në fillim të këtij paragrafi. Me anë të një vije të thyer (poligonale), bashkojmë meset e brinjëve të sipërme të histogramit. Shënojmë me B, C, D, E, F dhe G meset e brinjëve të sipërme të drejtkëndëshave të histogramit. Kur i bashkojmë këto pika, merret vija poligonale $BCDEFG$. Për të kompletuar poligonin, supozojmë se ekziston një interval (klasë) me frekuencë zero para 30.5 – 35.5 dhe një pas 55.5 – 60.5. Shënojmë me A dhe H përkatësisht meset e tyre. Atëherë $ABCDEFGH$ është shumëkëndëshi i frekuencës që korrespondon me të dhënat e paraqitura në histogram.

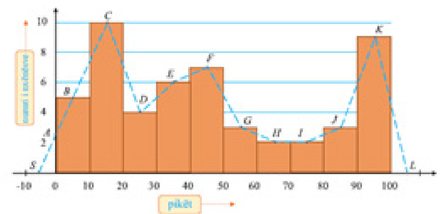
130

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i demonstruar

Përmes aplikacionit Excel nga paketa e Microsoft Office, nxënësit udhëzohen që t'i punojnë shembujt 4 dhe 5.

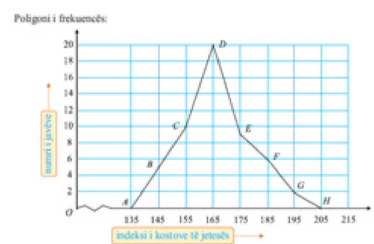
Shembull 4 Mësuesi ka organizuar një test nga statistika matematikore për 51 nxënës. Suksesi në pikë (nga 100 pikë) është paraqitur me këtë tabelë.

Pikët	Numri i nxënësve (frekuenca)
0 – 10	5
10 – 20	10
20 – 30	4
30 – 40	6
40 – 50	7
50 – 60	3
60 – 70	2
70 – 80	2
80 – 90	3
90 – 100	9
	51



Hapat e punës:
Hapi 1: Regjistrohet tabela në Excel
Hapi 2: Klikohet menuja Insert

Hapi 3: Klikohet butoni 
Hapi 4. Klikohet forma e dëshiruar e paraqitjes.
Në mënyrë të ngjashme trajtohet edhe shembulli 5.



Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Diskutim në grup

Organizohen nxënësit në katër grupe me nga katër nxënës: detyra e tyre është të diskutojnë, shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në fazën e dytë të orës. Po ashtu, paqartësitë plotësohen edhe me ndihmën e mësimdhënësit. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e interpretimit të të dhënave statistikore (liston rezultatet, i paraqet në formë tabelare dhe me diagrame në forma të ndryshme duke i vizatuar në fletore ose duke përdorur teknologjinë-programet aplikative).

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 134, detyra 4, 5)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 100

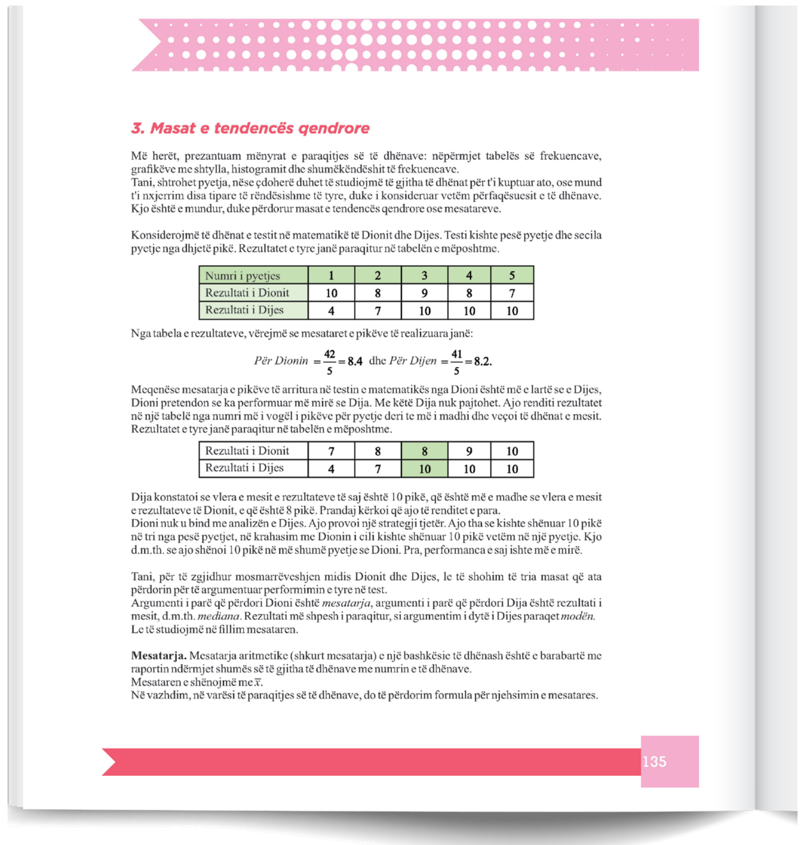
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Përpunimi i të dhënave

Rezultatet e të nxënit të temës: - Interpreton në forma të ndryshme të dhënat statistikore (liston rezultatet, i paraqet në formë tabelare dhe me diagrame në forma të ndryshme duke i vizatuar në fletore ose duke përdorur teknologjinë-programet aplikative) dhe përcakton vlerat mesatare të tyre (vlerën mesatare, modën dhe medianën).

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 5; II- 2; IV- 4;

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 1; 3. 4; 6. 1; 8. 3



3. Masat e tendencës qendrore

Më herët, prezantuam mënyrat e paraqitjes së të dhënave: nëpërmjet tabelës së frekuencave, grafikëve me shtylla, histogramit dhe shumëkëndëshit të frekuencave.
Tani, shtrohet pyetja, nëse çdoherë duhet të studiojmë të gjitha të dhënat për t'i kuptuar ato, ose mund t'i nxjerrim disa tipare të rëndësishme të tyre, duke i konsideruar vetëm përfaqësuesit e të dhënave. Kjo është e mundur, duke përdorur masat e tendencës qendrore ose mesatareve.

Konsiderojmë të dhënat e testit në matematikë të Dionit dhe Dijes. Testi kishte pesë pyetje dhe secila pyetje nga dhjetë pikë. Rezultatet e tyre janë paraqitur në tabelën e mëposhtme.

Numri i pyetjes	1	2	3	4	5
Rezultati i Dionit	10	8	9	8	7
Rezultati i Dijes	4	7	10	10	10

Nga tabela e rezultateve, vërejmë se mesataret e pikëve të realizuara janë:

$$\textit{Për Dionin} = \frac{42}{5} = 8.4 \text{ dhe } \textit{Për Dijen} = \frac{41}{5} = 8.2.$$

Meqenëse mesatarja e pikëve të arritura në testin e matematikës nga Dioni është më e lartë se e Dijes, Dioni pretendon se ka performuar më mirë se Dija. Me këtë Dija nuk pajtohet. Ajo renditi rezultatet në një tabelë nga numri më i vogël i pikëve për pyetje deri te më i madhi dhe veçoi të dhënat e mesit. Rezultatet e tyre janë paraqitur në tabelën e mëposhtme.

Rezultati i Dionit	7	8	8	9	10
Rezultati i Dijes	4	7	10	10	10

Dija konstatoi se vlera e mesit e rezultateve të saj është 10 pikë, që është më e madhe se vlera e mesit e rezultateve të Dionit, e që është 8 pikë. Prandaj kërkoi që ajo të renditet e para.
Dioni nuk u bind me analizën e Dijes. Ajo provoi një strategji tjetër. Ajo tha se kishte shënuar 10 pikë në tri nga pesë pyetjet, në krahasim me Dionin i cili kishte shënuar 10 pikë vetëm në një pyetje. Kjo d.m.th. se ajo shënoi 10 pikë në më shumë pyetje se Dioni. Pra, performanca e saj ishte më e mirë.

Tani, për të zgjidhur mosmarrëveshjen midis Dionit dhe Dijes, le të shohim të tria masat që ata përdorin për të argumentuar performimin e tyre në test.
Argumenti i parë që përdori Dioni është *mesatarja*, argumenti i parë që përdori Dija është rezultati i mesit, d.m.th. *mediana*. Rezultati më shpesh i paraqitur, si argumentim i dytë i Dijes paraqet *modën*.
Le të studiojmë në fillim mesataren.

Mesatarja. Mesatarja aritmetike (shkurt mesatarja) e një bashkësie të dhënash është e barabartë me raportin ndërmjet shumës së të gjitha të dhënave me numrin e të dhënave.
Mesataren e shënojmë me $\overline{x}$.
Në vazhdim, në varësi të paraqitjes së të dhënave, do të përdorim formula për njehsimin e mesatares.

135

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Vlera mesatare, moda dhe mediana

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton mesin aritmetik, modën dhe medianën për të dhënat e caktuara.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

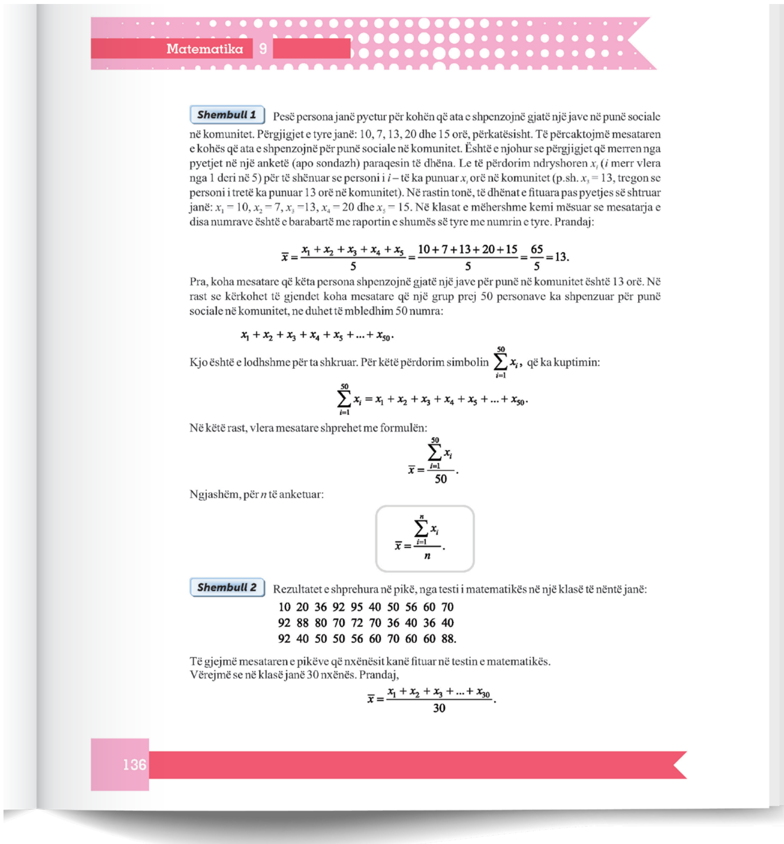
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: TIK.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Përmes pyetjeve dhe përgjigjeve krijohet koncept-ideja e njësisë mësimore. Disa nga pyetjet që mund të kontribuojnë në këtë janë: 1. Çfarë mendoni kur flasim për tendencat qendrore? 2. Sipas mendimit tuaj, tendencat qendrore ku përqendrohen më shumë? 3. Si e llogaritni suksesin tuaj për gjysmëvjetor? 4. Po klasa juaj, çfarë suksesi ka?
Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa bëhet gati për fazën e dytë të orës mësimore.



Shembull 1 Pesë persona janë pyetur për kohën që ata e shpenzojnë gjatë një jave në punë sociale në komunitet. Përgjigjet e tyre janë: 10, 7, 13, 20 dhe 15 orë, përkatësisht. Të përcaktojmë mesataren e kohës që ata e shpenzojnë për punë sociale në komunitet. Është e njohur se përgjigjet që merren nga pyetjet në një anketë (apo sondazh) paraqesin të dhëna. Le të përdorim ndryshoren x_i (i merr vlera nga 1 deri në 5) për të shënuar se personi i i – të ka punuar x_i orë në komunitet (p.sh. $x_3 = 13$, tregon se personi i tretë ka punuar 13 orë në komunitet). Në rastin tonë, të dhënat e fituara pas pyetjes së shtruar janë: $x_1 = 10$, $x_2 = 7$, $x_3 = 13$, $x_4 = 20$ dhe $x_5 = 15$. Në klasat e mëhershme kemi mësuar se mesatarja e disa numrave është e barabartë me raportin e shumës së tyre me numrin e tyre. Prandaj:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = \frac{10+7+13+20+15}{5} = \frac{65}{5} = 13.$$

Pra, koha mesatare që këta persona shpenzojnë gjatë një jave për punë në komunitet është 13 orë. Në rast se kërkohet të gjendet koha mesatare që një grup prej 50 personave ka shpenzuar për punë sociale në komunitet, ne duhet të mbledhim 50 numra:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \ldots + x_{50}.$$

Kjo është e lodhshme për ta shkruar. Për këtë përdorim simbolin $\sum_{i=1}^{50} x_i$, që ka kuptimin:

$$\sum_{i=1}^{50} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \ldots + x_{50}.$$

Në këtë rast, vlera mesatare shprehet me formulën:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{50} x_i}{50}.$$

Ngjashëm, për n të anketuar:

$$\boxed{\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.}$$

Shembull 2 Rezultatet e shprehura në pikë, nga testi i matematikës në një klasë të nëntë janë:

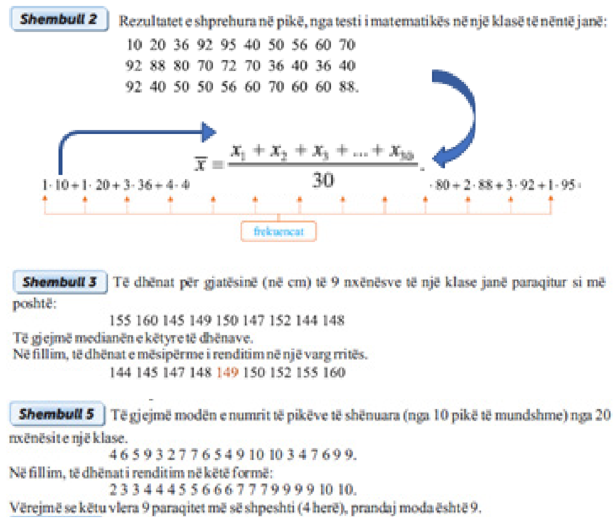
10 20 36 92 95 40 50 56 60 70
92 88 80 70 72 70 36 40 36 40
92 40 50 50 56 60 70 60 60 88.

Të gjejmë mesataren e pikëve që nxënësit kanë fituar në testin e matematikës.
Vërejmë se në klasë janë 30 nxënës. Prandaj,

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_{30}}{30}.$$

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Vëzhgo-Analizo-Zbato

Në tabelë shënohen detyrat/problemet që duhen zgjidhur. Caktohen nxënësit të cilët e bëjnë zgjidhjen e detyrave/problemeve. Përgjatë zgjidhjes së detyrave/problemeve nxënësit e tjerë në fillim vetëm e përcjellin zgjidhjen (vëzhgojnë). Pas mbarimit të tërësishëm, hapet diskutimi mbi zgjidhjen e detyrës/problemit (analizojnë) dhe pas diskutimit, njohuritë e fituara i zbatojnë.



Shembull 2 Rezultatet e shprehura në pikë, nga testi i matematikës në një klasë të nëntë janë:

10 20 36 92 95 40 50 56 60 70
92 88 80 70 72 70 36 40 36 40
92 40 50 50 56 60 70 60 60 88.

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_{30}}{30}.$$

$1\cdot 10 + 1\cdot 20 + 3\cdot 36 + 4\cdot 4$ ... $\cdot 80 + 2\cdot 88 + 3\cdot 92 + 1\cdot 95$

Shembull 3 Të dhënat për gjatësinë (në cm) të 9 nxënësve të një klase janë paraqitur si më poshtë:

155 160 145 149 150 147 152 144 148

Të gjejmë medianën e këtyre të dhënave.
Në fillim, të dhënat e mësipërme i renditim në një varg rritës.

144 145 147 148 149 150 152 155 160

Shembull 5 Të gjejmë modën e numrit të pikëve të shënuara (nga 10 pikë të mundshme) nga 20 nxënësit e një klase.

4 6 5 9 3 2 7 7 6 5 4 9 10 10 3 4 7 6 9 9.

Në fillim, të dhënat i renditim në këtë formë:

2 3 3 4 4 4 5 5 6 6 6 7 7 7 9 9 9 9 10 10.

Vërejmë se këtu vlera 9 paraqitet më së shpeshti (4 herë), prandaj moda është 9.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Ditarët e të nxënit (Ditari dypjesësh)

Organizohen nxënësit të punojnë në dyshe. Në fletoret e tyre duhet të paraqesin tabelën si më poshtë.

	Përparësitë	Mangësitë
Mesi aritmetik		
Moda		
Mediana		

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përcaktimit të mesit aritmetik, modës dhe medianës për të dhënat e caktuara.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 141-142, detyrat prej 1 deri 6)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 101

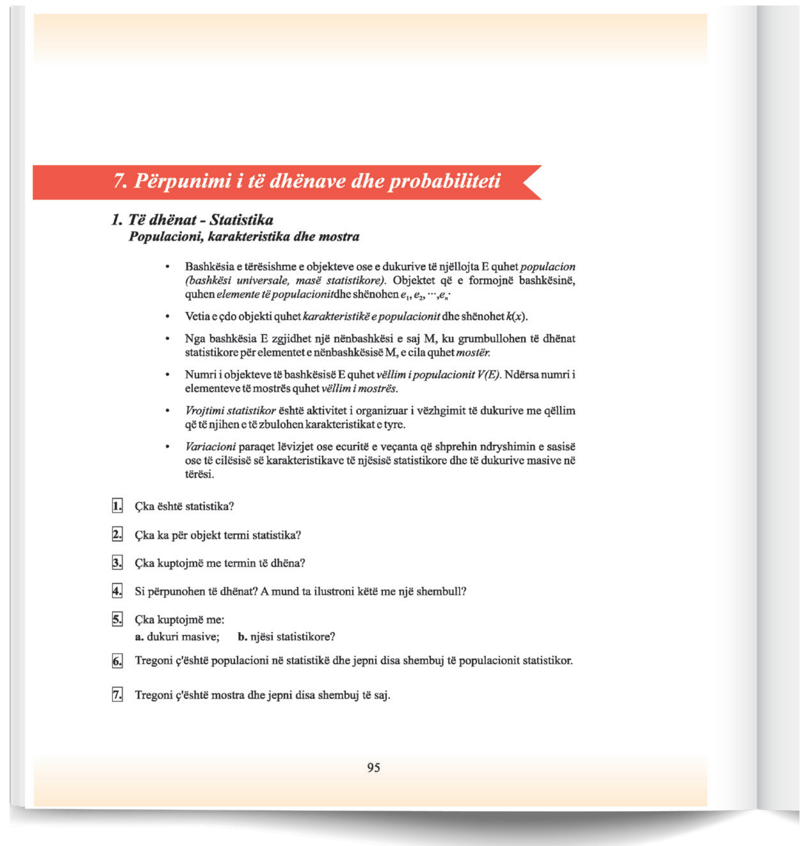
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Përpunimi i të dhënave

Rezultatet e të nxënit të temës: - Përcakton populacionin dhe mostrën gjatë një hulumtimi.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 5; II- 2; IV- 4;

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 1; 3. 4; 6. 1;



7. Përpunimi i të dhënave dhe probabiliteti

1. Të dhënat - Statistika
Populacioni, karakteristika dhe mostra

- Bashkësia e tërësishme e objekteve ose e dukurive të njëllojta E quhet *populacion (bashkësi universale, masë statistikore)*. Objektet që e formojnë bashkësinë, quhen *elemente të populacionit*dhe shënohen $e_1, e_2, \cdots, e_n$.
- Vetia e çdo objekti quhet *karakteristikë e populacionit* dhe shënohet $k(x)$.
- Nga bashkësia E zgjidhet një nënbashkësi e saj M, ku grumbullohen të dhënat statistikore për elementet e nënbashkësisë M, e cila quhet *mostër.*
- Numri i objekteve të bashkësisë E quhet *vëllim i populacionit V(E)*. Ndërsa numri i elementeve të mostrës quhet *vëllim i mostrës*.
- *Vrojtimi statistikor* është aktivitet i organizuar i vëzhgimit të dukurive me qëllim që të njihen e të zbulohen karakteristikat e tyre.
- *Variacioni* paraqet lëvizjet ose ecuritë e veçanta që shprehin ndryshimin e sasisë ose të cilësisë së karakteristikave të njësisë statistikore dhe të dukurive masive në tërësi.

1. Çka është statistika?
2. Çka ka për objekt termi statistika?
3. Çka kuptojmë me termin të dhëna?
4. Si përpunohen të dhënat? A mund ta ilustroni këtë me një shembull?
5. Çka kuptojmë me:
   a. dukuri masive; **b.** njësi statistikore?
6. Tregoni ç'është populacioni në statistikë dhe jepni disa shembuj të populacionit statistikor.
7. Tregoni ç'është mostra dhe jepni disa shembuj të saj.

95

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Populacioni dhe mostra

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton populacionin dhe mostrën gjatë një hulumtimi.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash.

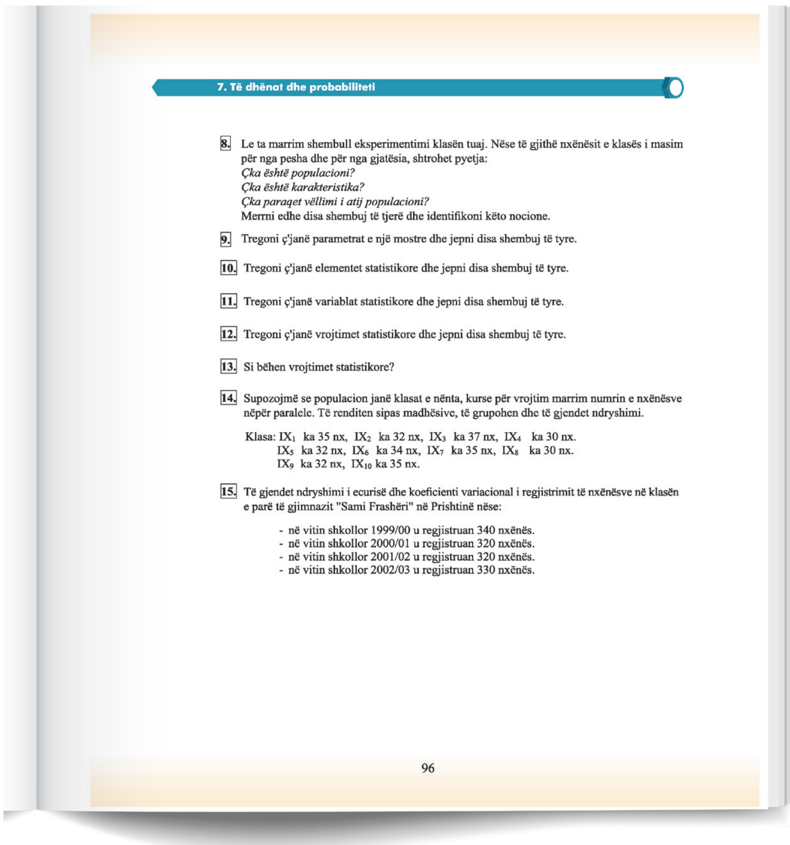
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Di-Dua të di-Mësova më shumë

Në fillim nxënësve u shpërndahet materiali. Shënohet njësia mësimore në fillim të tabelës e ndarë në tri kolona: D-D-M. Kërkohet nga nxënësit të thonë atë çfarë dinë apo mendojnë se dinë për njësinë.

D – D – M Populacioni dhe mostra		
D (Di) Çfarë janë të dhënat; Tendencat qendrore; Paraqitja e të dhënave në forma të ndryshme etj...	D (Dua të di)	M (Mësova)


7. Të dhënat dhe probabiliteti

8. Le ta marrim shembull eksperimentimi klasën tuaj. Nëse të gjithë nxënësit e klasës i masim për nga pesha dhe për nga gjatësia, shtrohet pyetja:
Çka është populacioni?
Çka është karakteristika?
Çka paraqet vëllimi i atij populacioni?
Merrni edhe disa shembuj të tjerë dhe identifikoni këto nocione.

9. Tregoni ç'janë parametrat e një mostre dhe jepni disa shembuj të tyre.

10. Tregoni ç'janë elementet statistikore dhe jepni disa shembuj të tyre.

11. Tregoni ç'janë variablat statistikore dhe jepni disa shembuj të tyre.

12. Tregoni ç'janë vrojtimet statistikore dhe jepni disa shembuj të tyre.

13. Si bëhen vrojtimet statistikore?

14. Supozojmë se populacion janë klasat e nënta, kurse për vrojtim marrim numrin e nxënësve nëpër paralele. Të renditen sipas madhësive, të grupohen dhe të gjendet ndryshimi.

Klasa: IX_1 ka 35 nx, IX_2 ka 32 nx, IX_3 ka 37 nx, IX_4 ka 30 nx.
IX_5 ka 32 nx, IX_6 ka 34 nx, IX_7 ka 35 nx, IX_8 ka 30 nx.
IX_9 ka 32 nx, IX_{10} ka 35 nx.

15. Të gjendet ndryshimi i ecurisë dhe koeficienti variacional i regjistrimit të nxënësve në klasën e parë të gjimnazit "Sami Frashëri" në Prishtinë nëse:

- në vitin shkollor 1999/00 u regjistruan 340 nxënës.
- në vitin shkollor 2000/01 u regjistruan 320 nxënës.
- në vitin shkollor 2001/02 u regjistruan 320 nxënës.
- në vitin shkollor 2002/03 u regjistruan 330 nxënës.

96

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Di-Dua të di-Mësova më shumë

Pas plotësimit të kolonës së parë me mendimet e nxënësve rreth njësisë, ata fillojnë të lexojnë paragrafët në material, gjatë leximit formulojnë pyetjet dhe shënojnë të gjitha paqartësitë apo fjalët e panjohura që kanë hasur gjatë leximit. Pas përfundimit të formulimit të pyetjeve, nxënësit i lexojnë paqartësitë e tyre të cilat më pas shënohen nga mësimdhënësi në tabelë në kolonën e mesit D (Dua të di).

D – D – M Populacioni dhe mostra		
D (Di) Çfarë janë të dhënat; Tendencat qendrore; Paraqitja e të dhënave në forma të ndryshme etj.	D (Dua të di) Çfarë është populacioni? Çfarë është mostra? Cilat janë dallimet në mes tyre?	M (Mësova)

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Di-Dua të di-Mësova më shumë

Pas përfundimit të leximit, vazhdojnë të plotësojnë edhe kolonën e tretë M (Mësova).

D – D – M Populacioni dhe mostra		
D (Di) Çfarë janë të dhënat…	D (Dua të di) Çfarë është populacioni?...	M (Mësova) Populacioni, mostra...

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përcaktimit të populacionit dhe mostrës gjatë një hulumtimi.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 95-96, detyra 1 deri 10)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 102

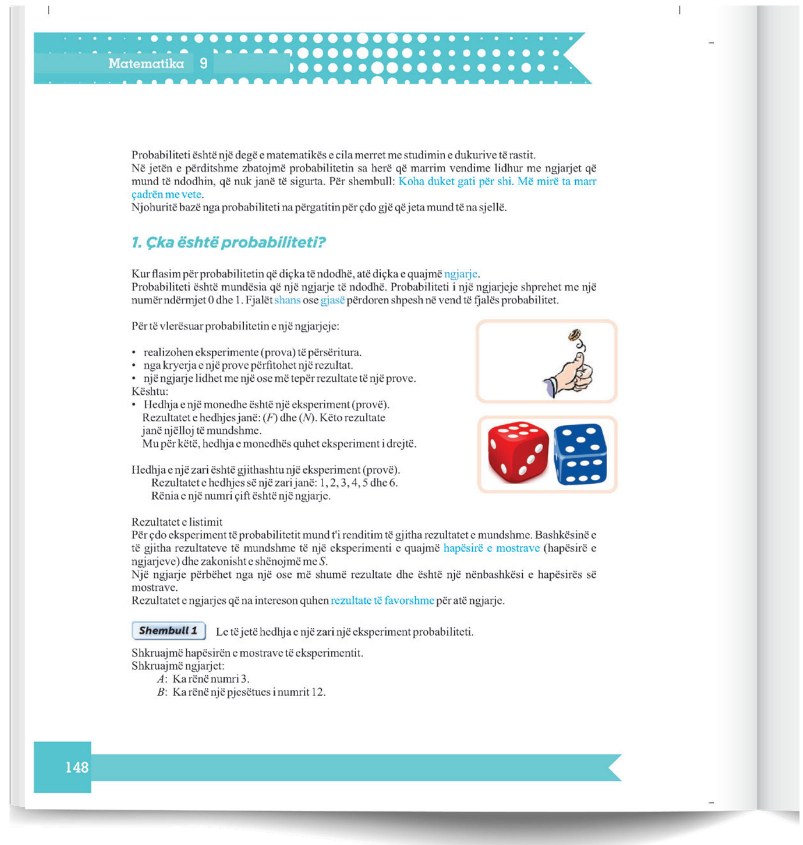
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Elementet e probabilitetit

Rezultatet e të nxënit të temës: - Interpreton përkufizimin klasik dhe statistikor të probabilitetit.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 5; II- 2; IV- 4;

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 1; 3. 3; 4. 1;



Matematika 9

Probabiliteti është një degë e matematikës e cila merret me studimin e dukurive të rastit.
Në jetën e përditshme zbatojmë probabilitetin sa herë që marrim vendime lidhur me ngjarjet që mund të ndodhin, që nuk janë të sigurta. Për shembull: Koha duket gati për shi. Më mirë ta marr çadrën me vete.
Njohuritë bazë nga probabiliteti na përgatitin për çdo gjë që jeta mund të na sjellë.

1. Çka është probabiliteti?

Kur flasim për probabilitetin që diçka të ndodhë, atë diçka e quajmë ngjarje.
Probabiliteti është mundësia që një ngjarje të ndodhë. Probabiliteti i një ngjarjeje shprehet me një numër ndërmjet 0 dhe 1. Fjalët shans ose gjasë përdoren shpesh në vend të fjalës probabilitet.

Për të vlerësuar probabilitetin e një ngjarjeje:

- realizohen eksperimente (prova) të përsëritura.
- nga kryerja e një prove përfitohet një rezultat.
- një ngjarje lidhet me një ose më tepër rezultate të një prove.

Kështu:
- Hedhja e një monedhe është një eksperiment (provë).
  Rezultatet e hedhjes janë: (F) dhe (N). Këto rezultate janë njëlloj të mundshme.
  Mu për këtë, hedhja e monedhës quhet eksperiment i drejtë.

Hedhja e një zari është gjithashtu një eksperiment (provë).
Rezultatet e hedhjes së një zari janë: 1, 2, 3, 4, 5 dhe 6.
Rënia e një numri çift është një ngjarje.

Rezultatet e listimit
Për çdo eksperiment të probabilitetit mund t'i renditim të gjitha rezultatet e mundshme. Bashkësinë e të gjitha rezultateve të mundshme të një eksperimenti e quajmë hapësirë e mostrave (hapësirë e ngjarjeve) dhe zakonisht e shënojmë me S.
Një ngjarje përbëhet nga një ose më shumë rezultate dhe është një nënbashkësi e hapësirës së mostrave.
Rezultatet e ngjarjes që na intereson quhen rezultate të favorshme për atë ngjarje.

Shembull 1 Le të jetë hedhja e një zari një eksperiment probabiliteti.

Shkruajmë hapësirën e mostrave të eksperimentit.
Shkruajmë ngjarjet:
A: Ka rënë numri 3.
B: Ka rënë një pjesëtues i numrit 12.

148

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Përkufizimi klasik dhe statistikor i probabilitetit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Interpreton përkufizimin klasik dhe statistikor të probabilitetit.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

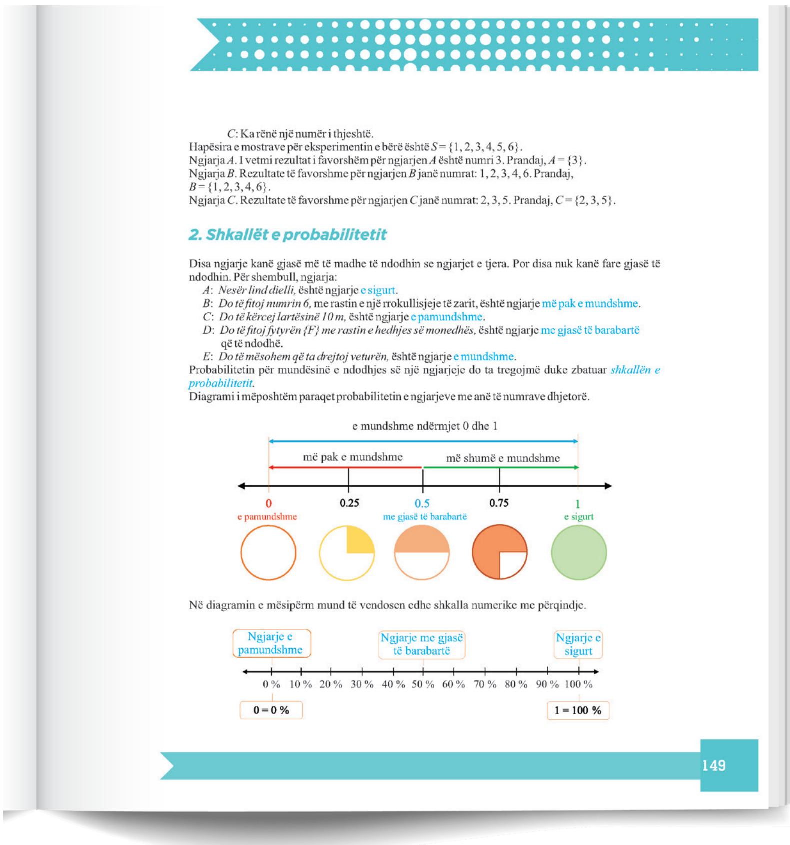
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Në fillim të orës mësimore diskutohet mbi probabilitetin. Nxënësit japin mendime në lidhje me studimin e mundësive apo shanseve. Disa nga pyetjet qe i kontribuojnë diskutimit, janë: 1. Nga klasat e mëhershme, çfarë kujtoni nga probabiliteti? 2. Çfarë kuptoni me shprehjen “me gjasë”? 3. Kur një ngjarje thuhej se ishte e sigurt?
Përmes diskutimit dhe mendimeve të nxënësve, klasa do të bëhet gati për fazën e dytë të orës mësimore.



C: Ka rënë një numër i thjeshtë.
Hapësira e mostrave për eksperimentin e bërë është $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
Ngjarja A. I vetmi rezultat i favorshëm për ngjarjen A është numri 3. Prandaj, $A = \{3\}$.
Ngjarja B. Rezultate të favorshme për ngjarjen B janë numrat: 1, 2, 3, 4, 6. Prandaj, $B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.
Ngjarja C. Rezultate të favorshme për ngjarjen C janë numrat: 2, 3, 5. Prandaj, $C = \{2, 3, 5\}$.

2. Shkallët e probabilitetit

Disa ngjarje kanë gjasë më të madhe të ndodhin se ngjarjet e tjera. Por disa nuk kanë fare gjasë të ndodhin. Për shembull, ngjarja:

A: *Nesër lind dielli,* është ngjarje e sigurt.
B: *Do të fitoj numrin 6,* me rastin e një rrokullisjeje të zarit, është ngjarje më pak e mundshme.
C: *Do të kërcej lartësinë 10 m,* është ngjarje e pamundshme.
D: *Do të fitoj fytyrën {F} me rastin e hedhjes së monedhës,* është ngjarje me gjasë të barabartë që të ndodhë.
E: *Do të mësohem që ta drejtoj veturën,* është ngjarje e mundshme.

Probabilitetin për mundësinë e ndodhjes së një ngjarjeje do ta tregojmë duke zbatuar *shkallën e probabilitetit*.
Diagrami i mëposhtëm paraqet probabilitetin e ngjarjeve me anë të numrave dhjetorë.

Në diagramin e mësipërm mund të vendosen edhe shkalla numerike me përqindje.

149

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Prezantohet njësia mësimore "Probabiliteti, përkufizimi klasik dhe statistikor" dhe tregohet shkurtimisht përmbajtja e temës. Nxënësit do të punojnë në grupe me nga katër nxënës dhe pastaj në dyshe. Atyre u kërkohet që të diskutojnë për përkufizimet e probabilitetit, si dhe në bashkëbisedim me njëri-tjetrin të shkruajnë se çfarë mund të dinë. Mendimet e tyre i shkruajnë në një fletë dhe më pas i diskutojnë me gjithë klasën. Zhvillohet pjesa e parë e shpjegimit nga mësimdhënësi, pastaj kërkohet nga nxënësit që të shikojnë në fletë mendimet e tyre. Mësimdhënësi parashtron pyetje:
1. Çfarë quajmë hapësirë të mostrave?
2. Çfarë janë rezultatet e favorshme? etj.

Vazhdohet pjesa e dytë e shpjegimit, mësimdhënësi kërkon që nxënësit të dëgjojnë me vëmendje duke pasur parasysh shënimet me idetë e tyre. Më pas, kërkohet nga ndonjë pjesëtar i grupeve të shprehë disa nga përfundimet e tij.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikimi në dyshe

Organizohen nxënësit në dyshe: detyra e tyre është të diskutojnë, të shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në pjesën e dytë të orës mësimore si dhe për shembullin e parë. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit të grupit të tij duke shkëmbyer ide, mendime dhe pyetje me dyshet e tjera.

Vlerësimi i nxënësve:

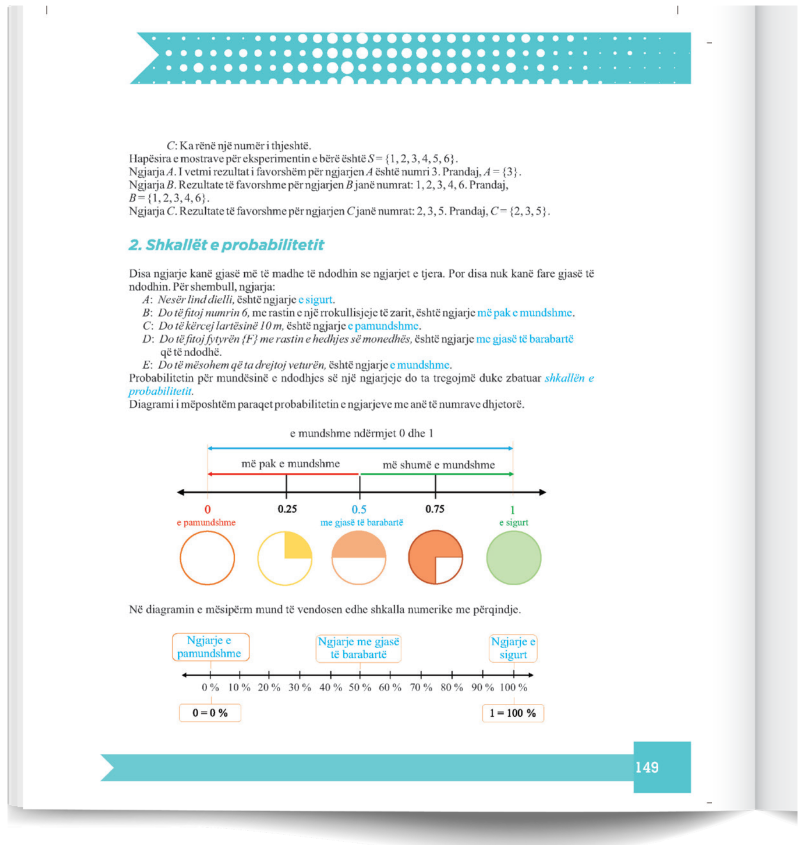
Nxënësit vlerësohen për saktësinë e interpretimit të përkufizimit klasik dhe statistikor të probabilitetit.

Detyrë:
(Libri ushtrimeve, faqe 102, detyra 48 deri 55)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 103

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE


C: Ka rënë një numër i thjeshtë.
Hapësira e mostrave për eksperimentin e bërë është $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
Ngjarja *A*. I vetmi rezultat i favorshëm për ngjarjen *A* është numri 3. Prandaj, $A = \{3\}$.
Ngjarja *B*. Rezultate të favorshme për ngjarjen *B* janë numrat: 1, 2, 3, 4, 6. Prandaj, $B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.
Ngjarja *C*. Rezultate të favorshme për ngjarjen *C* janë numrat: 2, 3, 5. Prandaj, $C = \{2, 3, 5\}$.

2. Shkallët e probabilitetit

Disa ngjarje kanë gjasë më të madhe të ndodhin se ngjarjet e tjera. Por disa nuk kanë fare gjasë të ndodhin. Për shembull, ngjarja:

A: *Nesër lind dielli,* është ngjarje e sigurt.
B: *Do të fitoj numrin 6,* me rastin e një rrokullisjeje të zarit, është ngjarje më pak e mundshme.
C: *Do të kërcej lartësinë 10 m,* është ngjarje e pamundshme.
D: *Do të fitoj fytyrën {F} me rastin e hedhjes së monedhës,* është ngjarje me gjasë të barabartë që të ndodhë.
E: *Do të mësohem që ta drejtoj veturën,* është ngjarje e mundshme.

Probabilitetin për mundësinë e ndodhjes së një ngjarjeje do ta tregojmë duke zbatuar *shkallën e probabilitetit*.
Diagrami i mëposhtëm paraqet probabilitetin e ngjarjeve me anë të numrave dhjetorë.

Në diagramin e mësipërm mund të vendosen edhe shkalla numerike me përqindje.

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Elementet e probabilitetit

Rezultatet e të nxënit të temës: - Klasifikon ngjarjet e provave dhe i llogarit ato.
- Interpreton përkufizimin klasik dhe statistikor të probabilitetit.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 5; II- 2; IV- 4;

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 1; 3. 3; 4. 1;

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Shkallët e probabilitetit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Klasifikon ngjarjet e provave dhe i llogarit ato;
- Interpreton përkufizimin klasik dhe statistikor të probabilitetit.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

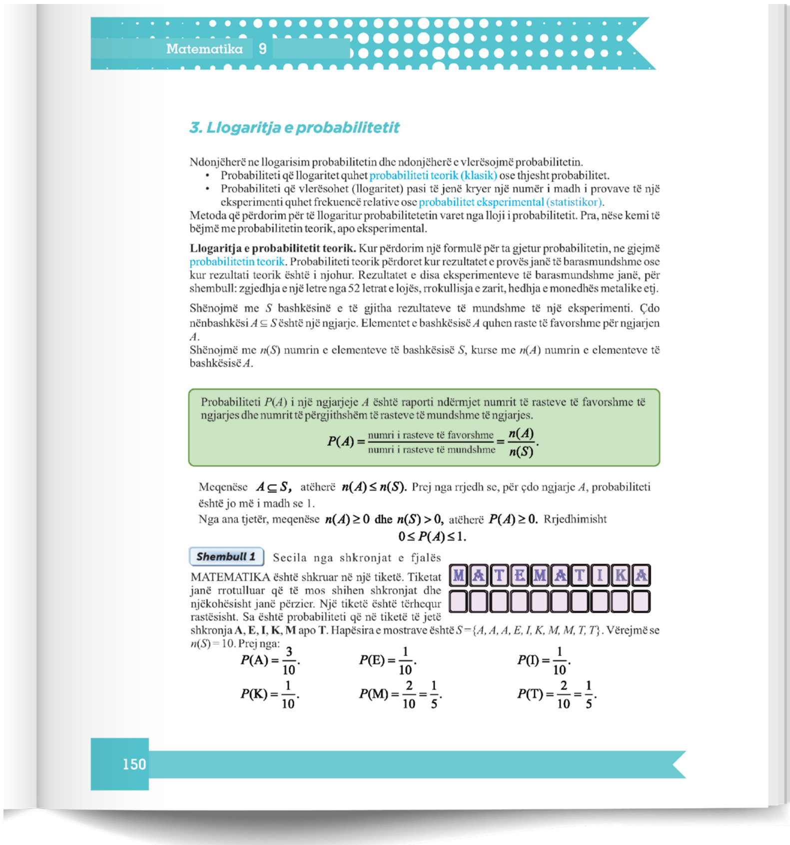
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Në fillim të orës mësimore, përmes pyetjeve dhe përgjigjeve bëhet një përsëritje e njësisë paraprake. Disa nga pyetjet mund të jenë: 1. Çfarë është probabiliteti? 2. Çfarë quajmë hapësirë të mostrave? 3. Kur një ngjarje quhet ngjarje e favorshme? 4. Cili është dallimi në mes të ngjarjes së mundshme dhe të favorshme?
Përmes përgjigjeve të nxënësve, klasa bëhet gati për fazën e dytë të orës mësimore.

Për mësimdhënësin/en


Matematika 9

3. Llogaritja e probabilitetit

Ndonjëherë ne llogarisim probabilitetin dhe ndonjëherë e vlerësojmë probabilitetin.

- Probabiliteti që llogaritet quhet probabiliteti teorik (klasik) ose thjesht probabilitet.
- Probabiliteti që vlerësohet (llogaritet) pasi të jenë kryer një numër i madh i provave të një eksperimenti quhet frekuencë relative ose probabilitet eksperimental (statistikor).

Metoda që përdorim për të llogaritur probabilitetetin varet nga lloji i probabilitetit. Pra, nëse kemi të bëjmë me probabilitetin teorik, apo eksperimental.

Llogaritja e probabilitetit teorik. Kur përdorim një formulë për ta gjetur probabilitetin, ne gjejmë probabilitetin teorik. Probabiliteti teorik përdoret kur rezultatet e provës janë të barasmundshme ose kur rezultati teorik është i njohur. Rezultatet e disa eksperimenteve të barasmundshme janë, për shembull: zgjedhja e një letre nga 52 letrat e lojës, rrokullisja e zarit, hedhja e monedhës metalike etj.

Shënojmë me S bashkësinë e të gjitha rezultateve të mundshme të një eksperimenti. Çdo nënbashkësi $A \subseteq S$ është një ngjarje. Elementet e bashkësisë A quhen raste të favorshme për ngjarjen A.

Shënojmë me $n(S)$ numrin e elementeve të bashkësisë S, kurse me $n(A)$ numrin e elementeve të bashkësisë A.

Probabiliteti $P(A)$ i një ngjarjeje A është raporti ndërmjet numrit të rasteve të favorshme të ngjarjes dhe numrit të përgjithshëm të rasteve të mundshme të ngjarjes.

$$P(A) = \frac{\text{numri i rasteve të favorshme}}{\text{numri i rasteve të mundshme}} = \frac{n(A)}{n(S)}.$$

Meqenëse $A \subseteq S$, atëherë $n(A) \leq n(S)$. Prej nga rrjedh se, për çdo ngjarje A, probabiliteti është jo më i madh se 1.

Nga ana tjetër, meqenëse $n(A) \geq 0$ dhe $n(S) > 0$, atëherë $P(A) \geq 0$. Rrjedhimisht

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

Shembull 1 Secila nga shkronjat e fjalës MATEMATIKA është shkruar në një tiketë. Tiketat janë rrotulluar që të mos shihen shkronjat dhe njëkohësisht janë përzier. Një tiketë është tërhequr rastësisht. Sa është probabiliteti që në tiketë të jetë shkronja **A, E, I, K, M** apo **T**. Hapësira e mostrave është $S = \{A, A, A, E, I, K, M, M, T, T\}$. Vërejmë se $n(S) = 10$. Prej nga:

M A T E M A T I K A

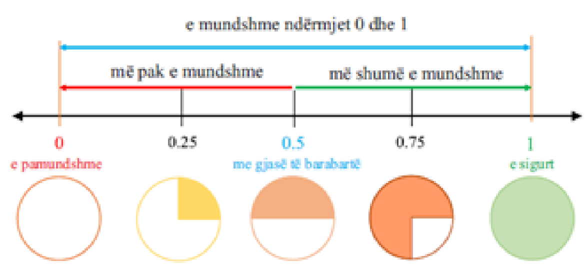
$P(\text{A}) = \frac{3}{10}$. $P(\text{E}) = \frac{1}{10}$. $P(\text{I}) = \frac{1}{10}$.

$P(\text{K}) = \frac{1}{10}$. $P(\text{M}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$. $P(\text{T}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

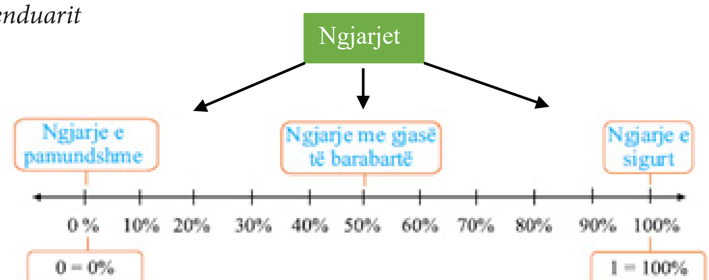
150

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të lexuarit dhe e të menduarit të drejtuar (DRTA)

Mësimi fillon me një diskutim për titullin duke u mbështetur në pyetjet: *Për çfarë mendoni se bën fjalë kjo njësi mësimore? Pse mendoni kështu?*
Secili nxënës bën parashikimin e vet. Pastaj, lexohet pjesa e parë dhe mësimdhënësi ndalon për të kuptuar nëse nxënësit kanë qenë të saktë apo jo në parashikimet e tyre. Leximi vazhdon me ndalesa në pjesë të caktuara për të mbajtur gjallë kureshtjen e nxënësve deri në fund të paragrafit. Kështu, leximi i vëmendshëm në çdo paragraf bën të mundur që nxënësit të nxjerrin provat mbështetëse të paragrafit që lexohet, të përfshihen në zbërthim të materialit dhe të parashikojnë se çfarë mund të ndodhë më tutje në material.



Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Përvijim i të menduarit



Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e klasifikimit të ngjarjeve dhe provave si dhe për saktësinë e përkufizimit klasik dhe statistikor të probabilitietit.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 103, detyra 56 deri 61)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 104

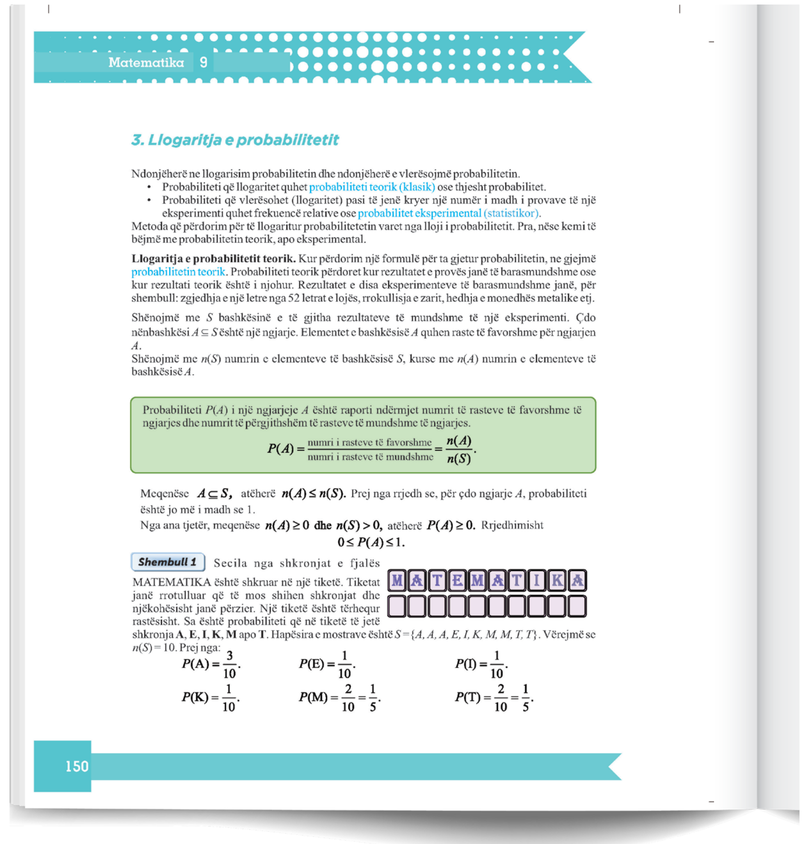
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Elementet e probabilitetit

Rezultatet e të nxënit të temës: - Klasifikon ngjarjet e provave dhe i llogarit ato.
- Interpreton përkufizimin klasik dhe statistikor të probabilitetit.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 5; II- 2; IV- 4;

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 1; 3. 3; 4. 1;



Matematika 9

3. Llogaritja e probabilitetit

Ndonjëherë ne llogarisim probabilitetin dhe ndonjëherë e vlerësojmë probabilitetin.

- Probabiliteti që llogaritet quhet probabiliteti teorik (klasik) ose thjesht probabilitet.
- Probabiliteti që vlerësohet (llogaritet) pasi të jenë kryer një numër i madh i provave të një eksperimenti quhet frekuencë relative ose probabilitet eksperimental (statistikor).

Metoda që përdorim për të llogaritur probabilitetetin varet nga lloji i probabilitetit. Pra, nëse kemi të bëjmë me probabilitetin teorik, apo eksperimental.

Llogaritja e probabilitetit teorik. Kur përdorim një formulë për ta gjetur probabilitetin, ne gjejmë probabilitetin teorik. Probabiliteti teorik përdoret kur rezultatet e provës janë të barasmundshme ose kur rezultati teorik është i njohur. Rezultatet e disa eksperimenteve të barasmundshme janë, për shembull: zgjedhja e një letre nga 52 letrat e lojës, rrokullisja e zarit, hedhja e monedhës metalike etj.

Shënojmë me S bashkësinë e të gjitha rezultateve të mundshme të një eksperimenti. Çdo nënbashkësi $A \subseteq S$ është një ngjarje. Elementet e bashkësisë A quhen raste të favorshme për ngjarjen A.
Shënojmë me $n(S)$ numrin e elementeve të bashkësisë S, kurse me $n(A)$ numrin e elementeve të bashkësisë A.

Probabiliteti $P(A)$ i një ngjarjeje A është raporti ndërmjet numrit të rasteve të favorshme të ngjarjes dhe numrit të përgjithshëm të rasteve të mundshme të ngjarjes.

$$P(A) = \frac{\text{numri i rasteve të favorshme}}{\text{numri i rasteve të mundshme}} = \frac{n(A)}{n(S)}.$$

Meqenëse $A \subseteq S$, atëherë $n(A) \leq n(S)$. Prej nga rrjedh se, për çdo ngjarje A, probabiliteti është jo më i madh se 1.
Nga ana tjetër, meqenëse $n(A) \geq 0$ dhe $n(S) > 0$, atëherë $P(A) \geq 0$. Rrjedhimisht

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

Shembull 1 Secila nga shkronjat e fjalës MATEMATIKA është shkruar në një tiketë. Tiketat janë rrotulluar që të mos shihen shkronjat dhe njëkohësisht janë përzier. Një tiketë është tërhequr rastësisht. Sa është probabiliteti që në tiketë të jetë shkronja **A**, **E**, **I**, **K**, **M** apo **T**. Hapësira e mostrave është $S = \{A, A, A, E, I, K, M, M, T, T\}$. Vërejmë se $n(S) = 10$. Prej nga:

M A T E M A T I K A

$P(\mathrm{A}) = \frac{3}{10}$. $P(\mathrm{E}) = \frac{1}{10}$. $P(\mathrm{I}) = \frac{1}{10}$.

$P(\mathrm{K}) = \frac{1}{10}$. $P(\mathrm{M}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$. $P(\mathrm{T}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

150

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Llogaritja e probabilitetit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Njehson probabilitetin e ngjarjeve të dhëna.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
LINK

Shënohet një koncept në mes të tabelës duke i lënë nxënësit për pak minuta të renditin lidhjet për këtë koncept. Në fletët A4, nxënësit duhet të paraqesin mendimet e tyre në këtë mënyrë. Nxënësit bashkëveprojnë për të shkëmbyer njohuritë ashtu edhe për të zgjeruar të kuptuarit e tyre mbi konceptin.

Ngjarjet	Hapësira e mostrës	Ngjarjet e favorshme
Ngjarjet e pamundshme	Probabiliteti Probabiliteti	Ngjarjet e mundshme

Shembull 2 Nëse hedhim dy zare njëkohësisht, bashkësia e rezultateve të mundshme është:

$$S=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)\\(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),\\(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}.$$

Të njehsojmë probabilitetin e ngjarjeve:

A: shuma e numrave të rënë është 9.

B: numrat që kanë rënë janë tek.

Kemi:

$A=\{(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)\}$.

$B=\{(1,1),(1,3),(1,5),(3,1),(3,3),(3,5),(5,1),(5,3),(5,5)\}$.

Meqenëse, $n(S)=36$, $n(A)=4$ dhe $n(B)=9$, atëherë $P(A)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$ dhe $P(B)=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$.

Llogaritja e probabilitetit eksperimental. Probabiliteti që vlerësohet (llogaritet) pasi të jenë kryer një numër i madh i provave të një eksperimenti quhet frekuencë relative ose probabilitet eksperimental.

Supozojmë se për vlerësimin e probabilitetit të një ngjarjeje A janë realizuar n prova të njëjta, nga të cilat m janë prova të favorshme për ngjarjen A. Numrin m e quajmë frekuencë absolute, kurse numrin $\frac{m}{n}$ e quajmë frekuencë relative të ngjarjes A. Shënojmë:

$$f_n(A)=\frac{m}{n}.$$

Është e qartë se $m,n\in\mathbb{N}\ (m\leq m)$, prandaj për çdo ngjarje A, $0\leq f_n(A)\leq 1$.

Kur një eksperiment përsëritet shumë herë, frekuenca relative e ngjarjes i afrohet probabilitetit teorik të asaj ngjarjeje. Ta shohim këtë me një shembull.

Shembull 3 Për të vlerësuar probabilitetin e ngjarjes A: *bie fytyrë gjatë hedhjes së monedhës*, matematikanët, De Bifon dhe K. Pirson, kanë zhvilluar një eksperiment me hedhjen e monedhës. Ata kanë bërë një numër të madh provash dhe rezultatet i kanë paraqitur në tabelë. Plotësojmë tabelën:

Numri i provave (n) Numri i hedhjeve	Numri i provave të favorshme Frekuenca absolute (m)	Frekuenca relative $f_n(A)=\frac{m}{n}$
4040	2048	$f_{4040}(A)=\frac{2048}{4040}=0.5069$
12000	6019	
24000	12012	

Nga tabela vërejmë se frekuenca relative është përafërsisht e barabartë me 0.5. Ky konstatim është në përputhje me faktin se me rastin e hedhjes së monedhës, probabiliteti që të bjerë fytyra është $\frac{1}{2}$ përkatësisht 50 %.

151

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

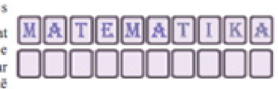
Vëzhgo-Analizo-Zbato

Në tabelë shënohen detyrat/problemet që duhen zgjidhur. Caktohen nxënësit të cilët e bëjnë zgjidhjen e detyrave/problemeve. Përgjatë zgjidhjes së detyrave/problemeve nxënësit e tjerë në fillim vetëm e përcjellin zgjidhjen (vëzhgojnë). Pas mbarimit të tërësishëm, hapet diskutimi mbi zgjidhjen e detyrës/problemit (analizojnë) dhe pas diskutimit, njohuritë e fituara i zbatojnë.

Probabiliteti $P(A)$ i një ngjarjeje A është raporti ndërmjet numrit të rasteve të favorshme të ngjarjes dhe numrit të përgjithshëm të rasteve të mundshme të ngjarjes.

$$P(A)=\frac{\text{numri i rasteve të favorshme}}{\text{numri i rasteve të mundshme}}=\frac{n(A)}{n(S)}.$$

Shembull 1 Secila nga shkronjat e fjalës MATEMATIKA është shkruar në një tiketë. Tiketat janë rrotulluar që të mos shihen shkronjat dhe njëkohësisht janë përzier. Një tiketë është tërhequr rastësisht. Sa është probabiliteti që në tiketë të jetë shkronja **A, E, I, K, M** apo **T**. Hapësira e mostrave është $S=\{A,A,A,E,I,K,M,M,T,T\}$. Vërejmë se $n(S)=10$. Prej nga:



$P(\mathrm{A})=\frac{3}{10}$. $P(\mathrm{E})=\frac{1}{10}$. $P(\mathrm{I})=\frac{1}{10}$.

$P(\mathrm{K})=\frac{1}{10}$. $P(\mathrm{M})=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$. $P(\mathrm{T})=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$.

Shembull 2 Nëse hedhim dy zare njëkohësisht, bashkësia e rezultateve të mundshme është:

$$S=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)\\(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),\\(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}.$$

Të njehsojmë probabilitetin e ngjarjeve:

A: shuma e numrave të rënë është 9.

B: numrat që kanë rënë janë tek.

Në mënyrë të ngjashme trajtohet edhe shembulli 3.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

(Ditari dypjesësh)

Organizohen nxënësit të punojnë në dyshe. Në fletoret e tyre duhet të paraqesin tabelën si më poshtë.

Ngjarjet	Probabiliteti
A:	P (A) =

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e llogaritjes së probabilitetit për ngjarjet e dhëna.

Detyrë:

(Libri bazë, faqe 153, detyra 1 deri 7)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 105

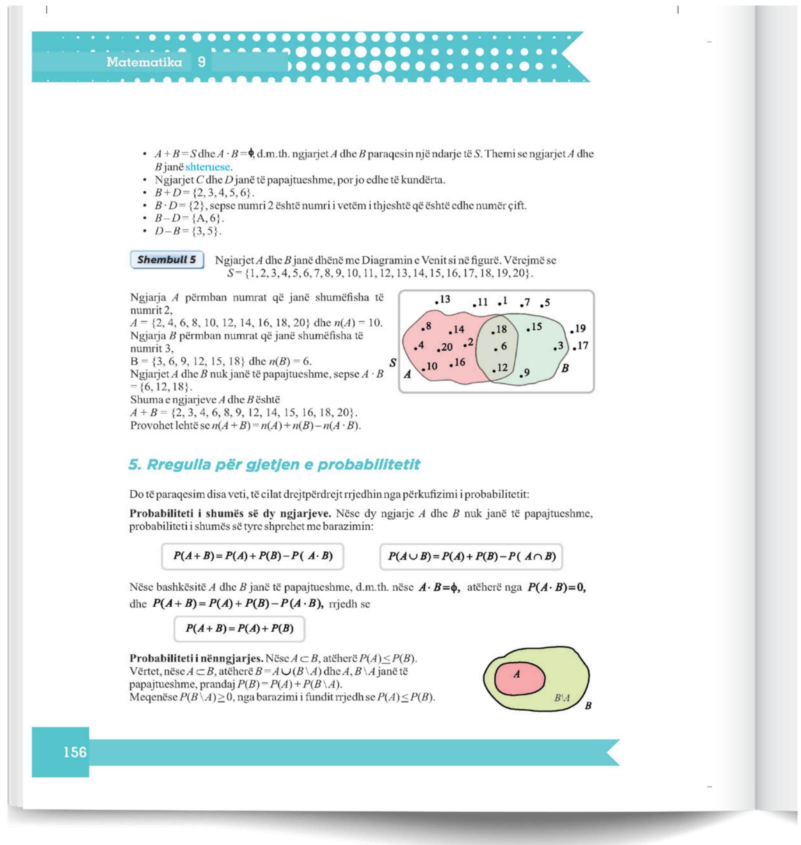
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Elementet e probabilitetit

Rezultatet e të nxënit të temës: - Identifikon vetitë e probabilitetit dhe i zbaton ato gjatë zgjidhjes së problemeve matematikore dhe atyre nga situata jetësore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 5; II- 2; IV- 4;

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 1; 3. 3; 4. 1;



Matematika 9

- $A+B=S$ dhe $A\cdot B=\phi$, d.m.th. ngjarjet A dhe B paraqesin një ndarje të S. Themi se ngjarjet A dhe B janë shteruese.
- Ngjarjet C dhe D janë të papajtueshme, por jo edhe të kundërta.
- $B+D=\{2,3,4,5,6\}$.
- $B\cdot D=\{2\}$, sepse numri 2 është numri i vetëm i thjeshtë që është edhe numër çift.
- $B-D=\{A,6\}$.
- $D-B=\{3,5\}$.

Shembull 5 Ngjarjet A dhe B janë dhënë me Diagramin e Venit si në figurë. Vërejmë se $S=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}$.

Ngjarja A përmban numrat që janë shumëfisha të numrit 2,
$A=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ dhe $n(A)=10$.
Ngjarja B përmban numrat që janë shumëfisha të numrit 3,
$B=\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ dhe $n(B)=6$.
Ngjarjet A dhe B nuk janë të papajtueshme, sepse $A\cdot B=\{6,12,18\}$.
Shuma e ngjarjeve A dhe B është
$A+B=\{2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$.
Provohet lehtë se $n(A+B)=n(A)+n(B)-n(A\cdot B)$.

5. Rregulla për gjetjen e probabilitetit

Do të paraqesim disa veti, të cilat drejtpërdrejt rrjedhin nga përkufizimi i probabilitetit:

Probabiliteti i shumës së dy ngjarjeve. Nëse dy ngjarje A dhe B nuk janë të papajtueshme, probabiliteti i shumës së tyre shprehet me barazimin:

$$\boxed{P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)} \qquad \boxed{P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)}$$

Nëse bashkësitë A dhe B janë të papajtueshme, d.m.th. nëse $A\cdot B=\phi$, atëherë nga $P(A\cdot B)=0$, dhe $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$, rrjedh se

$$\boxed{P(A+B)=P(A)+P(B)}$$

Probabiliteti i nënngjarjes. Nëse $A\subset B$, atëherë $P(A)\le P(B)$.
Vërtet, nëse $A\subset B$, atëherë $B=A\cup(B\setminus A)$ dhe A, $B\setminus A$ janë të papajtueshme, prandaj $P(B)=P(A)+P(B\setminus A)$.
Meqenëse $P(B\setminus A)\ge 0$, nga barazimi i fundit rrjedh se $P(A)\le P(B)$.

156

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Vetitë e probabilitetit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Identifikon vetitë e probabilitetit dhe i zbaton ato gjatë zgjidhjes së problemeve matematikore.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9.

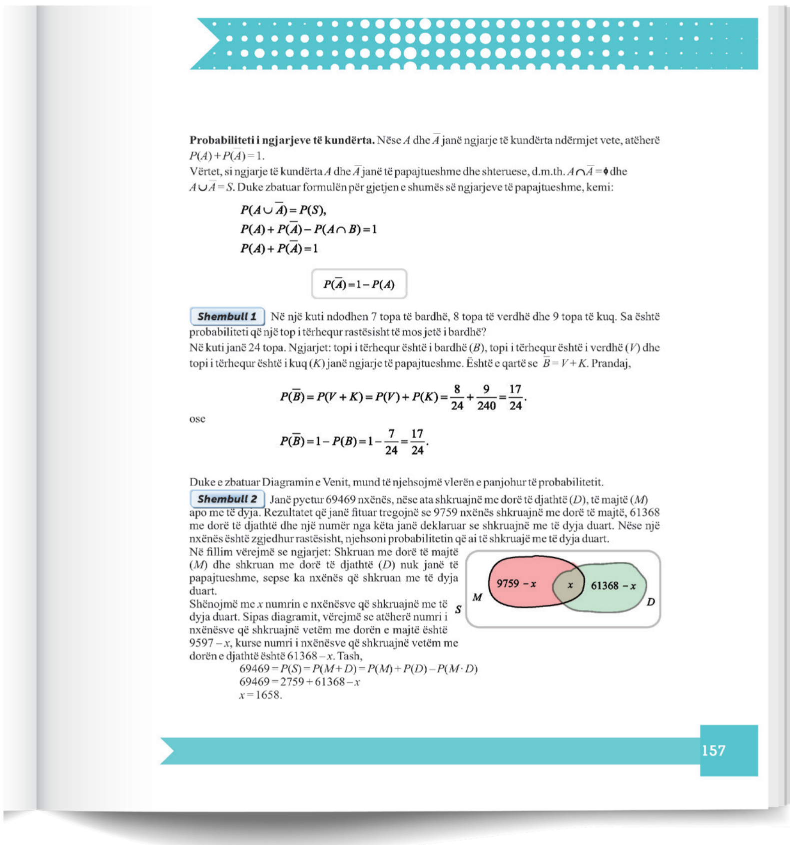
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Di-Dua të di-Mësova më shumë

Shënohet njësia mësimore në fillim të tabelës e ndarë në tri kolona: D-D-M. Kërkohet nga nxënësit të thonë atë çfarë dinë apo mendojnë se dinë për njësinë.

D – D – M Vetitë e probabilitetit		
D (Di) Çfarë është probabiliteti. Çfarë gjase kanë ngjarjet e mundshme… Llogaritja e probabilitetit	D (Dua të di)	M (Mësova)



Probabiliteti i ngjarjeve të kundërta. Nëse A dhe $\overline{A}$ janë ngjarje të kundërta ndërmjet vete, atëherë $P(A)+P(\overline{A})=1$.

Vërtet, si ngjarje të kundërta A dhe $\overline{A}$ janë të papajtueshme dhe shteruese, d.m.th. $A\cap\overline{A}=\phi$ dhe $A\cup\overline{A}=S$. Duke zbatuar formulën për gjetjen e shumës së ngjarjeve të papajtueshme, kemi:

$$P(A\cup\overline{A})=P(S),$$
$$P(A)+P(\overline{A})-P(A\cap B)=1$$
$$P(A)+P(\overline{A})=1$$

$$\boxed{P(\overline{A})=1-P(A)}$$

Shembull 1 Në një kuti ndodhen 7 topa të bardhë, 8 topa të verdhë dhe 9 topa të kuq. Sa është probabiliteti që një top i tërhequr rastësisht të mos jetë i bardhë?

Në kuti janë 24 topa. Ngjarjet: topi i tërhequr është i bardhë (B), topi i tërhequr është i verdhë (V) dhe topi i tërhequr është i kuq (K) janë ngjarje të papajtueshme. Është e qartë se $\overline{B}=V+K$. Prandaj,

$$P(\overline{B})=P(V+K)=P(V)+P(K)=\frac{8}{24}+\frac{9}{240}=\frac{17}{24}.$$

ose

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{7}{24}=\frac{17}{24}.$$

Duke e zbatuar Diagramin e Venit, mund të njehsojmë vlerën e panjohur të probabilitetit.

Shembull 2 Janë pyetur 69469 nxënës, nëse ata shkruajnë me dorë të djathtë (D), të majtë (M) apo me të dyja. Rezultatet që janë fituar tregojnë se 9759 nxënës shkruajnë me dorë të majtë, 61368 me dorë të djathtë dhe një numër nga këta janë deklaruar se shkruajnë me të dyja duart. Nëse një nxënës është zgjedhur rastësisht, njehsoni probabilitetin që ai të shkruajë me të dyja duart.

Në fillim vërejmë se ngjarjet: Shkruan me dorë të majtë (M) dhe shkruan me dorë të djathtë (D) nuk janë të papajtueshme, sepse ka nxënës që shkruan me të dyja duart.

Shënojmë me x numrin e nxënësve që shkruajnë me të dyja duart. Sipas diagramit, vërejmë se atëherë numri i nxënësve që shkruajnë vetëm me dorën e majtë është $9597-x$, kurse numri i nxënësve që shkruajnë vetëm me dorën e djathtë është $61368-x$. Tash,

$$69469=P(S)=P(M+D)=P(M)+P(D)-P(M\cdot D)$$
$$69469=2759+61368-x$$
$$x=1658.$$

157

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Di-Dua të di-Mësova më shumë

Pas plotësimit të kolonës së parë me mendimet e nxënësve rreth njësisë, ata fillojnë të lexojnë paragrafët në libër, gjatë leximit formulojnë pyetjet dhe shënojnë të gjitha paqartësitë apo fjalët e panjohura që kanë hasur gjatë leximit. Pas përfundimit të formulimit të pyetjeve, nxënësit i lexojnë paqartësitë e tyre të cilat më pas shënohen nga mësimdhënësi në tabelë në kolonën e mesit D (Dua të di).

D – D – M Vetitë e probabilitetit		
D (Di) Çfarë është probabiliteti. Çfarë gjase kanë ngjarjet e mundshme? Llogaritja e probabilitetit.	D (Dua të di) Cilat janë vetitë e probabilitetit? Si ta gjejmë gjasën e ngjarjeve pakëz më të ndërlikuara? etj.	M (Mësova)

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Di-Dua të di-Mësova më shumë

Pas përfundimit të leximit, vazhdojnë të plotësojnë edhe kolonën e tretë M (Mësova).

D – D – M Vetitë e probabilitetit		
D (Di) Çfarë është probabiliteit.	D (Dua të di) Cilat janë vetitë e probabilitetit?	M (Mësova) Vetitë e probabilitetit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e dentifikimit të vetive të probabilitetit si dhe për saktësinë e zbatimit të tyre gjatë zgjidhjes së problemeve matematikore.

Detyrë:
(Libri bazë, faqe 159, detyrat 7 deri 11)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 106

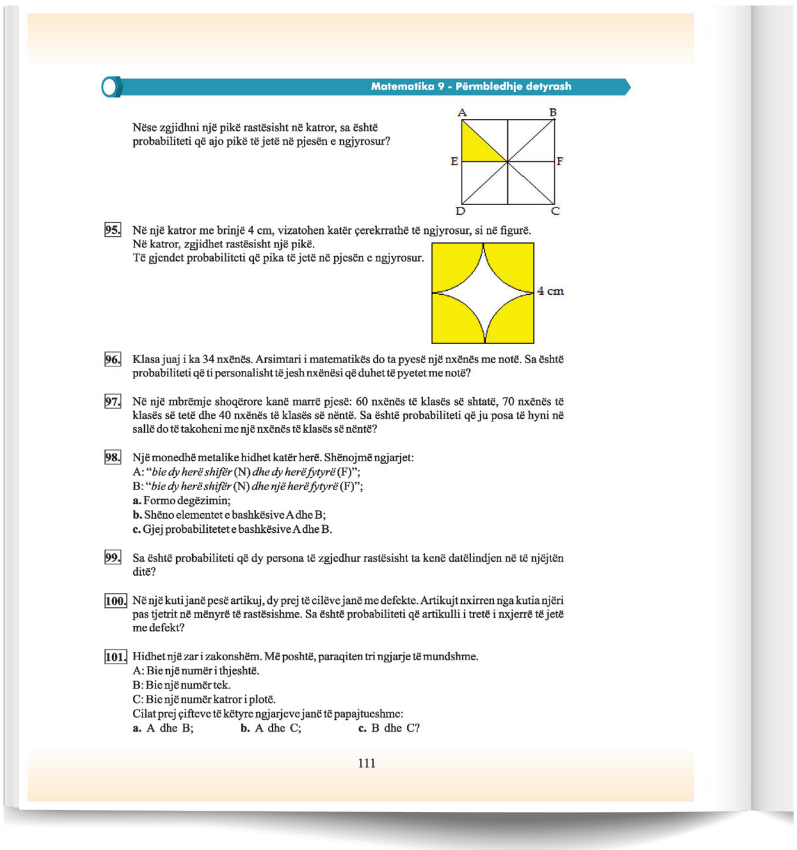
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Elementet e probabilitetit

Rezultatet e të nxënit të temës: - Identifikon vetitë e probabilitetit dhe i zbaton ato gjatë zgjidhjes së problemeve matematikore dhe atyre nga situata jetësore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 5; II- 2; IV- 4;

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 3. 1; 3. 3; 4. 1;



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

Nëse zgjidhni një pikë rastësisht në katror, sa është probabiliteti që ajo pikë të jetë në pjesën e ngjyrosur?

95. Në një katror me brinjë 4 cm, vizatohen katër çerekrrathë të ngjyrosur, si në figurë. Në katror, zgjidhet rastësisht një pikë. Të gjendet probabiliteti që pika të jetë në pjesën e ngjyrosur.

96. Klasa juaj i ka 34 nxënës. Arsimtari i matematikës do ta pyesë një nxënës me notë. Sa është probabiliteti që ti personalisht të jesh nxënësi që duhet të pyetet me notë?

97. Në një mbrëmje shoqërore kanë marrë pjesë: 60 nxënës të klasës së shtatë, 70 nxënës të klasës së tetë dhe 40 nxënës të klasës së nëntë. Sa është probabiliteti që ju posa të hyni në sallë do të takoheni me një nxënës të klasës së nëntë?

98. Një monedhë metalike hidhet katër herë. Shënojmë ngjarjet:
A: "*bie dy herë shifër* (N) *dhe dy herë fytyrë* (F)";
B: "*bie dy herë shifër* (N) *dhe një herë fytyrë* (F)";
a. Formo degëzimin;
b. Shëno elementet e bashkësive A dhe B;
c. Gjej probabilitetet e bashkësive A dhe B.

99. Sa është probabiliteti që dy persona të zgjedhur rastësisht ta kenë datëlindjen në të njëjtën ditë?

100. Në një kuti janë pesë artikuj, dy prej të cilëve janë me defekte. Artikujt nxirren nga kutia njëri pas tjetrit në mënyrë të rastësishme. Sa është probabiliteti që artikulli i tretë i nxjerrë të jetë me defekt?

101. Hidhet një zar i zakonshëm. Më poshtë, paraqiten tri ngjarje të mundshme.
A: Bie një numër i thjeshtë.
B: Bie një numër tek.
C: Bie një numër katror i plotë.
Cilat prej çifteve të këtyre ngjarjeve janë të papajtueshme:
a. A dhe B; **b.** A dhe C; **c.** B dhe C?

111

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zbatime të probabilitetit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Identifikon vetitë e probabilitetit dhe i zbaton ato gjatë zgjidhjes së problemeve matematikore dhe atyre nga situata jetësore.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

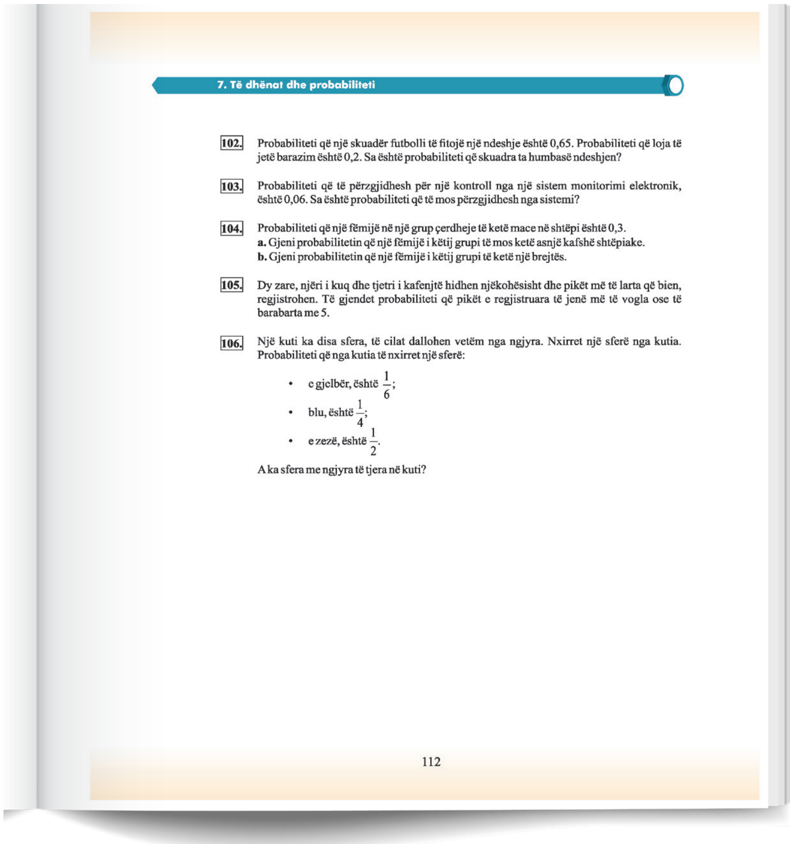
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri Matematika 9 – Përmbledhje detyrash, zari, monedhë metalike.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Në fillim të orës mësimore bëhet një përsëritje në lidhje me kapitullin "Elemente të probabilitetit". Disa nga pyetjet që i kontribuojnë kësaj përsëritjeje, janë: 1. Çfarë janë ngjarjet dhe si i dallojmë ato? 2. Cilat janë vetitë e probabilitetit? 3. Përmendni disa situata jetësore ku ju ka rastisur që ta përdorni probabilitetin?
Përmes diskutimit, klasa bëhet gati për fazën e dytë të orës mësimore.


7. Të dhënat dhe probabiliteti

102. Probabiliteti që një skuadër futbolli të fitojë një ndeshje është 0,65. Probabiliteti që loja të jetë barazim është 0,2. Sa është probabiliteti që skuadra ta humbasë ndeshjen?

103. Probabiliteti që të përzgjidhesh për një kontroll nga një sistem monitorimi elektronik, është 0,06. Sa është probabiliteti që të mos përzgjidhesh nga sistemi?

104. Probabiliteti që një fëmijë në një grup çerdheje të ketë mace në shtëpi është 0,3.
a. Gjeni probabilitetin që një fëmijë i këtij grupi të mos ketë asnjë kafshë shtëpiake.
b. Gjeni probabilitetin që një fëmijë i këtij grupi të ketë një brejtës.

105. Dy zare, njëri i kuq dhe tjetri i kafenjtë hidhen njëkohësisht dhe pikët më të larta që bien, regjistrohen. Të gjendet probabiliteti që pikët e regjistruara të jenë më të vogla ose të barabarta me 5.

106. Një kuti ka disa sfera, të cilat dallohen vetëm nga ngjyra. Nxirret një sferë nga kutia. Probabiliteti që nga kutia të nxirret një sferë:

- e gjelbër, është $\frac{1}{6}$;
- blu, është $\frac{1}{4}$;
- e zezë, është $\frac{1}{2}$.

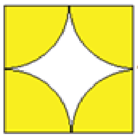
A ka sfera me ngjyra të tjera në kuti?

112

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Vëzhgo-Analizo-Zbato

Në tabelë shënohen detyrat/problemet që duhen zgjidhur.
Caktohen nxënësit të cilët e bëjnë zgjidhjen e detyrave/problemeve.
Përgjatë zgjidhjes së detyrave/problemeve nxënësit e tjerë në fillim vetëm e përcjellin zgjidhjen (vëzhgojnë). Pas mbarimit të tërësishëm, hapet diskutimi mbi zgjidhjen e detyrës/problemit (analizojnë) dhe pas diskutimit, njohuritë e fituara i zbatojnë.

95. Në një katror me brinjë 4 cm, vizatohen katër çerek rrathë të ngjyrosur, si në figurë.
Në katror, zgjidhet rastësisht një pikë.
Të gjendet probabiliteti që pika të jetë në pjesën e ngjyrosur.


4 cm

96. Klasa juaj i ka 34 nxënës. Arsimtari i matematikës do ta pyesë një nxënës me notë. Sa është probabiliteti që ti personalisht të jesh nxënësi që duhet të pyetet me notë?

97. Në një mbrëmje shoqërore kanë marrë pjesë: 60 nxënës të klasës së shtatë, 70 nxënës të klasës së tetë dhe 40 nxënës të klasës së nëntë. Sa është probabiliteti që ju posa të hyni në sallë do të takoheni me një nxënës të klasës së nëntë?

99. Sa është probabiliteti që dy persona të zgjedhur rastësisht ta kenë datëlindjen në të njëjtën ditë?

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Diskutim në grup

Organizohen nxënësit në katër grupe me nga katër nxënës: detyra e tyre është të diskutojnë, shkëmbejnë mendime dhe t'u japin përgjigje paqartësive që kanë hasur në fazën e dytë të orës. Po ashtu, paqartësitë plotësohen edhe me ndihmën e mësimdhënësit. Më pas, nga një përfaqësues për çdo grup i tregon para nxënësve të tjerë rezultatet e diskutimit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e identifikimit të vetive të probabilitetit si dhe për saktësinë e zbatimit të tyre gjatë zgjidhjes së problemeve matematikore dhe atyre nga situata jetësore.

Detyrë:
(Libri i ushtrimeve, faqe 112, detyra 102 deri 106)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 107

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Elementet e probabilitetit

Rezultatet e të nxënit të temës: Identifikon vetitë e probabilitetit dhe i zbaton ato gjatë zgjidhjes së problemeve matematikore dhe atyre nga situata jetësore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 4, 5, 6, 7; IV- 5; VI- 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2


Matematika 9

Probabiliteti është një degë e matematikës e cila merret me studimin e dukurive të rastit.
Në jetën e përditshme zbatojmë probabilitetin sa herë që marrim vendime lidhur me ngjarjet që mund të ndodhin, që nuk janë të sigurta. Për shembull: Koha duket gati për shi. Më mirë ta marr çadrën me vete.
Njohuritë bazë nga probabiliteti na përgatitin për çdo gjë që jeta mund të na sjellë.

1. Çka është probabiliteti?

Kur flasim për probabilitetin që diçka të ndodhë, atë diçka e quajmë ngjarje.
Probabiliteti është mundësia që një ngjarje të ndodhë. Probabiliteti i një ngjarjeje shprehet me një numër ndërmjet 0 dhe 1. Fjalët shans ose gjasë përdoren shpesh në vend të fjalës probabilitet.

Për të vlerësuar probabilitetin e një ngjarjeje:

- realizohen eksperimente (prova) të përsëritura.
- nga kryerja e një prove përfitohet një rezultat.
- një ngjarje lidhet me një ose më tepër rezultate të një prove.

Kështu:
- Hedhja e një monedhe është një eksperiment (provë).
  Rezultatet e hedhjes janë: (F) dhe (N). Këto rezultate janë njëlloj të mundshme.
  Mu për këtë, hedhja e monedhës quhet eksperiment i drejtë.

Hedhja e një zari është gjithashtu një eksperiment (provë).
Rezultatet e hedhjes së një zari janë: 1, 2, 3, 4, 5 dhe 6.
Rënia e një numri çift është një ngjarje.

Rezultatet e listimit
Për çdo eksperiment të probabilitetit mund t'i renditim të gjitha rezultatet e mundshme. Bashkësinë e të gjitha rezultateve të mundshme të një eksperimenti e quajmë hapësirë e mostrave (hapësirë e ngjarjeve) dhe zakonisht e shënojmë me S.
Një ngjarje përbëhet nga një ose më shumë rezultate dhe është një nënbashkësi e hapësirës së mostrave.
Rezultatet e ngjarjes që na intereson quhen rezultate të favorshme për atë ngjarje.

Shembull 1 Le të jetë hedhja e një zari një eksperiment probabiliteti.

Shkruajmë hapësirën e mostrave të eksperimentit.
Shkruajmë ngjarjet:
A: Ka rënë numri 3.
B: Ka rënë një pjesëtues i numrit 12.

148

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Probabiliteti

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Njehson probabilitetin teorik dhe eksperimental;
- Përdor aktivitete për llogaritjen e probablietit teorik dhe eksperimental;
- Parashikon pobabilitetin teorik dhe eksperimental.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

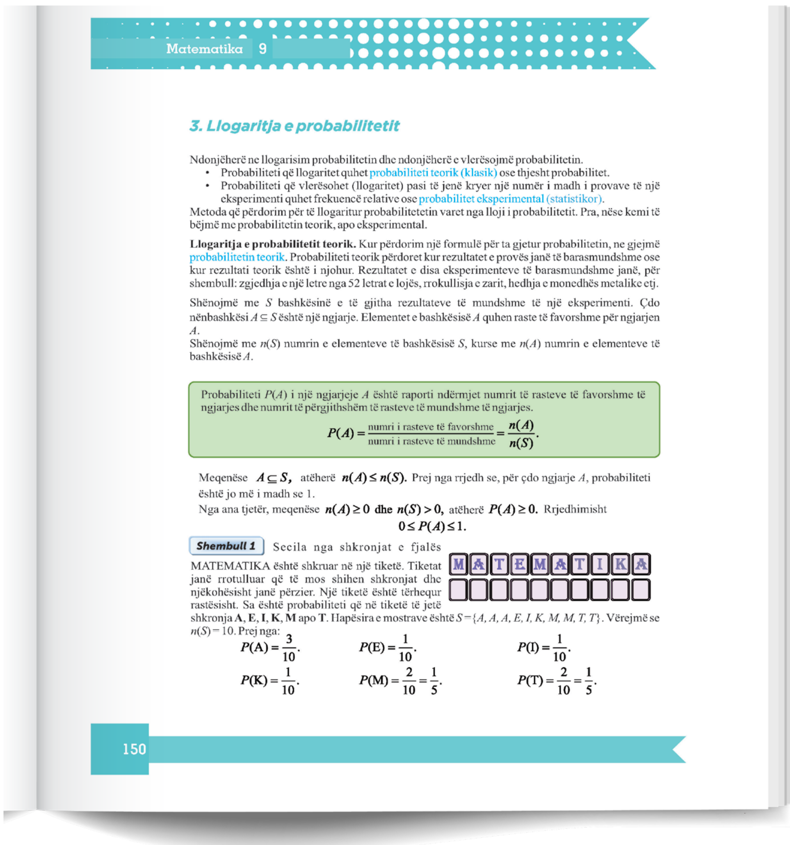
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, veglat gjeometrike, projektor, fletë, zari, monedha metalike, video: https://www.youtube.com/watch?v=VHoz9WH27vM

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit pyeten: Çka është probabiliteti? Çka quajmë rezultate të favorshme? Çka quajmë hapësirë e mostrave? Çka quajmë probabilitet teorik (klasik)? Çka është probabiliteti eksperimental (statistikor)? Si shënohet probabiliteti i një



Matematika 9

3. Llogaritja e probabilitetit

Ndonjëherë ne llogarisim probabilitetin dhe ndonjëherë e vlerësojmë probabilitetin.

- Probabiliteti që llogaritet quhet probabiliteti teorik (klasik) ose thjesht probabilitet.
- Probabiliteti që vlerësohet (llogaritet) pasi të jenë kryer një numër i madh i provave të një eksperimenti quhet frekuencë relative ose probabilitet eksperimental (statistikor).

Metoda që përdorim për të llogaritur probabilitetetin varet nga lloji i probabilitetit. Pra, nëse kemi të bëjmë me probabilitetin teorik, apo eksperimental.

Llogaritja e probabilitetit teorik. Kur përdorim një formulë për ta gjetur probabilitetin, ne gjejmë probabilitetin teorik. Probabiliteti teorik përdoret kur rezultatet e provës janë të barasmundshme ose kur rezultati teorik është i njohur. Rezultatet e disa eksperimenteve të barasmundshme janë, për shembull: zgjedhja e një letre nga 52 letrat e lojës, rrokullisja e zarit, hedhja e monedhës metalike etj.

Shënojmë me S bashkësinë e të gjitha rezultateve të mundshme të një eksperimenti. Çdo nënbashkësi $A \subseteq S$ është një ngjarje. Elementet e bashkësisë A quhen raste të favorshme për ngjarjen A.

Shënojmë me $n(S)$ numrin e elementeve të bashkësisë S, kurse me $n(A)$ numrin e elementeve të bashkësisë A.

Probabiliteti $P(A)$ i një ngjarjeje A është raporti ndërmjet numrit të rasteve të favorshme të ngjarjes dhe numrit të përgjithshëm të rasteve të mundshme të ngjarjes.

$$P(A) = \frac{\text{numri i rasteve të favorshme}}{\text{numri i rasteve të mundshme}} = \frac{n(A)}{n(S)}.$$

Meqenëse $A \subseteq S$, atëherë $n(A) \leq n(S)$. Prej nga rrjedh se, për çdo ngjarje A, probabiliteti është jo më i madh se 1.

Nga ana tjetër, meqenëse $n(A) \geq 0$ dhe $n(S) > 0$, atëherë $P(A) \geq 0$. Rrjedhimisht

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

Shembull 1 Secila nga shkronjat e fjalës MATEMATIKA është shkruar në një tiketë. Tiketat janë rrotulluar që të mos shihen shkronjat dhe njëkohësisht janë përzier. Një tiketë është tërhequr rastësisht. Sa është probabiliteti që në tiketë të jetë shkronja **A, E, I, K, M** apo **T**. Hapësira e mostrave është $S = \{A, A, A, E, I, K, M, M, T, T\}$. Vërejmë se $n(S) = 10$. Prej nga:

M A T E M A T I K A

$P(\text{A}) = \frac{3}{10}$. $P(\text{E}) = \frac{1}{10}$. $P(\text{I}) = \frac{1}{10}$.

$P(\text{K}) = \frac{1}{10}$. $P(\text{M}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$. $P(\text{T}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

150

ngjarjeje?

Nxënësve u jepen kohë 10 minuta dhe ndonjëri nga vullnetarët më pas jep përgjigje, teksa formulat shkruhen në tabelë.

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Pyetja e sjell pyetjen

Lëshohet videoja për probabilitetin teorik dhe eksperimental.

Gjatë shikimit të videos, nxënësit duhen të kenë parasysh pyetjet:

1. Si njehsohet probabiliteti teorik?
2. Si njehsohet probabiliteti eskperimental?
3. Shkruani formulat.

https://www.youtube.com/watch?v=VHoz9WH27vM

Videoja ndalet shpesh për të sqaruar dhe kuptuar sa më mirë detyrat.

Probabiliteti P (A) i një ngjarjeje A është raporti ndërmjet numrit të rasteve të favorshme të ngjarjes dhe numrit të përgjithshëm të rasteve të mundshme të ngjarjes.

$$\text{P (A)} = \frac{\textit{numri i rasteve të favorshme}}{\textit{numri i rasteve të mundshme}} = \frac{n\,(A)}{n\,(S)}$$

Probabiliteti eskperimental na ndihmon atëherë kur nuk dihet probabiliteti teorik.

$$\text{P (A)} = \frac{\textit{denduria e ngjarjes}}{\textit{denduria gjithsej}}$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Diskutim në grup

Gr. 1. Një monedhë hidhet 10 herë dhe në 7 raste bie fytyra. Vlerësoni probabilitetin që te monedha të bjerë fytyra. Monedha hidhet edhe 90 herë të tjera dhe në 67 raste bie fytyra.

Gr. 2. Vitin e kaluar, Argjenda dhe Lisi kanë luajtur 12 herë tenis kundër njëri-tjetrit. Argjenda ka fituar 6 lojë, nga 12. Vlerësoni probabilitetin që Lisi të fitojë lojën tjetër ndërmjet tyre.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e njehsimit, përdorimit dhe parashikimit të probabilitetit teorik dhe eksperimental.

Detyrë:

(Faqe 105, detyra 66, 68, 69, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 108

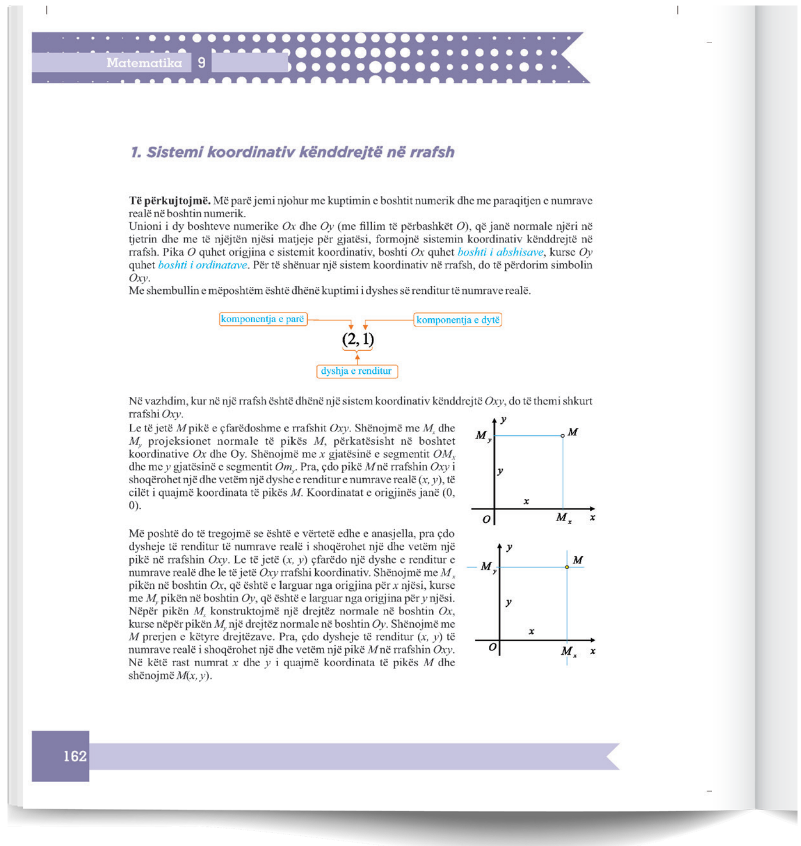
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Përcakton pozitën e pikës në rrafshin e koordinatave, kur janë dhënë koordinatat dhe anasjelltas.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 4, 5, 6, 7; IV- 5; VI- 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2



Matematika 9

1. Sistemi koordinativ kënddrejtë në rrafsh

Të përkujtojmë. Më parë jemi njohur me kuptimin e boshtit numerik dhe me paraqitjen e numrave realë në boshtin numerik.
Unioni i dy boshteve numerike Ox dhe Oy (me fillim të përbashkët O), që janë normale njëri në tjetrin dhe me të njëjtën njësi matjeje për gjatësi, formojnë sistemin koordinativ kënddrejtë në rrafsh. Pika O quhet origjina e sistemit koordinativ, boshti Ox quhet *boshti i abshisave*, kurse Oy quhet *boshti i ordinatave*. Për të shënuar një sistem koordinativ në rrafsh, do të përdorim simbolin Oxy.
Me shembullin e mëposhtëm është dhënë kuptimi i dyshes së renditur të numrave realë.

Në vazhdim, kur në një rrafsh është dhënë një sistem koordinativ kënddrejtë Oxy, do të themi shkurt rrafshi Oxy.
Le të jetë M pikë e çfarëdoshme e rrafshit Oxy. Shënojmë me M_x dhe M_y projeksionet normale të pikës M, përkatësisht në boshtet koordinative Ox dhe Oy. Shënojmë me x gjatësinë e segmentit OM_X dhe me y gjatësinë e segmentit Om_y. Pra, çdo pikë M në rrafshin Oxy i shoqërohet një dhe vetëm një dyshe e renditur e numrave realë (x, y), të cilët i quajmë koordinata të pikës M. Koordinatat e origjinës janë (0, 0).

Më poshtë do të tregojmë se është e vërtetë edhe e anasjella, pra çdo dysheje të renditur të numrave realë i shoqërohet një dhe vetëm një pikë në rrafshin Oxy. Le të jetë (x, y) çfarëdo një dyshe e renditur e numrave realë dhe le të jetë Oxy rrafshi koordinativ. Shënojmë me M_x pikën në boshtin Ox, që është e larguar nga origjina për x njësi, kurse me M_y pikën në boshtin Oy, që është e larguar nga origjina për y njësi. Nëpër pikën M_x konstruktojmë një drejtëz normale në boshtin Ox, kurse nëpër pikën M_y një drejtëz normale në boshtin Oy. Shënojmë me M prerjen e këtyre drejtëzave. Pra, çdo dysheje të renditur (x, y) të numrave realë i shoqërohet një dhe vetëm një pikë M në rrafshin Oxy. Në këtë rast numrat x dhe y i quajmë koordinata të pikës M dhe shënojmë $M(x, y)$.

162

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Sistemi koordinativ kënddrejtë në rrafsh

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton pozitën e pikës në rrafshin e koordinatave;
- Identifikon koordinatat e pikës;
- Dallon komponentët e dyshes së renditur.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

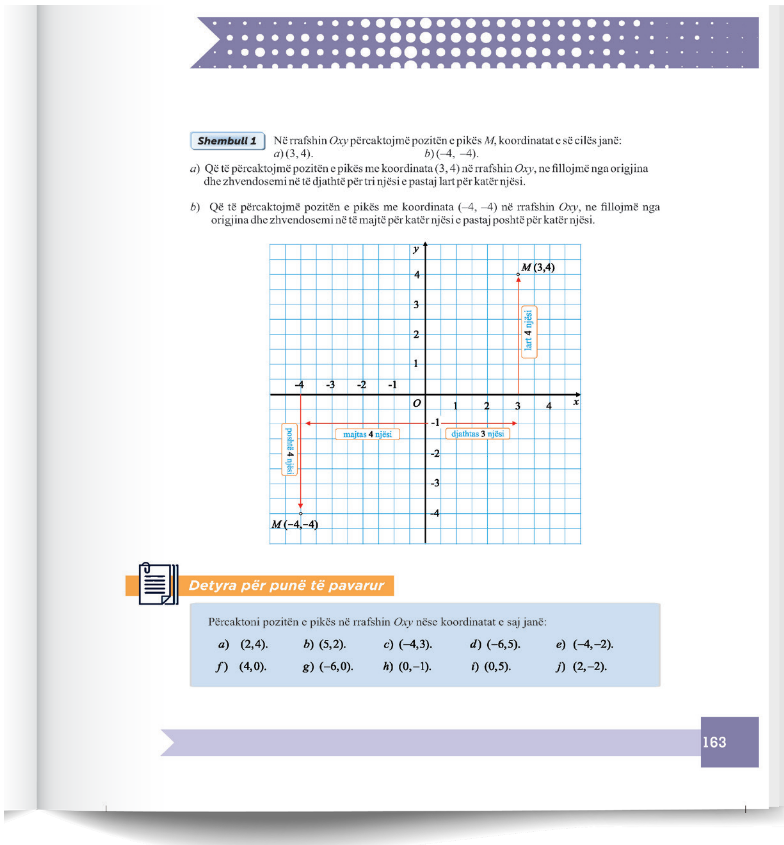
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, veglat gjeometrike, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=IHqDSYvll4A

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit pyeten: Ç'kuptoni me fjalët: Sistem? Bosht koordinativ? Kënd i drejtë?
U jepen 5 minuta kohë dhe përgjigjet e tyre shënohen në tabelë.


Shembull 1 Në rrafshin Oxy përcaktojmë pozitën e pikës M, koordinatat e së cilës janë:
a) (3, 4). b) (–4, –4).

a) Që të përcaktojmë pozitën e pikës me koordinata (3, 4) në rrafshin Oxy, ne fillojmë nga origjina dhe zhvendosemi në të djathtë për tri njësi e pastaj lart për katër njësi.

b) Që të përcaktojmë pozitën e pikës me koordinata (–4, –4) në rrafshin Oxy, ne fillojmë nga origjina dhe zhvendosemi në të majtë për katër njësi e pastaj poshtë për katër njësi.

Detyra për punë të pavarur

Përcaktoni pozitën e pikës në rrafshin Oxy nëse koordinatat e saj janë:

a) (2,4). b) (5,2). c) (–4,3). d) (–6,5). e) (–4,–2).
f) (4,0). g) (–6,0). h) (0,–1). i) (0,5). j) (2,–2).

163

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shqyrtim i përbashkët

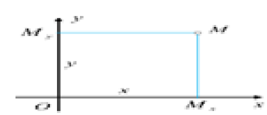
Parashtrohen pyetjet:
1. Sa boshte numerike kemi?
2. Cilat janë ato boshte?
3. Nëse i bashkojmë këto boshte çka formohet?

Ata i nxjerrin përgjigjet në pyetjet e parashtruara.
1. Kemi dy boshte numerike.
2. Boshti horizontal dhe vertikal.
3. Unioni i dy boshteve numerike Ox dhe Oy (me fillim të përbashkët O), që janë normale njëri në tjetrin dhe me të njëjtën njësi matjeje për gjatësi formojnë sistemin koordinativ kënddrejtë në rrafsh.

Pika O quhet origjina e sistemit koordinativ, boshti Ox quhet boshti i abshisave, kurse Oy quhet boshti i ordinatave.

Për të shënuar një sistem koordinativ në rrafsh do të përdorim simbolin Oxy.

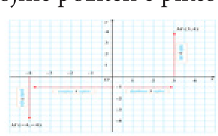
Boshtet numerike e ndajnë sistemin e koordinatave në 4 kuadrate.



Çdo pikë M në rrafshin Oxy i y-së shoqërohet një dhe vetëm një dyshe e renditur e numrave realë (x, y), të cilët i quajmë koordinata të pikës M. Koordinatat e origjinës janë (0, 0).

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Diskutim në grup

Çdo dysheje të renditur (x, y) të numrave realë i shoqërohet një dhe vetëm një pikë M në rrafshin Oxy. Në këtë rast numrat x dhe y i quajmë koordinata të pikës M dhe shënojmë M (x, y).
Sh. 1. Në rrafshin Oxy përcaktojmë pozitën e pikës M, koordinatat e së cilës janë:
a) (3, 4). b) (–4, –4)



Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përcaktimit të pozitës së pikës në rrafshin e koordinatave, identifikimin e koordinatave të pikës si dhe dallon komponentët e dyshes së renditur.

Detyrë:
(Faqe 163, detyra 1, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 109

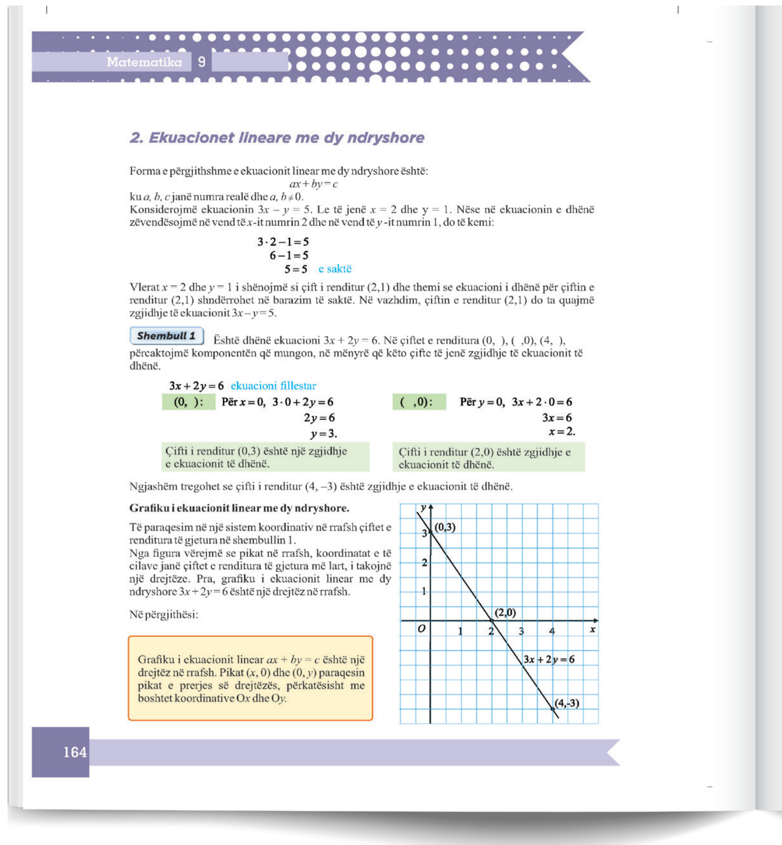
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Përcakton kur një dyshe e renditur është zgjidhje e sistemit.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 4, 5, 6, 7; IV- 5; VI- 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2


Matematika 9

2. Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Forma e përgjithshme e ekuacionit linear me dy ndryshore është:

$$ax+by=c$$

ku a, b, c janë numra realë dhe $a, b \neq 0$.
Konsiderojmë ekuacionin $3x-y=5$. Le të jenë $x=2$ dhe $y=1$. Nëse në ekuacionin e dhënë zëvendësojmë në vend të x-it numrin 2 dhe në vend të y-it numrin 1, do të kemi:

$$3\cdot 2-1=5$$
$$6-1=5$$
$$5=5 \quad \text{e saktë}$$

Vlerat $x=2$ dhe $y=1$ i shënojmë si çift i renditur (2,1) dhe themi se ekuacioni i dhënë për çiftin e renditur (2,1) shndërrohet në barazim të saktë. Në vazhdim, çiftin e renditur (2,1) do ta quajmë zgjidhje të ekuacionit $3x-y=5$.

Shembull 1 Është dhënë ekuacioni $3x+2y=6$. Në çiftet e renditura (0,), (,0), (4,), përcaktojmë komponentën që mungon, në mënyrë që këto çifte të jenë zgjidhje të ekuacionit të dhënë.

$3x+2y=6$ ekuacioni fillestar

(0,): Për $x=0$, $3\cdot 0+2y=6$, $2y=6$, $y=3$.

Çifti i renditur (0,3) është një zgjidhje e ekuacionit të dhënë.

(,0): Për $y=0$, $3x+2\cdot 0=6$, $3x=6$, $x=2$.

Çifti i renditur (2,0) është zgjidhje e ekuacionit të dhënë.

Ngjashëm tregohet se çifti i renditur (4, –3) është zgjidhje e ekuacionit të dhënë.

Grafiku i ekuacionit linear me dy ndryshore.

Të paraqesim në një sistem koordinativ në rrafsh çiftet e renditura të gjetura në shembullin 1.
Nga figura vërejmë se pikat në rrafsh, koordinatat e të cilave janë çiftet e renditura të gjetura më lart, i takojnë një drejtëze. Pra, grafiku i ekuacionit linear me dy ndryshore $3x+2y=6$ është një drejtëz në rrafsh.

Në përgjithësi:

Grafiku i ekuacionit linear $ax+by=c$ është një drejtëz në rrafsh. Pikat $(x, 0)$ dhe $(0, y)$ paraqesin pikat e prerjes së drejtëzës, përkatësisht me boshtet koordinative Ox dhe Oy.

164

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ekuacionet lineare me dy të panjohura

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton çiftin e renditur - zgjidhje të ekuacioneve;
- Gjen komponentin që mungon në çiftin e renditur.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, veglat gjeometrike, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=tlnfWQmD2-c

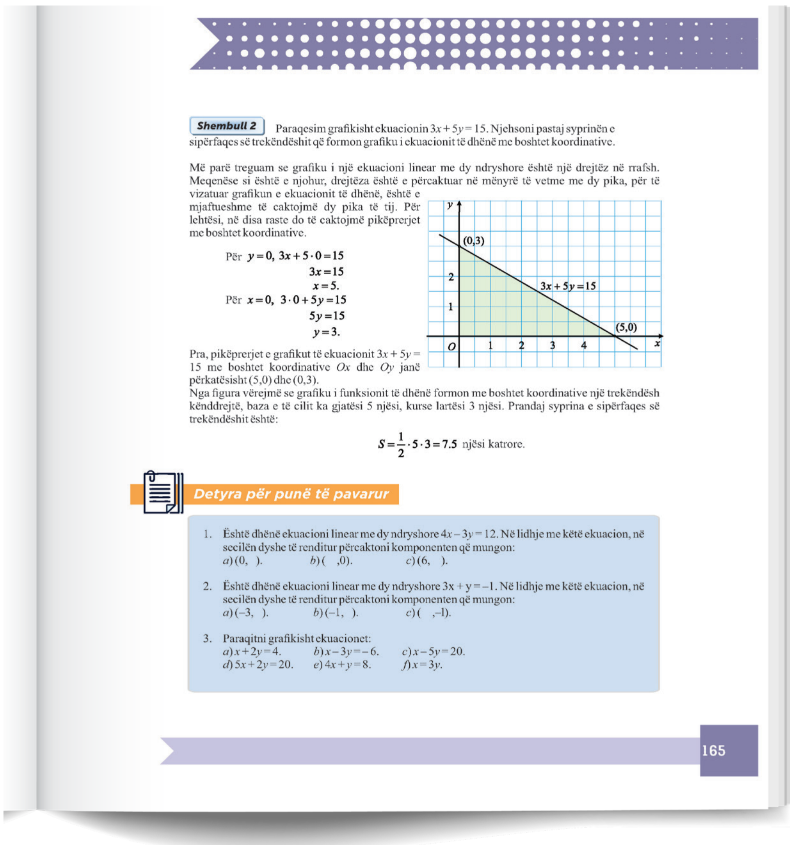
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive përmes pyetjeve

1. Ç' është sistemi koordinativ kënddrejtë në rrafsh?
2. Sa kuadrate formon sistemi koordinativ në rrafsh?
3. Ç'është dyshja e renditur?

Fillimisht kërkohet që nxënësit të përgjigjen në këto pyetje dhe eventualisht mësimdhënësi bën plotësimet e tyre.



Shembull 2 Paraqesim grafikisht ekuacionin $3x+5y=15$. Njehsoni pastaj syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit që formon grafiku i ekuacionit të dhënë me boshtet koordinative.

Më parë treguam se grafiku i një ekuacioni linear me dy ndryshore është një drejtëz në rrafsh. Meqenëse si është e njohur, drejtëza është e përcaktuar në mënyrë të vetme me dy pika, për të vizatuar grafikun e ekuacionit të dhënë, është e mjaftueshme të caktojmë dy pika të tij. Për lehtësi, në disa raste do të caktojmë pikëprerjet me boshtet koordinative.

Për $y=0$, $3x+5\cdot 0=15$
$3x=15$
$x=5.$
Për $x=0$, $3\cdot 0+5y=15$
$5y=15$
$y=3.$

Pra, pikëprerjet e grafikut të ekuacionit $3x+5y=15$ me boshtet koordinative Ox dhe Oy janë përkatësisht (5,0) dhe (0,3).
Nga figura vërejmë se grafiku i funksionit të dhënë formon me boshtet koordinative një trekëndësh kënddrejtë, baza e të cilit ka gjatësi 5 njësi, kurse lartësi 3 njësi. Prandaj syprina e sipërfaqes së trekëndëshit është:

$$S=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 3=7.5 \text{ njësi katrore.}$$

Detyra për punë të pavarur

1. Është dhënë ekuacioni linear me dy ndryshore $4x-3y=12$. Në lidhje me këtë ekuacion, në secilën dyshe të renditur përcaktoni komponenten që mungon:
   a) (0,). *b)* (,0). *c)* (6,).
2. Është dhënë ekuacioni linear me dy ndryshore $3x+y=-1$. Në lidhje me këtë ekuacion, në secilën dyshe të renditur përcaktoni komponenten që mungon:
   a) (–3,). *b)* (–1,). *c)* (,–1).
3. Paraqitni grafikisht ekuacionet:
   a) $x+2y=4$. *b)* $x-3y=-6$. *c)* $x-5y=20$.
   d) $5x+2y=20$. *e)* $4x+y=8$. *f)* $x=3y$.

165

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i demonstruar

Mësimdhënësi/ja tregon se forma e përgjithshme e ekuacionit linear me dy ndryshore është ax + by = c, ku a, b, c janë numra realë dhe a, b ≠0.
Konsiderojmë ekuacionin 3x – y = 5. Le të jenë x = 2 dhe y = 1.
Nëse në ekuacionin e dhënë zëvendësojmë në vend të x-it numrin 2 dhe në vend të y-it numrin 1, do të kemi:
3 · 2 - 1 = 5
6 - 1 = 5
5 = 5 - e saktë
Vlerat x = 2 dhe y = 1 i shënojmë si çift i renditur (2, 1) dhe themi se ekuacioni i dhënë për çiftin e renditur (2, 1) shndërrohet në barazim të saktë. Në vazhdim, çiftin e renditur (2, 1) do ta quajmë zgjidhje të ekuacionit 3x – y = 5.

Sh. 1. Është dhënë ekuacioni 3x + 2y = 6. Në çiftet e renditura (0,), (, 0), (4,), përcaktojmë komponentin që mungon, në mënyrë që këto çifte të jenë zgjidhje të ekuacionit të dhënë.

Për x = 0, 3 · 0 + 2y = 6
2y = 6
y = 3 Çifti i renditur (0, 3) është një zgjidhje e ekuacionit të dhënë.

për y = 0, 3x + 2 · 0 = 6
3x = 6
x = 2 Çifti i renditur (2, 0) është zgjidhje e ekuacionit të dhënë.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Diskutim në grup

Paraqitni grafikisht ekuacionet:
Gr. 1. x + 2y = 4.
Gr. 2. x – 3y = – 6.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përcaktimit të çiftit të renditur në zgjidhje të ekuacioneve si dhe gjen komponentin që mungon në çiftin e renditur.

Detyrë:
(Faqe 165, detyra 1, 2, 3 (c, d, e, f), libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 110

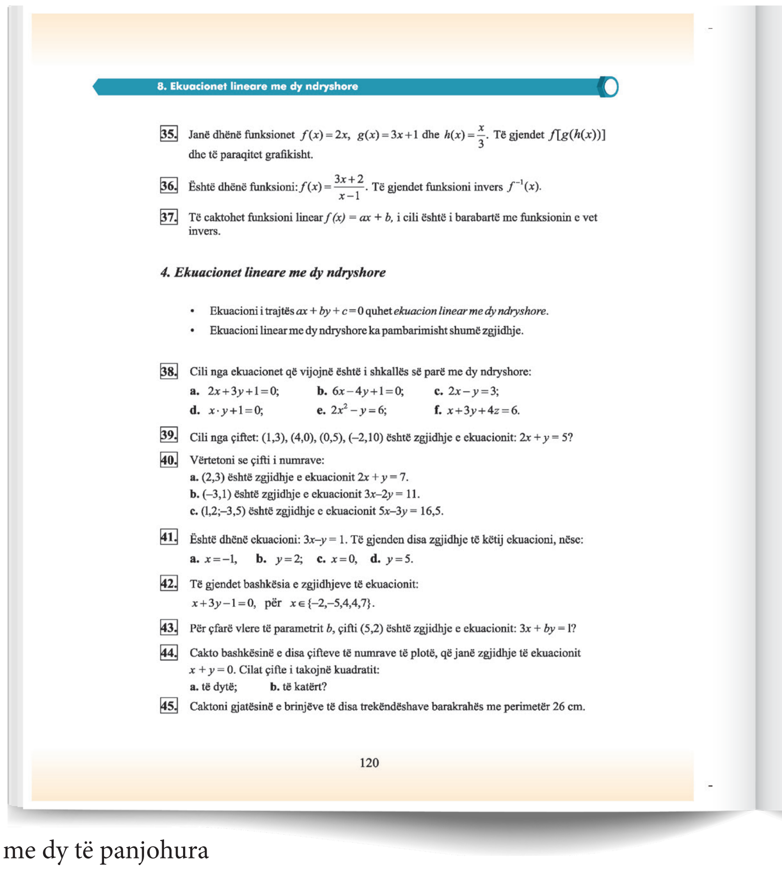
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Përcakton kur një dyshe e renditur është zgjidhje e sistemit.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 4, 5, 6, 7; IV- 5; VI- 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2



8. Ekuacionet lineare me dy ndryshore

35. Janë dhënë funksionet $f(x)=2x$, $g(x)=3x+1$ dhe $h(x)=\frac{x}{3}$. Të gjendet $f[g(h(x))]$ dhe të paraqitet grafikisht.

36. Është dhënë funksioni: $f(x)=\frac{3x+2}{x-1}$. Të gjendet funksioni invers $f^{-1}(x)$.

37. Të caktohet funksioni linear $f(x) = ax + b$, i cili është i barabartë me funksionin e vet invers.

4. Ekuacionet lineare me dy ndryshore

- Ekuacioni i trajtës $ax + by + c = 0$ quhet *ekuacion linear me dy ndryshore*.
- Ekuacioni linear me dy ndryshore ka pambarimisht shumë zgjidhje.

38. Cili nga ekuacionet që vijojnë është i shkallës së parë me dy ndryshore:
a. $2x+3y+1=0$; **b.** $6x-4y+1=0$; **c.** $2x-y=3$;
d. $x\cdot y+1=0$; **e.** $2x^2-y=6$; **f.** $x+3y+4z=6$.

39. Cili nga çiftet: (1,3), (4,0), (0,5), (–2,10) është zgjidhje e ekuacionit: $2x + y = 5$?

40. Vërtetoni se çifti i numrave:
a. (2,3) është zgjidhje e ekuacionit $2x + y = 7$.
b. (–3,1) është zgjidhje e ekuacionit $3x–2y = 11$.
c. (1,2;–3,5) është zgjidhje e ekuacionit $5x–3y = 16{,}5$.

41. Është dhënë ekuacioni: $3x–y = 1$. Të gjenden disa zgjidhje të këtij ekuacioni, nëse:
a. $x=-1$, **b.** $y=2$; **c.** $x=0$, **d.** $y=5$.

42. Të gjendet bashkësia e zgjidhjeve të ekuacionit:
$x+3y-1=0$, për $x\in\{-2,-5,4,4,7\}$.

43. Për çfarë vlere të parametrit b, çifti (5,2) është zgjidhje e ekuacionit: $3x + by = 1$?

44. Cakto bashkësinë e disa çifteve të numrave të plotë, që janë zgjidhje të ekuacionit $x + y = 0$. Cilat çifte i takojnë kuadratit:
a. të dytë; **b.** të katërt?

45. Caktoni gjatësinë e brinjëve të disa trekëndëshave barakrahës me perimetër 26 cm.

120

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Zbatimi i ekuacioneve lineare me dy të panjohura

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton kur një dyshe e renditur është zgjidhje e sistemit;
- Shpjegon kur një dyshe e renditur është zgjidhje e sistemit.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

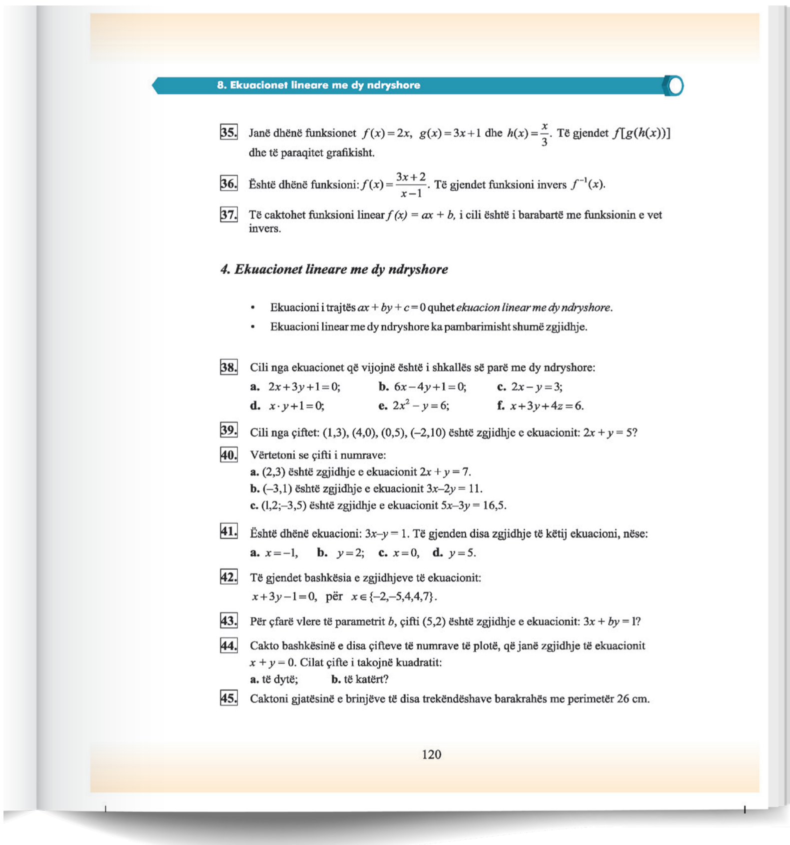
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, video:

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit pyeten: Çka quajmë ekuacion linear me dy të panjohura? Sa zgjidhje ka ekuacioni linear me dy të panjohura? Kur një çift i renditur është zgjidhje e ekuacionit linear me dy të panjohura?
Nxënësve u jepen 5-7 minuta kohë dhe përgjigjet e tyre shkruhen në tabelë.



8. Ekuacionet lineare me dy ndryshore

35. Janë dhënë funksionet $f(x)=2x$, $g(x)=3x+1$ dhe $h(x)=\frac{x}{3}$. Të gjendet $f[g(h(x))]$ dhe të paraqitet grafikisht.

36. Është dhënë funksioni: $f(x)=\frac{3x+2}{x-1}$. Të gjendet funksioni invers $f^{-1}(x)$.

37. Të caktohet funksioni linear $f(x) = ax + b$, i cili është i barabartë me funksionin e vet invers.

4. Ekuacionet lineare me dy ndryshore

- Ekuacioni i trajtës $ax+by+c=0$ quhet *ekuacion linear me dy ndryshore.*
- Ekuacioni linear me dy ndryshore ka pambarimisht shumë zgjidhje.

38. Cili nga ekuacionet që vijojnë është i shkallës së parë me dy ndryshore:
a. $2x+3y+1=0$; **b.** $6x-4y+1=0$; **c.** $2x-y=3$;
d. $x\cdot y+1=0$; **e.** $2x^2-y=6$; **f.** $x+3y+4z=6$.

39. Cili nga çiftet: (1,3), (4,0), (0,5), (–2,10) është zgjidhje e ekuacionit: $2x+y=5$?

40. Vërtetoni se çifti i numrave:
a. (2,3) është zgjidhje e ekuacionit $2x+y=7$.
b. (–3,1) është zgjidhje e ekuacionit $3x–2y=11$.
c. (1,2;–3,5) është zgjidhje e ekuacionit $5x–3y=16,5$.

41. Është dhënë ekuacioni: $3x–y=1$. Të gjenden disa zgjidhje të këtij ekuacioni, nëse:
a. $x=-1$, **b.** $y=2$; **c.** $x=0$, **d.** $y=5$.

42. Të gjendet bashkësia e zgjidhjeve të ekuacionit:
$x+3y-1=0$, për $x\in\{-2,-5,4,4,7\}$.

43. Për çfarë vlere të parametrit b, çifti (5,2) është zgjidhje e ekuacionit: $3x+by=1$?

44. Cakto bashkësinë e disa çifteve të numrave të plotë, që janë zgjidhje të ekuacionit $x+y=0$. Cilat çifte i takojnë kuadratit:
a. të dytë; **b.** të katërt?

45. Caktoni gjatësinë e brinjëve të disa trekëndëshave barakrahës me perimetër 26 cm.

120

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të nxënit në grupe

Nxënësit ndahen në grupe me nga katër veta, secilit grup i ofrohet një fletë me detyra numerike për t'i zgjidhur.

Grupi i parë: Cili nga ekuacionet që vijojnë është i shkallës së parë me dy ndryshore:

a. $2x+3y+1=0$; **b.** $6x-4y+1=0$; **c.** $2x-y=3$;
d. $x\cdot y+1=0$; **e.** $2x^2-y=6$; **f.** $x+3y+4z=6$.

Grupi i dytë: Cili nga çiftet: (1, 3), (4, 0), (0, 5), (–2, 10) është zgjidhje e ekuacionit: 2x + y = 5?

Grupi i tretë: Është dhënë ekuacioni: 3x – y = 1. Të gjenden disa zgjidhje të këtij ekuacioni, nëse:
a) x = - 1, b) y = 2, c) x = 0, d) y = 5

Grupi i katërt: Të gjendet bashkësia e zgjidhjeve të ekuacionit:

x + 3y – 1 = 0, për x = ∈{–2, –5, 4, 4, 7}.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Harta e konceptit/e përkufizimit

Ekuacion linear me dy të panjohura

Çifti i renditur (x, y) është zgjidhje e ekuacionit.

X – komponeti i parë, y – komponenti i dytë.

Ekuacioni i trajtës ax + by + c = 0 quhet ekuacion linear me dy ndryshore.

Ekuacioni linear me dy ndryshore ka pambarimisht shumë zgjidhje.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përcaktimit të çiftit të renditur në zgjidhje të ekuacioneve si dhe gjen komponentin që mungon në çiftin e renditur.

Detyrë:
(Faqe 120, detyra 40, 43, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 111

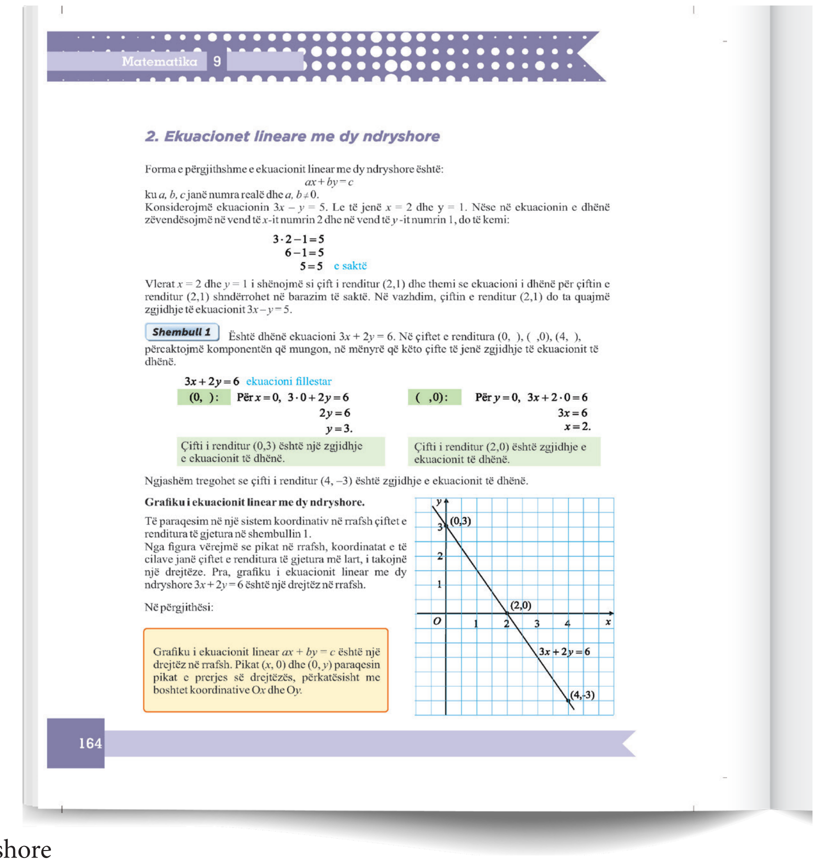
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Paraqet grafikisht ekuacionin linear me dy ndryshore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 4, 5, 6, 7; IV- 5; VI- 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2



Matematika 9

2. Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Forma e përgjithshme e ekuacionit linear me dy ndryshore është:

$$ax+by=c$$

ku a, b, c janë numra realë dhe $a, b \neq 0$.
Konsiderojmë ekuacionin $3x - y = 5$. Le të jenë $x = 2$ dhe $y = 1$. Nëse në ekuacionin e dhënë zëvendësojmë në vend të x-it numrin 2 dhe në vend të y-it numrin 1, do të kemi:

$$3\cdot 2-1=5$$
$$6-1=5$$
$$5=5 \quad \text{e saktë}$$

Vlerat $x = 2$ dhe $y = 1$ i shënojmë si çift i renditur (2,1) dhe themi se ekuacioni i dhënë për çiftin e renditur (2,1) shndërrohet në barazim të saktë. Në vazhdim, çiftin e renditur (2,1) do ta quajmë zgjidhje të ekuacionit $3x-y=5$.

Shembull 1 Është dhënë ekuacioni $3x + 2y = 6$. Në çiftet e renditura (0,), (,0), (4,), përcaktojmë komponentën që mungon, në mënyrë që këto çifte të jenë zgjidhje të ekuacionit të dhënë.

$3x+2y=6$ ekuacioni fillestar

(0,): Për $x=0$, $3\cdot 0+2y=6$, $2y=6$, $y=3$.

Çifti i renditur (0,3) është një zgjidhje e ekuacionit të dhënë.

(,0): Për $y=0$, $3x+2\cdot 0=6$, $3x=6$, $x=2$.

Çifti i renditur (2,0) është zgjidhje e ekuacionit të dhënë.

Ngjashëm tregohet se çifti i renditur (4, –3) është zgjidhje e ekuacionit të dhënë.

Grafiku i ekuacionit linear me dy ndryshore.

Të paraqesim në një sistem koordinativ në rrafsh çiftet e renditura të gjetura në shembullin 1.
Nga figura vërejmë se pikat në rrafsh, koordinatat e të cilave janë çiftet e renditura të gjetura më lart, i takojnë një drejtëze. Pra, grafiku i ekuacionit linear me dy ndryshore $3x+2y=6$ është një drejtëz në rrafsh.

Në përgjithësi:

Grafiku i ekuacionit linear $ax + by = c$ është një drejtëz në rrafsh. Pikat $(x, 0)$ dhe $(0, y)$ paraqesin pikat e prerjes së drejtëzës, përkatësisht me boshtet koordinative Ox dhe Oy.

164

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Grafiku i ekuacionit linear me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Paraqet grafikisht ekuacionin linear me dy ndryshore;
- Vizaton dhe emërton grafikun e ekuacionit linear me dy ndryshore.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=tlnfWQmD2-c&t=650s

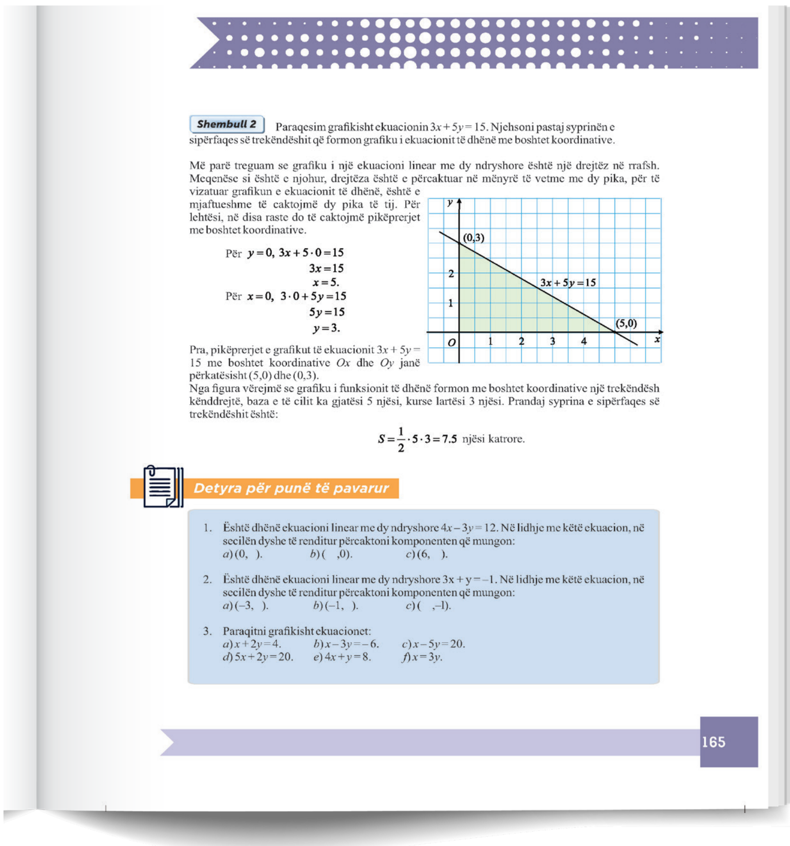
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Pyetja e sjell pyetjen

1. Çka mund të formohet me e çiftet e renditura, nëse i paraqesim në sistemin koordinativ në rrafsh?
2. Kujt i takojnë këto pika që formohen nga çiftet e renditura?

Ata përgjigjen:
1. Çiftet e renditura i takojnë një drejtëze.
2. Pra, këto pika i takojnë një drejtëze.



Shembull 2 Paraqesim grafikisht ekuacionin $3x+5y=15$. Njehsoni pastaj syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit që formon grafiku i ekuacionit të dhënë me boshtet koordinative.

Më parë treguam se grafiku i një ekuacioni linear me dy ndryshore është një drejtëz në rrafsh. Meqenëse si është e njohur, drejtëza është e përcaktuar në mënyrë të vetme me dy pika, për të vizatuar grafikun e ekuacionit të dhënë, është e mjaftueshme të caktojmë dy pika të tij. Për lehtësi, në disa raste do të caktojmë pikëprerjet me boshtet koordinative.

Për $y=0$, $3x+5\cdot 0=15$
$3x=15$
$x=5.$
Për $x=0$, $3\cdot 0+5y=15$
$5y=15$
$y=3.$

Pra, pikëprerjet e grafikut të ekuacionit $3x+5y=15$ me boshtet koordinative Ox dhe Oy janë përkatësisht (5,0) dhe (0,3).
Nga figura vërejmë se grafiku i funksionit të dhënë formon me boshtet koordinative një trekëndësh kënddrejtë, baza e të cilit ka gjatësi 5 njësi, kurse lartësi 3 njësi. Prandaj syprina e sipërfaqes së trekëndëshit është:

$$S=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 3=7.5 \text{ njësi katrore.}$$

Detyra për punë të pavarur

1. Është dhënë ekuacioni linear me dy ndryshore $4x-3y=12$. Në lidhje me këtë ekuacion, në secilën dyshe të renditur përcaktoni komponenten që mungon:
a) (0,). *b*) (,0). *c*) (6,).

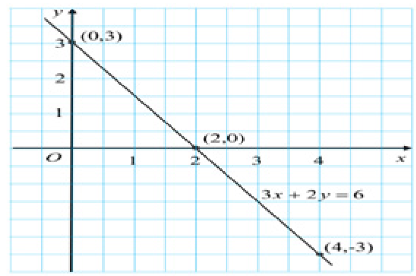
2. Është dhënë ekuacioni linear me dy ndryshore $3x+y=-1$. Në lidhje me këtë ekuacion, në secilën dyshe të renditur përcaktoni komponenten që mungon:
a) (–3,). *b*) (–1,). *c*) (,–1).

3. Paraqitni grafikisht ekuacionet:
a) $x+2y=4$. *b*) $x-3y=-6$. *c*) $x-5y=20$.
d) $5x+2y=20$. *e*) $4x+y=8$. *f*) $x=3y$.

165

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim, Demonstrim

Mësimdhënësi/ja shpjegon se grafiku i ekuacionit linear ax + by = c është një drejtëz në rrafsh.
Pikat (x, 0) dhe (0, y) paraqesin pikat e prerjes së drejtëzës, përkatësisht me boshtet koordinative Ox dhe Oy.
Fjala linear dmth., që shtrihet në vijë të drejtë, që përllogaritet në rrafshin horizontal; i gjatësisë; vijor: përmasat lineare.



Grafiku i paraqitur është i ekuacionit linear me dy ndryshore 3x + 2y = 6.
Grafiku i ekuacionit linear ax + by = c është një drejtëz në rrafsh.
Pikat (x, 0) dhe (0, y) paraqesin pikat e prerjes së drejtëzës, përkatësisht me boshtet koordinative Ox dhe Oy.
Pikat që ndodhen në boshtin 0y abshisën e kanë zero, kurse pikat që ndodhen në boshtin 0x e kanë ordinatën zero.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Punë në grupe

Paraqitni grafikisht ekuacionet:

a) x + 2y = 4
b) x – 3y = – 6

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e paraqitjes, vizatimit dhe emërtimit të grafikut të ekuacionit linear me dy ndryshore.

Detyrë:
(Faqe 165, detyra 3 (c, d, e, f), libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 112

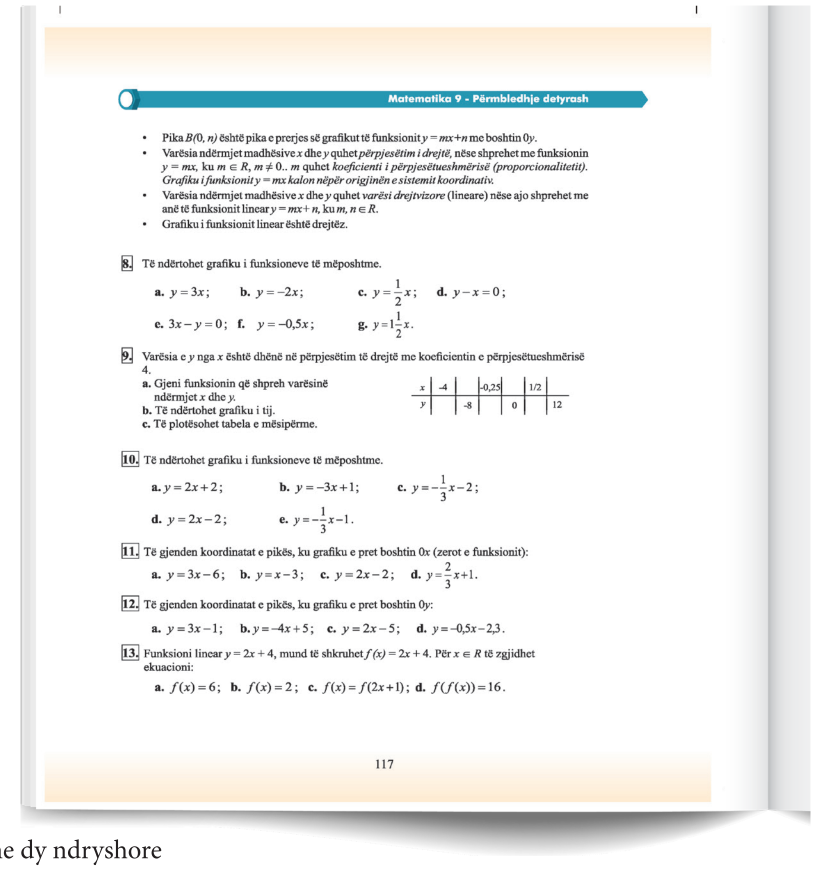
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Paraqet grafikisht ekuacionin linear me dy ndryshore.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 4, 5, 6, 7; IV- 5; VI- 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2


Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

- Pika $B(0, n)$ është pika e prerjes së grafikut të funksionit $y = mx+n$ me boshtin $0y$.
- Varësia ndërmjet madhësive x dhe y quhet *përpjesëtim i drejtë,* nëse shprehet me funksionin $y = mx$, ku $m \in R$, $m \neq 0$.. m quhet *koeficienti i përpjesëtueshmërisë (proporcionalitetit). Grafiku i funksionit $y = mx$ kalon nëpër origjinën e sistemit koordinativ.*
- Varësia ndërmjet madhësive x dhe y quhet *varësi drejtvizore* (lineare) nëse ajo shprehet me anë të funksionit linear $y = mx + n$, ku $m, n \in R$.
- Grafiku i funksionit linear është drejtëz.

8. Të ndërtohet grafiku i funksioneve të mëposhtme.

a. $y = 3x$; **b.** $y = -2x$; **c.** $y = \frac{1}{2}x$; **d.** $y - x = 0$;
e. $3x - y = 0$; **f.** $y = -0{,}5x$; **g.** $y = 1\frac{1}{2}x$.

9. Varësia e y nga x është dhënë në përpjesëtim të drejtë me koeficientin e përpjesëtueshmërisë 4.
a. Gjeni funksionin që shpreh varësinë ndërmjet x dhe y.
b. Të ndërtohet grafiku i tij.
c. Të plotësohet tabela e mësipërme.

x	-4		-0,25		1/2	
y		-8		0		12

10. Të ndërtohet grafiku i funksioneve të mëposhtme.

a. $y = 2x + 2$; **b.** $y = -3x + 1$; **c.** $y = -\frac{1}{3}x - 2$;
d. $y = 2x - 2$; **e.** $y = -\frac{1}{3}x - 1$.

11. Të gjenden koordinatat e pikës, ku grafiku e pret boshtin $0x$ (zerot e funksionit):
a. $y = 3x - 6$; **b.** $y = x - 3$; **c.** $y = 2x - 2$; **d.** $y = \frac{2}{3}x + 1$.

12. Të gjenden koordinatat e pikës, ku grafiku e pret boshtin $0y$:
a. $y = 3x - 1$; **b.** $y = -4x + 5$; **c.** $y = 2x - 5$; **d.** $y = -0{,}5x - 2{,}3$.

13. Funksioni linear $y = 2x + 4$, mund të shkruhet $f(x) = 2x + 4$. Për $x \in R$ të zgjidhet ekuacioni:
a. $f(x) = 6$; **b.** $f(x) = 2$; **c.** $f(x) = f(2x+1)$; **d.** $f(f(x)) = 16$.

117

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Grafiku i ekuacionit linear me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Ndërton grafikun e ekuacionit linear me dy ndryshore;
- Shpjegon grafikun e ekuacionit linear me dy ndryshore.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=tlnfWQmD2-c&t=650s

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

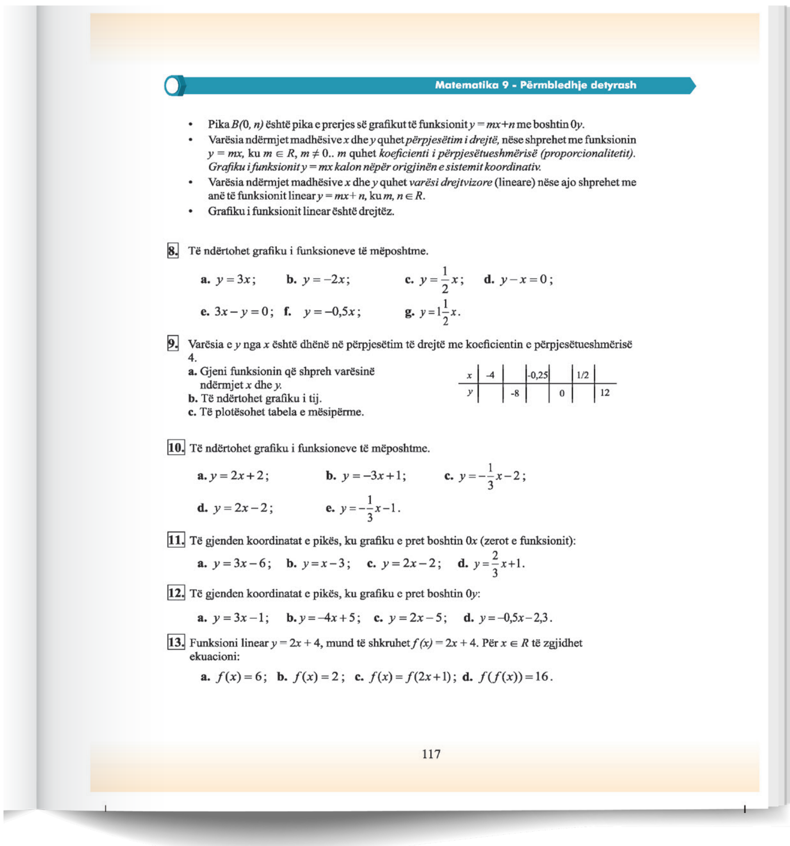
Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Pyetja e sjell pyetjen

- Çështë grafiku i ekuacionit linear me dy të panjohura?

Përgjigje: Grafiku i ekuacionit linear është drejtëz.
- Si quhen abshisa x dhe ordinata y?

Përgjigje: Abshisa x dhe ordinata y e pikës M (x, y) quhen koordinata të pikës M.
- Sistemi koordinativ në sa kuadrate ndahet?

Përgjigje: në katër kuadrate..



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

- Pika $B(0, n)$ është pika e prerjes së grafikut të funksionit $y = mx+n$ me boshtin $0y$.
- Varësia ndërmjet madhësive x dhe y quhet *përpjesëtim i drejtë,* nëse shprehet me funksionin $y = mx$, ku $m \in R$, $m \neq 0$.. m quhet *koeficienti i përpjesëtueshmërisë (proporcionalitetit). Grafiku i funksionit $y = mx$ kalon nëpër origjinën e sistemit koordinativ.*
- Varësia ndërmjet madhësive x dhe y quhet *varësi drejtvizore* (lineare) nëse ajo shprehet me anë të funksionit linear $y = mx+ n$, ku $m, n \in R$.
- Grafiku i funksionit linear është drejtëz.

8. Të ndërtohet grafiku i funksioneve të mëposhtme.

a. $y = 3x$; **b.** $y = -2x$; **c.** $y = \frac{1}{2}x$; **d.** $y - x = 0$;

e. $3x - y = 0$; **f.** $y = -0{,}5x$; **g.** $y = 1\frac{1}{2}x$.

9. Varësia e y nga x është dhënë në përpjesëtim të drejtë me koeficientin e përpjesëtueshmërisë 4.

a. Gjeni funksionin që shpreh varësinë ndërmjet x dhe y.
b. Të ndërtohet grafiku i tij.
c. Të plotësohet tabela e mësipërme.

x	-4		-0,25		1/2	
y		-8		0		12

10. Të ndërtohet grafiku i funksioneve të mëposhtme.

a. $y = 2x + 2$; **b.** $y = -3x + 1$; **c.** $y = -\frac{1}{3}x - 2$;

d. $y = 2x - 2$; **e.** $y = -\frac{1}{3}x - 1$.

11. Të gjenden koordinatat e pikës, ku grafiku e pret boshtin $0x$ (zerot e funksionit):

a. $y = 3x - 6$; **b.** $y = x - 3$; **c.** $y = 2x - 2$; **d.** $y = \frac{2}{3}x + 1$.

12. Të gjenden koordinatat e pikës, ku grafiku e pret boshtin $0y$:

a. $y = 3x - 1$; **b.** $y = -4x + 5$; **c.** $y = 2x - 5$; **d.** $y = -0{,}5x - 2{,}3$.

13. Funksioni linear $y = 2x + 4$, mund të shkruhet $f(x) = 2x + 4$. Për $x \in R$ të zgjidhet ekuacioni:

a. $f(x) = 6$; **b.** $f(x) = 2$; **c.** $f(x) = f(2x+1)$; **d.** $f(f(x)) = 16$.

117

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët me këmbime (grupet e ekspertëve)

Organizohen nxënësit në grupe me nga 4 nxënës, ku secili prej tyre është përgjegjës për të lexuar një pjesë. Përgatitet “fleta e ekspertit”, e cila mund të ketë pyetje, detyra ose grafik që të plotësohet. Rigrupohen nxënësit të lexojnë pjesën që u është caktuar si detyrë. U kërkohet anëtarëve të grupit të analizojnë informacionin e mbledhur nga çdo anëtar, të cilin do ta bashkojnë në një përmbledhje tërësore të çështjeve kryesore. Ata diskutojnë përfundimet e tyre, më pas të gjithë nxënësit që kanë të njëjtin numër, ekspertët, raportojnë në grupet fillestare për të shpjeguar pjesët më të rëndësishme të pjesës së tyre të tekstit.
Pjesa tjetër e grupit është e gatshme të mësojë informacionin e ri. Kështu duken fletët e ekspertëve:

Eksperti A
Ndërtoni grafikun e ekuacionit linear me dy ndryshore: $2x - y - 4 = 0$

Eksperti B
Ndërtoni grafikun e ekuacionit linear me dy ndryshore: $2x + y - 3 = 0$

Eksperti C
Ndërtoni grafikun e ekuacionit linear me dy ndryshore: $x + 2y - 1 = 0$

Eksperti D
Ndërtoni grafikun e ekuacionit linear me dy ndryshore: $3x + 2y - 6 = 0$

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Veprimtari zbatuese në grupe

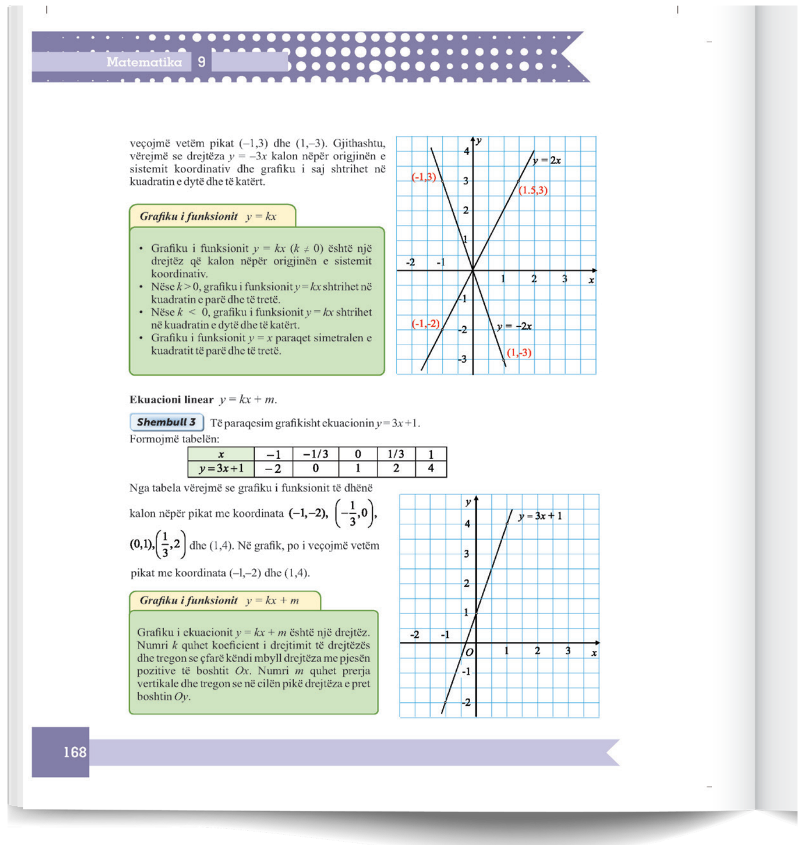
Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësime për saktësinë e ndërtimit dhe shpjegimit të grafikut të ekuacionit linear me dy ndryshore.

Detyrë:
(Faqe 117, detyra 10, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 113



Matematika 9

veçojmë vetëm pikat (–1,3) dhe (1,–3). Gjithashtu, vërejmë se drejtëza $y = -3x$ kalon nëpër origjinën e sistemit koordinativ dhe grafiku i saj shtrihet në kuadratin e dytë dhe të katërt.

Grafiku i funksionit $y = kx$

- Grafiku i funksionit $y = kx$ $(k \neq 0)$ është një drejtëz që kalon nëpër origjinën e sistemit koordinativ.
- Nëse $k > 0$, grafiku i funksionit $y = kx$ shtrihet në kuadratin e parë dhe të tretë.
- Nëse $k < 0$, grafiku i funksionit $y = kx$ shtrihet në kuadratin e dytë dhe të katërt.
- Grafiku i funksionit $y = x$ paraqet simetralen e kuadratit të parë dhe të tretë.

Ekuacioni linear $y = kx + m$.

Shembull 3 Të paraqesim grafikisht ekuacionin $y = 3x + 1$.

Formojmë tabelën:

x	-1	$-1/3$	0	$1/3$	1
$y = 3x + 1$	-2	0	1	2	4

Nga tabela vërejmë se grafiku i funksionit të dhënë kalon nëpër pikat me koordinata $(-1,-2)$, $\left(-\frac{1}{3},0\right)$, $(0,1)$, $\left(\frac{1}{3},2\right)$ dhe $(1,4)$. Në grafik, po i veçojmë vetëm pikat me koordinata $(-1,-2)$ dhe $(1,4)$.

Grafiku i funksionit $y = kx + m$

Grafiku i ekuacionit $y = kx + m$ është një drejtëz. Numri k quhet koeficient i drejtimit të drejtëzës dhe tregon se çfarë këndi mbyll drejtëza me pjesën pozitive të boshtit Ox. Numri m quhet prerja vertikale dhe tregon se në cilën pikë drejtëza e pret boshtin Oy.

168

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Paraqet grafikisht funksionin linear y = kx + m.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 4, 5, 6, 7; IV- 5; VI- 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Grafiku i funksionit y = kx + m

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Paraqet grafikisht funksionin linear;
- Ndërton grafikun e funksionit linear.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

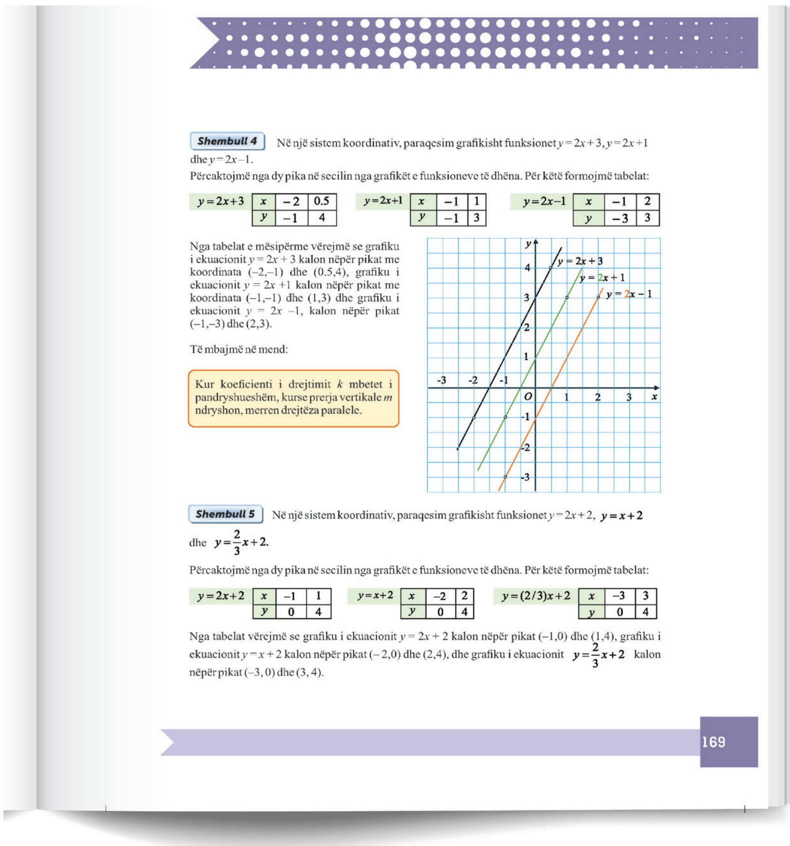
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=-14kNVtJHHI

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit pyeten: Ç'kuptojmë me konceptin funksion? Si shënohet forma e përgjithshme e ekuacionit linear me dy ndryshore? Çka paraqet grafiku i ekuacionit linear me dy ndryshore?
Nxënësve u jepen 5-7 minuta kohë dhe përgjigjet e tyre shënohen në tabelë.



Shembull 4 Në një sistem koordinativ, paraqesim grafikisht funksionet $y=2x+3$, $y=2x+1$ dhe $y=2x-1$.

Përcaktojmë nga dy pika në secilin nga grafikët e funksioneve të dhëna. Për këtë formojmë tabelat:

$y=2x+3$	x	-2	0.5
	y	-1	4

$y=2x+1$	x	-1	1
	y	-1	3

$y=2x-1$	x	-1	2
	y	-3	3

Nga tabelat e mësipërme vërejmë se grafiku i ekuacionit $y = 2x + 3$ kalon nëpër pikat me koordinata $(-2,-1)$ dhe $(0.5,4)$, grafiku i ekuacionit $y = 2x +1$ kalon nëpër pikat me koordinata $(-1,-1)$ dhe $(1,3)$ dhe grafiku i ekuacionit $y = 2x -1$, kalon nëpër pikat $(-1,-3)$ dhe $(2,3)$.

Të mbajmë në mend:

Kur koeficienti i drejtimit k mbetet i pandryshueshëm, kurse prerja vertikale m ndryshon, merren drejtëza paralele.

Shembull 5 Në një sistem koordinativ, paraqesim grafikisht funksionet $y=2x+2$, $y=x+2$ dhe $y=\frac{2}{3}x+2$.

Përcaktojmë nga dy pika në secilin nga grafikët e funksioneve të dhëna. Për këtë formojmë tabelat:

$y=2x+2$	x	-1	1
	y	0	4

$y=x+2$	x	-2	2
	y	0	4

$y=(2/3)x+2$	x	-3	3
	y	0	4

Nga tabelat vërejmë se grafiku i ekuacionit $y = 2x + 2$ kalon nëpër pikat $(-1,0)$ dhe $(1,4)$, grafiku i ekuacionit $y = x + 2$ kalon nëpër pikat $(-2,0)$ dhe $(2,4)$, dhe grafiku i ekuacionit $y=\frac{2}{3}x+2$ kalon nëpër pikat $(-3, 0)$ dhe $(3, 4)$.

169

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Shpjegim i përparuar

Mësimdhënësi në tabelë shënon ekuacionet lineare me dy ndryshore ax + by = c.
Pyeten nxënësit: Çka ndodh nëse të dyja anët e barazimit të ekuacionit pjesëtohen me numrin b?
Pas përgjigjeve dhe mendimeve të nxënësve, mësimdhënësi shkruan në tabelë ekuacionin.

$$\frac{a}{b}x+y=\frac{c}{b}$$

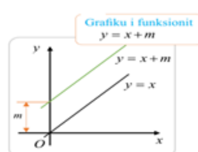
$$y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$$

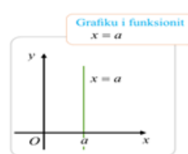
Zëvendësojmë $-\frac{a}{b}=k$ dhe $\frac{c}{b}=m$, merret ekuacioni $y=kx+m$.

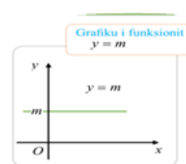
Me ekuacionin y = kx + m është përcaktuar forma e përgjithshme e funksionit linear. Është e qartë se grafiku i funksionit linear y = kx + m është një drejtëz në rrafshin koordinativ Oxy. Në vazhdim, do të shohim se numrat k, m përcaktojnë pozitën e kësaj drejtëze në raport me boshtet koordinative Ox dhe Oy.
Grafiku i funksionit y = x + m
Grafiku i funksionit y = x + m është një drejtëz paralele me simetralen e kuadratit të parë dhe të tretë.
Numri m tregon se në cilën pikë e pret kjo drejtëz boshtin Oy.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Përvijim i të menduarit







Vlerësimi i nxënësve:

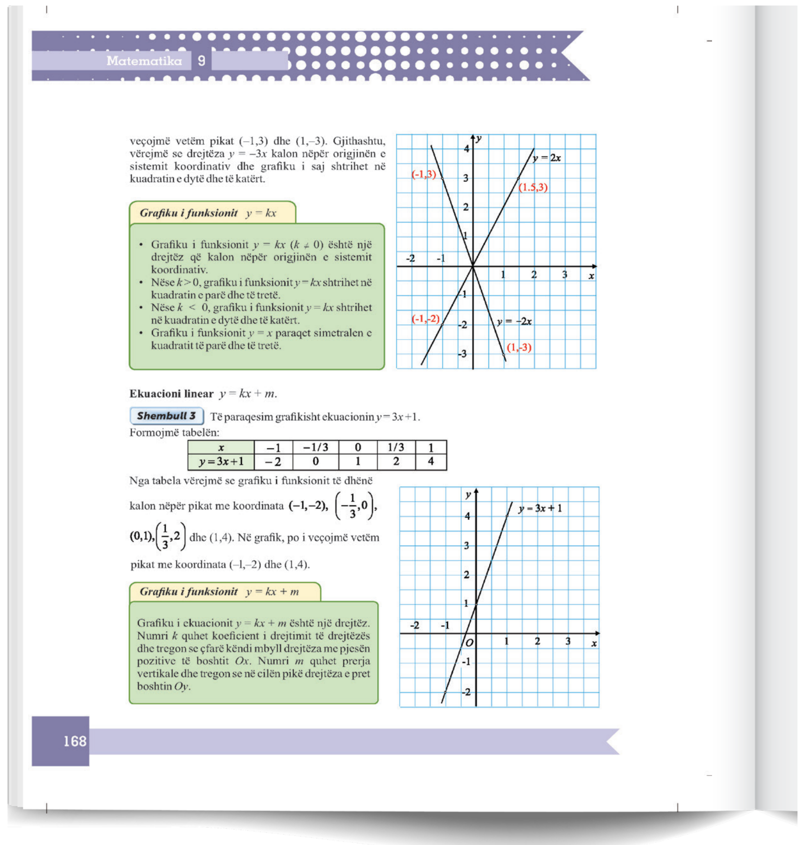
Nxënësit vlerësohen për saktësinë e paraqitjes dhe ndërtimit të grafikut të funksionit linear.

Detyrë:
(Faqe 178, detyra 4, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 114

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE



veçojmë vetëm pikat (–1,3) dhe (1,–3). Gjithashtu, vërejmë se drejtëza $y = -3x$ kalon nëpër origjinën e sistemit koordinativ dhe grafiku i saj shtrihet në kuadratin e dytë dhe të katërt.

Grafiku i funksionit $y = kx$

- Grafiku i funksionit $y = kx$ ($k \neq 0$) është një drejtëz që kalon nëpër origjinën e sistemit koordinativ.
- Nëse $k > 0$, grafiku i funksionit $y = kx$ shtrihet në kuadratin e parë dhe të tretë.
- Nëse $k < 0$, grafiku i funksionit $y = kx$ shtrihet në kuadratin e dytë dhe të katërt.
- Grafiku i funksionit $y = x$ paraqet simetralen e kuadratit të parë dhe të tretë.

Ekuacioni linear $y = kx + m$.

Shembull 3 Të paraqesim grafikisht ekuacionin $y = 3x + 1$.

Formojmë tabelën:

x	-1	$-1/3$	0	$1/3$	1
$y = 3x + 1$	-2	0	1	2	4

Nga tabela vërejmë se grafiku i funksionit të dhënë kalon nëpër pikat me koordinata $(-1,-2)$, $\left(-\frac{1}{3},0\right)$, $(0,1)$, $\left(\frac{1}{3},2\right)$ dhe $(1,4)$. Në grafik, po i veçojmë vetëm pikat me koordinata $(-1,-2)$ dhe $(1,4)$.

Grafiku i funksionit $y = kx + m$

Grafiku i ekuacionit $y = kx + m$ është një drejtëz. Numri k quhet koeficient i drejtimit të drejtëzës dhe tregon se çfarë këndi mbyll drejtëza me pjesën pozitive të boshtit Ox. Numri m quhet prerja vertikale dhe tregon se në cilën pikë drejtëza e pret boshtin Oy.

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Paraqet grafikisht funksionin linear y = kx + m.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 4, 5, 6, 7; IV- 5; VI- 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Grafiku i funksionit y = kx + m

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Paraqet grafikisht funksionin linear;
- Ndërton grafikun e funksionit linear.

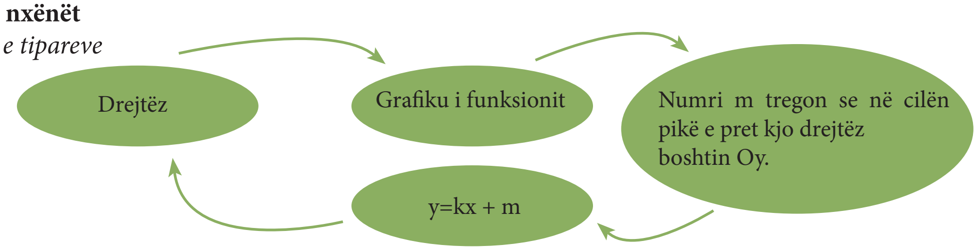
Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

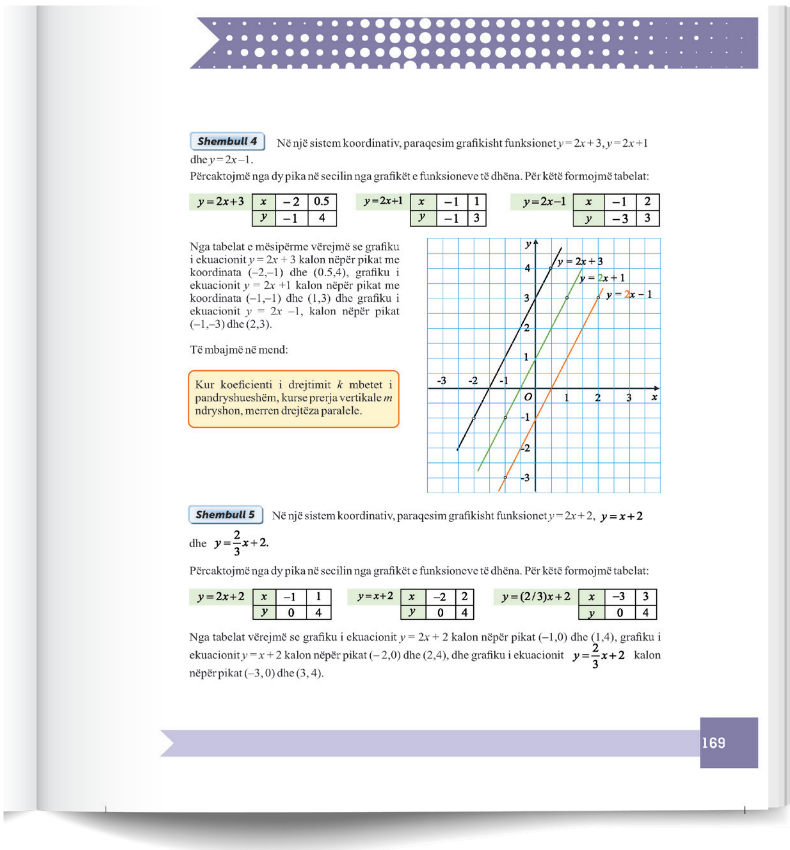
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=a1q57_zgonI https://www.youtube.com/watch?v=oZte_GEvLps

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Harta semantike e tipareve





Shembull 4 Në një sistem koordinativ, paraqesim grafikisht funksionet $y=2x+3$, $y=2x+1$ dhe $y=2x-1$.

Përcaktojmë nga dy pika në secilin nga grafikët e funksioneve të dhëna. Për këtë formojmë tabelat:

$y=2x+3$	x	-2	0.5
	y	-1	4

$y=2x+1$	x	-1	1
	y	-1	3

$y=2x-1$	x	-1	2
	y	-3	3

Nga tabelat e mësipërme vërejmë se grafiku i ekuacionit $y = 2x + 3$ kalon nëpër pikat me koordinata (–2,–1) dhe (0.5,4), grafiku i ekuacionit $y = 2x + 1$ kalon nëpër pikat me koordinata (–1,–1) dhe (1,3) dhe grafiku i ekuacionit $y = 2x - 1$, kalon nëpër pikat (–1,–3) dhe (2,3).

Të mbajmë në mend:

Kur koeficienti i drejtimit k mbetet i pandryshueshëm, kurse prerja vertikale m ndryshon, merren drejtëza paralele.

Shembull 5 Në një sistem koordinativ, paraqesim grafikisht funksionet $y=2x+2$, $y=x+2$ dhe $y=\frac{2}{3}x+2$.

Përcaktojmë nga dy pika në secilin nga grafikët e funksioneve të dhëna. Për këtë formojmë tabelat:

$y=2x+2$	x	-1	1
	y	0	4

$y=x+2$	x	-2	2
	y	0	4

$y=(2/3)x+2$	x	-3	3
	y	0	4

Nga tabelat vërejmë se grafiku i ekuacionit $y = 2x + 2$ kalon nëpër pikat (–1,0) dhe (1,4), grafiku i ekuacionit $y = x + 2$ kalon nëpër pikat (–2,0) dhe (2,4), dhe grafiku i ekuacionit $y=\frac{2}{3}x+2$ kalon nëpër pikat (–3, 0) dhe (3, 4).

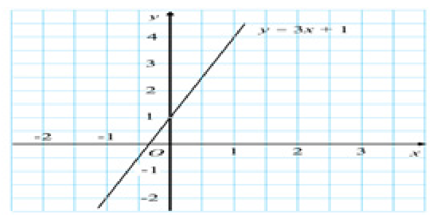
169

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i ilustruar

Gr. 1. Të paraqesim grafikisht ekuacionin y = 3 x +1.
Gr. 2. Në një sistem koordinativ, paraqesim grafikisht funksionet y = 2x + 3, y = 2x +1 dhe y = 2x –1

x	-1	$-1/3$	0	$1/3$	1
$y=3x+1$	-2	0	1	2	4

Gr. 1.



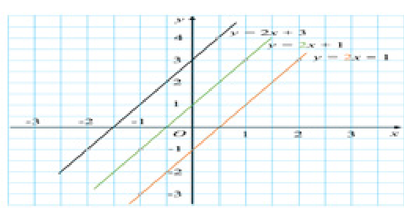
Gr. 2.

$y=2x+3$	x	-2	0.5
	y	-1	4

$y=2x+1$	x	-1	1
	y	-1	3

$y=2x-1$	x	-1	2
	y	-3	3

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Përvijim i të menduarit



Vlerësimi i nxënësve:

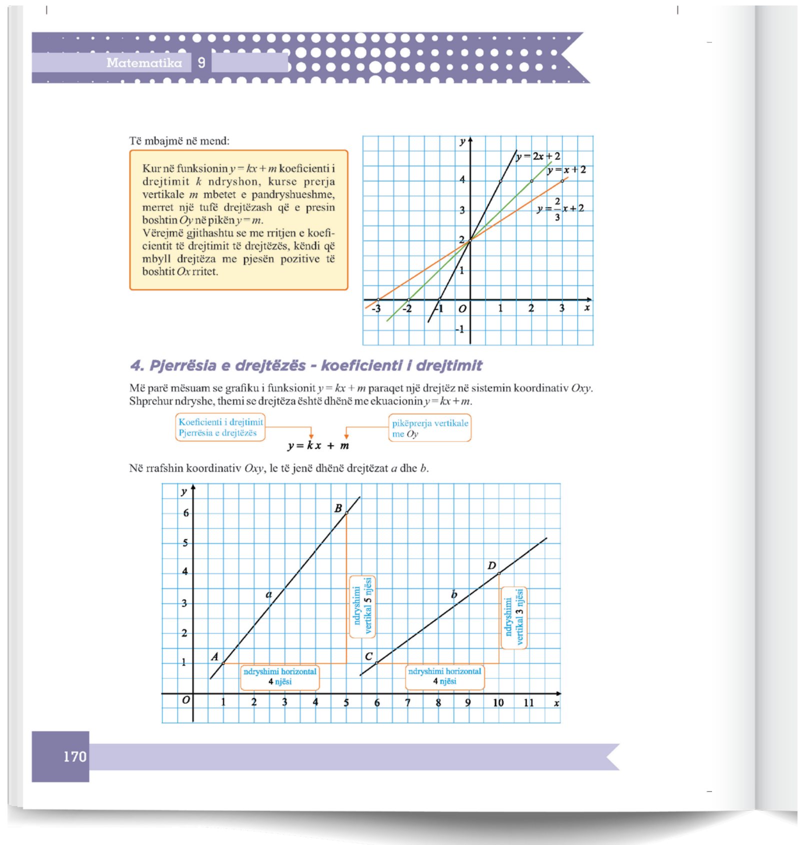
Nxënësit vlerësohen për saktësinë e paraqitjes dhe ndërtimit të grafikut të funksionit linear.

Detyrë:
(Faqe 117, detyra 8, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 115

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE



Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Përcakton pozitën e drejtëzës në lidhje me boshtet e koordinatave në varësi nga koeficienti i pjerrësisë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 4, 5, 6, 7; IV- 5; VI- 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Këndi i pjerrësisë së drejtëzës

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton koeficientin e pjerrësisë që kalon nëpër dy pika të dhëna;
- Gjen koeficientin e drejtimit të një drejtëze që kalon nëpër dy pika të dhëna.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

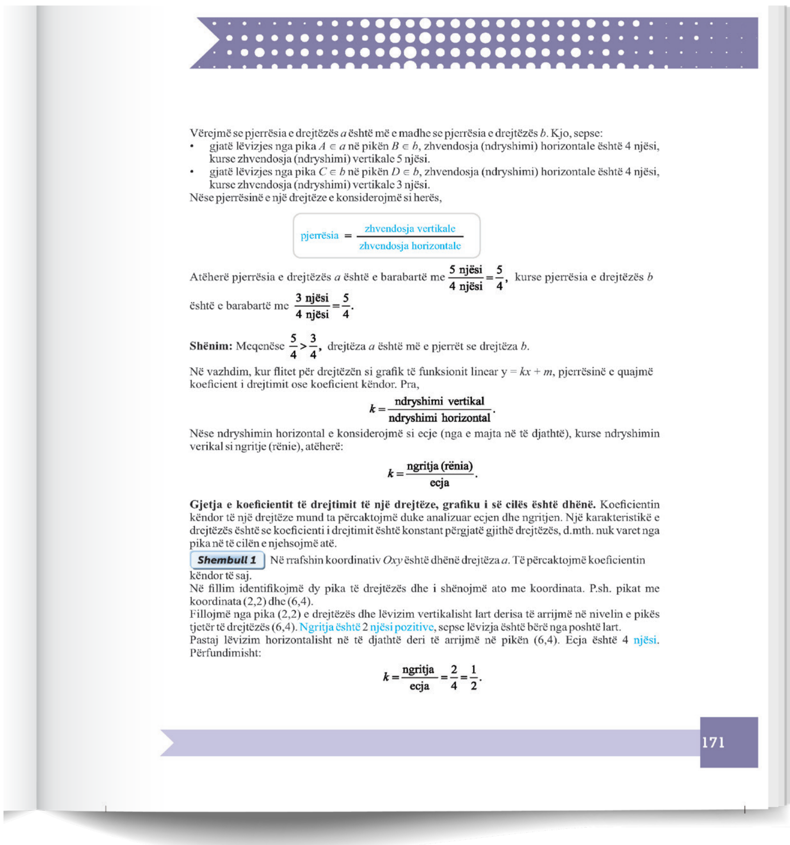
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=HjAELcFAa2A

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Si quhet trajta y = kx + m
Çka paraqet shkronja m në ekuacionin e mësipërm?
Po shkronja k çfarë paraqet?



Vërejmë se pjerrësia e drejtëzës *a* është më e madhe se pjerrësia e drejtëzës *b*. Kjo, sepse:

- gjatë lëvizjes nga pika $A \in a$ në pikën $B \in b$, zhvendosja (ndryshimi) horizontale është 4 njësi, kurse zhvendosja (ndryshimi) vertikale 5 njësi.
- gjatë lëvizjes nga pika $C \in b$ në pikën $D \in b$, zhvendosja (ndryshimi) horizontale është 4 njësi, kurse zhvendosja (ndryshimi) vertikale 3 njësi.

Nëse pjerrësinë e një drejtëze e konsiderojmë si herës,

$$\text{pjerrësia} = \frac{\text{zhvendosja vertikale}}{\text{zhvendosja horizontale}}$$

Atëherë pjerrësia e drejtëzës *a* është e barabartë me $\frac{5\text{ njësi}}{4\text{ njësi}} = \frac{5}{4}$, kurse pjerrësia e drejtëzës *b* është e barabartë me $\frac{3\text{ njësi}}{4\text{ njësi}} = \frac{5}{4}$.

Shënim: Meqenëse $\frac{5}{4} > \frac{3}{4}$, drejtëza *a* është më e pjerrët se drejtëza *b*.

Në vazhdim, kur flitet për drejtëzën si grafik të funksionit linear $y = kx + m$, pjerrësinë e quajmë koeficient i drejtimit ose koeficient këndor. Pra,

$$k = \frac{\text{ndryshimi vertikal}}{\text{ndryshimi horizontal}}.$$

Nëse ndryshimin horizontal e konsiderojmë si ecje (nga e majta në të djathtë), kurse ndryshimin verikal si ngritje (rënie), atëherë:

$$k = \frac{\text{ngritja (rënia)}}{\text{ecja}}.$$

Gjetja e koeficientit të drejtimit të një drejtëze, grafiku i së cilës është dhënë. Koeficientin këndor të një drejtëze mund ta përcaktojmë duke analizuar ecjen dhe ngritjen. Një karakteristikë e drejtëzës është se koeficienti i drejtimit është konstant përgjatë gjithë drejtëzës, d.mth. nuk varet nga pika në të cilën e njehsojmë atë.

Shembull 1 Në rrafshin koordinativ *Oxy* është dhënë drejtëza *a*. Të përcaktojmë koeficientin këndor të saj.

Në fillim identifikojmë dy pika të drejtëzës dhe i shënojmë ato me koordinata. P.sh. pikat me koordinata (2,2) dhe (6,4).

Fillojmë nga pika (2,2) e drejtëzës dhe lëvizim vertikalisht lart derisa të arrijmë në nivelin e pikës tjetër të drejtëzës (6,4). Ngritja është 2 njësi pozitive, sepse lëvizja është bërë nga poshtë lart.

Pastaj lëvizim horizontalisht në të djathtë deri të arrijmë në pikën (6,4). Ecja është 4 njësi. Përfundimisht:

$$k = \frac{\text{ngritja}}{\text{ecja}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

171

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Marrëdhëniet pyetje-përgjigje

Mësimdhënësi shkruan në tabelë ekuacionin:

$$y = k\,x + m$$

Koeficienti i drejtimit
Pjerrësia e drejtëzës

pikëprerja vertikale me *Oy*

Në rrafshin koordinativ *Oxy*, le të jenë dhënë drejtëzat *a* dhe *b*.

Disa nga pyetjet për grafikun:

Çka po vëreni për pjerrësinë e drejtëzës dhe si po bëhet zhvendosja?

Pas përgjigjeve mësimdhënësi tregon saktë.

Vërejmë se pjerrësia e drejtëzës a është më e madhe se pjerrësia e drejtëzës b.

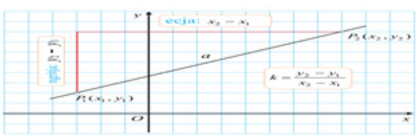
$$\text{pjerrësia} = \frac{\text{zhvendosja vertikale}}{\text{zhvendosja horizontale}} \qquad k = \frac{\text{ndryshimi vertikal}}{\text{ndryshimi horizontal}}.$$

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Veprimtari zbatuese

Koeficienti këndor (koeficienti i drejtimit) i drejtëzës paraqet herësin e ngritjes (uljes) dhe ecjes, dmth.: $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Drejtëzat paralele kanë koeficient të barabartë këndor.



Vlerësimi i nxënësve:

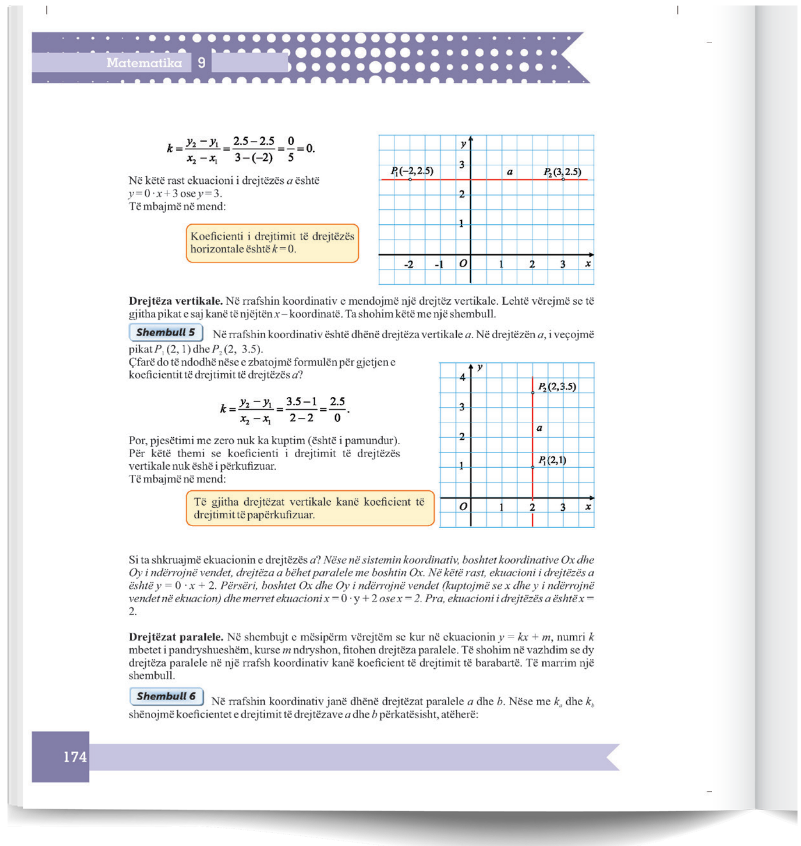
Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përcaktimit dhe gjetjes së koeficientit të pjerrësisë që kalon nëpër dy pika të dhëna.

Detyrë:

(Faqe 173, shembulli 2 dhe 3, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 116



$$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2.5-2.5}{3-(-2)}=\frac{0}{5}=0.$$

Në këtë rast ekuacioni i drejtëzës *a* është $y=0\cdot x+3$ ose $y=3$.
Të mbajmë në mend:

Koeficienti i drejtimit të drejtëzës horizontale është $k=0$.

Drejtëza vertikale. Në rrafshin koordinativ e mendojmë një drejtëz vertikale. Lehtë vërejmë se të gjitha pikat e saj kanë të njëjtën *x* – koordinatë. Ta shohim këtë me një shembull.

Shembull 5 Në rrafshin koordinativ është dhënë drejtëza vertikale *a*. Në drejtëzën *a*, i veçojmë pikat $P_1(2, 1)$ dhe $P_2(2,\ 3.5)$.
Çfarë do të ndodhë nëse e zbatojmë formulën për gjetjen e koeficientit të drejtimit të drejtëzës *a*?

$$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3.5-1}{2-2}=\frac{2.5}{0}.$$

Por, pjesëtimi me zero nuk ka kuptim (është i pamundur). Për këtë themi se koeficienti i drejtimit të drejtëzës vertikale nuk ëshë i përkufizuar.
Të mbajmë në mend:

Të gjitha drejtëzat vertikale kanë koeficient të drejtimit të papërkufizuar.

Si ta shkruajmë ekuacionin e drejtëzës *a*? *Nëse në sistemin koordinativ, boshtet koordinative Ox dhe Oy i ndërrojnë vendet, drejtëza a bëhet paralele me boshtin Ox. Në këtë rast, ekuacioni i drejtëzës a është* $y=0\cdot x+2$. *Përsëri, boshtet Ox dhe Oy i ndërrojnë vendet (kuptojmë se x dhe y i ndërrojnë vendet në ekuacion) dhe merret ekuacioni* $x=0\cdot y+2$ *ose* $x=2$. *Pra, ekuacioni i drejtëzës a është* $x=2$.

Drejtëzat paralele. Në shembujt e mësipërm vërejtëm se kur në ekuacionin $y=kx+m$, numri *k* mbetet i pandryshueshëm, kurse *m* ndryshon, fitohen drejtëza paralele. Të shohim në vazhdim se dy drejtëza paralele në një rrafsh koordinativ kanë koeficient të drejtimit të barabartë. Të marrim një shembull.

Shembull 6 Në rrafshin koordinativ janë dhënë drejtëzat paralele *a* dhe *b*. Nëse me k_a dhe k_b shënojmë koeficientet e drejtimit të drejtëzave *a* dhe *b* përkatësisht, atëherë:

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Përcakton pozitën e drejtëzës në lidhje me boshtet e koordinatave në varësi nga koeficienti i pjerrësisë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 4, 5, 6, 7; IV- 5; VI- 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Këndi i pjerrësisë së drejtëzës

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Njehson koeficientin e pjerrësisë që kalon nëpër dy pika të dhëna;
- Përdor formula për koeficientin e drejtimit të një drejtëze.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

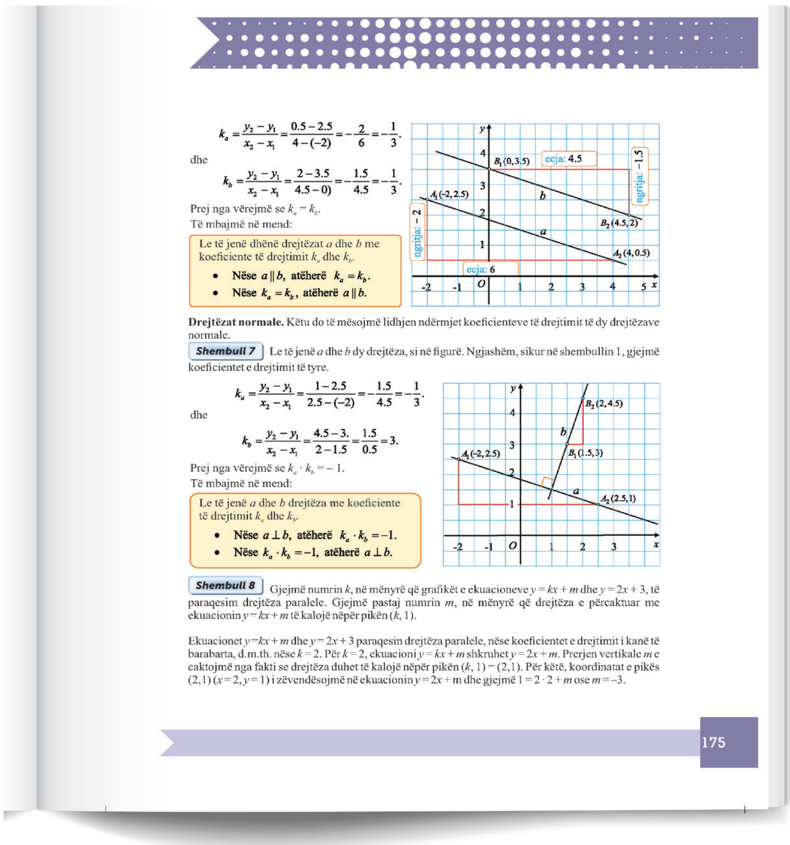
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=HjAELcFAa2A https://www.youtube.com/watch?v=-zapSJMKWic

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Veprimtari e të nxënit në grupe

Mësimdhënësi/ja jep sqarime rreth aktiviteteve që do të zhvillojnë nxënësit gjatë orës mësimore:
Do të ndahen në grupe me nga katër veta.
Secili grup e ka detyrën e veçantë.
Anëtarët e grupit punojnë së bashku.
Puna në grup prezantohet nga një përfaqësues i grupit përmes një organizuesi grafik.



$$k_a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0.5 - 2.5}{4 - (-2)} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}.$$

dhe

$$k_b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 3.5}{4.5 - 0)} = -\frac{1.5}{4.5} = -\frac{1}{3}.$$

Prej nga vërejmë se $k_a = k_b$.

Të mbajmë në mend:

Le të jenë dhënë drejtëzat a dhe b me koeficiente të drejtimit k_a dhe k_b.

- **Nëse $a \parallel b$, atëherë $k_a = k_b$.**
- **Nëse $k_a = k_b$, atëherë $a \parallel b$.**

Drejtëzat normale. Këtu do të mësojmë lidhjen ndërmjet koeficienteve të drejtimit të dy drejtëzave normale.

Shembull 7 Le të jenë a dhe b dy drejtëza, si në figurë. Ngjashëm, sikur në shembullin 1, gjejmë koeficientet e drejtimit të tyre.

$$k_a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 2.5}{2.5 - (-2)} = -\frac{1.5}{4.5} = -\frac{1}{3}.$$

dhe

$$k_b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4.5 - 3.}{2 - 1.5} = \frac{1.5}{0.5} = 3.$$

Prej nga vërejmë se $k_a \cdot k_b = -1$.

Të mbajmë në mend:

Le të jenë a dhe b drejtëza me koeficiente të drejtimit k_a dhe k_b.

- **Nëse $a \perp b$, atëherë $k_a \cdot k_b = -1$.**
- **Nëse $k_a \cdot k_b = -1$, atëherë $a \perp b$.**

Shembull 8 Gjejmë numrin k, në mënyrë që grafikët e ekuacioneve $y = kx + m$ dhe $y = 2x + 3$, të paraqesim drejtëza paralele. Gjejmë pastaj numrin m, në mënyrë që drejtëza e përcaktuar me ekuacionin $y = kx + m$ të kalojë nëpër pikën $(k, 1)$.

Ekuacionet $y = kx + m$ dhe $y = 2x + 3$ paraqesin drejtëza paralele, nëse koeficientet e drejtimit i kanë të barabarta, d.m.th. nëse $k = 2$. Për $k = 2$, ekuacioni $y = kx + m$ shkruhet $y = 2x + m$. Prerjen vertikale m e caktojmë nga fakti se drejtëza duhet të kalojë nëpër pikën $(k, 1) = (2,1)$. Për këtë, koordinatat e pikës $(2,1)$ $(x = 2, y = 1)$ i zëvendësojmë në ekuacionin $y = 2x + m$ dhe gjejmë $1 = 2 \cdot 2 + m$ ose $m = -3$.

175

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Të nxënët në bashkëpunim

Formohen grupet me nga katër anëtarë, secili grup vendos karakteristikat themelore të temës që dinë në formë të koncepteve në një organizues grafik, në fletën A1 (flipçart).

Grupi 1: Të gjejmë koeficientin e drejtimit të drejtëzës që kalon nëpër pikat P (–2, 2) dhe P (4, –2).

Grupi 2: Të gjejmë koeficientin e drejtimit të drejtëzës, e cila kalon nëpër pikat me koordinata (4, 2) dhe (5, 5). Tregojmë se koeficienti i drejtimit nuk varet nga ajo se cilën pikë e marrim si të parë e cilën si të dytë.

Grupi 3: Në rrafshin koordinativ është dhënë drejtëza vertikale a. Në drejtëzën a, i veçojmë pikat P (2, 1) dhe P (2, 3. 5).

Grupi 4: Le të jenë a dhe b dy drejtëza, si në figurë. Ngjashëm, sikur në shembullin 1, gjejmë koeficientet e drejtimit të tyre.

Nxënësit punojnë së bashku brenda grupit, ata mund të japin mendimet e tyre, megjithëse do t'i ndajnë disa role. Psh., udhëheqësi/ja i bisedës, shkruesi/ja, kujdestari/ja i kohëzgjatjes së të folurit dhe kohës së aktivitetit, kujdestari/ja i rregullave.

Pas përfundimit të detyrës një përfaqësues i grupit prezanton punën para tërë klasës.

Nxënësit bëjnë pyetje dhe japin komente për temën e prezantuar.

Përgjigjet prezantuesi apo ndonjëri nga grupi i tij.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Turi i galerisë

Grupet i vendosin punimet në mur.

Mësimdhënësi/ja u jep leje nxënësve që t'i shikojnë ato, të diskutojnë dhe të shkruajnë komente.

Në fund grupet i marrin punimet e tyre, i krahasojnë me ato të grupeve të tjera dhe i lexojnë komentet e marra etj.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e njehsimit dhe përdorimit të formulave për koeficientin e pjerrësisë që kalon nëpër dy pika të dhëna.

Detyrë:

(Faqe 175, 176, shembulli 8, 9, 10, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 117

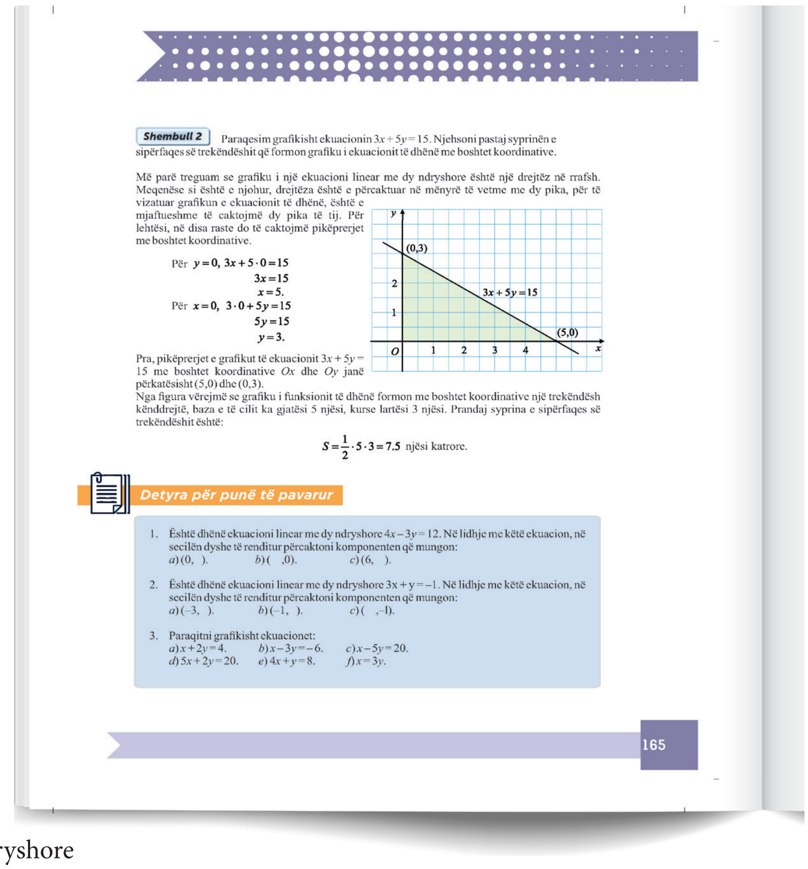
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Përcakton kur një dyshe e renditur është zgjidhje e sistemit.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 4, 5, 6, 7; IV- 5; VI- 5

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2



Shembull 2 Paraqesim grafikisht ekuacionin $3x+5y=15$. Njehsoni pastaj syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit që formon grafiku i ekuacionit të dhënë me boshtet koordinative.

Më parë treguam se grafiku i një ekuacioni linear me dy ndryshore është një drejtëz në rrafsh. Meqenëse si është e njohur, drejtëza është e përcaktuar në mënyrë të vetme me dy pika, për të vizatuar grafikun e ekuacionit të dhënë, është e mjaftueshme të caktojmë dy pika të tij. Për lehtësi, në disa raste do të caktojmë pikëprerjet me boshtet koordinative.

Për $y=0$, $3x+5\cdot 0=15$
$3x=15$
$x=5.$
Për $x=0$, $3\cdot 0+5y=15$
$5y=15$
$y=3.$

Pra, pikëprerjet e grafikut të ekuacionit $3x+5y=15$ me boshtet koordinative Ox dhe Oy janë përkatësisht (5,0) dhe (0,3).
Nga figura vërejmë se grafiku i funksionit të dhënë formon me boshtet koordinative një trekëndësh kënddrejtë, baza e të cilit ka gjatësi 5 njësi, kurse lartësi 3 njësi. Prandaj syprina e sipërfaqes së trekëndëshit është:

$$S=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 3=7.5 \text{ njësi katrore.}$$

Detyra për punë të pavarur

1. Është dhënë ekuacioni linear me dy ndryshore $4x-3y=12$. Në lidhje me këtë ekuacion, në secilën dyshe të renditur përcaktoni komponenten që mungon:
   a) (0,). b) (,0). c) (6,).
2. Është dhënë ekuacioni linear me dy ndryshore $3x+y=-1$. Në lidhje me këtë ekuacion, në secilën dyshe të renditur përcaktoni komponenten që mungon:
   a) (–3,). b) (–1,). c) (,–1).
3. Paraqitni grafikisht ekuacionet:
   a) $x+2y=4$. b) $x-3y=-6$. c) $x-5y=20$.
   d) $5x+2y=20$. e) $4x+y=8$. f) $x=3y$.

165

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Shpjegon çiftin e renditur - zgjidhje të ekuacioneve;
- Identifikon komponentin që mungon në çiftin e renditur.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

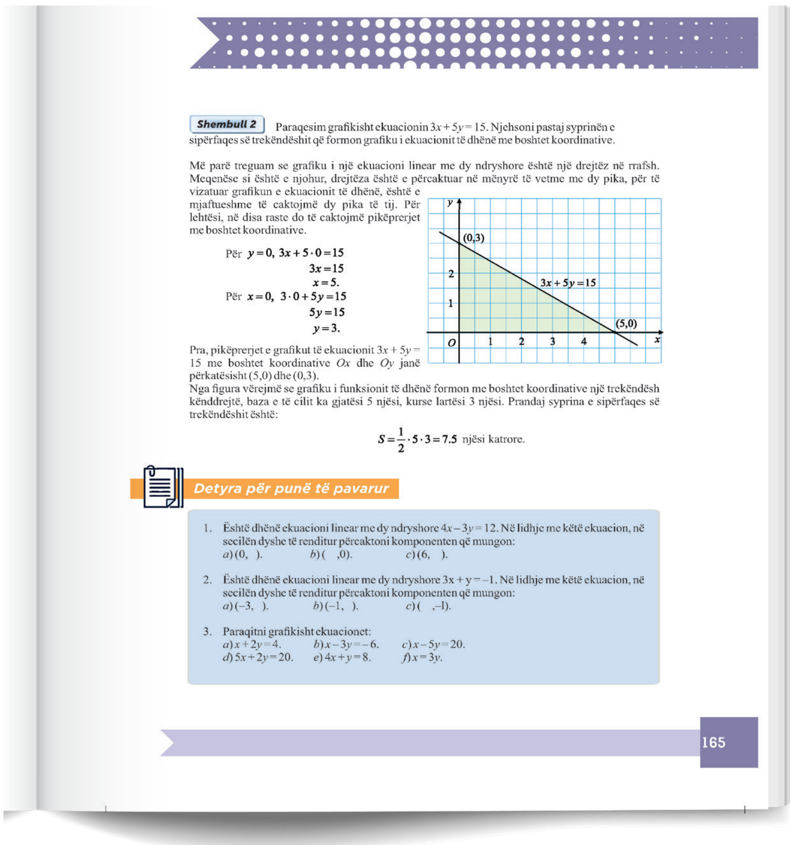
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, veglat gjeometrike, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=tlnfWQmD2-c

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Kërkohet nga nxënësit që të mendojnë dhe të japin idetë e tyre në mënyrë individuale për pyetjen: Çfarë mendoni se dini për ekuacionet lineare me dy ndryshore?
Përgjigjet e nxënësve shënohen në tabelë, p.sh. ax + by = c ku a, b, c janë numra realë dhe a, b ≠ 0. Grafiku i ekuacionit linear ax + by = c është një drejtëz në rrafsh. Çifti i renditur (x, y) - zgjidhje e ekuacionit.



Shembull 2 Paraqesim grafikisht ekuacionin $3x+5y=15$. Njehsoni pastaj syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit që formon grafiku i ekuacionit të dhënë me boshtet koordinative.

Më parë treguam se grafiku i një ekuacioni linear me dy ndryshore është një drejtëz në rrafsh. Meqenëse si është e njohur, drejtëza është e përcaktuar në mënyrë të vetme me dy pika, për të vizatuar grafikun e ekuacionit të dhënë, është e mjaftueshme të caktojmë dy pika të tij. Për lehtësi, në disa raste do të caktojmë pikëprerjet me boshtet koordinative.

Për $y=0,\ 3x+5\cdot 0=15$

$3x=15$

$x=5.$

Për $x=0,\ 3\cdot 0+5y=15$

$5y=15$

$y=3.$

Pra, pikëprerjet e grafikut të ekuacionit $3x+5y=15$ me boshtet koordinative Ox dhe Oy janë përkatësisht (5,0) dhe (0,3).

Nga figura vërejmë se grafiku i funksionit të dhënë formon me boshtet koordinative një trekëndësh kënddrejtë, baza e të cilit ka gjatësi 5 njësi, kurse lartësi 3 njësi. Prandaj syprina e sipërfaqes së trekëndëshit është:

$$S=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 3=7.5 \text{ njësi katrore.}$$

Detyra për punë të pavarur

1. Është dhënë ekuacioni linear me dy ndryshore $4x-3y=12$. Në lidhje me këtë ekuacion, në secilën dyshe të renditur përcaktoni komponenten që mungon:
   a) (0,). *b*) (,0). *c*) (6,).
2. Është dhënë ekuacioni linear me dy ndryshore $3x+y=-1$. Në lidhje me këtë ekuacion, në secilën dyshe të renditur përcaktoni komponenten që mungon:
   a) (–3,). *b*) (–1,). *c*) (,–1).
3. Paraqitni grafikisht ekuacionet:
   a) $x+2y=4$. *b*) $x-3y=-6$. *c*) $x-5y=20$.
   d) $5x+2y=20$. *e*) $4x+y=8$. *f*) $x=3y$.

165

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Ditari dypjesësh

Nxënësit lexojnë njësinë mësimore, përkatësisht detyrën e dhënë dhe mbajnë shënime në fletën të cilën e kanë ndarë me një vijë vertikale në dy pjesë. Në të majtë të faqes shkruajnë ndonjë imazh apo citat nga teksti (pjesë që u bën përshtypje), ndërsa në anën e djathtë duhet të shkruhen komentet/zgjidhja e detyrës.

Pas mbarimit kërkohen vullnetarë që të japin komentet e tyre. Bëhen pyetje rreth komenteve dhe diskutohen edhe me nxënësit e tjerë.

Detyra	Zgjidhja
Është dhënë ekuacioni linear me dy ndryshore 4x – 3y = 12. Në lidhje me këtë ekuacion, në secilën dyshe të renditur përcaktoni komponentin që mungon: a) (0,). b) (, 0). c) (6,).	4x – 3y = 12, x=0 4 ·0-3y=12 -3y = 12 y = -4. Pra, dyshja e renditur është (0, -4).

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Turi i galerisë

Me zgjidhjen e detyrave vazhdohet edhe në këtë fazë të orës, për shkak të minutave të orës dhe sasisë së detyrave.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e shpjegimit dhe identifikimit të çiftit të renditur - zgjidhje të ekuacioneve.

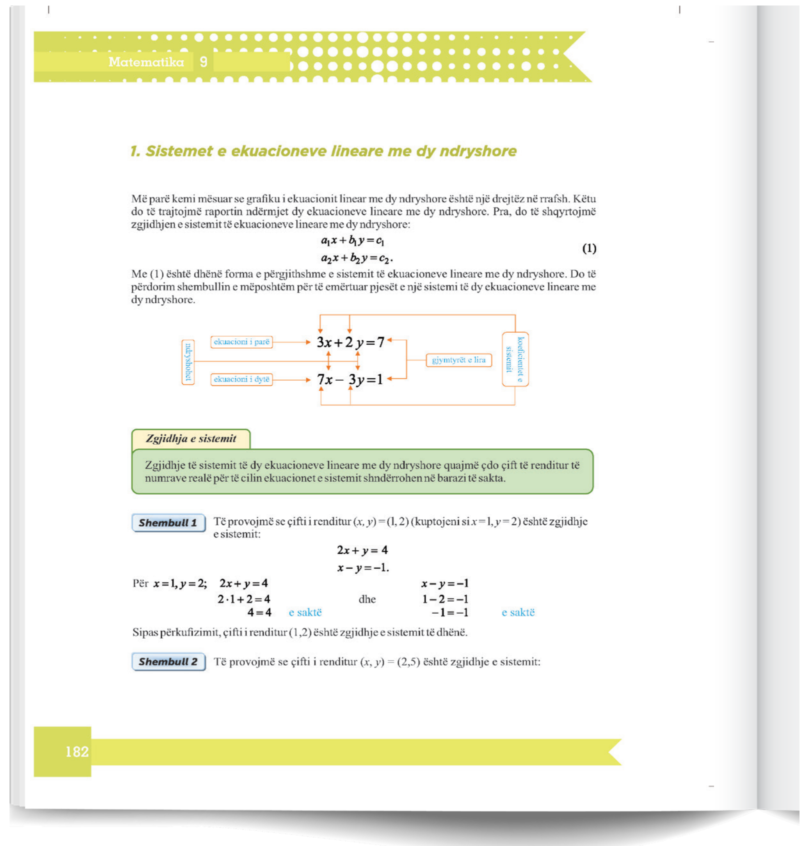
Detyrë:

(Faqe 164, 165, lexoni dhe ushtroni shembujt e dhënë në librin bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 118

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE


Matematika 9

1. Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Më parë kemi mësuar se grafiku i ekuacionit linear me dy ndryshore është një drejtëz në rrafsh. Këtu do të trajtojmë raportin ndërmjet dy ekuacioneve lineare me dy ndryshore. Pra, do të shqyrtojmë zgjidhjen e sistemit të ekuacioneve lineare me dy ndryshore:

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ a_2x + b_2y &= c_2. \end{aligned} \qquad (1)$$

Me (1) është dhënë forma e përgjithshme e sistemit të ekuacioneve lineare me dy ndryshore. Do të përdorim shembullin e mëposhtëm për të emërtuar pjesët e një sistemi të dy ekuacioneve lineare me dy ndryshore.

ndryshohet
ekuacioni i parë → $3x + 2y = 7$
ekuacioni i dytë → $7x - 3y = 1$
gjymtyrët e lira
koeficientet e sistemit

Zgjidhja e sistemit

Zgjidhje të sistemit të dy ekuacioneve lineare me dy ndryshore quajmë çdo çift të renditur të numrave realë për të cilin ekuacionet e sistemit shndërrohen në barazi të sakta.

Shembull 1 Të provojmë se çifti i renditur $(x, y) = (1, 2)$ (kuptojeni si $x = 1, y = 2$) është zgjidhje e sistemit:

$$\begin{aligned} 2x + y &= 4 \\ x - y &= -1. \end{aligned}$$

Për $x = 1, y = 2$; $2x + y = 4$, $2 \cdot 1 + 2 = 4$, $4 = 4$ e saktë dhe $x - y = -1$, $1 - 2 = -1$, $-1 = -1$ e saktë

Sipas përkufizimit, çifti i renditur (1,2) është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Shembull 2 Të provojmë se çifti i renditur $(x, y) = (2,5)$ është zgjidhje e sistemit:

182

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Përcakton kur një dyshe e renditur është zgjidhje e sistemit.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4.1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton kur një dyshe e renditur është zgjidhje e sistemit;
- Jep shembuj se kur një dyshe e renditur është zgjidhje e sistemit.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

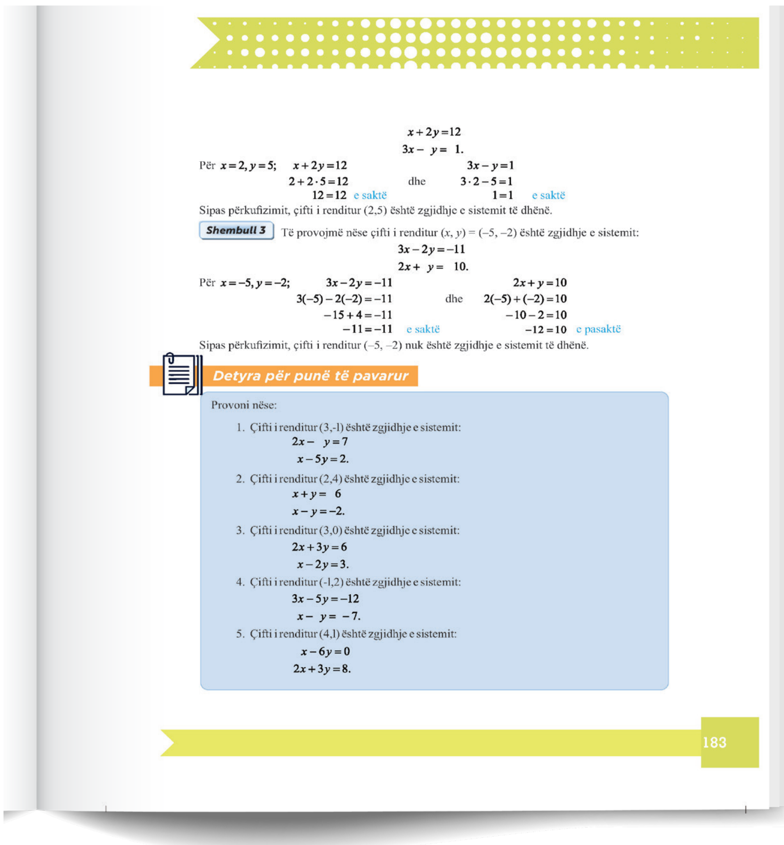
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, veglat gjeometrike, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=Y-LqOedPIBg

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit pyeten: Si shënohet ekuacioni linear me dy ndryshore? Çfarë është grafiku i këtij ekuacioni? Çka paraqet koeficienti i parë dhe çka i dyti në dyshen e renditur?
Nxënësve u jepen 5-7 minuta kohë dhe përgjigjet e tyre shënohen në tabelë.



$$x + 2y = 12$$
$$3x - y = 1.$$

Për $x = 2, y = 5;$ $\quad x + 2y = 12 \quad$ dhe $\quad 3x - y = 1$

$2 + 2 \cdot 5 = 12 \qquad 3 \cdot 2 - 5 = 1$

$12 = 12$ e saktë $\qquad 1 = 1$ e saktë

Sipas përkufizimit, çifti i renditur (2,5) është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Shembull 3 Të provojmë nëse çifti i renditur $(x, y) = (-5, -2)$ është zgjidhje e sistemit:

$$3x - 2y = -11$$
$$2x + y = 10.$$

Për $x = -5, y = -2;$ $\quad 3x - 2y = -11 \quad$ dhe $\quad 2x + y = 10$

$3(-5) - 2(-2) = -11 \qquad 2(-5) + (-2) = 10$

$-15 + 4 = -11 \qquad -10 - 2 = 10$

$-11 = -11$ e saktë $\qquad -12 = 10$ e pasaktë

Sipas përkufizimit, çifti i renditur (–5, –2) nuk është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Detyra për punë të pavarur

Provoni nëse:

1. Çifti i renditur (3,-1) është zgjidhje e sistemit:
   $2x - y = 7$
   $x - 5y = 2.$
2. Çifti i renditur (2,4) është zgjidhje e sistemit:
   $x + y = 6$
   $x - y = -2.$
3. Çifti i renditur (3,0) është zgjidhje e sistemit:
   $2x + 3y = 6$
   $x - 2y = 3.$
4. Çifti i renditur (-1,2) është zgjidhje e sistemit:
   $3x - 5y = -12$
   $x - y = -7.$
5. Çifti i renditur (4,1) është zgjidhje e sistemit:
   $x - 6y = 0$
   $2x + 3y = 8.$

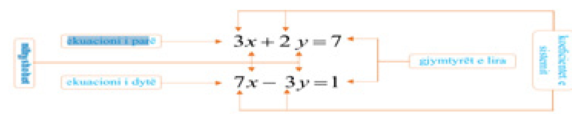
183

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i demonstruar

Mësimdhënësi/ja shpjegon se këtu do të trajtohet raporti ndërmjet dy ekuacioneve lineare me dy ndryshore. Pra, do të shqyrtohet zgjidhja e sistemit të ekuacioneve lineare me dy ndryshore:

$$a_1 x + b_1 y = c_1$$
$$a_2 x + b_2 y = c_2 .$$

Emërtimi i pjesëve të një sistemi të dy ekuacioneve lineare me dy ndryshore.



Zgjidhje të sistemit të dy ekuacioneve lineare me dy ndryshore quajmë çdo çift të renditur të numrave realë, për të cilin ekuacionet e sistemit shndërrohen në barazi të sakta.

Sh. 1. Të provojmë se çifti i renditur (x, y) = (l, 2) (kuptojeni si x = l, y = 2) është zgjidhje e sistemit:

$$2x + y = 4$$
$$x - y = -1.$$

Për $x = 1, y = 2;$ $\quad 2x + y = 4 \quad$ dhe $\quad x - y = -1$

$2 \cdot 1 + 2 = 4 \qquad 1 - 2 = -1$

$4 = 4$ e saktë $\qquad -1 = -1$ e saktë

Sipas përkufizimit, çifti i renditur (1,2) është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Veprimtari zbatuese në grupe

Sh. 2. Tregoni se çifti i renditur (x, y) = (2, 5) është zgjidhje e sistemit: x + 2y =12 3x – y = 1

Për $x = 2, y = 5;$ $\quad x + 2y = 12 \quad$ dhe $\quad 3x - y = 1$

$2 + 2 \cdot 5 = 12 \qquad 3 \cdot 2 - 5 = 1$

$12 = 12$ e saktë $\qquad 1 = 1$ e saktë

Sipas përkufizimit, çifti i renditur (2,5) është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përcaktimit dhe japin shembuj se kur një dyshe e renditur është zgjidhje e sistemit.

Detyrë:
(Faqe 183, detyra 1, 2, 3, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 119

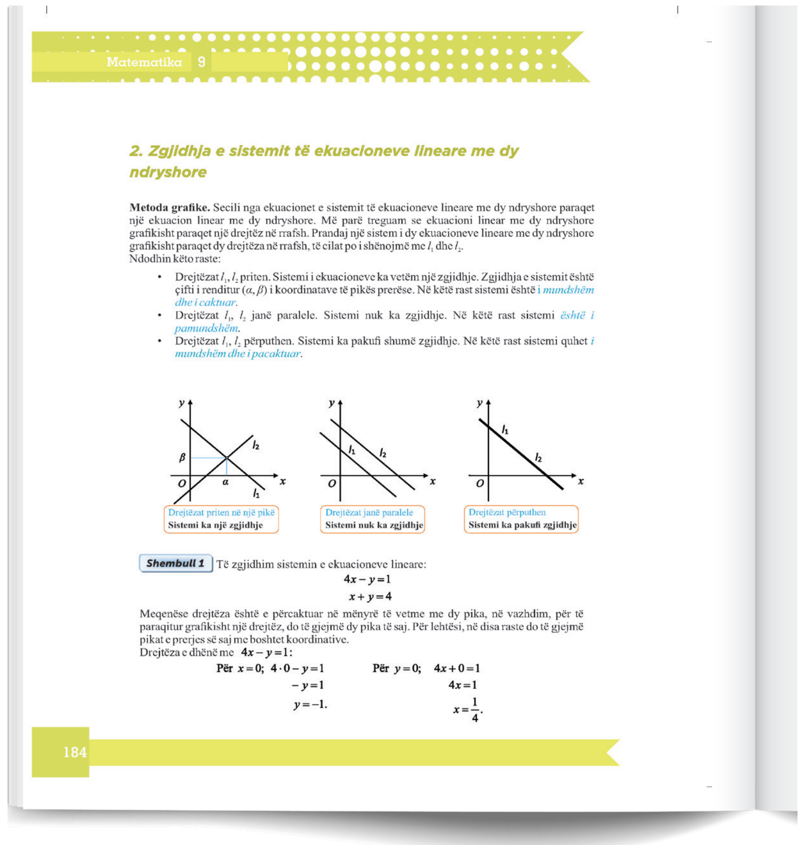
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me metodën grafike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3.7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9

2. Zgjidhja e sistemit të ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Metoda grafike. Secili nga ekuacionet e sistemit të ekuacioneve lineare me dy ndryshore paraqet një ekuacion linear me dy ndryshore. Më parë treguam se ekuacioni linear me dy ndryshore grafikisht paraqet një drejtëz në rrafsh. Prandaj një sistem i dy ekuacioneve lineare me dy ndryshore grafikisht paraqet dy drejtëza në rrafsh, të cilat po i shënojmë me l_1 dhe l_2.
Ndodhin këto raste:

- Drejtëzat l_1, l_2 priten. Sistemi i ekuacioneve ka vetëm një zgjidhje. Zgjidhja e sistemit është çifti i renditur (α, β) i koordinatave të pikës prerëse. Në këtë rast sistemi është *i mundshëm dhe i caktuar*.
- Drejtëzat l_1, l_2 janë paralele. Sistemi nuk ka zgjidhje. Në këtë rast sistemi *është i pamundshëm*.
- Drejtëzat l_1, l_2 përputhen. Sistemi ka pakufi shumë zgjidhje. Në këtë rast sistemi quhet *i mundshëm dhe i pacaktuar*.

Drejtëzat priten në një pikë
Sistemi ka një zgjidhje

Drejtëzat janë paralele
Sistemi nuk ka zgjidhje

Drejtëzat përputhen
Sistemi ka pakufi zgjidhje

Shembull 1 Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:

$$4x - y = 1$$
$$x + y = 4$$

Meqenëse drejtëza është e përcaktuar në mënyrë të vetme me dy pika, në vazhdim, për të paraqitur grafikisht një drejtëz, do të gjejmë dy pika të saj. Për lehtësi, në disa raste do të gjejmë pikat e prerjes së saj me boshtet koordinative.
Drejtëza e dhënë me $4x - y = 1$:

Për $x = 0$; $4 \cdot 0 - y = 1$, $-y = 1$, $y = -1$.

Për $y = 0$; $4x + 0 = 1$, $4x = 1$, $x = \frac{1}{4}$.

184

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zgjidhja e sistemit të ekuacioneve lineare me dy të panjohura me metodën grafike

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me dy të panjohura me metodën grafike;
- Ilustron zgjidhjen e sistemit të ekuacioneve lineare me dy të panjohura me metodën grafike.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

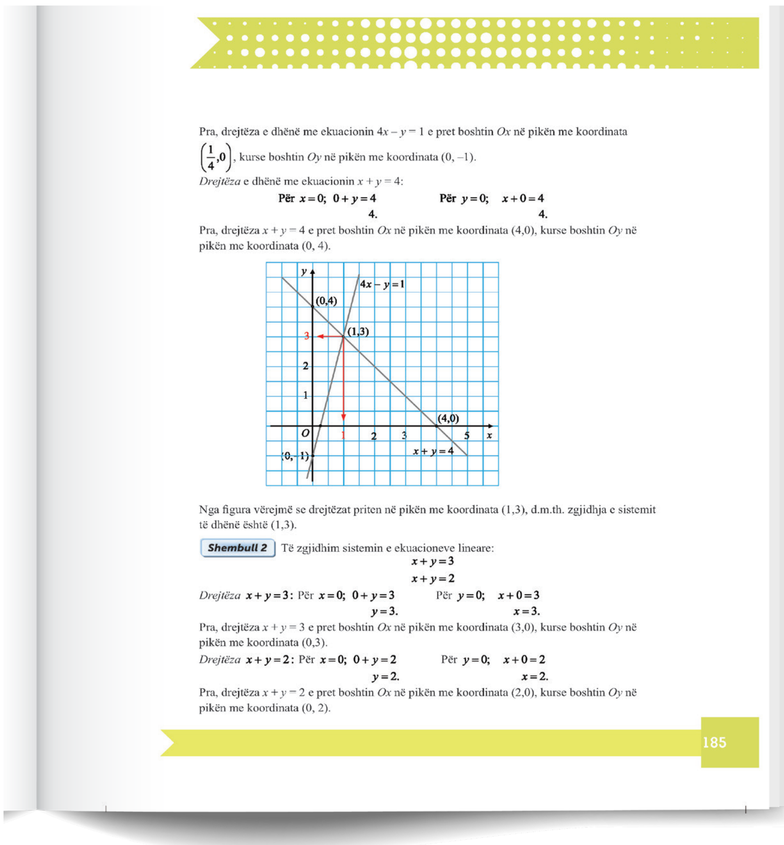
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, veglat gjeometrike, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=qImd9f-qdns

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Kërkohet nga nxënësit që të mendojnë dhe të japin idetë e tyre në mënyrë individuale për pyetjen: Çfarë mendoni se dini për sistemin e ekuacioneve me dy të panjohura?
Atyre u jepen 5 minuta kohë për të dhënë përgjigjet.



Pra, drejtëza e dhënë me ekuacionin $4x - y = 1$ e pret boshtin Ox në pikën me koordinata $\left(\frac{1}{4},0\right)$, kurse boshtin Oy në pikën me koordinata $(0, -1)$.

Drejtëza e dhënë me ekuacionin $x + y = 4$:

Për $x=0;\ 0+y=4$ $\quad$ **Për** $y=0;\ x+0=4$

4. $\quad$ 4.

Pra, drejtëza $x + y = 4$ e pret boshtin Ox në pikën me koordinata (4,0), kurse boshtin Oy në pikën me koordinata (0, 4).

Nga figura vërejmë se drejtëzat priten në pikën me koordinata (1,3), d.m.th. zgjidhja e sistemit të dhënë është (1,3).

Shembull 2 Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:

$$x+y=3$$
$$x+y=2$$

Drejtëza $x+y=3$: Për $x=0;\ 0+y=3$, $y=3$. $\quad$ Për $y=0;\ x+0=3$, $x=3$.

Pra, drejtëza $x + y = 3$ e pret boshtin Ox në pikën me koordinata (3,0), kurse boshtin Oy në pikën me koordinata (0,3).

Drejtëza $x+y=2$: Për $x=0;\ 0+y=2$, $y=2$. $\quad$ Për $y=0;\ x+0=2$, $x=2$.

Pra, drejtëza $x + y = 2$ e pret boshtin Ox në pikën me koordinata (2,0), kurse boshtin Oy në pikën me koordinata (0, 2).

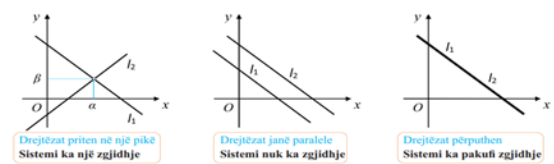
185

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Shqyrtim i përbashkët

Nxënësve u kërkohet të hapin librat, të lexojnë analizojnë dhe vizatojnë tri rastet e drejtëzave në sistemin koordinativ. Parashtrohen pyetjet: Ekuacioni linear me dy ndryshore grafikisht sa drejtëza paraqet në rrafsh? Po sistemi i dy ekuacioneve lineare me dy ndryshore grafikisht sa drejtëza paraqet në rrafsh?

Ata i nxjerrin përgjigjet në pyetjet e parashtruara. Ekuacioni linear me dy ndryshore grafikisht paraqet një drejtëz në rrafsh. Sistemi i dy ekuacioneve lineare me dy ndryshore grafikisht paraqet dy drejtëza në rrafsh. Drejtëzat l, l priten. Sistemi i ekuacioneve ka vetëm një zgjidhje. Zgjidhja e sistemit është 1, 2 çifti i renditur (α, β) i koordinatave të pikës prerëse. Në këtë rast sistemi është i mundshëm dhe i caktuar. Drejtëzat l, l janë paralele. Sistemi nuk ka zgjidhje. Në këtë rast sistemi 1, 2 është i pamundshëm. Drejtëzat l, l përputhen. Sistemi ka pa kufi shumë zgjidhje. Në këtë rast sistemi quhet i mundshëm dhe i pacaktuar.



Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Veprimtari zbatuese në grupe

Një nxënës në tabelë e zgjidh shembullin e dhënë.

Sh. 1 Të zgjidhet sistemi i ekuacioneve lineare:

$$4x - y = 1$$
$$x + y = 4$$

Meqenëse drejtëza është e përcaktuar në mënyrë të vetme me dy pika, në vazhdim, për të paraqitur grafikisht një drejtëz, do të gjejmë dy pika të saj. Për lehtësi, në disa raste do të gjejmë pikat e prerjes së saj me boshtet koordinative.

Drejtëza e dhënë me $4x - y = 1$:

Për $x = 0;\ 4\cdot 0 - y = 1$, $-y = 1$, $y = -1$. $\quad$ Për $y = 0;\ 4x + 0 = 1$, $4x = 1$, $x = \frac{1}{4}$.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zgjidhjes dhe ilustrimit të sistemit të ekuacioneve lineare me dy të panjohura me metodën grafike.

Detyrë:

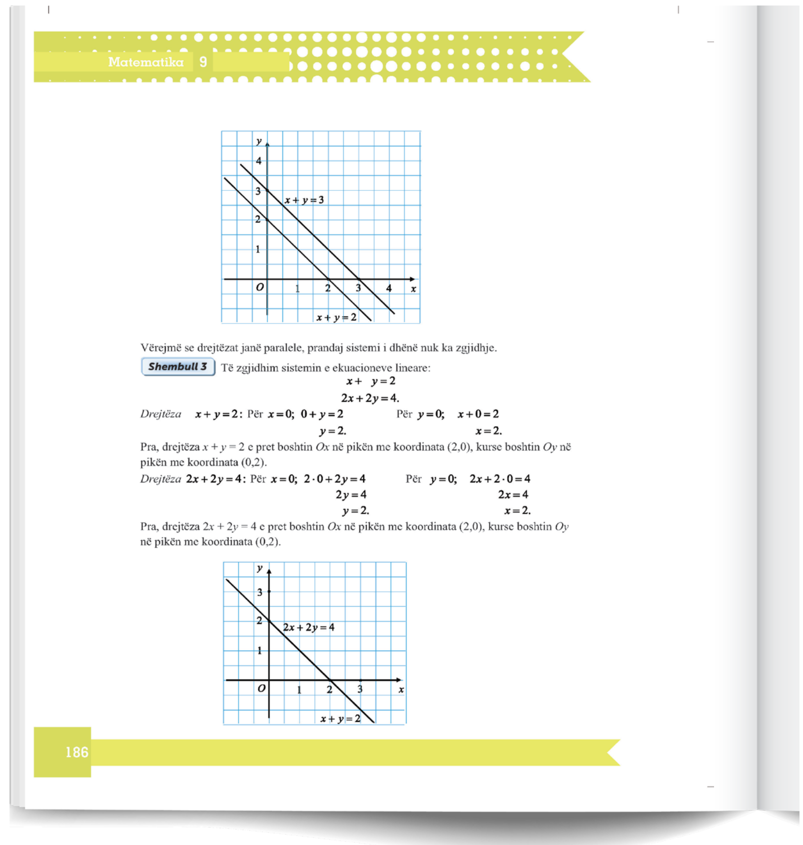
(Faqe 192, detyra 1, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Për mësimdhënësin/en

Mësimi 120

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE


Matematika 9

$x+y=3$

$x+y=2$

Vërejmë se drejtëzat janë paralele, prandaj sistemi i dhënë nuk ka zgjidhje.

Shembull 3 Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:

$$x+y=2$$
$$2x+2y=4.$$

Drejtëza $x+y=2$: Për $x=0$; $0+y=2$, $y=2$. Për $y=0$; $x+0=2$, $x=2$.

Pra, drejtëza $x+y=2$ e pret boshtin Ox në pikën me koordinata (2,0), kurse boshtin Oy në pikën me koordinata (0,2).

Drejtëza $2x+2y=4$: Për $x=0$; $2\cdot0+2y=4$, $2y=4$, $y=2$. Për $y=0$; $2x+2\cdot0=4$, $2x=4$, $x=2$.

Pra, drejtëza $2x+2y=4$ e pret boshtin Ox në pikën me koordinata (2,0), kurse boshtin Oy në pikën me koordinata (0,2).

$2x+2y=4$

$x+y=2$

186

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me metodën grafike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II-1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Metoda grafike

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Argumenton zgjidhjen e sistemit të ekuacioneve lineare me dy të panjohura me metodën grafike;
- Interpreton zgjidhjen e sistemit të ekuacioneve lineare me dy të panjohura me metodën grafike.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

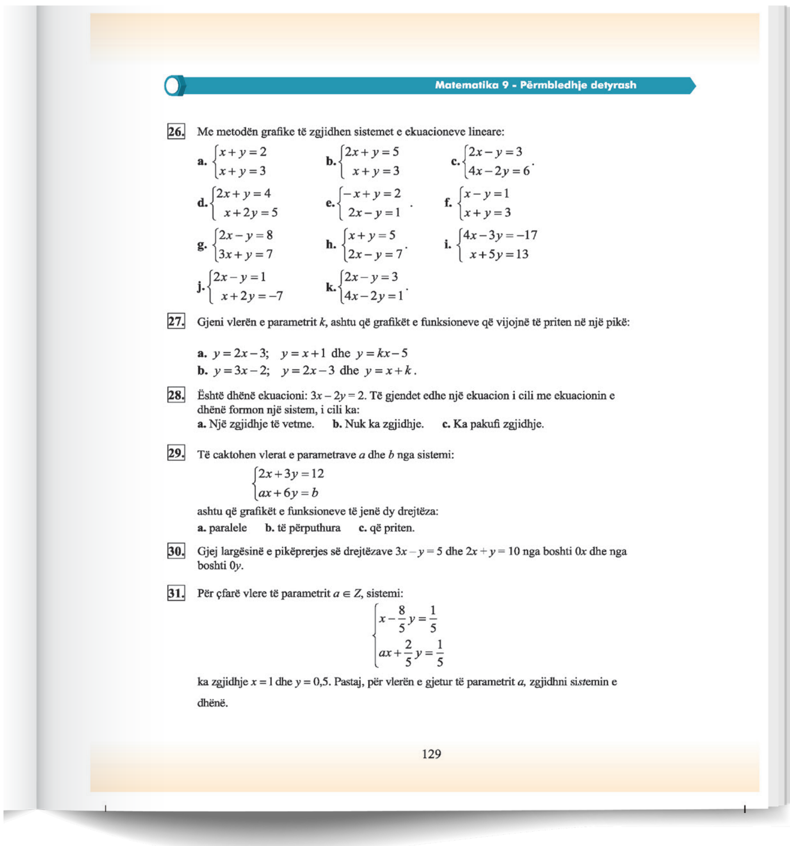
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, veglat gjeometrike, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=qImd9f-qdns https://www.youtube.com/watch?v=bM3gM6j5lMs&t=52s https://www.youtube.com/watch?v=rE7RxDhZk_I&t=108s

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit pyeten: Sa zgjidhje i paska një sistem i ekuacioneve lineare me dy të panjohura me metodën grafike? Cilat janë ato zgjidhje? Sa raste të pozitës së drejtëzave i kemi në rrafsh?
Nxënësve u jepen 5 minuta kohë dhe përgjigjet e tyre shkruhen në tabelë.



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

26. Me metodën grafike të zgjidhen sistemet e ekuacioneve lineare:

a. $\begin{cases} x+y=2 \\ x+y=3 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+y=3 \end{cases}$ **c.** $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 4x-2y=6 \end{cases}$.

d. $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x+2y=5 \end{cases}$ **e.** $\begin{cases} -x+y=2 \\ 2x-y=1 \end{cases}$. **f.** $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=3 \end{cases}$

g. $\begin{cases} 2x-y=8 \\ 3x+y=7 \end{cases}$ **h.** $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=7 \end{cases}$. **i.** $\begin{cases} 4x-3y=-17 \\ x+5y=13 \end{cases}$

j. $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x+2y=-7 \end{cases}$ **k.** $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 4x-2y=1 \end{cases}$.

27. Gjeni vlerën e parametrit k, ashtu që grafikët e funksioneve që vijojnë të priten në një pikë:

a. $y=2x-3$; $y=x+1$ dhe $y=kx-5$
b. $y=3x-2$; $y=2x-3$ dhe $y=x+k$.

28. Është dhënë ekuacioni: $3x-2y=2$. Të gjendet edhe një ekuacion i cili me ekuacionin e dhënë formon një sistem, i cili ka:
a. Një zgjidhje të vetme. **b.** Nuk ka zgjidhje. **c.** Ka pakufi zgjidhje.

29. Të caktohen vlerat e parametrave a dhe b nga sistemi:

$$\begin{cases} 2x+3y=12 \\ ax+6y=b \end{cases}$$

ashtu që grafikët e funksioneve të jenë dy drejtëza:
a. paralele **b.** të përputhura **c.** që priten.

30. Gjej largësinë e pikëprerjes së drejtëzave $3x-y=5$ dhe $2x+y=10$ nga boshti $0x$ dhe nga boshti $0y$.

31. Për çfarë vlere të parametrit $a \in Z$, sistemi:

$$\begin{cases} x-\frac{8}{5}y=\frac{1}{5} \\ ax+\frac{2}{5}y=\frac{1}{5} \end{cases}$$

ka zgjidhje $x=1$ dhe $y=0,5$. Pastaj, për vlerën e gjetur të parametrit a, zgjidhni sistemin e dhënë.

129

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të nxënit në grupe

Nxënësit ndahen në grupe me nga katër veta, secilit grup i ofrohet një fletë me detyra numerike për t'i zgjidhur. Me metodën grafike të zgjidhen sistemet e ekuacioneve lineare:

Grupi i parë:

$$\begin{array}{l} x+y=2 \\ 2x+2y=4. \end{array}$$

Grupi i dytë:

$$\begin{array}{l} 4x-y=0 \\ x+y=5. \end{array}$$

Grupi i tretë:

$$\begin{array}{l} 4x-y=0 \\ x+y=5. \end{array}$$

Grupi i katërt:

$$\begin{array}{l} 2x-y=1 \\ x+y=5. \end{array}$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Prezantim, diskutim

Një përfaqësues nga secili grup prezanton dhe sqaron para klasës mënyrën e zgjidhjes së detyrave. Diskutohen dhe komentohen detyrat e prezantuara nga nxënësit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e argumentimit dhe interpretimit të zgjidhjes së sistemit të ekuacioneve lineare me dy të panjohura me metodën grafike.

Detyrë:
(Faqe 129, detyra 26, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 121

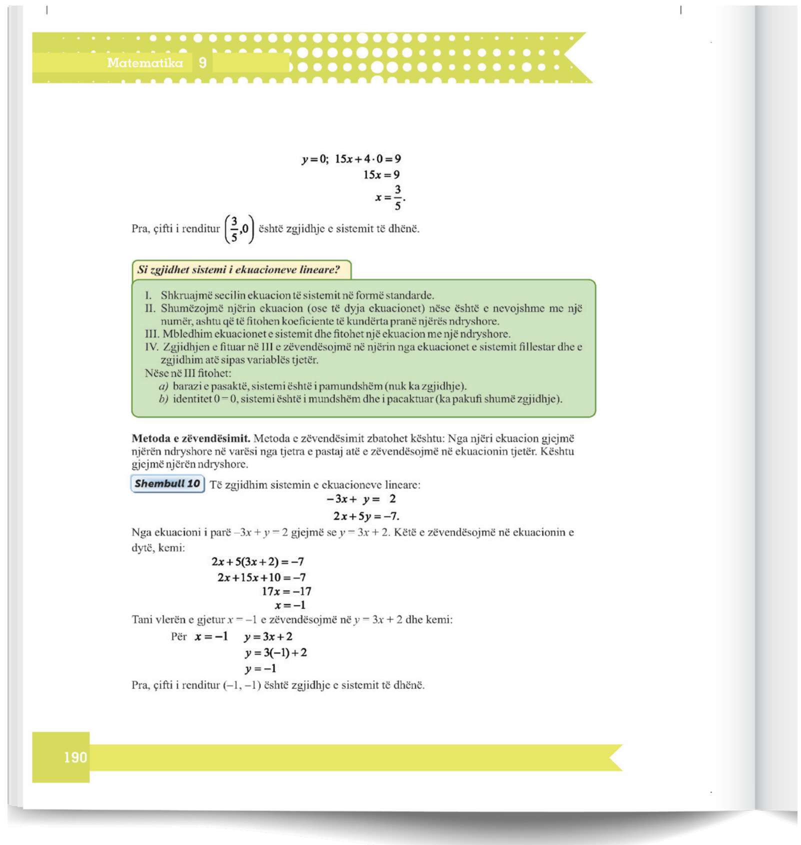
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4 , 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9

$$y=0;\ 15x+4\cdot 0=9$$
$$15x=9$$
$$x=\frac{3}{5}.$$

Pra, çifti i renditur $\left(\frac{3}{5},0\right)$ është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Si zgjidhet sistemi i ekuacioneve lineare?

I. Shkruajmë secilin ekuacion të sistemit në formë standarde.
II. Shumëzojmë njërin ekuacion (ose të dyja ekuacionet) nëse është e nevojshme me një numër, ashtu që të fitohen koeficiente të kundërta pranë njërës ndryshore.
III. Mbledhim ekuacionet e sistemit dhe fitohet një ekuacion me një ndryshore.
IV. Zgjidhjen e fituar në III e zëvendësojmë në njërin nga ekuacionet e sistemit fillestar dhe e zgjidhim atë sipas variablës tjetër.
Nëse në III fitohet:
a) barazi e pasaktë, sistemi është i pamundshëm (nuk ka zgjidhje).
b) identitet $0=0$, sistemi është i mundshëm dhe i pacaktuar (ka pakufi shumë zgjidhje).

Metoda e zëvendësimit. Metoda e zëvendësimit zbatohet kështu: Nga njëri ekuacion gjejmë njërën ndryshore në varësi nga tjetra e pastaj atë e zëvendësojmë në ekuacionin tjetër. Kështu gjejmë njërën ndryshore.

Shembull 10 Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:
$$-3x+y=2$$
$$2x+5y=-7.$$

Nga ekuacioni i parë $-3x+y=2$ gjejmë se $y=3x+2$. Këtë e zëvendësojmë në ekuacionin e dytë, kemi:
$$2x+5(3x+2)=-7$$
$$2x+15x+10=-7$$
$$17x=-17$$
$$x=-1$$

Tani vlerën e gjetur $x=-1$ e zëvendësojmë në $y=3x+2$ dhe kemi:

Për $x=-1$ $\quad y=3x+2$
$$y=3(-1)+2$$
$$y=-1$$

Pra, çifti i renditur $(-1,-1)$ është zgjidhje e sistemit të dhënë.

190

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Metoda e zëvendësimit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit;
- Shpjegon zgjidhjen e sistemit të ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=2XUo_NFNIAY https://www.youtube.com/watch?v=rE7RxDhZk_I&t=108s

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Stuhi mendimesh

Kërkohet nga nxënësit që të mendojnë dhe të japin idetë e tyre në mënyrë individuale për pyetjen: Çfarë mendoni se dini për sistemet e ekuacioneve me metodën grafike?
Përgjigjet e nxënësve shënohen në tabelë, psh. Një sistem i dy ekuacioneve lineare me dy ndryshore grafikisht paraqet dy drejtëza në rrafsh. Sistemi i zgjidhjeve mund të jetë i mundshëm, i pamundshëm dhe i pacaktuar.

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i demonstruar

Mësimdhënësi/ja shpjegon metodën e zëvendësimit për zgjidhjen e sistemeve të ekuacioneve lineare me dy të panjohura. Derisa gjatë zgjidhjes së sistemit me metodën grafike na paraqiten vështirësi në leximin e zgjidhjeve nga grafiku, na imponohet të përdorim metoda të tjera algjebrike për zgjidhjen e sistemit të ekuacioneve lineare me dy ndryshore. Prandaj, në vazhdim përmes shembujve konkretë përdorim metodën e zëvendësimit. Metoda e zëvendësimit zbatohet kështu: nga njëri ekuacion gjejmë njërën ndryshore në varësi nga tjetra e pastaj atë e zëvendësojmë në ekuacionin tjetër. Kështu gjejmë njërën ndryshore.

Sh. 1. Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:

$$-3x + y = 2$$
$$2x + 5y = -7.$$

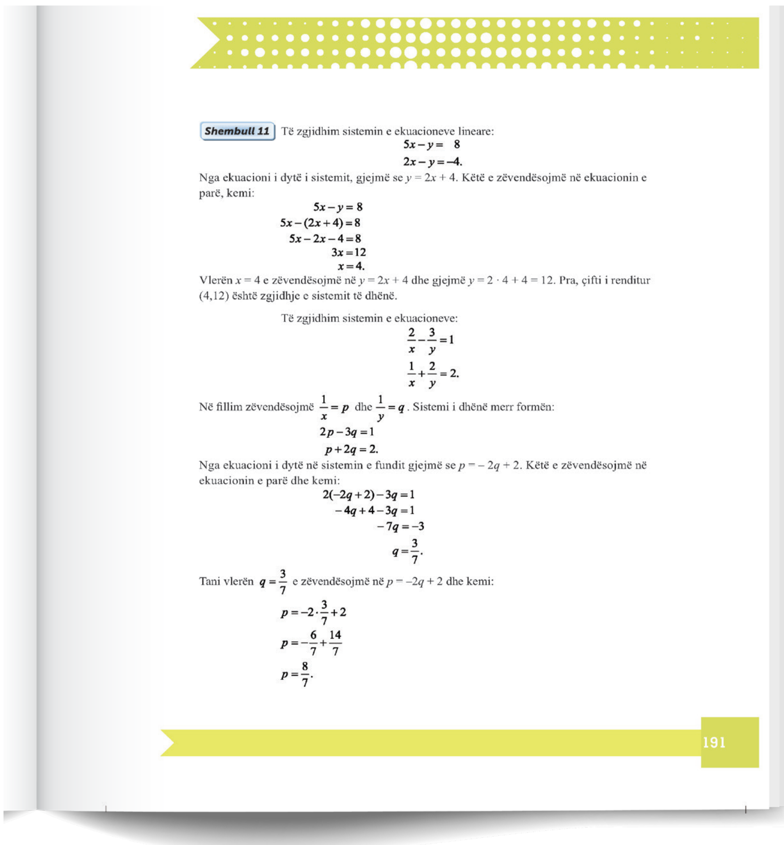
Nga ekuacioni i parë $-3x + y = 2$ gjejmë se $y = 3x + 2$. Këtë e zëvendësojmë në ekuacionin e dytë, kemi:

$$2x + 5(3x + 2) = -7$$
$$2x + 15x + 10 = -7$$
$$17x = -17$$
$$x = -1$$

Tani vlerën e gjetur $x = -1$ e zëvendësojmë në $y = 3x + 2$ dhe kemi:

Për $x = -1$ $\quad y = 3x + 2$
$$y = 3(-1) + 2$$
$$y = -1$$

Pra, çifti i renditur $(-1, -1)$ është zgjidhje e sistemit të dhënë.



Shembull 11 Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:

$$5x - y = 8$$
$$2x - y = -4.$$

Nga ekuacioni i dytë i sistemit, gjejmë se $y = 2x + 4$. Këtë e zëvendësojmë në ekuacionin e parë, kemi:

$$5x - y = 8$$
$$5x - (2x + 4) = 8$$
$$5x - 2x - 4 = 8$$
$$3x = 12$$
$$x = 4.$$

Vlerën $x = 4$ e zëvendësojmë në $y = 2x + 4$ dhe gjejmë $y = 2 \cdot 4 + 4 = 12$. Pra, çifti i renditur (4,12) është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve:

$$\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 1$$
$$\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 2.$$

Në fillim zëvendësojmë $\frac{1}{x} = p$ dhe $\frac{1}{y} = q$. Sistemi i dhënë merr formën:

$$2p - 3q = 1$$
$$p + 2q = 2.$$

Nga ekuacioni i dytë në sistemin e fundit gjejmë se $p = -2q + 2$. Këtë e zëvendësojmë në ekuacionin e parë dhe kemi:

$$2(-2q + 2) - 3q = 1$$
$$-4q + 4 - 3q = 1$$
$$-7q = -3$$
$$q = \frac{3}{7}.$$

Tani vlerën $q = \frac{3}{7}$ e zëvendësojmë në $p = -2q + 2$ dhe kemi:

$$p = -2 \cdot \frac{3}{7} + 2$$
$$p = -\frac{6}{7} + \frac{14}{7}$$
$$p = \frac{8}{7}.$$

191

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Prezantim, diskutim

Për zgjidhjen e sistemit të ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit zbatojmë këtë procedurë:

I. Zgjidhim njërin ekuacion sipas njërës ndryshore (nëse koeficienti pranë ndonjërës ndryshore është 1 ose −1 zgjidhim sipas asaj).
II. Shprehjen e gjetur në I e zëvendësojmë në ekuacionin tjetër dhe e zgjidhim atë sipas ndryshores së mbetur.
III. Zgjidhjen e fituar në II e zëvendësojmë në njërin nga ekuacionet e sistemit fillestar dhe e zgjidhim atë sipas variablës tjetër.
IV. Nëse në II fitohet:
   a) barazim i pasaktë, atëherë sistemi është i pamundshëm, d.m.th. sistemi nuk ka zgjidhje.
   b) identitet, atëherë sistemi është i mundshëm dhe i pacaktuar, d.m.th. sistemi ka pakufi shumë zgjidhje.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zgjidhjes dhe shpjegimit të sistemeve të ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit.

Detyrë:
(Faqe 192, detyra 3, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 122

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

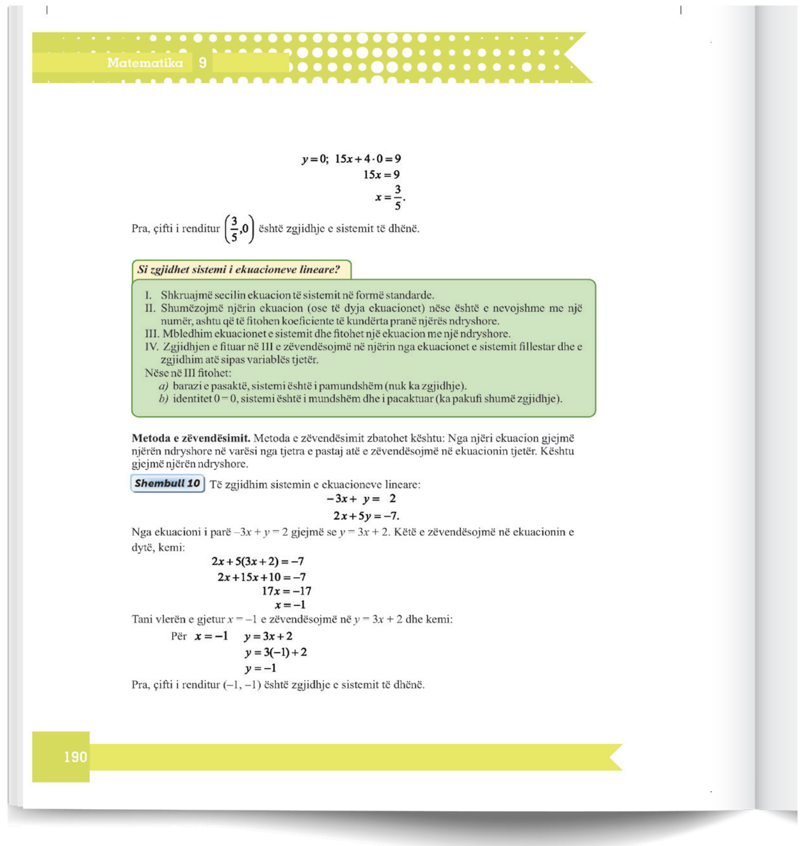
Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE


Matematika 9

$$y=0;\ 15x+4\cdot 0=9$$
$$15x=9$$
$$x=\frac{3}{5}.$$

Pra, çifti i renditur $\left(\frac{3}{5},0\right)$ është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Si zgjidhet sistemi i ekuacioneve lineare?

I. Shkruajmë secilin ekuacion të sistemit në formë standarde.
II. Shumëzojmë njërin ekuacion (ose të dyja ekuacionet) nëse është e nevojshme me një numër, ashtu që të fitohen koeficiente të kundërta pranë njërës ndryshore.
III. Mbledhim ekuacionet e sistemit dhe fitohet një ekuacion me një ndryshore.
IV. Zgjidhjen e fituar në III e zëvendësojmë në njërin nga ekuacionet e sistemit fillestar dhe e zgjidhim atë sipas variablës tjetër.
Nëse në III fitohet:
a) barazi e pasaktë, sistemi është i pamundshëm (nuk ka zgjidhje).
b) identitet $0=0$, sistemi është i mundshëm dhe i pacaktuar (ka pakufi shumë zgjidhje).

Metoda e zëvendësimit. Metoda e zëvendësimit zbatohet kështu: Nga njëri ekuacion gjejmë njërën ndryshore në varësi nga tjetra e pastaj atë e zëvendësojmë në ekuacionin tjetër. Kështu gjejmë njërën ndryshore.

Shembull 10 Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:
$$-3x+y=2$$
$$2x+5y=-7.$$

Nga ekuacioni i parë $-3x+y=2$ gjejmë se $y=3x+2$. Këtë e zëvendësojmë në ekuacionin e dytë, kemi:
$$2x+5(3x+2)=-7$$
$$2x+15x+10=-7$$
$$17x=-17$$
$$x=-1$$
Tani vlerën e gjetur $x=-1$ e zëvendësojmë në $y=3x+2$ dhe kemi:

Për $x=-1$ $\quad y=3x+2$
$$y=3(-1)+2$$
$$y=-1$$
Pra, çifti i renditur $(-1,-1)$ është zgjidhje e sistemit të dhënë.

190

Njësia mësimore: Ushtrime: Metoda e zëvendësimit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zgjidh sistemet e ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit;
- Argumenton zgjidhjen e sistemeve të ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

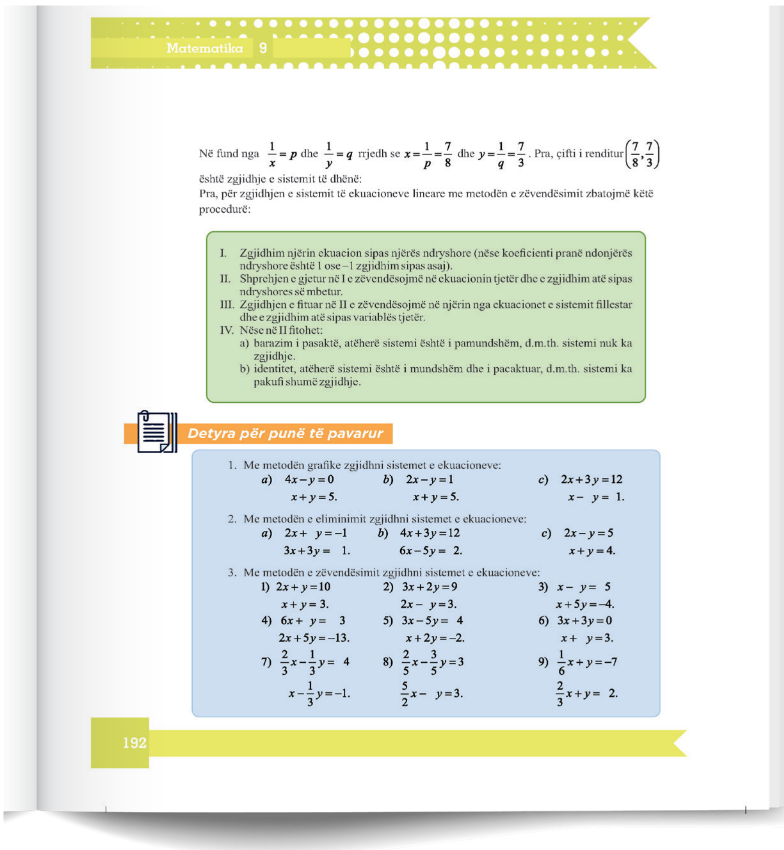
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=2XUo_NFNIAY https://www.youtube.com/watch?v=rE7RxDhZk_I&t=108s

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit pyeten: Cilat metoda janë mësuar për zgjidhjen e sistemeve të ekuacioneve? Si zbatohet metoda e zëvendësimit? Cilat procedura duhen aplikuar për këtë metodë?
Nxënësve u jepen kohë 5-7 minuta dhe përgjigjet e tyre shënohen në tabelë.


Matematika 9

Në fund nga $\frac{1}{x}=p$ dhe $\frac{1}{y}=q$ rrjedh se $x=\frac{1}{p}=\frac{7}{8}$ dhe $y=\frac{1}{q}=\frac{7}{3}$. Pra, çifti i renditur $\left(\frac{7}{8},\frac{7}{3}\right)$ është zgjidhje e sistemit të dhënë:
Pra, për zgjidhjen e sistemit të ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit zbatojmë këtë procedurë:

I. Zgjidhim njërin ekuacion sipas njërës ndryshore (nëse koeficienti pranë ndonjërës ndryshore është 1 ose –1 zgjidhim sipas asaj).
II. Shprehjen e gjetur në I e zëvendësojmë në ekuacionin tjetër dhe e zgjidhim atë sipas ndryshores së mbetur.
III. Zgjidhjen e fituar në II e zëvendësojmë në njërin nga ekuacionet e sistemit fillestar dhe e zgjidhim atë sipas variablës tjetër.
IV. Nëse në II fitohet:
   a) barazim i pasaktë, atëherë sistemi është i pamundshëm, d.m.th. sistemi nuk ka zgjidhje.
   b) identitet, atëherë sistemi është i mundshëm dhe i pacaktuar, d.m.th. sistemi ka pakufi shumë zgjidhje.

Detyra për punë të pavarur

1. Me metodën grafike zgjidhni sistemet e ekuacioneve:
   a) $4x-y=0$, $x+y=5.$ b) $2x-y=1$, $x+y=5.$ c) $2x+3y=12$, $x-y=1.$
2. Me metodën e eliminimit zgjidhni sistemet e ekuacioneve:
   a) $2x+y=-1$, $3x+3y=1.$ b) $4x+3y=12$, $6x-5y=2.$ c) $2x-y=5$, $x+y=4.$
3. Me metodën e zëvendësimit zgjidhni sistemet e ekuacioneve:
   1) $2x+y=10$, $x+y=3.$ 2) $3x+2y=9$, $2x-y=3.$ 3) $x-y=5$, $x+5y=-4.$
   4) $6x+y=3$, $2x+5y=-13.$ 5) $3x-5y=4$, $x+2y=-2.$ 6) $3x+3y=0$, $x+y=3.$
   7) $\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}y=4$, $x-\frac{1}{3}y=-1.$ 8) $\frac{2}{5}x-\frac{3}{5}y=3$, $\frac{5}{2}x-y=3.$ 9) $\frac{1}{6}x+y=-7$, $\frac{2}{3}x+y=2.$

192

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të nxënit në grupe

Nxënësit ndahen në grupe me nga katër veta, secilit grup i ofrohet një fletë me detyra numerike për t'i zgjidhur. Me metodën e zëvendësimit të zgjidhen sistemet:

Grupi i parë:

$x+y=2$

$2x-y=1$

Grupi i dytë:

$x+y=3$

$x-2y=0$

Grupi i tretë:

$x+y=4$

$x-2y=-2$

Grupi i katërt:

$3x-2y=1$

$2x-4y=-2$

Gr. 1.

x + y = 2 → Zëvendësojmë y=2-x = 2 – 1 =1. Pra x = 1, y = 1

2x – (2-x) = 1

2x – 2 + x = 1

3x = 1 + 2

3x = 3

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Prezantim, diskutim

Një përfaqësues nga secili grup prezanton dhe sqaron para klasës mënyrën e zgjidhjes së detyrave.
Diskutohen dhe komentohen detyrat e prezantuara nga nxënësit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zgjidhjes dhe shpjegimit të sistemeve të ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit.

Detyrë:
(Faqe 192, detyra 3, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 123

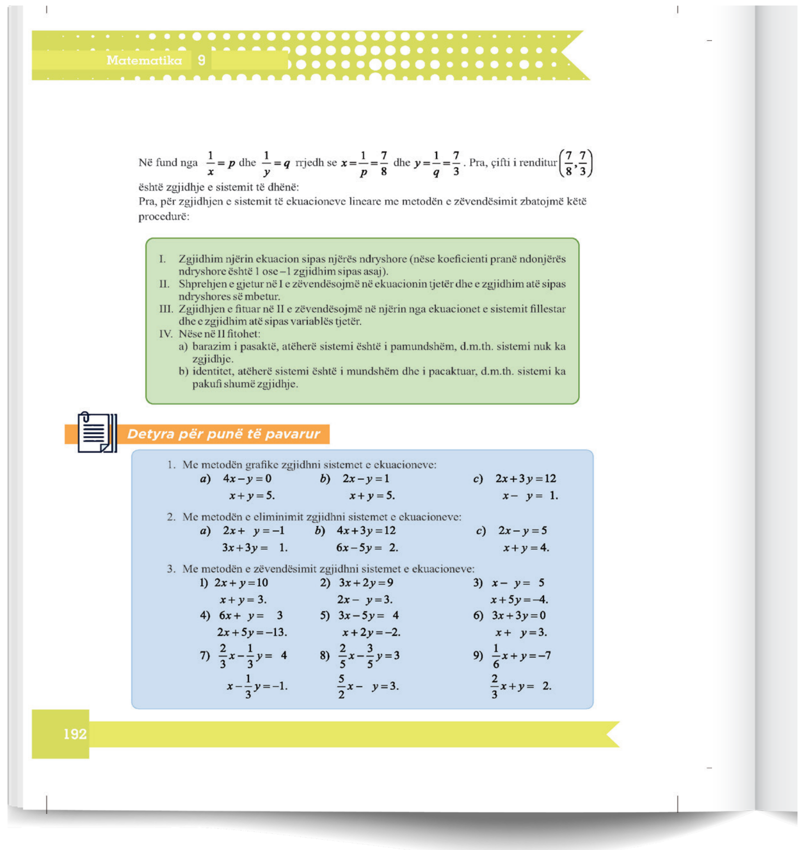
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4,

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9

Në fund nga $\frac{1}{x}=p$ dhe $\frac{1}{y}=q$ rrjedh se $x=\frac{1}{p}=\frac{7}{8}$ dhe $y=\frac{1}{q}=\frac{7}{3}$. Pra, çifti i renditur $\left(\frac{7}{8},\frac{7}{3}\right)$ është zgjidhje e sistemit të dhënë:
Pra, për zgjidhjen e sistemit të ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit zbatojmë këtë procedurë:

I. Zgjidhim njërin ekuacion sipas njërës ndryshore (nëse koeficienti pranë ndonjërës ndryshore është 1 ose –1 zgjidhim sipas asaj).
II. Shprehjen e gjetur në I e zëvendësojmë në ekuacionin tjetër dhe e zgjidhim atë sipas ndryshores së mbetur.
III. Zgjidhjen e fituar në II e zëvendësojmë në njërin nga ekuacionet e sistemit fillestar dhe e zgjidhim atë sipas variablës tjetër.
IV. Nëse në II fitohet:
a) barazim i pasaktë, atëherë sistemi është i pamundshëm, d.m.th. sistemi nuk ka zgjidhje.
b) identitet, atëherë sistemi është i mundshëm dhe i pacaktuar, d.m.th. sistemi ka pakufi shumë zgjidhje.

Detyra për punë të pavarur

1. Me metodën grafike zgjidhni sistemet e ekuacioneve:
a) $4x-y=0$, $x+y=5.$ *b)* $2x-y=1$, $x+y=5.$ *c)* $2x+3y=12$, $x-y=1.$
2. Me metodën e eliminimit zgjidhni sistemet e ekuacioneve:
a) $2x+y=-1$, $3x+3y=1.$ *b)* $4x+3y=12$, $6x-5y=2.$ *c)* $2x-y=5$, $x+y=4.$
3. Me metodën e zëvendësimit zgjidhni sistemet e ekuacioneve:
1) $2x+y=10$, $x+y=3.$ 2) $3x+2y=9$, $2x-y=3.$ 3) $x-y=5$, $x+5y=-4.$
4) $6x+y=3$, $2x+5y=-13.$ 5) $3x-5y=4$, $x+2y=-2.$ 6) $3x+3y=0$, $x+y=3.$
7) $\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}y=4$, $x-\frac{1}{3}y=-1.$ 8) $\frac{2}{5}x-\frac{3}{5}y=3$, $\frac{5}{2}x-y=3.$ 9) $\frac{1}{6}x+y=-7$, $\frac{2}{3}x+y=2.$

192

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Metoda e zëvendësimit

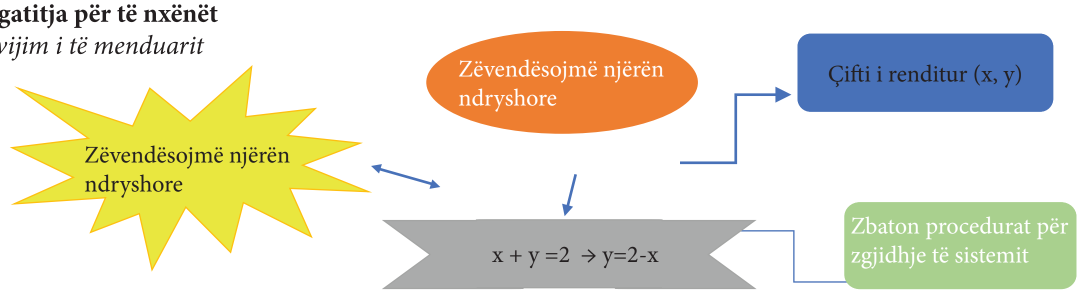
Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zgjidh sistemet e ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit;
- Argumenton zgjidhjen e sistemeve të ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

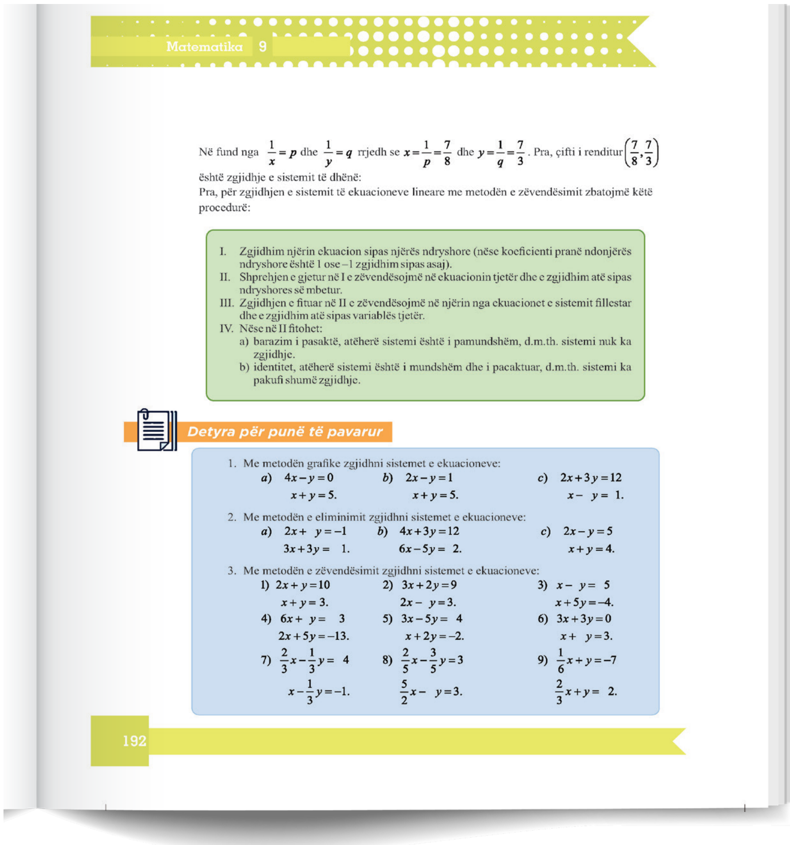
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=2XUo_NFNIAY https://www.youtube.com/watch?v=rE7RxDhZk_I&t=108s
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Përvijim i të menduarit



Për mësimdhënësin/en


Matematika 9

Në fund nga $\frac{1}{x}=p$ dhe $\frac{1}{y}=q$ rrjedh se $x=\frac{1}{p}=\frac{7}{8}$ dhe $y=\frac{1}{q}=\frac{7}{3}$. Pra, çifti i renditur $\left(\frac{7}{8},\frac{7}{3}\right)$ është zgjidhje e sistemit të dhënë:
Pra, për zgjidhjen e sistemit të ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit zbatojmë këtë procedurë:

I. Zgjidhim njërin ekuacion sipas njërës ndryshore (nëse koeficienti pranë ndonjërës ndryshore është 1 ose –1 zgjidhim sipas asaj).
II. Shprehjen e gjetur në I e zëvendësojmë në ekuacionin tjetër dhe e zgjidhim atë sipas ndryshores së mbetur.
III. Zgjidhjen e fituar në II e zëvendësojmë në njërin nga ekuacionet e sistemit fillestar dhe e zgjidhim atë sipas variablës tjetër.
IV. Nëse në II fitohet:
a) barazim i pasaktë, atëherë sistemi është i pamundshëm, d.m.th. sistemi nuk ka zgjidhje.
b) identitet, atëherë sistemi është i mundshëm dhe i pacaktuar, d.m.th. sistemi ka pakufi shumë zgjidhje.

Detyra për punë të pavarur

1. Me metodën grafike zgjidhni sistemet e ekuacioneve:
a) $4x-y=0$, $x+y=5.$ b) $2x-y=1$, $x+y=5.$ c) $2x+3y=12$, $x-y=1.$

2. Me metodën e eliminimit zgjidhni sistemet e ekuacioneve:
a) $2x+y=-1$, $3x+3y=1.$ b) $4x+3y=12$, $6x-5y=2.$ c) $2x-y=5$, $x+y=4.$

3. Me metodën e zëvendësimit zgjidhni sistemet e ekuacioneve:
1) $2x+y=10$, $x+y=3.$ 2) $3x+2y=9$, $2x-y=3.$ 3) $x-y=5$, $x+5y=-4.$
4) $6x+y=3$, $2x+5y=-13.$ 5) $3x-5y=4$, $x+2y=-2.$ 6) $3x+3y=0$, $x+y=3.$
7) $\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}y=4$, $x-\frac{1}{3}y=-1.$ 8) $\frac{2}{5}x-\frac{3}{5}y=3$, $\frac{5}{2}x-y=3.$ 9) $\frac{1}{6}x+y=-7$, $\frac{2}{3}x+y=2.$

192

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët me këmbime (grupet e ekspertëve)

Organizohen nxënësit në grupe me nga 4 nxënës, ku secili prej tyre është përgjegjës për të zgjidhur një pjesë. Përgatitet "fleta e ekspertit", e cila mund të ketë pyetje, detyra ose grafik që të plotësohet.
Rigrupohen nxënësit të lexojnë pjesën që u është caktuar si detyrë.
Ata diskutojnë përfundimet e tyre dhe vendosin për mënyrën se si do t'ua shpjegojnë këtë pjesë të tjerëve kur të shkojnë në grupet fillestare.
Më pas të gjithë nxënësit që kanë të njëjtin numër, ekspertët, raportojnë në grupet fillestare për të shpjeguar pjesët më të rëndësishme të pjesës së tyre të detyrës.
Pjesa tjetër e grupit është e gatshme të mësojë informacionin e ri. Kështu duken fletët e ekspertëve:
Të zgjidhen sistemet ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit.

Eksperti A	Eksperti B
$2x+y=10$ $x+y=3.$	$4x+3y=12$ $6x-5y=2.$

Eksperti C
$x-y=5$ $x+5y=-4.$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Prezantim, diskutim

Një përfaqësues nga secili grup prezanton dhe sqaron para klasës mënyrën e zgjidhjes së detyrave.
Diskutohen dhe komentohen detyrat e prezantuara nga nxënësit.

Vlerësimi i nxënësve:

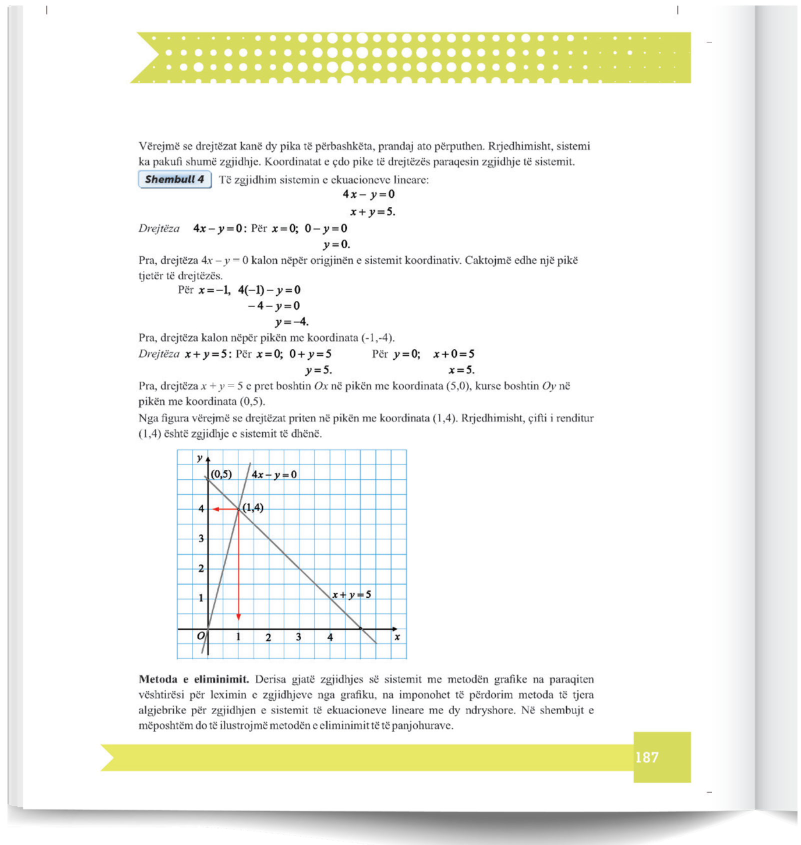
Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zgjidhjes dhe argumentimit të sistemeve të ekuacioneve lineare me metodën e zëvendësimit.

Detyrë:
(Faqe 190, shembulli 10, 11, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 124

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE


Vërejmë se drejtëzat kanë dy pika të përbashkëta, prandaj ato përputhen. Rrjedhimisht, sistemi ka pakufi shumë zgjidhje. Koordinatat e çdo pike të drejtëzës paraqesin zgjidhje të sistemit.

Shembull 4 Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:

$$4x - y = 0$$
$$x + y = 5.$$

Drejtëza $4x - y = 0$: Për $x = 0$; $0 - y = 0$, $y = 0$.

Pra, drejtëza $4x - y = 0$ kalon nëpër origjinën e sistemit koordinativ. Caktojmë edhe një pikë tjetër të drejtëzës.

Për $x = -1$, $4(-1) - y = 0$, $-4 - y = 0$, $y = -4$.

Pra, drejtëza kalon nëpër pikën me koordinata (-1,-4).

Drejtëza $x + y = 5$: Për $x = 0$; $0 + y = 5$, $y = 5$. Për $y = 0$; $x + 0 = 5$, $x = 5$.

Pra, drejtëza $x + y = 5$ e pret boshtin *Ox* në pikën me koordinata (5,0), kurse boshtin *Oy* në pikën me koordinata (0,5).

Nga figura vërejmë se drejtëzat priten në pikën me koordinata (1,4). Rrjedhimisht, çifti i renditur (1,4) është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Metoda e eliminimit. Derisa gjatë zgjidhjes së sistemit me metodën grafike na paraqiten vështirësi për leximin e zgjidhjeve nga grafiku, na imponohet të përdorim metoda të tjera algjebrike për zgjidhjen e sistemit të ekuacioneve lineare me dy ndryshore. Në shembujt e mëposhtëm do të ilustrojmë metodën e eliminimit të të panjohurave.

187

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me metodën e eliminimit.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Metoda e eliminimit (Metoda e Gauss-it)

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me metodën e eliminimit;
- Përdor metodën e eliminimit për zgjidhjen e ekuacioneve lineare me dy të panjohura.

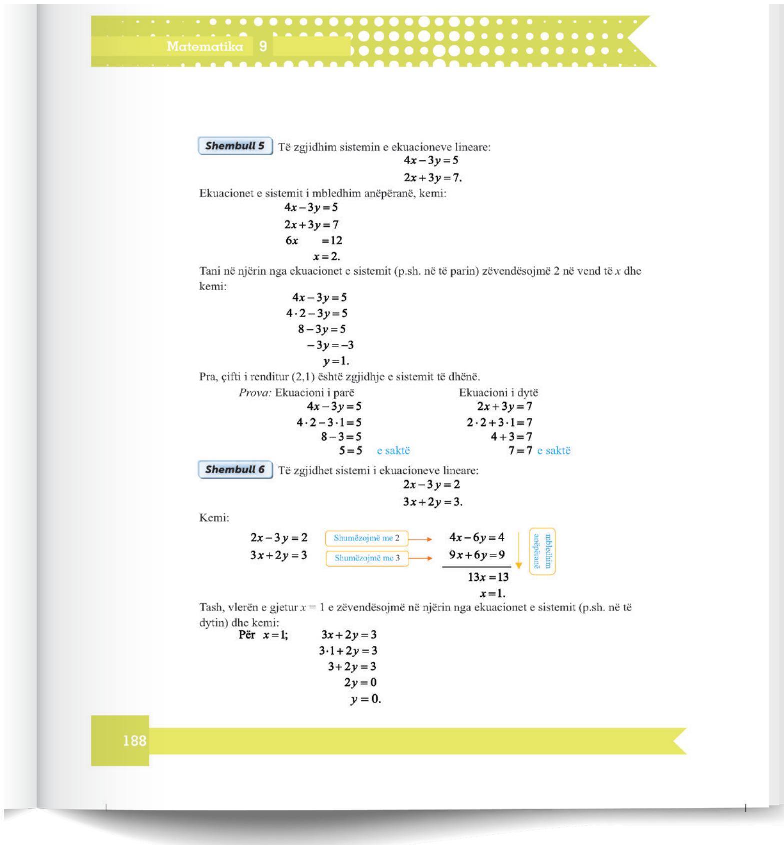
Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=OETi9SoBeF0 https://www.youtube.com/results?search_query=%09metoda+eeliminimit+kl+9+e+sisiemteve&sp=mAEB
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figuartiv.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Mendoni, Punoni, Diskutoni

Në fillim të orës mësimore, jepet problemi: A ka ndonjë metodë më të shpejtë dhe më të përshtatshme për zgjidhjen e sistemit të ekuacioneve me dy ndryshore? Si mendoni se mund ta zgjidhni këtë sistem me një metodë tjetër?
4x - 3y = 5
2x + 3y = 7. Nxënësit diskutojnë, analizojnë dhe mundohen të shpjegojnë zgjidhjen e problemit të mësipërm. Pas diskutimeve, caktohet një nxënës në tabelë, nëse e ka zgjidhur problemin.



Matematika 9

Shembull 5 Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:

$$4x-3y=5$$
$$2x+3y=7.$$

Ekuacionet e sistemit i mbledhim anëpëranë, kemi:

$$\begin{aligned} 4x-3y&=5\\ 2x+3y&=7\\ 6x&=12\\ x&=2. \end{aligned}$$

Tani në njërin nga ekuacionet e sistemit (p.sh. në të parin) zëvendësojmë 2 në vend të x dhe kemi:

$$\begin{aligned} 4x-3y&=5\\ 4\cdot 2-3y&=5\\ 8-3y&=5\\ -3y&=-3\\ y&=1. \end{aligned}$$

Pra, çifti i renditur (2,1) është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Prova: Ekuacioni i parë — Ekuacioni i dytë

$$\begin{aligned} 4x-3y&=5 & 2x+3y&=7\\ 4\cdot 2-3\cdot 1&=5 & 2\cdot 2+3\cdot 1&=7\\ 8-3&=5 & 4+3&=7\\ 5&=5\ \text{e saktë} & 7&=7\ \text{e saktë} \end{aligned}$$

Shembull 6 Të zgjidhet sistemi i ekuacioneve lineare:

$$2x-3y=2$$
$$3x+2y=3.$$

Kemi:

$$\begin{aligned} 2x-3y&=2 \xrightarrow{\text{Shumëzojmë me 2}} & 4x-6y&=4\\ 3x+2y&=3 \xrightarrow{\text{Shumëzojmë me 3}} & 9x+6y&=9\\ & & 13x&=13\\ & & x&=1. \end{aligned}$$

mbledhim anëpëranë

Tash, vlerën e gjetur $x=1$ e zëvendësojmë në njërin nga ekuacionet e sistemit (p.sh. në të dytin) dhe kemi:

Për $x=1$;

$$\begin{aligned} 3x+2y&=3\\ 3\cdot 1+2y&=3\\ 3+2y&=3\\ 2y&=0\\ y&=0. \end{aligned}$$

188

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i demonstruar

Mësimdhënësi/ ja tregon se sistemi i ekuacioneve lineare me metodën e eliminimit do të ilustrohet përmes shembujve të ndryshëm në vijim.

Sh. 1. Si do të zgjidhet ky sistem:

$4x - 3y = 5$

$2x + 3y = 7$

Ekuacionet e sistemit i mbledhim anëpëranë, kemi:

$4x - 3y = 5$

$2x + 3y = 7.$

$6x = 12$

$x = 2$

Tani në njërin nga ekuacionet e sistemit (psh. në të parin) zëvendësojmë 2 në vend të x-it dhe kemi:

$$\begin{aligned} 4x-3y&=5\\ 4\cdot 2-3y&=5\\ 8-3y&=5\\ -3y&=-3\\ y&=1. \end{aligned}$$

Pra, çifti i renditur (2, 1) është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Prova: Ekuacioni i parë — Ekuacioni i dytë

$$\begin{aligned} 4x-3y&=5 & 2x+3y&=7\\ 4\cdot 2-3\cdot 1&=5 & 2\cdot 2+3\cdot 1&=7\\ 8-3&=5 & 4+3&=7\\ 5&=5\ \text{e saktë} & 7&=7\ \text{e saktë} \end{aligned}$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Diskutim

Diskutohen me nxënësit procedurat apo hapat për zgjidhjen e sistemit.

Si zgjidhet sistemi i ekuacioneve lineare?

I. *Shkruajmë secilin ekuacion të sistemit në formë standarde.*
II. *Shumëzojmë njërin ekuacion (ose të dyja ekuacionet) nëse është e nevojshme me një numër, ashtu që të fitohen koeficiente të kundërta pranë njërës ndryshore.*
III. *Mbledhim ekuacionet e sistemit dhe fitohet një ekuacion me një ndryshore.*
IV. *Zgjidhjen e fituar në III e zëvendësojmë në njërin nga ekuacionet e sistemit fillestar dhe e zgjidhim atë sipas variablës tjetër.*

Nëse në III fitohet:
a) barazi e pasaktë, sistemi është i pamundshëm (nuk ka zgjidhje).
b) identitetet $0 = 0$, sistemi është i mundshëm dhe i pacaktuar (ka pakufi shumë zgjidhje).

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përdorimit të metodës dhe zgjidhjes së sistemeve të ekuacioneve lineare me metodën e eliminimit.

Detyrë:
(Faqe 192, detyra 2, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 125

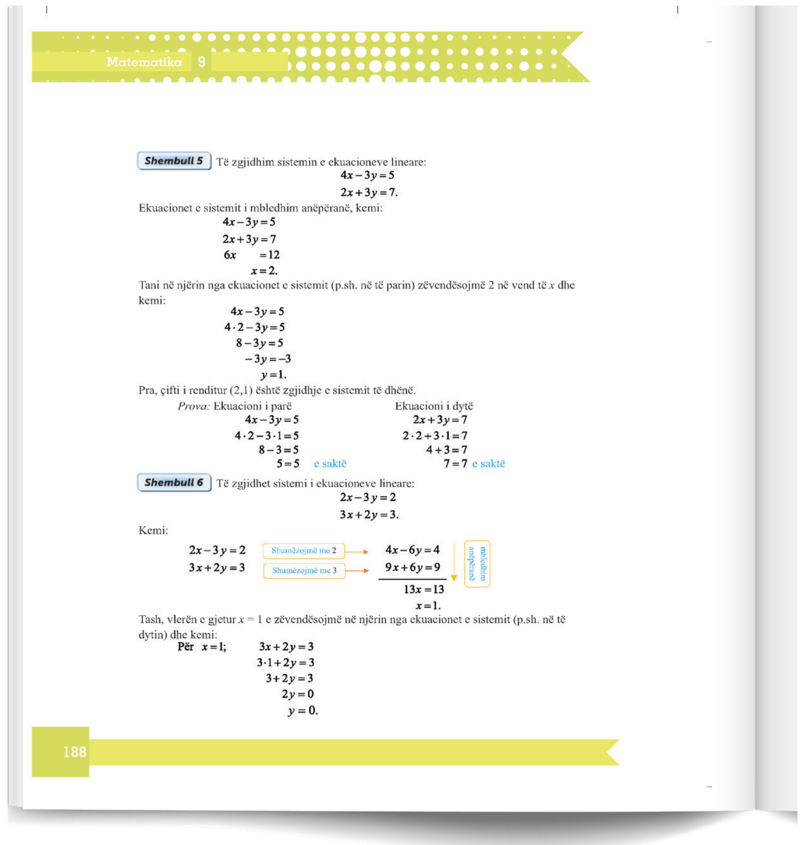
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me metodën e eliminimit.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9

Shembull 5 Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:

$$4x-3y=5$$
$$2x+3y=7.$$

Ekuacionet e sistemit i mbledhim anëpëranë, kemi:

$$\begin{aligned} 4x-3y&=5\\ 2x+3y&=7\\ 6x\qquad&=12\\ x&=2. \end{aligned}$$

Tani në njërin nga ekuacionet e sistemit (p.sh. në të parin) zëvendësojmë 2 në vend të x dhe kemi:

$$\begin{aligned} 4x-3y&=5\\ 4\cdot 2-3y&=5\\ 8-3y&=5\\ -3y&=-3\\ y&=1. \end{aligned}$$

Pra, çifti i renditur (2,1) është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Prova: Ekuacioni i parë

$$\begin{aligned} 4x-3y&=5\\ 4\cdot 2-3\cdot 1&=5\\ 8-3&=5\\ 5&=5 \end{aligned}$$ e saktë

Ekuacioni i dytë

$$\begin{aligned} 2x+3y&=7\\ 2\cdot 2+3\cdot 1&=7\\ 4+3&=7\\ 7&=7 \end{aligned}$$ e saktë

Shembull 6 Të zgjidhet sistemi i ekuacioneve lineare:

$$2x-3y=2$$
$$3x+2y=3.$$

Kemi:

$2x-3y=2$ Shumëzojmë me 2 → $4x-6y=4$

$3x+2y=3$ Shumëzojmë me 3 → $9x+6y=9$

mbledhim anëpëranë

$$\begin{aligned} 13x&=13\\ x&=1. \end{aligned}$$

Tash, vlerën e gjetur $x=1$ e zëvendësojmë në njërin nga ekuacionet e sistemit (p.sh. në të dytin) dhe kemi:

Për $x=1$;
$$\begin{aligned} 3x+2y&=3\\ 3\cdot 1+2y&=3\\ 3+2y&=3\\ 2y&=0\\ y&=0. \end{aligned}$$

188

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Metoda e eliminimit (Metoda e Gauss-it)

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zgjidh sistemin e ekuacioneve lineare me metodën e eliminimit;
- Shpjegon metodën e eliminimit për zgjidhjen e ekuacioneve lineare me dy të panjohura.

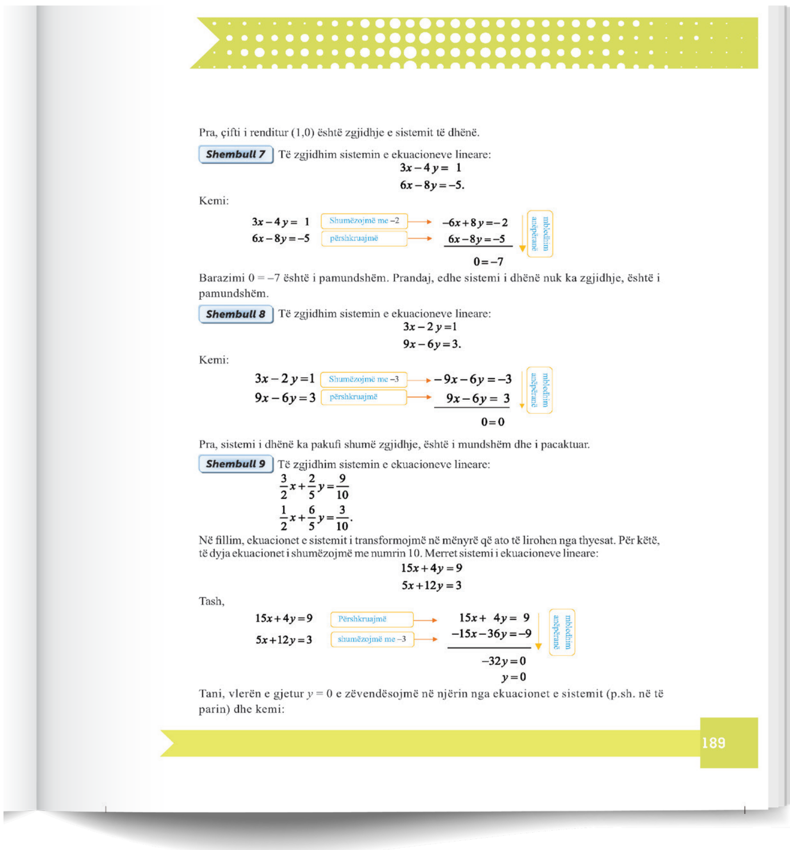
Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=OETi9SoBeF0
https://www.youtube.com/results?search_query=%09metoda+eeliminimitt+kl+9+e+sisiemteve&sp=mAEB
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit pyeten: Cila metodë e zgjidhjes së sistemeve është më e lehtë dhe më e shpejtë? Si kryhet metoda e eliminimit? Pse quhet metodë e eliminimit? Cilët hapa duhen ndjekur për zgjidhjen e sistemit me këtë metodë? Nxënësve u jepen 5-7 minuta kohë dhe përgjigjet e tyre shënohen në tabelë.



Pra, çifti i renditur (1,0) është zgjidhje e sistemit të dhënë.

Shembull 7 Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:

$$3x-4y=1$$
$$6x-8y=-5.$$

Kemi:

$$\begin{aligned} 3x-4y&=1 \xrightarrow{\text{Shumëzojmë me }-2} & -6x+8y&=-2\\ 6x-8y&=-5 \xrightarrow{\text{përshkruajmë}} & 6x-8y&=-5\\ && 0&=-7 \end{aligned}$$

mbledhim anëpëranë

Barazimi $0=-7$ është i pamundshëm. Prandaj, edhe sistemi i dhënë nuk ka zgjidhje, është i pamundshëm.

Shembull 8 Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:

$$3x-2y=1$$
$$9x-6y=3.$$

Kemi:

$$\begin{aligned} 3x-2y&=1 \xrightarrow{\text{Shumëzojmë me }-3} & -9x-6y&=-3\\ 9x-6y&=3 \xrightarrow{\text{përshkruajmë}} & 9x-6y&=3\\ && 0&=0 \end{aligned}$$

mbledhim anëpëranë

Pra, sistemi i dhënë ka pakufi shumë zgjidhje, është i mundshëm dhe i pacaktuar.

Shembull 9 Të zgjidhim sistemin e ekuacioneve lineare:

$$\frac{3}{2}x+\frac{2}{5}y=\frac{9}{10}$$
$$\frac{1}{2}x+\frac{6}{5}y=\frac{3}{10}.$$

Në fillim, ekuacionet e sistemit i transformojmë në mënyrë që ato të lirohen nga thyesat. Për këtë, të dyja ekuacionet i shumëzojmë me numrin 10. Merret sistemi i ekuacioneve lineare:

$$15x+4y=9$$
$$5x+12y=3$$

Tash,

$$\begin{aligned} 15x+4y&=9 \xrightarrow{\text{Përshkruajmë}} & 15x+4y&=9\\ 5x+12y&=3 \xrightarrow{\text{shumëzojmë me }-3} & -15x-36y&=-9\\ && -32y&=0\\ && y&=0 \end{aligned}$$

mbledhim anëpëranë

Tani, vlerën e gjetur $y=0$ e zëvendësojmë në njërin nga ekuacionet e sistemit (p.sh. në të parin) dhe kemi:

189

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të nxënit në grupe

Nxënësit ndahen në grupe me nga katër veta, secilit grup i ofrohet një fletë me detyra numerike për t'i zgjidhur.
Me metodën e eliminimit të zgjidhen sistemet:

Grupi i parë:

$$3x-4y=1$$
$$6x-8y=-5.$$

Grupi i dytë:

$$3x-2y=1$$
$$9x-6y=3.$$

Grupi i tretë:

$$\frac{3}{2}x+\frac{2}{5}y=\frac{9}{10}$$
$$\frac{1}{2}x+\frac{6}{5}y=\frac{3}{10}.$$

Grupi i katërt:

$$2x-3y=2$$
$$3x+2y=3.$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Diskutim në grup

Nxënësit të ndarë në grupe diskutojnë mbi problemin, përkatësisht detyrën e dhënë.
Si e kanë zgjidhur dhe çfarë zgjidhje është fituar.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zgjidhjes dhe shpjegimit të zgjidhjes së sistemeve të ekuacioneve lineare me metodën e eliminimit.

Detyrë:
(Faqe 127, detyra 19, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 126

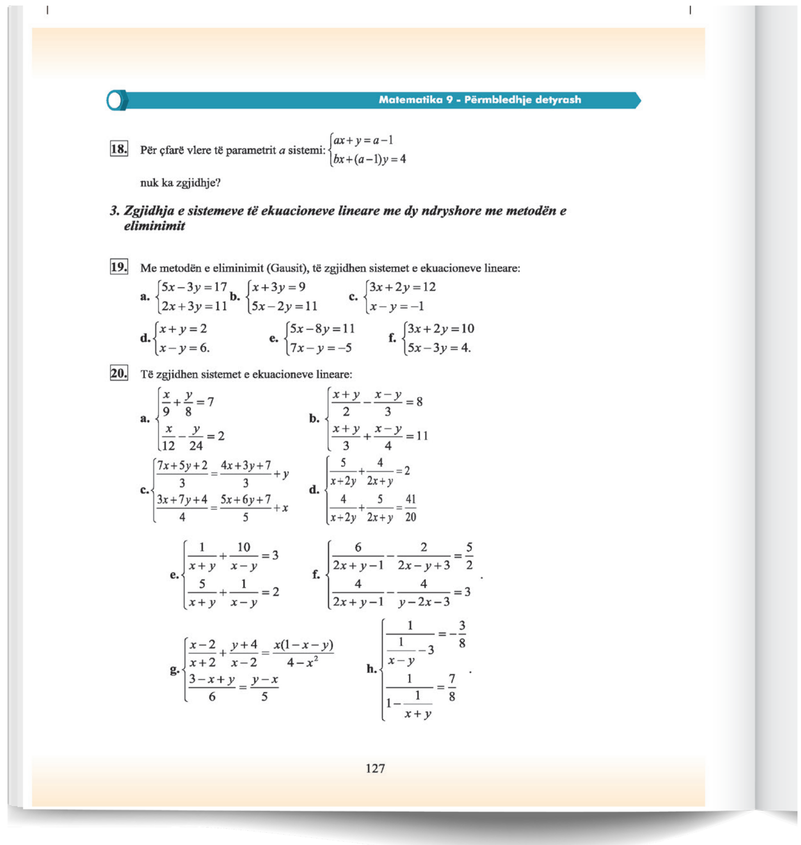
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Arsyeton zgjidhshmërinë e sistemit të ekuacioneve lineare; Diskuton zgjidhjen e sistemeve në varësi të parametrave.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3


Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

18. Për çfarë vlere të parametrit a sistemi: $\begin{cases} ax+y=a-1 \\ bx+(a-1)y=4 \end{cases}$

nuk ka zgjidhje?

3. Zgjidhja e sistemeve të ekuacioneve lineare me dy ndryshore me metodën e eliminimit

19. Me metodën e eliminimit (Gausit), të zgjidhen sistemet e ekuacioneve lineare:

a. $\begin{cases} 5x-3y=17 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} x+3y=9 \\ 5x-2y=11 \end{cases}$ **c.** $\begin{cases} 3x+2y=12 \\ x-y=-1 \end{cases}$

d. $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=6. \end{cases}$ **e.** $\begin{cases} 5x-8y=11 \\ 7x-y=-5 \end{cases}$ **f.** $\begin{cases} 3x+2y=10 \\ 5x-3y=4. \end{cases}$

20. Të zgjidhen sistemet e ekuacioneve lineare:

a. $\begin{cases} \frac{x}{9}+\frac{y}{8}=7 \\ \frac{x}{12}-\frac{y}{24}=2 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} \frac{x+y}{2}-\frac{x-y}{3}=8 \\ \frac{x+y}{3}+\frac{x-y}{4}=11 \end{cases}$

c. $\begin{cases} \frac{7x+5y+2}{3}=\frac{4x+3y+7}{3}+y \\ \frac{3x+7y+4}{4}=\frac{5x+6y+7}{5}+x \end{cases}$ **d.** $\begin{cases} \frac{5}{x+2y}+\frac{4}{2x+y}=2 \\ \frac{4}{x+2y}+\frac{5}{2x+y}=\frac{41}{20} \end{cases}$

e. $\begin{cases} \frac{1}{x+y}+\frac{10}{x-y}=3 \\ \frac{5}{x+y}+\frac{1}{x-y}=2 \end{cases}$ **f.** $\begin{cases} \frac{6}{2x+y-1}-\frac{2}{2x-y+3}=\frac{5}{2} \\ \frac{4}{2x+y-1}-\frac{4}{y-2x-3}=3 \end{cases}.$

g. $\begin{cases} \frac{x-2}{x+2}+\frac{y+4}{x-2}=\frac{x(1-x-y)}{4-x^2} \\ \frac{3-x+y}{6}=\frac{y-x}{5} \end{cases}$ **h.** $\begin{cases} \dfrac{1}{\frac{1}{x-y}-3}=-\frac{3}{8} \\ \dfrac{1}{1-\frac{1}{x+y}}=\frac{7}{8} \end{cases}.$

127

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Metoda e eliminimit (Metoda e Gauss-it)

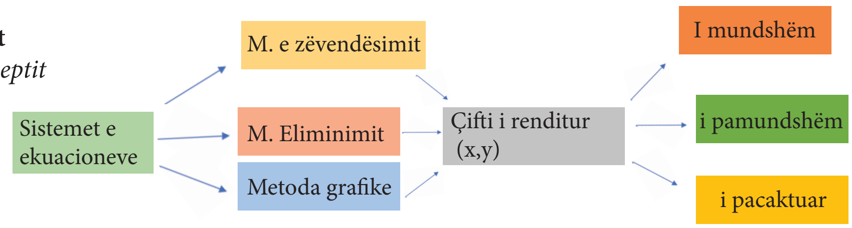
Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Arsyeton zgjidhshmërinë e sistemit të ekuacioneve lineare;
- Diskuton zgjidhjen e sistemeve në varësi të parametrave.

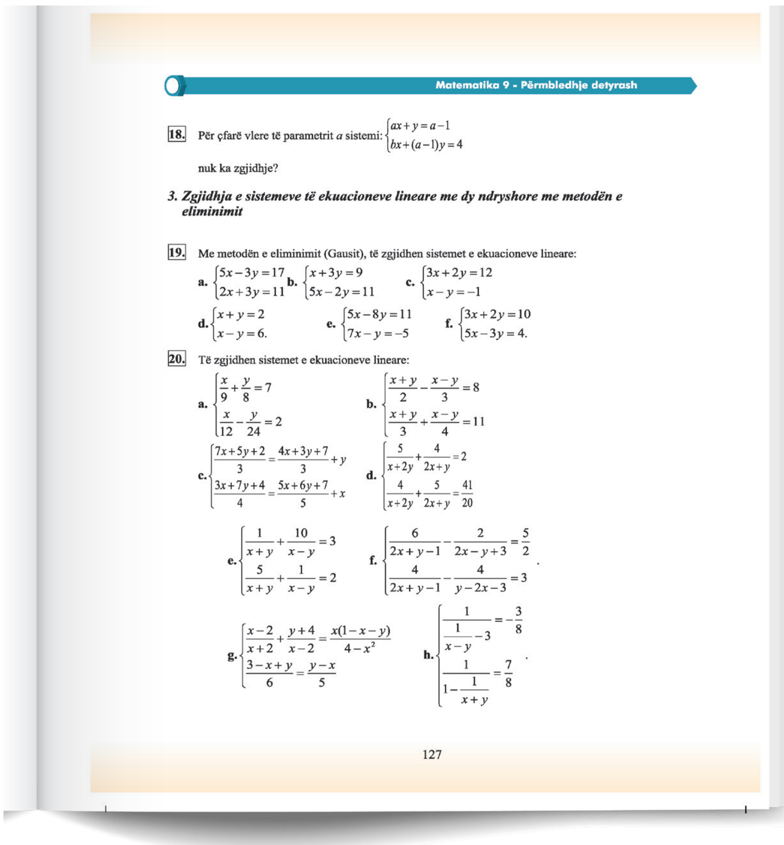
Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=OETi9SoBeF0
https://www.youtube.com/results?search_query=%09metoda+eeliminimitt+kl+9+e+sisiemteve&sp=mAEB
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Organizues grafik i konceptit





Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

18. Për çfarë vlere të parametrit a sistemi: $\begin{cases} ax+y=a-1 \\ bx+(a-1)y=4 \end{cases}$

nuk ka zgjidhje?

3. Zgjidhja e sistemeve të ekuacioneve lineare me dy ndryshore me metodën e eliminimit

19. Me metodën e eliminimit (Gausit), të zgjidhen sistemet e ekuacioneve lineare:

a. $\begin{cases} 5x-3y=17 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} x+3y=9 \\ 5x-2y=11 \end{cases}$ **c.** $\begin{cases} 3x+2y=12 \\ x-y=-1 \end{cases}$

d. $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=6. \end{cases}$ **e.** $\begin{cases} 5x-8y=11 \\ 7x-y=-5 \end{cases}$ **f.** $\begin{cases} 3x+2y=10 \\ 5x-3y=4. \end{cases}$

20. Të zgjidhen sistemet e ekuacioneve lineare:

a. $\begin{cases} \frac{x}{9}+\frac{y}{8}=7 \\ \frac{x}{12}-\frac{y}{24}=2 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} \frac{x+y}{2}-\frac{x-y}{3}=8 \\ \frac{x+y}{3}+\frac{x-y}{4}=11 \end{cases}$

c. $\begin{cases} \frac{7x+5y+2}{3}=\frac{4x+3y+7}{3}+y \\ \frac{3x+7y+4}{4}=\frac{5x+6y+7}{5}+x \end{cases}$ **d.** $\begin{cases} \frac{5}{x+2y}+\frac{4}{2x+y}=2 \\ \frac{4}{x+2y}+\frac{5}{2x+y}=\frac{41}{20} \end{cases}$

e. $\begin{cases} \frac{1}{x+y}+\frac{10}{x-y}=3 \\ \frac{5}{x+y}+\frac{1}{x-y}=2 \end{cases}$ **f.** $\begin{cases} \frac{6}{2x+y-1}-\frac{2}{2x-y+3}=\frac{5}{2} \\ \frac{4}{2x+y-1}-\frac{4}{y-2x-3}=3 \end{cases}$.

g. $\begin{cases} \frac{x-2}{x+2}+\frac{y+4}{x-2}=\frac{x(1-x-y)}{4-x^2} \\ \frac{3-x+y}{6}=\frac{y-x}{5} \end{cases}$ **h.** $\begin{cases} \dfrac{1}{\frac{1}{x-y}-3}=-\frac{3}{8} \\ \dfrac{1}{1-\frac{1}{x+y}}=\frac{7}{8} \end{cases}$.

127

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët me këmbime (grupet e ekspertëve)

Organizohen nxënësit në grupe me nga 4 nxënës, ku secili prej tyre është përgjegjës për të zgjidhur një pjesë. Përgatitet "fleta e ekspertit", e cila mund të ketë pyetje, detyra ose grafik që të plotësohet. Rigrupohen nxënësit të lexojnë pjesën që u është caktuar si detyrë. Ata diskutojnë përfundimet e tyre dhe vendosin për mënyrën se si do t'ua shpjegojnë këtë pjesë të tjerëve kur të shkojnë në grupet fillestare. Më pas të gjithë nxënësit që kanë të njëjtin numër, ekspertët, raportojnë në grupet fillestare për të shpjeguar pjesët më të rëndësishme të pjesës së tyre të detyrës.
Pjesa tjetër e grupit është e gatshme të mësojë informacionin e ri.
Kështu duken fletët e ekspertëve:

Eksperti A

$$\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=6. \end{cases}$$

Eksperti B

$$\begin{cases} ax-y=1 \\ x+y=10 \end{cases}$$

Eksperti C

$$\begin{cases} 3x-2y=1 \\ ax+(a+1)y=2b \end{cases}$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Turi i galerisë

Grupet i vendosin punimet në mur.
Mësimdhënësi/ja u jep leje nxënësve që t'i shikojnë ato, të diskutojnë dhe të shkruajnë komente.
Në fund grupet i marrin punimet e tyre, i krahasojnë me ato të grupeve të tjera dhe i lexojnë komentet e marra etj.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e arsyetimit dhe diskutimit të zgjidhjes së sistemeve të ekuacioneve lineare me metodën e eliminimit, në varësi të parametrave.

Detyrë:
(Faqe 127, detyra 20, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 127

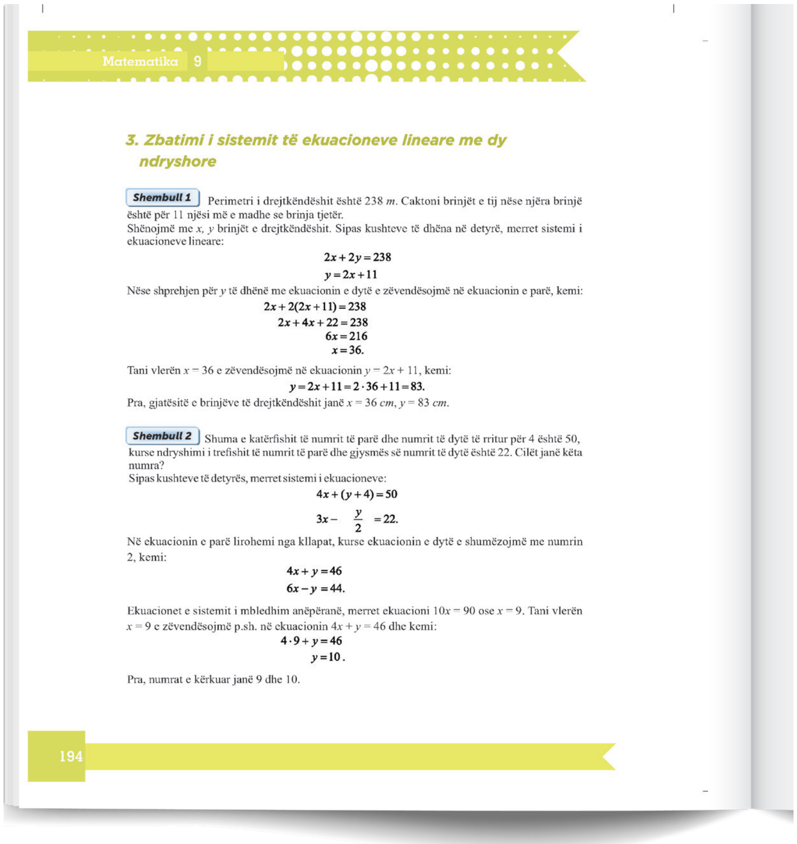
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Zbaton sistemet e ekuacioneve lineare në zgjidhjen e problemeve praktike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9

3. Zbatimi i sistemit të ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Shembull 1 Perimetri i drejtkëndëshit është 238 m. Caktoni brinjët e tij nëse njëra brinjë është për 11 njësi më e madhe se brinja tjetër.
Shënojmë me x, y brinjët e drejtkëndëshit. Sipas kushteve të dhëna në detyrë, merret sistemi i ekuacioneve lineare:

$$2x+2y=238$$
$$y=2x+11$$

Nëse shprehjen për y të dhënë me ekuacionin e dytë e zëvendësojmë në ekuacionin e parë, kemi:

$$2x+2(2x+11)=238$$
$$2x+4x+22=238$$
$$6x=216$$
$$x=36.$$

Tani vlerën $x=36$ e zëvendësojmë në ekuacionin $y=2x+11$, kemi:

$$y=2x+11=2\cdot 36+11=83.$$

Pra, gjatësitë e brinjëve të drejtkëndëshit janë $x=36$ cm, $y=83$ cm.

Shembull 2 Shuma e katërfishit të numrit të parë dhe numrit të dytë të rritur për 4 është 50, kurse ndryshimi i trefishit të numrit të parë dhe gjysmës së numrit të dytë është 22. Cilët janë këta numra?
Sipas kushteve të detyrës, merret sistemi i ekuacioneve:

$$4x+(y+4)=50$$
$$3x-\frac{y}{2}=22.$$

Në ekuacionin e parë lirohemi nga kllapat, kurse ekuacionin e dytë e shumëzojmë me numrin 2, kemi:

$$4x+y=46$$
$$6x-y=44.$$

Ekuacionet e sistemit i mbledhim anëpëranë, merret ekuacioni $10x=90$ ose $x=9$. Tani vlerën $x=9$ e zëvendësojmë p.sh. në ekuacionin $4x+y=46$ dhe kemi:

$$4\cdot 9+y=46$$
$$y=10.$$

Pra, numrat e kërkuar janë 9 dhe 10.

194

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zbatimi i sistemeve të ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zbaton sistemet e ekuacioneve lineare në zgjidhjen e problemeve praktike;
- Përdor metoda të ndryshme për sistemet e ekuacioneve lineare në zgjidhjen e problemeve praktike.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

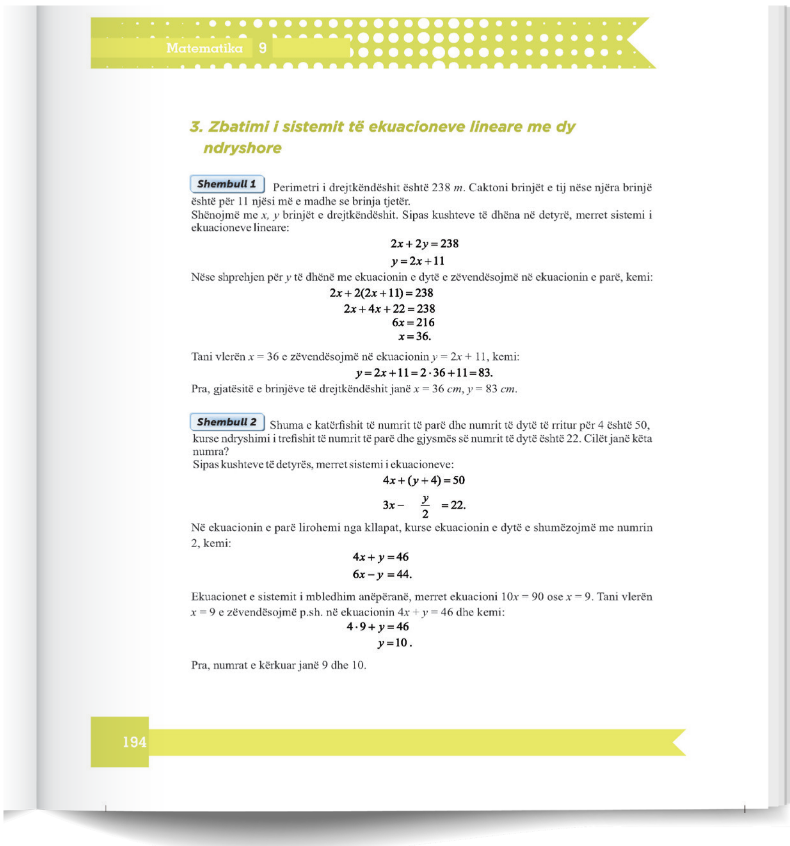
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=x1H05Ba-y14 https://www.youtube.com/watch?v=TpxtFuX1bJg

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Mendoni, Punoni, Diskutoni

Në fillim të orës mësimore jepet problemi: Perimetri i drejtkëndëshit është 238 m. Caktoni brinjët e tij nëse njëra brinjë është për 11 njësi më e madhe se brinja tjetër?
Nxënësit diskutojnë, analizojnë dhe mundohen të shpjegojnë zgjidhjen e problemit të mësipërm.


Matematika 9

3. Zbatimi i sistemit të ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Shembull 1 Perimetri i drejtkëndëshit është 238 *m*. Caktoni brinjët e tij nëse njëra brinjë është për 11 njësi më e madhe se brinja tjetër.
Shënojmë me x, y brinjët e drejtkëndëshit. Sipas kushteve të dhëna në detyrë, merret sistemi i ekuacioneve lineare:

$$2x+2y=238$$
$$y=2x+11$$

Nëse shprehjen për y të dhënë me ekuacionin e dytë e zëvendësojmë në ekuacionin e parë, kemi:

$$2x+2(2x+11)=238$$
$$2x+4x+22=238$$
$$6x=216$$
$$x=36.$$

Tani vlerën $x = 36$ e zëvendësojmë në ekuacionin $y = 2x + 11$, kemi:

$$y=2x+11=2\cdot 36+11=83.$$

Pra, gjatësitë e brinjëve të drejtkëndëshit janë $x = 36$ *cm*, $y = 83$ *cm*.

Shembull 2 Shuma e katërfishit të numrit të parë dhe numrit të dytë të rritur për 4 është 50, kurse ndryshimi i trefishit të numrit të parë dhe gjysmës së numrit të dytë është 22. Cilët janë këta numra?
Sipas kushteve të detyrës, merret sistemi i ekuacioneve:

$$4x+(y+4)=50$$
$$3x-\frac{y}{2}=22.$$

Në ekuacionin e parë lirohemi nga kllapat, kurse ekuacionin e dytë e shumëzojmë me numrin 2, kemi:

$$4x+y=46$$
$$6x-y=44.$$

Ekuacionet e sistemit i mbledhim anëpëranë, merret ekuacioni $10x = 90$ ose $x = 9$. Tani vlerën $x = 9$ e zëvendësojmë p.sh. në ekuacionin $4x + y = 46$ dhe kemi:

$$4\cdot 9+y=46$$
$$y=10.$$

Pra, numrat e kërkuar janë 9 dhe 10.

194

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i demonstruar

Mësimdhënësi duke lexuar bashkërisht me nxënës tekstin/kërkesën fillon të shkruajë në tabelë.

Shënojmë me x, y brinjët e drejtkëndëshit. Sipas kushteve të dhëna në detyrë, merret sistemi i ekuacioneve lineare:

$$2x+2y=238$$
$$y=2x+11$$

Nëse shprehjen për y të dhënë me ekuacionin e dytë e zëvendësojmë në ekuacionin e parë, kemi:

$$2x+2(2x+11)=238$$
$$2x+4x+22=238$$
$$6x=216$$
$$x=36.$$

Tani vlerën $x = 36$ e zëvendësojmë në ekuacionin $y = 2x + 11$, kemi:

$$y=2x+11=2\cdot 36+11=83.$$

Pra, gjatësitë e brinjëve të drejtkëndëshit janë $x = 36$ *cm*, $y = 83$ *cm*.

Sh. 2. Shuma e katërfishit të numrit të parë dhe numrit të dytë të rritur për 4 është 50, kurse ndryshimi i trefishit të numrit të parë dhe gjysmës së numrit të dytë është 22. Cilët janë këta numra? Formulohet detyra në gjuhën e numrave:

$$4x+(y+4)=50$$
$$3x-\frac{y}{2}=22.$$

Zgjidhet me metodën e eliminimit dhe fitohet x = 9 dhe y = 10.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Veprimtari zbatuese

Sh. 3. Dy numra e kanë shumën 41 dhe ndryshimin 7. Cilët janë numrat?
x + y = 41
x – y = 7
Pasi të zgjidhet sistemi, fitohen numrat x = 24 dhe y = 17.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zbatimit dhe përdorimit të metodave të ndryshme për sistemet e ekuacioneve lineare në zgjidhjen e problemeve praktike.

Detyrë:
(Faqe 196, detyra 1, 2, 3, 4, 5, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 128

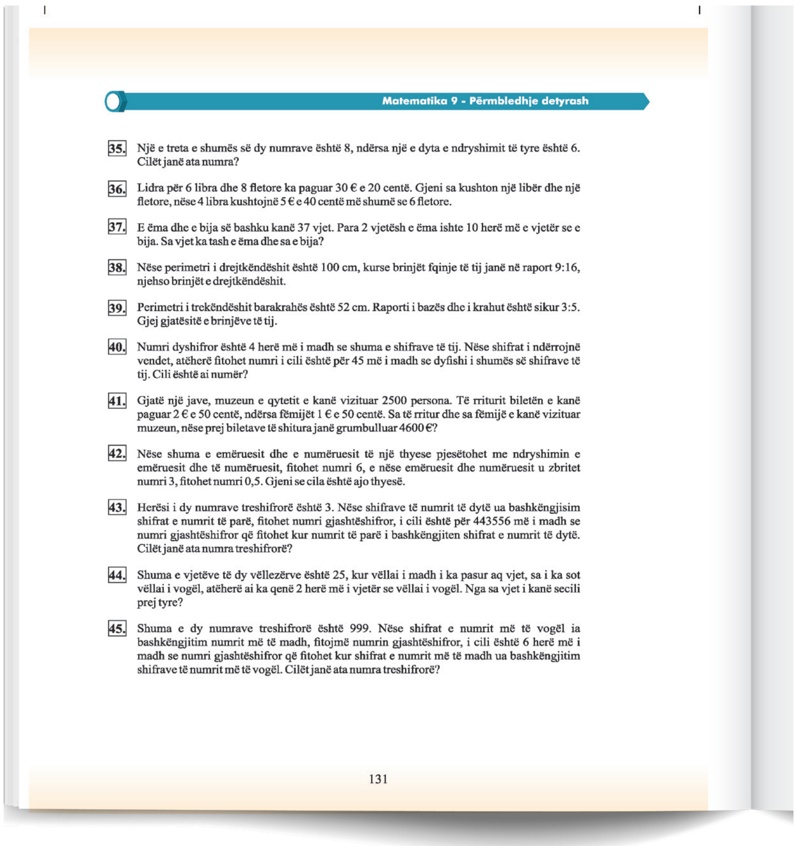
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Zbaton sistemet e ekuacioneve lineare në zgjidhjen e problemeve praktike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

35. Një e treta e shumës së dy numrave është 8, ndërsa një e dyta e ndryshimit të tyre është 6. Cilët janë ata numra?

36. Lidra për 6 libra dhe 8 fletore ka paguar 30 € e 20 centë. Gjeni sa kushton një libër dhe një fletore, nëse 4 libra kushtojnë 5 € e 40 centë më shumë se 6 fletore.

37. E ëma dhe e bija së bashku kanë 37 vjet. Para 2 vjetësh e ëma ishte 10 herë më e vjetër se e bija. Sa vjet ka tash e ëma dhe sa e bija?

38. Nëse perimetri i drejtkëndëshit është 100 cm, kurse brinjët fqinje të tij janë në raport 9:16, njehso brinjët e drejtkëndëshit.

39. Perimetri i trekëndëshit barakrahës është 52 cm. Raporti i bazës dhe i krahut është sikur 3:5. Gjej gjatësitë e brinjëve të tij.

40. Numri dyshifror është 4 herë më i madh se shuma e shifrave të tij. Nëse shifrat i ndërrojnë vendet, atëherë fitohet numri i cili është për 45 më i madh se dyfishi i shumës së shifrave të tij. Cili është ai numër?

41. Gjatë një jave, muzeun e qytetit e kanë vizituar 2500 persona. Të rriturit biletën e kanë paguar 2 € e 50 centë, ndërsa fëmijët 1 € e 50 centë. Sa të rritur dhe sa fëmijë e kanë vizituar muzeun, nëse prej biletave të shitura janë grumbulluar 4600 €?

42. Nëse shuma e emëruesit dhe e numëruesit të një thyese pjesëtohet me ndryshimin e emëruesit dhe të numëruesit, fitohet numri 6, e nëse emëruesit dhe numëruesit u zbritet numri 3, fitohet numri 0,5. Gjeni se cila është ajo thyesë.

43. Herësi i dy numrave treshifrorë është 3. Nëse shifrave të numrit të dytë ua bashkëngjisim shifrat e numrit të parë, fitohet numri gjashtëshifror, i cili është për 443556 më i madh se numri gjashtëshifror që fitohet kur numrit të parë i bashkëngjiten shifrat e numrit të dytë. Cilët janë ata numra treshifrorë?

44. Shuma e vjetëve të dy vëllezërve është 25, kur vëllai i madh i ka pasur aq vjet, sa i ka sot vëllai i vogël, atëherë ai ka qenë 2 herë më i vjetër se vëllai i vogël. Nga sa vjet i kanë secili prej tyre?

45. Shuma e dy numrave treshifrorë është 999. Nëse shifrat e numrit më të vogël ia bashkëngjitim numrit më të madh, fitojmë numrin gjashtëshifror, i cili është 6 herë më i madh se numri gjashtëshifror që fitohet kur shifrat e numrit më të madh ua bashkëngjitim shifrave të numrit më të vogël. Cilët janë ata numra treshifrorë?

131

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Zbatimi i sistemeve të ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përpilon probleme praktike që zgjidhen me sistemet e ekuacioneve lineare;
- Zbaton sistemet e ekuacioneve lineare në zgjidhjen e problemeve praktike.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

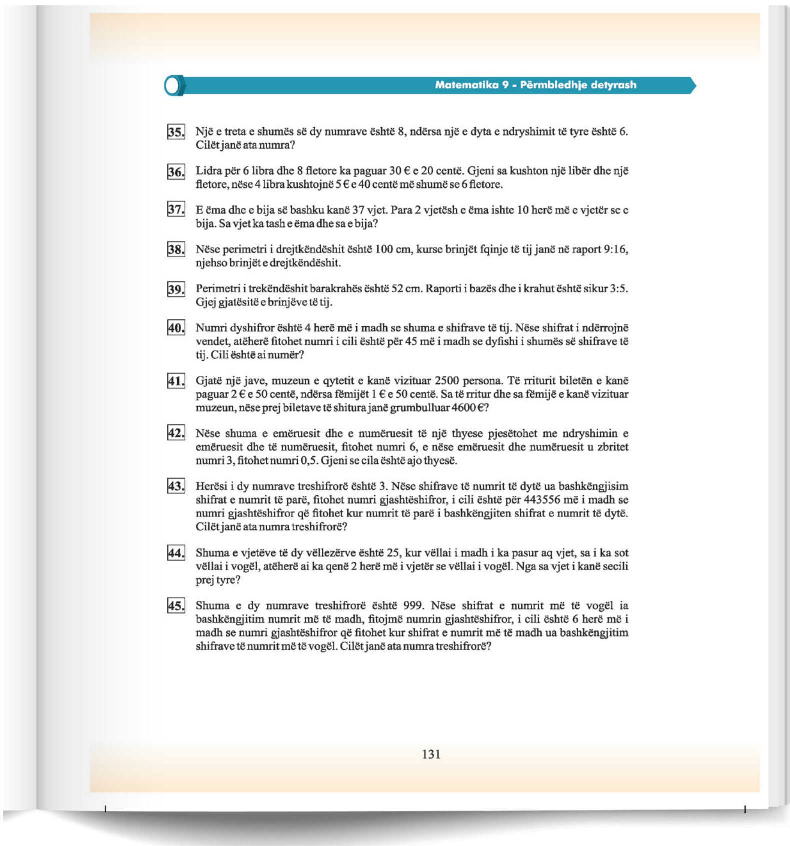
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=x1H05Ba-y14 https://www.youtube.com/watch?v=TpxtFuX1bJg

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Mendoni, Punoni, Diskutoni

Në fillim të orës mësimore jepet problemi: E ëma dhe e bija së bashku kanë 37 vjet. Para 2 vjetësh e ëma ishte 10 herë më e vjetër se e bija. Sa vjet ka tash e ëma dhe sa e bija?
Nxënësit diskutojnë, analizojnë dhe mundohen të shpjegojnë zgjidhjen e problemit të mësipërm.


Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

35. Një e treta e shumës së dy numrave është 8, ndërsa një e dyta e ndryshimit të tyre është 6. Cilët janë ata numra?

36. Lidra për 6 libra dhe 8 fletore ka paguar 30 € e 20 centë. Gjeni sa kushton një libër dhe një fletore, nëse 4 libra kushtojnë 5 € e 40 centë më shumë se 6 fletore.

37. E ëma dhe e bija së bashku kanë 37 vjet. Para 2 vjetësh e ëma ishte 10 herë më e vjetër se e bija. Sa vjet ka tash e ëma dhe sa e bija?

38. Nëse perimetri i drejtkëndëshit është 100 cm, kurse brinjët fqinje të tij janë në raport 9:16, njehso brinjët e drejtkëndëshit.

39. Perimetri i trekëndëshit barakrahës është 52 cm. Raporti i bazës dhe i krahut është sikur 3:5. Gjej gjatësitë e brinjëve të tij.

40. Numri dyshifror është 4 herë më i madh se shuma e shifrave të tij. Nëse shifrat i ndërrojnë vendet, atëherë fitohet numri i cili është për 45 më i madh se dyfishi i shumës së shifrave të tij. Cili është ai numër?

41. Gjatë një jave, muzeun e qytetit e kanë vizituar 2500 persona. Të rriturit biletën e kanë paguar 2 € e 50 centë, ndërsa fëmijët 1 € e 50 centë. Sa të rritur dhe sa fëmijë e kanë vizituar muzeun, nëse prej biletave të shitura janë grumbulluar 4600 €?

42. Nëse shuma e emëruesit dhe e numëruesit të një thyese pjesëtohet me ndryshimin e emëruesit dhe të numëruesit, fitohet numri 6, e nëse emëruesit dhe numëruesit u zbritet numri 3, fitohet numri 0,5. Gjeni se cila është ajo thyesë.

43. Herësi i dy numrave treshifrorë është 3. Nëse shifrave të numrit të dytë ua bashkëngjisim shifrat e numrit të parë, fitohet numri gjashtëshifror, i cili është për 443556 më i madh se numri gjashtëshifror që fitohet kur numrit të parë i bashkëngjiten shifrat e numrit të dytë. Cilët janë ata numra treshifrorë?

44. Shuma e vjetëve të dy vëllezërve është 25, kur vëllai i madh i ka pasur aq vjet, sa i ka sot vëllai i vogël, atëherë ai ka qenë 2 herë më i vjetër se vëllai i vogël. Nga sa vjet i kanë secili prej tyre?

45. Shuma e dy numrave treshifrorë është 999. Nëse shifrat e numrit më të vogël ia bashkëngjitim numrit më të madh, fitojmë numrin gjashtëshifror, i cili është 6 herë më i madh se numri gjashtëshifror që fitohet kur shifrat e numrit më të madh ua bashkëngjitim shifrave të numrit më të vogël. Cilët janë ata numra treshifrorë?

131

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Ditari dypjesësh

Nxënësit e lexojnë detyrën dhe mbajnë shënime në fletën të cilën e kanë ndarë me një vijë vertikale në dy pjesë, në të majtë të faqes shkruajnë ndonjë simbol apo citat nga teksti (pjesë që u bën përshtypje), ndërsa në anën e djathtë duhen të shkruhen komentet dhe zgjidhja e detyrës.

Detyra	Zgjidhja
Sh. 1. E ëma dhe e bija së bashku kanë 37 vjet. Para 2 vjetësh e ëma ishte 10 herë më e vjetër se e bija. Sa vjet ka tash e ëma dhe sa e bija?	n + b = 37, n – nëna, b - bija n – 2 = 10 (b - 2) Pasi ta zgjidhim sistemin, del se e bija ka 5 vjet, kurse nëna e saj 32 vjet.

Detyra	Zgjidhja
Sh. 2. Një e treta e shumës së dy numrave është 8, ndërsa një e dyta e ndryshimit të tyre është 6. Cilët janë ata numra?	$\frac{1}{3}(x+y)=8$ $\frac{1}{2}(x-y)=6$ Zgjidhet sistemi me cilëndo metodë.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Ditari dypjesësh

Detyra	Zgjidhja
Sh. 3. Lidra për 6 libra dhe 8 fletore ka paguar 30 € e 20 centë. Gjeni sa kushton një libër dhe një fletore, nëse 4 libra kushtojnë 5 € e 40 centë më shumë se 6 fletore.	6 l + 8 f = 30,2 4 l = 5,4 + 6 f Zgjidhet sistemi me cilëndo metodë.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përpilimit dhe zbatimit të sistemeve të ekuacioneve lineare në zgjidhjen e problemeve praktike.

Detyrë:
(Faqe 131, detyrat 38-44, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 129

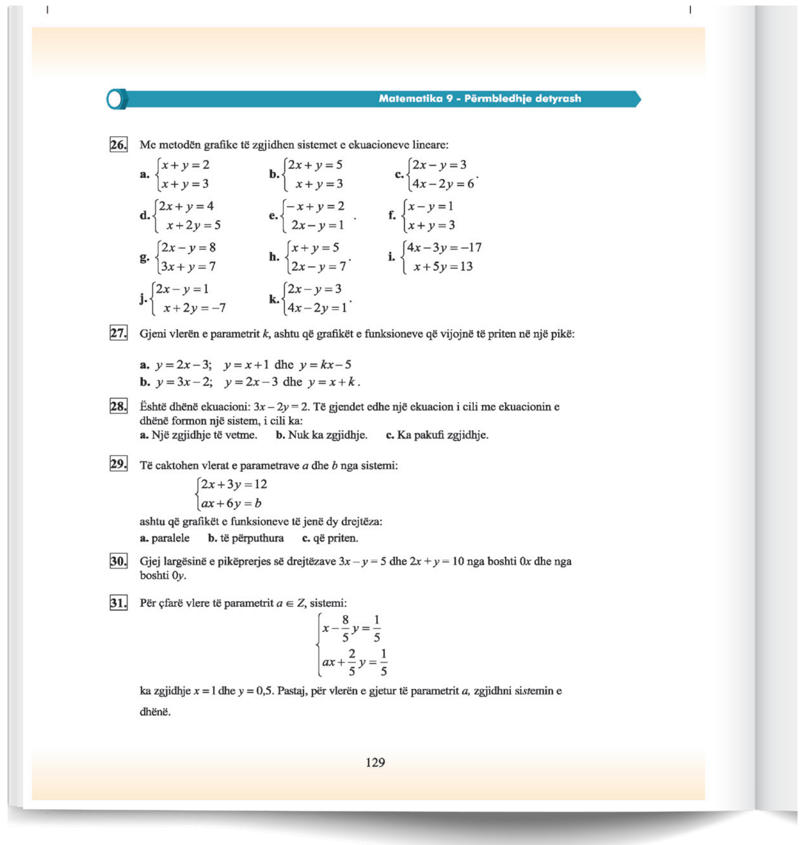
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të temës: Zbaton sistemet e ekuacioneve lineare në zgjidhjen e problemeve praktike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

26. Me metodën grafike të zgjidhen sistemet e ekuacioneve lineare:

a. $\begin{cases} x+y=2 \\ x+y=3 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+y=3 \end{cases}$ **c.** $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 4x-2y=6 \end{cases}$.

d. $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x+2y=5 \end{cases}$ **e.** $\begin{cases} -x+y=2 \\ 2x-y=1 \end{cases}$. **f.** $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=3 \end{cases}$

g. $\begin{cases} 2x-y=8 \\ 3x+y=7 \end{cases}$ **h.** $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=7 \end{cases}$. **i.** $\begin{cases} 4x-3y=-17 \\ x+5y=13 \end{cases}$

j. $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x+2y=-7 \end{cases}$ **k.** $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 4x-2y=1 \end{cases}$.

27. Gjeni vlerën e parametrit k, ashtu që grafikët e funksioneve që vijojnë të priten në një pikë:

a. $y=2x-3$; $y=x+1$ dhe $y=kx-5$
b. $y=3x-2$; $y=2x-3$ dhe $y=x+k$.

28. Është dhënë ekuacioni: $3x-2y=2$. Të gjendet edhe një ekuacion i cili me ekuacionin e dhënë formon një sistem, i cili ka:
a. Një zgjidhje të vetme. **b.** Nuk ka zgjidhje. **c.** Ka pakufi zgjidhje.

29. Të caktohen vlerat e parametrave a dhe b nga sistemi:

$$\begin{cases} 2x+3y=12 \\ ax+6y=b \end{cases}$$

ashtu që grafikët e funksioneve të jenë dy drejtëza:
a. paralele **b.** të përputhura **c.** që priten.

30. Gjej largësinë e pikëprerjes së drejtëzave $3x-y=5$ dhe $2x+y=10$ nga boshti $0x$ dhe nga boshti $0y$.

31. Për çfarë vlere të parametrit $a \in Z$, sistemi:

$$\begin{cases} x-\frac{8}{5}y=\frac{1}{5} \\ ax+\frac{2}{5}y=\frac{1}{5} \end{cases}$$

ka zgjidhje $x=1$ dhe $y=0{,}5$. Pastaj, për vlerën e gjetur të parametrit a, zgjidhni sistemin e dhënë.

129

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përdor metoda të ndryshme për zgjidhjen e sistemeve të ekuacioneve lineare me dy ndryshore;
- Zgjidh sistemet e ekuacioneve lineare me dy ndryshore.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

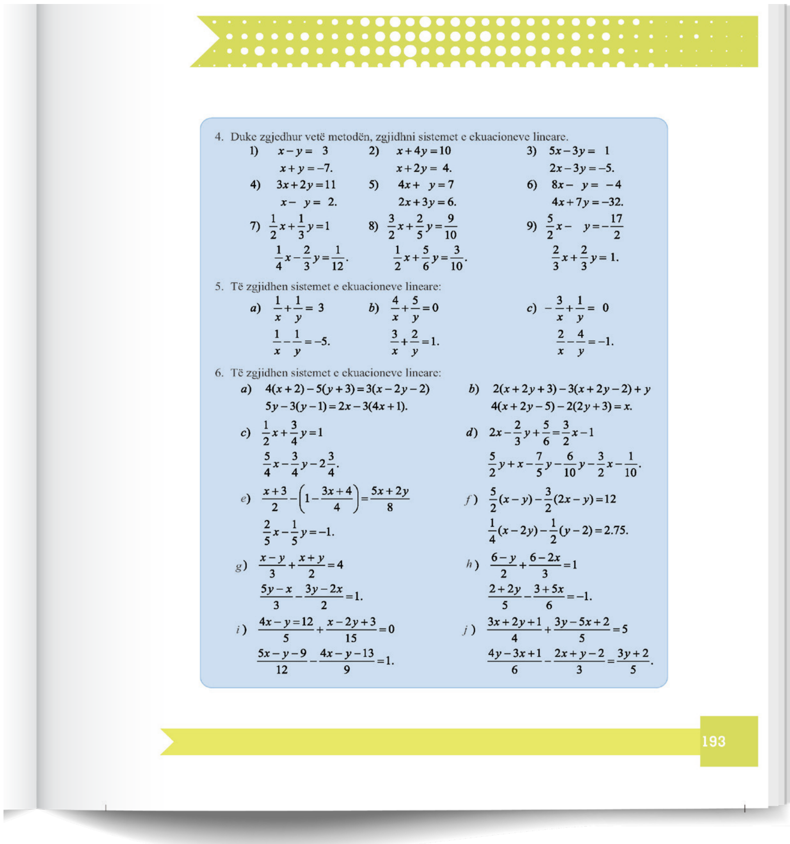
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, video: https://www.youtube.com/watch?v=OETi9SoBeF0
https://www.youtube.com/results?search_query=%09metoda+eeliminimitt+kl+9+e+sisiemteve&sp=mAEB
https://www.youtube.com/watch?v=b-7degdhft4

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Veprimtari e të nxënit në grupe

Mësimdhënësi/ja jep sqarime rreth aktiviteteve që do të zhvillojnë nxënësit gjatë orës mësimore: Do të ndaheni në grupe me nga katër veta. Secili grup ka detyra të veçanta. Anëtarët e grupit punojnë së bashku.



4. Duke zgjedhur vetë metodën, zgjidhni sistemet e ekuacioneve lineare.

1) $\begin{aligned} x-y&=3\\ x+y&=-7.\end{aligned}$ 2) $\begin{aligned} x+4y&=10\\ x+2y&=4.\end{aligned}$ 3) $\begin{aligned} 5x-3y&=1\\ 2x-3y&=-5.\end{aligned}$

4) $\begin{aligned} 3x+2y&=11\\ x-y&=2.\end{aligned}$ 5) $\begin{aligned} 4x+y&=7\\ 2x+3y&=6.\end{aligned}$ 6) $\begin{aligned} 8x-y&=-4\\ 4x+7y&=-32.\end{aligned}$

7) $\begin{aligned} \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y&=1\\ \frac{1}{4}x-\frac{2}{3}y&=\frac{1}{12}.\end{aligned}$ 8) $\begin{aligned} \frac{3}{2}x+\frac{2}{5}y&=\frac{9}{10}\\ \frac{1}{2}x+\frac{5}{6}y&=\frac{3}{10}.\end{aligned}$ 9) $\begin{aligned} \frac{5}{2}x-y&=-\frac{17}{2}\\ \frac{2}{3}x+\frac{2}{3}y&=1.\end{aligned}$

5. Të zgjidhen sistemet e ekuacioneve lineare:

a) $\begin{aligned} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}&=3\\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}&=-5.\end{aligned}$ b) $\begin{aligned} \frac{4}{x}+\frac{5}{y}&=0\\ \frac{3}{x}+\frac{2}{y}&=1.\end{aligned}$ c) $\begin{aligned} -\frac{3}{x}+\frac{1}{y}&=0\\ \frac{2}{x}-\frac{4}{y}&=-1.\end{aligned}$

6. Të zgjidhen sistemet e ekuacioneve lineare:

a) $\begin{aligned} &4(x+2)-5(y+3)=3(x-2y-2)\\ &5y-3(y-1)=2x-3(4x+1).\end{aligned}$ b) $\begin{aligned} &2(x+2y+3)-3(x+2y-2)+y\\ &4(x+2y-5)-2(2y+3)=x.\end{aligned}$

c) $\begin{aligned} &\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}y=1\\ &\frac{5}{4}x-\frac{3}{4}y-2\frac{3}{4}.\end{aligned}$ d) $\begin{aligned} &2x-\frac{2}{3}y+\frac{5}{6}=\frac{3}{2}x-1\\ &\frac{5}{2}y+x-\frac{7}{5}y-\frac{6}{10}y-\frac{3}{2}x-\frac{1}{10}.\end{aligned}$

e) $\begin{aligned} &\frac{x+3}{2}-\left(1-\frac{3x+4}{4}\right)=\frac{5x+2y}{8}\\ &\frac{2}{5}x-\frac{1}{5}y=-1.\end{aligned}$ f) $\begin{aligned} &\frac{5}{2}(x-y)-\frac{3}{2}(2x-y)=12\\ &\frac{1}{4}(x-2y)-\frac{1}{2}(y-2)=2.75.\end{aligned}$

g) $\begin{aligned} &\frac{x-y}{3}+\frac{x+y}{2}=4\\ &\frac{5y-x}{3}-\frac{3y-2x}{2}=1.\end{aligned}$ h) $\begin{aligned} &\frac{6-y}{2}+\frac{6-2x}{3}=1\\ &\frac{2+2y}{5}-\frac{3+5x}{6}=-1.\end{aligned}$

i) $\begin{aligned} &\frac{4x-y=12}{5}+\frac{x-2y+3}{15}=0\\ &\frac{5x-y-9}{12}-\frac{4x-y-13}{9}=1.\end{aligned}$ j) $\begin{aligned} &\frac{3x+2y+1}{4}+\frac{3y-5x+2}{5}=5\\ &\frac{4y-3x+1}{6}-\frac{2x+y-2}{3}=\frac{3y+2}{5}.\end{aligned}$

193

Detyrat e grupit prezantohen nga një përfaqësues në tabelë.

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të nxënit në grupe

Nxënësit ndahen në grupe me nga katër veta, secilit grup i ofrohet një fletë me detyra numerike për t'i zgjidhur.

Grupi i parë: Me metodën grafike zgjidhni sistemin e ekuacioneve:

$$\begin{cases} 4x-3y=-17\\ x+5y=13\end{cases}$$

Grupi i dytë: Me metodën e zëvendësimit zgjidhni sistemin e ekuacioneve:

$$\begin{aligned} x+4y&=10\\ x+2y&=4.\end{aligned}$$

Grupi i tretë: Me metodën e eliminimit zgjidhni sistemin e ekuacioneve:

$$\begin{aligned} 8x-y&=-4\\ 4x+7y&=-32.\end{aligned}$$

Grupi i katërt: Nëse shuma e emëruesit dhe e numëruesit të një thyese pjesëtohet me ndryshimin e emëruesit dhe të numëruesit, fitohet numri 6, e nëse emëruesit dhe numëruesit u zbritet numri 3, fitohet numri 0,5. Gjeni se cila është ajo thyesë:

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{x-y}=6\\[2mm] \dfrac{x-3}{y-3}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Prezantim, diskutim

Një përfaqësues nga secili grup prezanton dhe sqaron para klasës mënyrën e zgjidhjes së detyrave. Diskutohen dhe komentohen detyrat e prezantuara nga nxënësit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përdorimit dhe zgjidhjes së sistemeve të ekuacioneve lineare.

Detyrë:
(Faqe 196, detyra 7-11, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 130

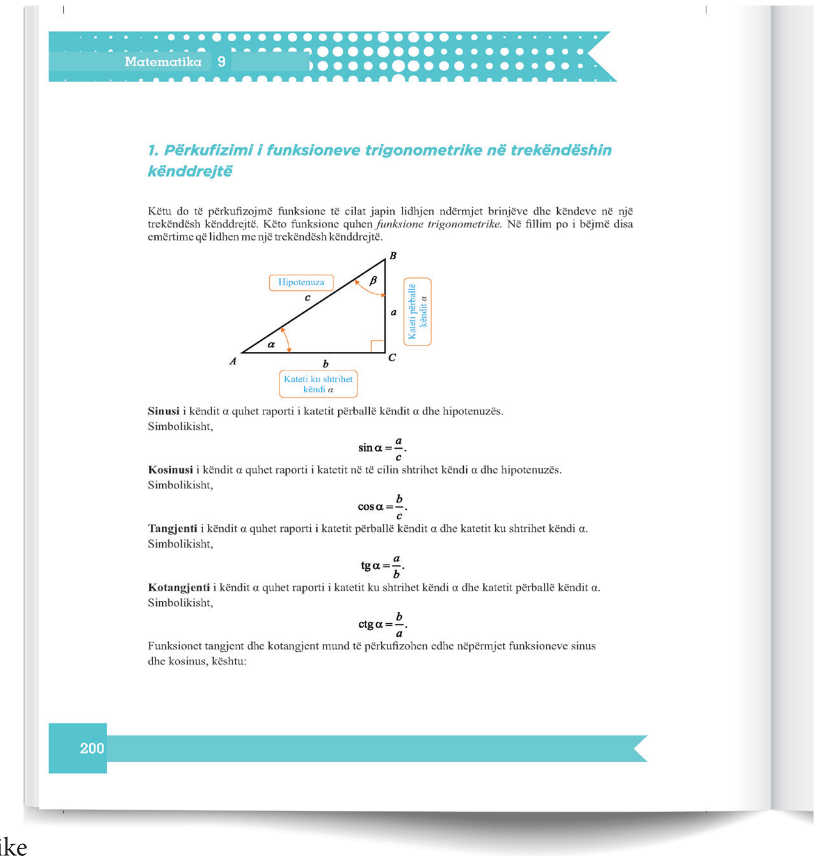
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Trigonometria në trekëndësh kënddrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Përkufizon funksionet trigonometrike në trekëndëshin kënddrejtë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3


Matematika 9

1. *Përkufizimi i funksioneve trigonometrike në trekëndëshin kënddrejtë*

Këtu do të përkufizojmë funksione të cilat japin lidhjen ndërmjet brinjëve dhe këndeve në një trekëndësh kënddrejtë. Këto funksione quhen *funksione trigonometrike.* Në fillim po i bëjmë disa emërtime që lidhen me një trekëndësh kënddrejtë.

Sinusi i këndit α quhet raporti i katetit përballë këndit α dhe hipotenuzës.
Simbolikisht,

$$\sin\alpha=\frac{a}{c}.$$

Kosinusi i këndit α quhet raporti i katetit në të cilin shtrihet këndi α dhe hipotenuzës.
Simbolikisht,

$$\cos\alpha=\frac{b}{c}.$$

Tangjenti i këndit α quhet raporti i katetit përballë këndit α dhe katetit ku shtrihet këndi α.
Simbolikisht,

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{a}{b}.$$

Kotangjenti i këndit α quhet raporti i katetit ku shtrihet këndi α dhe katetit përballë këndit α.
Simbolikisht,

$$\operatorname{ctg}\alpha=\frac{b}{a}.$$

Funksionet tangjent dhe kotangjent mund të përkufizohen edhe nëpërmjet funksioneve sinus dhe kosinus, kështu:

200

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Përkufizimi i funksioneve trigonometrike në trekëndësh kënddrejtë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përkufizon funksionet trigonometrike në trekëndëshin kënddrejtë;
- Emërton funksionet trigonometrike në trekëndëshin kënddrejtë.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

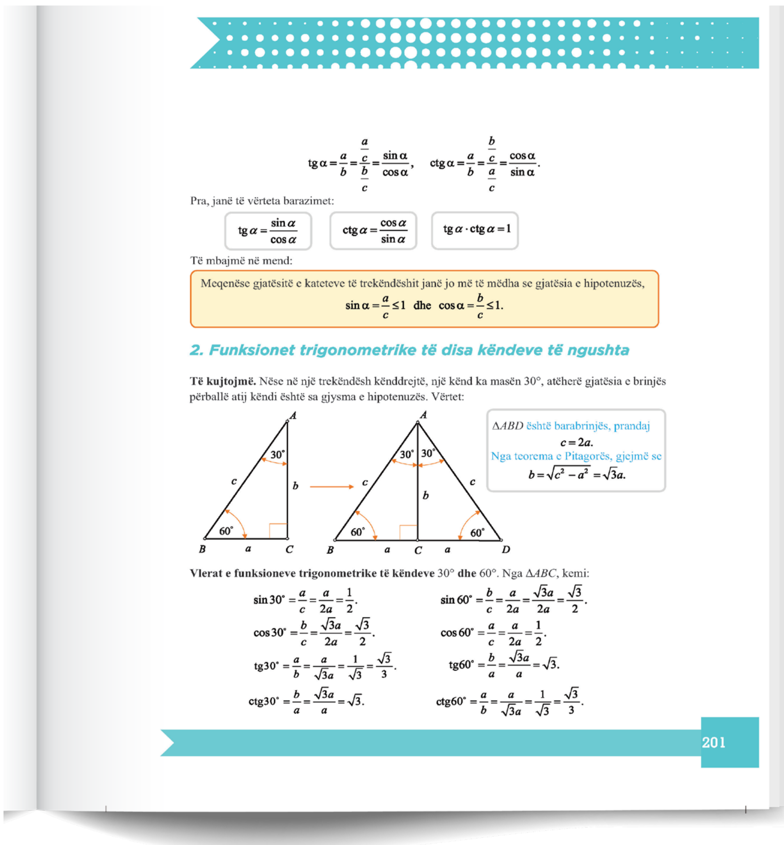
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=JBZiGJ_SlGk

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit pyeten: Ç'kuptoni me trekëndëshin kënddrejtë? Si quhen brinjët e trekëndëshit kënddrejtë? Cilat janë këndet e brendshme të trekëndëshit kënddrejtë? Çfarë raporti janë brinjët dhe këndet?
Nxënësve u jepen 5-7 minuta kohë dhe përgjigjet e tyre shënohen në tabelë.



$$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{a}{b}=\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\quad \mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{a}{b}=\frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

Pra, janë të vërteta barazimet:

$\boxed{\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$ $\boxed{\mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}$ $\boxed{\mathrm{tg}\,\alpha\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha=1}$

Të mbajmë në mend:

Meqenëse gjatësitë e kateteve të trekëndëshit janë jo më të mëdha se gjatësia e hipotenuzës,
$\sin\alpha=\frac{a}{c}\le 1$ dhe $\cos\alpha=\frac{b}{c}\le 1.$

2. Funksionet trigonometrike të disa këndeve të ngushta

Të kujtojmë. Nëse në një trekëndësh kënddrejtë, një kënd ka masën 30°, atëherë gjatësia e brinjës përballë atij këndi është sa gjysma e hipotenuzës. Vërtet:

ΔABD është barabrinjës, prandaj
$c=2a.$
Nga teorema e Pitagorës, gjejmë se
$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{3}a.$

Vlerat e funksioneve trigonometrike të këndeve 30° **dhe** 60°. Nga ΔABC, kemi:

$\sin 30^\circ=\frac{a}{c}=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}.$ $\sin 60^\circ=\frac{b}{c}=\frac{a}{2a}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$

$\cos 30^\circ=\frac{b}{c}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$ $\cos 60^\circ=\frac{a}{c}=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}.$

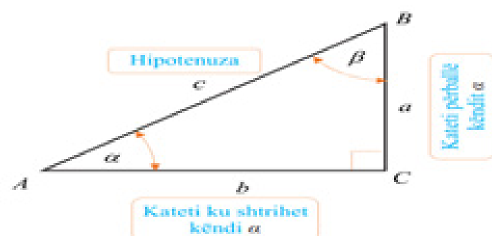
$\mathrm{tg}30^\circ=\frac{a}{b}=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$ $\mathrm{tg}60^\circ=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}.$

$\mathrm{ctg}30^\circ=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}.$ $\mathrm{ctg}60^\circ=\frac{a}{b}=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$

201

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i demonstruar

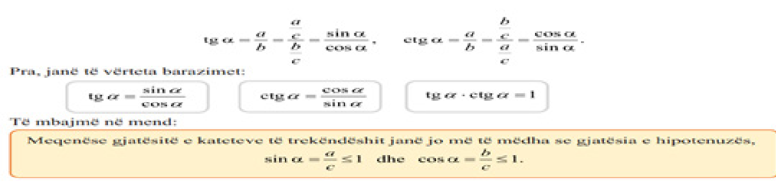
Mësimdhënësi/ja shpjegon dhe përkufizon se trigonometria është degë e matematikës që studion lidhjet ndërmjet brinjëve e këndeve të trekëndëshit dhe funksionet përkatëse të këndeve.
Fjala trigonometri rrjedh nga fjala greke (trigono-trekëndësh dhe metros-matje), dmth. matja e trekëndëshit.
Funksionet të cilat japin lidhjen ndërmjet brinjëve dhe këndeve në një trekëndësh kënddrejtë quhen funksione trigonometrike.



Sinusi i këndit α quhet raporti i katetit përballë këndit α dhe hipotenuzës. Simbolikisht sin α=a/c

Kosinusi i këndit α quhet raporti i katetit në të cilin shtrihet këndi α dhe hipotenuzës.
Simbolikisht, cos α=b/c. **Tangjentja** e këndit α quhet raporti i katetit përballë këndit α dhe katetit ku shtrihet këndi α. Simbolikisht tg α=a/b.
Kotangjentja e këndit α quhet raporti i katetit ku shtrihet këndi α dhe katetit përballë këndit α. Simbolikisht, ctrg α=b/a

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Prezantim, diskutim


$$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{a}{b}=\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\quad \mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{a}{b}=\frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

Pra, janë të vërteta barazimet:

$\boxed{\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$ $\boxed{\mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}$ $\boxed{\mathrm{tg}\,\alpha\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha=1}$

Të mbajmë në mend:

Meqenëse gjatësitë e kateteve të trekëndëshit janë jo më të mëdha se gjatësia e hipotenuzës,
$\sin\alpha=\frac{a}{c}\le 1$ dhe $\cos\alpha=\frac{b}{c}\le 1.$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e emërtimit dhe përkufizimit të funksioneve trigonometrike në trekëndëshin kënddrejtë.

Detyrë:
(Lexoni faqen 135, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 131

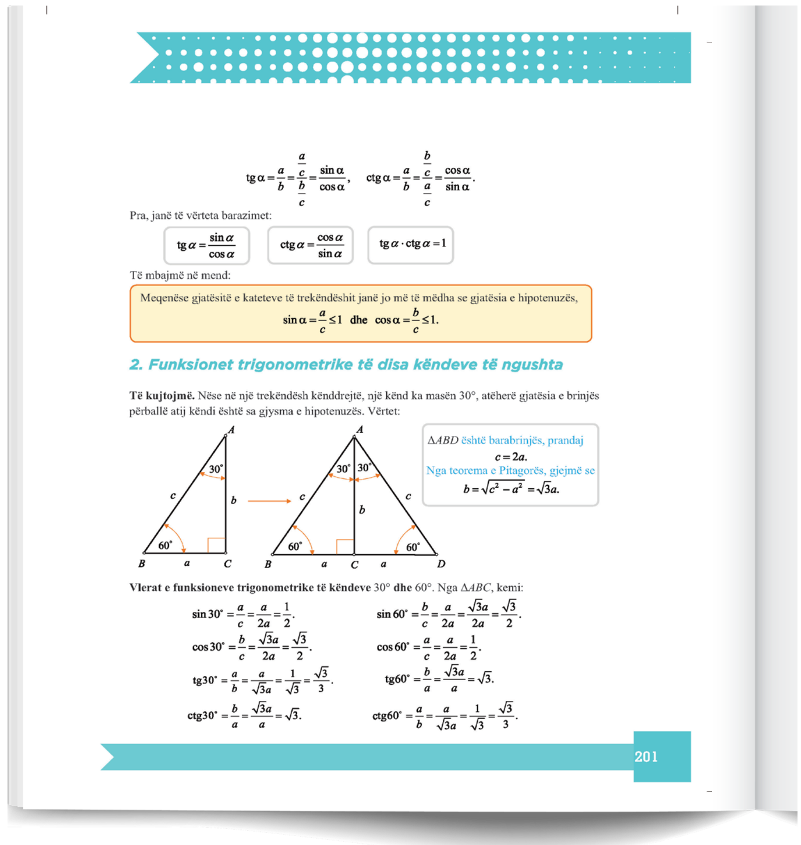
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Trigonometria në trekëndësh kënddrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Cakton vlerat numerike të funksioneve trigonometrike (sin, cos, tg) të disa këndeve në trekëndëshin kënddrejtë (30°,60°);

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{a}{b}=\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\quad \operatorname{ctg}\alpha=\frac{a}{b}=\frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

Pra, janë të vërteta barazimet:

$$\boxed{\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}\quad \boxed{\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}\quad \boxed{\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1}$$

Të mbajmë në mend:

Meqenëse gjatësitë e kateteve të trekëndëshit janë jo më të mëdha se gjatësia e hipotenuzës,

$$\sin\alpha=\frac{a}{c}\le 1 \text{ dhe } \cos\alpha=\frac{b}{c}\le 1.$$

2. Funksionet trigonometrike të disa këndeve të ngushta

Të kujtojmë. Nëse në një trekëndësh kënddrejtë, një kënd ka masën 30°, atëherë gjatësia e brinjës përballë atij këndi është sa gjysma e hipotenuzës. Vërtet:

ΔABD është barabrinjës, prandaj

$c=2a.$

Nga teorema e Pitagorës, gjejmë se

$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{3}a.$

Vlerat e funksioneve trigonometrike të këndeve 30° **dhe** 60°. Nga ΔABC, kemi:

$$\sin 30^\circ=\frac{a}{c}=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}.\qquad \sin 60^\circ=\frac{b}{c}=\frac{a}{2a}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\cos 30^\circ=\frac{b}{c}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}.\qquad \cos 60^\circ=\frac{a}{c}=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}.$$

$$\operatorname{tg}30^\circ=\frac{a}{b}=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.\qquad \operatorname{tg}60^\circ=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}.$$

$$\operatorname{ctg}30^\circ=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}.\qquad \operatorname{ctg}60^\circ=\frac{a}{b}=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

201

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Vlerat e funksioneve trigonometrike të disa këndeve të veçanta (30°, 60°)

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Cakton vlerat numerike të funksioneve trigonometrike të këndeve 30°,60° në trekëndëshin kënddrejtë;
- Njehson vlerat numerike të funksioneve trigonometrike të këndeve 30°,60° në trekëndëshin kënddrejtë.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

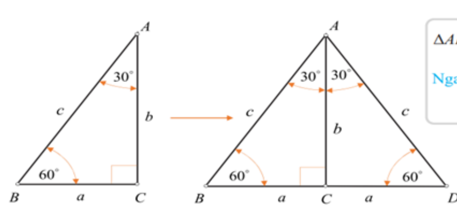
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=kSvOOG6lMko

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Nëse në një trekëndësh kënddrejtë, një kënd ka masën 30°, atëherë gjatësia e brinjës përballë atij këndi është sa gjysma e hipotenuzës.

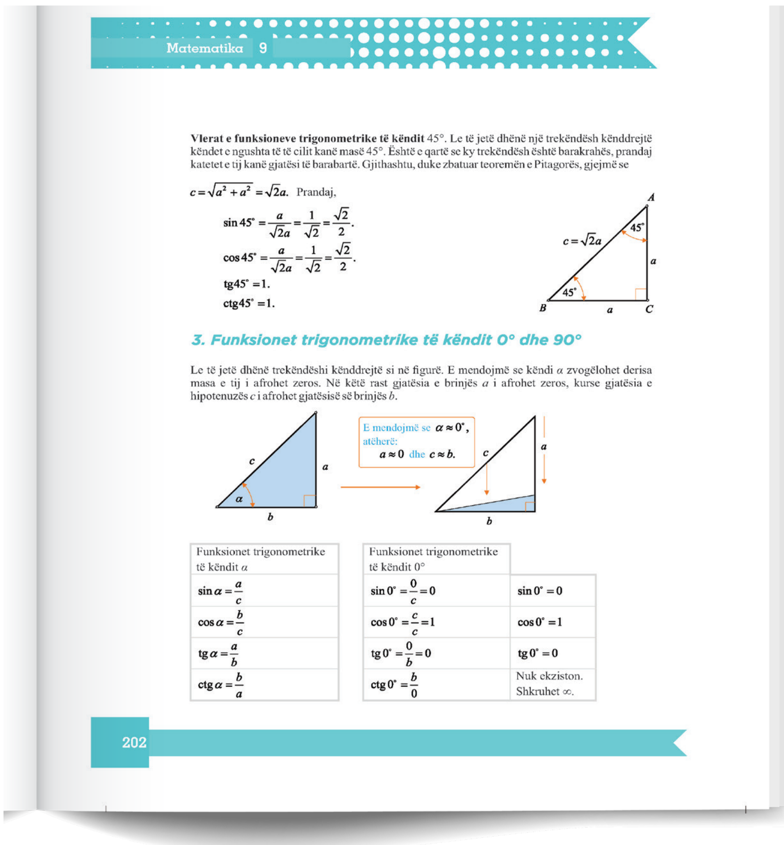


ΔABD është barabrinjës, prandaj

$c=2a.$

Nga teorema e Pitagorës, gjejmë se

$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{3}a.$



Vlerat e funksioneve trigonometrike të këndit 45°. Le të jetë dhënë një trekëndësh kënddrejtë këndet e ngushta të të cilit kanë masë 45°. Është e qartë se ky trekëndësh është barakrahës, prandaj katetet e tij kanë gjatësi të barabartë. Gjithashtu, duke zbatuar teoremën e Pitagorës, gjejmë se

$c=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a.$ Prandaj,

$$\sin 45^\circ=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$
$$\cos 45^\circ=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$
$$\mathrm{tg}45^\circ=1.$$
$$\mathrm{ctg}45^\circ=1.$$

3. Funksionet trigonometrike të këndit 0° dhe 90°

Le të jetë dhënë trekëndëshi kënddrejtë si në figurë. E mendojmë se këndi α zvogëlohet derisa masa e tij i afrohet zeros. Në këtë rast gjatësia e brinjës a i afrohet zeros, kurse gjatësia e hipotenuzës c i afrohet gjatësisë së brinjës b.

Funksionet trigonometrike të këndit α
$\sin\alpha=\frac{a}{c}$
$\cos\alpha=\frac{b}{c}$
$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{a}{b}$
$\mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{b}{a}$

Funksionet trigonometrike të këndit 0°	
$\sin 0^\circ=\frac{0}{c}=0$	$\sin 0^\circ=0$
$\cos 0^\circ=\frac{c}{c}=1$	$\cos 0^\circ=1$
$\mathrm{tg}\,0^\circ=\frac{0}{b}=0$	$\mathrm{tg}\,0^\circ=0$
$\mathrm{ctg}\,0^\circ=\frac{b}{0}$	Nuk ekziston. Shkruhet ∞.

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i demonstruar

Mësimdhënësi duke u referuar figurave të mësipërme nxjerr vlerat e funksioneve trigonometrike të këndeve 30° dhe 60°.
Nga ΔABC, kemi:

$$\sin 30^\circ=\frac{a}{c}=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}. \qquad \sin 60^\circ=\frac{b}{c}=\frac{a}{2a}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$
$$\cos 30^\circ=\frac{b}{c}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}. \qquad \cos 60^\circ=\frac{a}{c}=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}.$$
$$\mathrm{tg}30^\circ=\frac{a}{b}=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}. \qquad \mathrm{tg}60^\circ=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}.$$
$$\mathrm{ctg}30^\circ=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}. \qquad \mathrm{ctg}60^\circ=\frac{a}{b}=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Sh. 1. Është dhënë trekëndëshi kënddrejtë me katetin AB = 3, hipotenuza AC = 4 dhe m (ACB) = x. Të gjenden funksionet trigonometrike sipas këndit x.

Duke zbatuar Teoremën e Pitagorës, gjejmë brinjën AC.

$4^2=3^2+BC^2 \Rightarrow 16=9+AC^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow AC=\sqrt{16-9}=\sqrt{7}$. Kemi:
$\sin x=\frac{3}{4}$, $\cos x=\frac{\sqrt{7}}{4}$,
$\tan x=\frac{3}{\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$ e $\cot x=\frac{\sqrt{7}}{3}$.

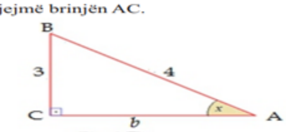


Fig.[redacted]

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Diskutim

Diskutohen me nxënësit rezultatet e fituara nga njësia mësimore përmes pyetjeve, si dhe shembulli i parë:
- Si po gjenden funksionet trigonometrike të një këndi?
- A mund të ketë kënde të tjera, përveç 30° dhe 60°?
- Si gjendet tg e këndit 30°?
- Si gjendet cos i këndit 60°?
- A duhet të jetë emëruesi një numër nën rrënjë?

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e njehsimit dhe caktimit të vlerave numerike të funksioneve trigonometrike të këndeve 30°,60°.

Detyrë:
(Faqe 210, detyra 1 dhe 2, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 132

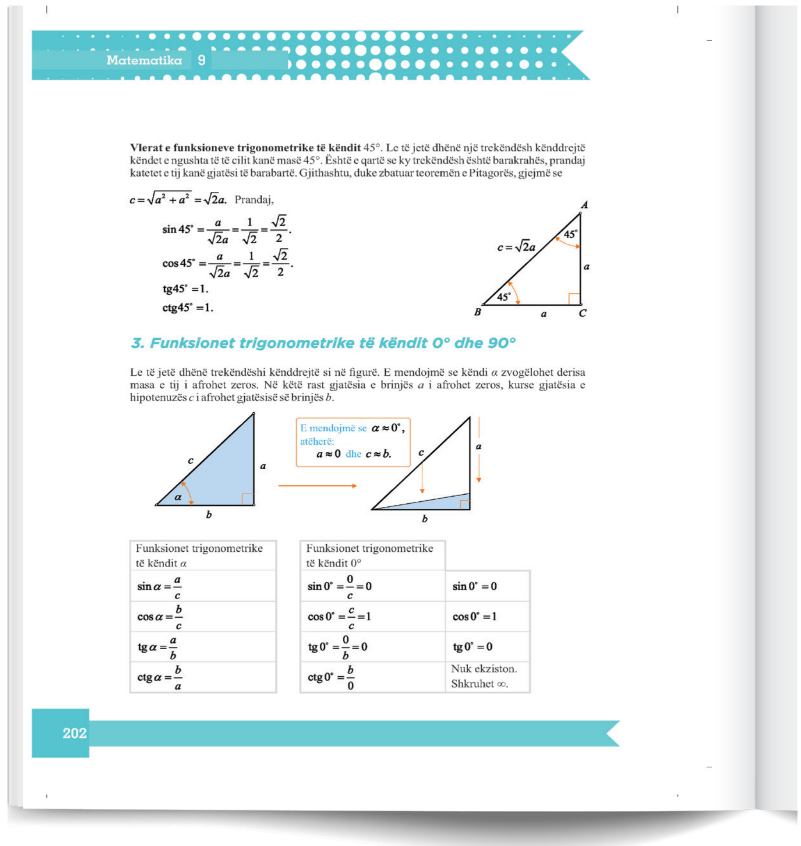
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Trigonometria në trekëndësh kënddrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Cakton vlerat numerike të funksioneve trigonometrike (sin, cos, tg) të disa këndeve në trekëndëshin kënddrejtë (45°).

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9

Vlerat e funksioneve trigonometrike të këndit 45°. Le të jetë dhënë një trekëndësh kënddrejtë këndet e ngushta të të cilit kanë masë 45°. Është e qartë se ky trekëndësh është barakrahës, prandaj katetet e tij kanë gjatësi të barabartë. Gjithashtu, duke zbatuar teoremën e Pitagorës, gjejmë se

$c=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$. Prandaj,

$$\sin 45^\circ=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$
$$\cos 45^\circ=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$
$$\mathrm{tg}45^\circ=1.$$
$$\mathrm{ctg}45^\circ=1.$$

3. Funksionet trigonometrike të këndit 0° dhe 90°

Le të jetë dhënë trekëndëshi kënddrejtë si në figurë. E mendojmë se këndi α zvogëlohet derisa masa e tij i afrohet zeros. Në këtë rast gjatësia e brinjës a i afrohet zeros, kurse gjatësia e hipotenuzës c i afrohet gjatësisë së brinjës b.

Funksionet trigonometrike të këndit α
$\sin\alpha=\frac{a}{c}$
$\cos\alpha=\frac{b}{c}$
$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{a}{b}$
$\mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{b}{a}$

Funksionet trigonometrike të këndit 0°	
$\sin 0^\circ=\frac{0}{c}=0$	$\sin 0^\circ=0$
$\cos 0^\circ=\frac{c}{c}=1$	$\cos 0^\circ=1$
$\mathrm{tg}\,0^\circ=\frac{0}{b}=0$	$\mathrm{tg}\,0^\circ=0$
$\mathrm{ctg}\,0^\circ=\frac{b}{0}$	Nuk ekziston. Shkruhet ∞.

202

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Vlerat e funksioneve trigonometrike të disa këndeve të veçanta (45°)

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Cakton vlerat numerike të funksioneve trigonometrike të këndit 45°;
- Njehson vlerat numerike të funksioneve trigonometrike të këndit 45°.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

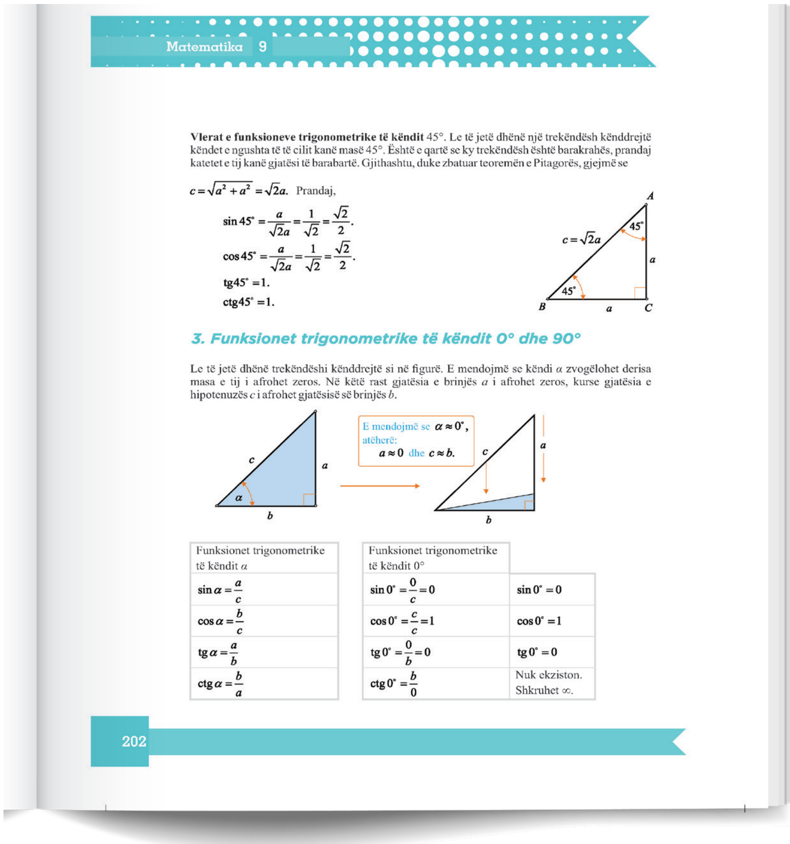
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=kSvOOG6lMko

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit pyeten: Çfarë paraqet trekëndëshi kënddrejtë? Çfarë paraqet trekëndëshi barakrahës? Si gjenden funksionet trigonometrike të këndeve 30° dhe 60°?
Nxënësve u jepen 10 minuta kohë dhe përgjigjet e tyre shënohen në tabelë.


Matematika 9

Vlerat e funksioneve trigonometrike të këndit 45°. Le të jetë dhënë një trekëndësh kënddrejtë këndet e ngushta të të cilit kanë masë 45°. Është e qartë se ky trekëndësh është barakrahës, prandaj katetet e tij kanë gjatësi të barabartë. Gjithashtu, duke zbatuar teoremën e Pitagorës, gjejmë se

$c=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a.$ Prandaj,

$$\sin 45^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$
$$\cos 45^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$
$$\mathrm{tg}45^\circ = 1.$$
$$\mathrm{ctg}45^\circ = 1.$$

3. Funksionet trigonometrike të këndit 0° dhe 90°

Le të jetë dhënë trekëndëshi kënddrejtë si në figurë. E mendojmë se këndi α zvogëlohet derisa masa e tij i afrohet zeros. Në këtë rast gjatësia e brinjës a i afrohet zeros, kurse gjatësia e hipotenuzës c i afrohet gjatësisë së brinjës b.

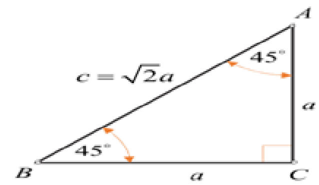
Funksionet trigonometrike të këndit α
$\sin\alpha = \frac{a}{c}$
$\cos\alpha = \frac{b}{c}$
$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$
$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a}$

Funksionet trigonometrike të këndit 0°	
$\sin 0^\circ = \frac{0}{c} = 0$	$\sin 0^\circ = 0$
$\cos 0^\circ = \frac{c}{c} = 1$	$\cos 0^\circ = 1$
$\mathrm{tg}\,0^\circ = \frac{0}{b} = 0$	$\mathrm{tg}\,0^\circ = 0$
$\mathrm{ctg}\,0^\circ = \frac{b}{0}$	Nuk ekziston. Shkruhet ∞.

202

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i përparuar

Mësimdhënësi tregon vlerat e funksioneve trigonometrike të këndit 45°.
Le të jetë dhënë një trekëndësh kënddrejtë këndet e ngushta të të cilit kanë masë 45°. Është e qartë se ky trekëndësh është barakrahës, prandaj katetet e tij kanë gjatësi të barabartë.



Gjithashtu, duke e zbatuar Teoremën e Pitagorës, gjejmë se:

$c=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a.$ Prandaj,

$$\sin 45^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$
$$\cos 45^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$
$$\mathrm{tg}45^\circ = 1.$$
$$\mathrm{ctg}45^\circ = 1.$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Sh. 1. Tregoni se pse tg dhe ct të këndit 45° kanë vlerën 1.
tg 45^0=(sin 45⁰)/(cos 45⁰) = (√2/2)/(√2/2) = (2 · √2)/(2 · √2)=1
Ngjashëm gjendet edhe cg e këndit 45°.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e njehsimit dhe caktimit të vlerave numerike të funksioneve trigonometrike të këndit 45°.

Detyrë:
(Faqe 210, detyra 3, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Për mësimdhënësin/en

Mësimi 133

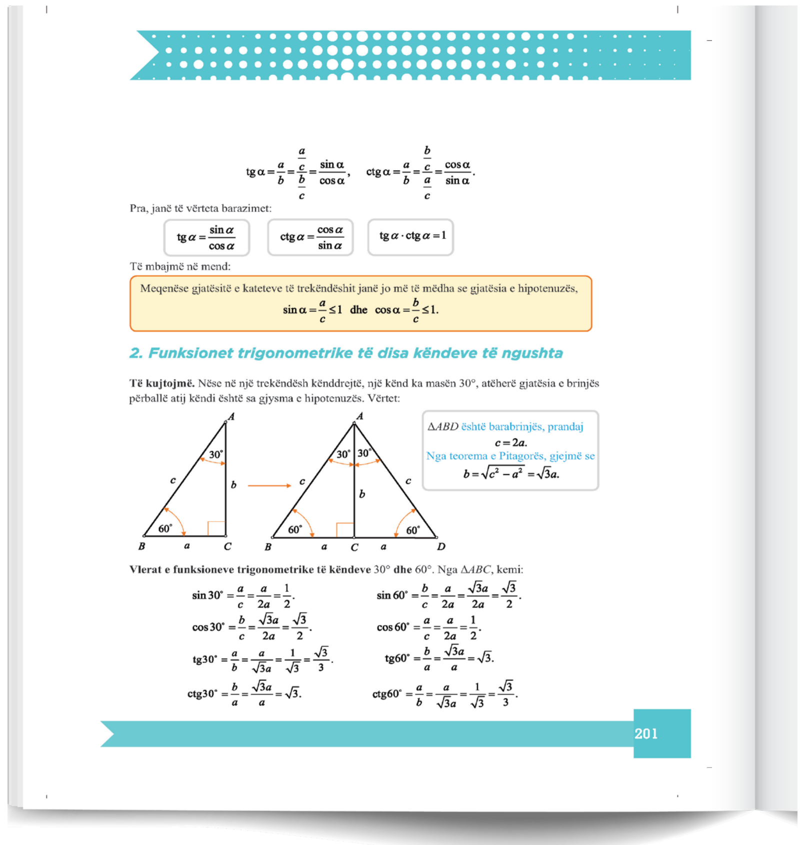
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Trigonometria në trekëndësh kënddrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Cakton vlerat numerike të funksioneve trigonometrike (sin, cos, tg) të disa këndeve në trekëndëshin kënddrejtë (30°,45°,60°).

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



$$\text{tg}\,\alpha=\frac{a}{b}=\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\quad \text{ctg}\,\alpha=\frac{a}{b}=\frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

Pra, janë të vërteta barazimet:

$\boxed{\text{tg}\,\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$ $\boxed{\text{ctg}\,\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}$ $\boxed{\text{tg}\,\alpha\cdot\text{ctg}\,\alpha=1}$

Të mbajmë në mend:

Meqenëse gjatësitë e kateteve të trekëndëshit janë jo më të mëdha se gjatësia e hipotenuzës,

$$\sin\alpha=\frac{a}{c}\le 1 \text{ dhe } \cos\alpha=\frac{b}{c}\le 1.$$

2. Funksionet trigonometrike të disa këndeve të ngushta

Të kujtojmë. Nëse në një trekëndësh kënddrejtë, një kënd ka masën 30°, atëherë gjatësia e brinjës përballë atij këndi është sa gjysma e hipotenuzës. Vërtet:

ΔABD është barabrinjës, prandaj

$c=2a.$

Nga teorema e Pitagorës, gjejmë se

$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{3}a.$

Vlerat e funksioneve trigonometrike të këndeve 30° **dhe** 60°. Nga ΔABC, kemi:

$$\sin 30^\circ=\frac{a}{c}=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}. \qquad \sin 60^\circ=\frac{b}{c}=\frac{a}{2a}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\cos 30^\circ=\frac{b}{c}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}. \qquad \cos 60^\circ=\frac{a}{c}=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}.$$

$$\text{tg}30^\circ=\frac{a}{b}=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}. \qquad \text{tg}60^\circ=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}.$$

$$\text{ctg}30^\circ=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}. \qquad \text{ctg}60^\circ=\frac{a}{b}=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

201

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Vlerat e funksioneve trigonometrike të disa këndeve të veçanta (30°, 45°, 60°)

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Njehson funksionet trigonometrike të këndeve 30°, 45° dhe 60°;
- Zbaton funksionet trigonometrike të këndeve 30°, 45° dhe 60° në jetën praktike.

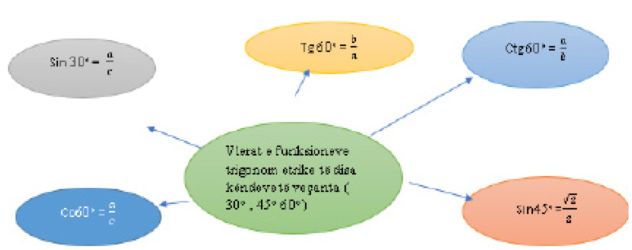
Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

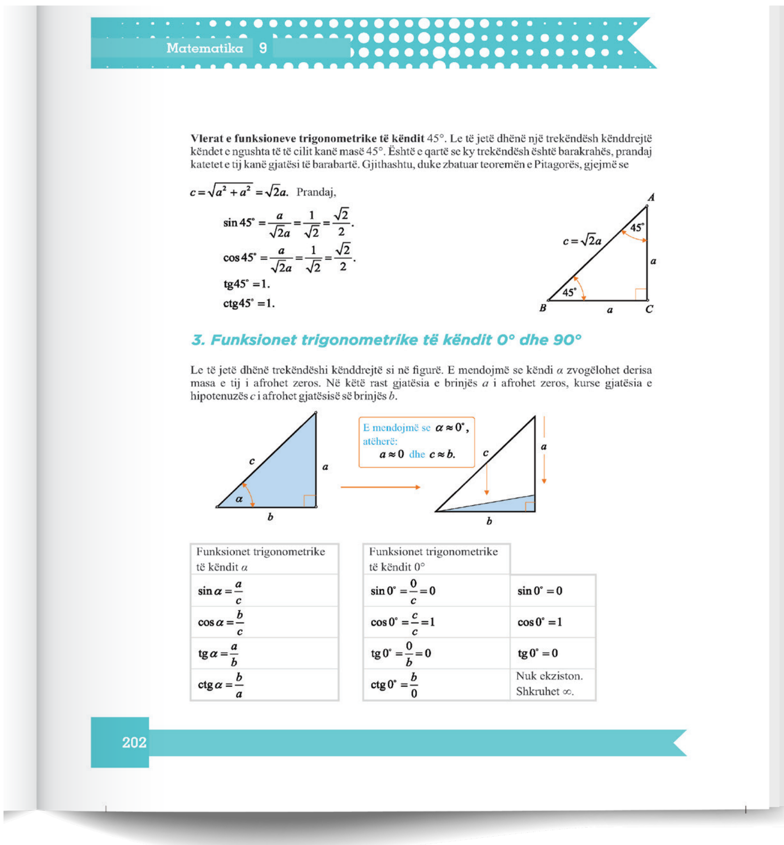
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=WnrGIxOmSFA

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Harta e të menduarit





Vlerat e funksioneve trigonometrike të këndit 45°. Le të jetë dhënë një trekëndësh kënddrejtë këndet e ngushta të të cilit kanë masë 45°. Është e qartë se ky trekëndësh është barakrahës, prandaj katetet e tij kanë gjatësi të barabartë. Gjithashtu, duke zbatuar teoremën e Pitagorës, gjejmë se

$c=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a.$ Prandaj,

$$\sin 45^\circ=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\cos 45^\circ=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\mathrm{tg}45^\circ=1.$$

$$\mathrm{ctg}45^\circ=1.$$

3. Funksionet trigonometrike të këndit 0° dhe 90°

Le të jetë dhënë trekëndëshi kënddrejtë si në figurë. E mendojmë se këndi α zvogëlohet derisa masa e tij i afrohet zeros. Në këtë rast gjatësia e brinjës a i afrohet zeros, kurse gjatësia e hipotenuzës c i afrohet gjatësisë së brinjës b.

Funksionet trigonometrike të këndit α
$\sin\alpha=\frac{a}{c}$
$\cos\alpha=\frac{b}{c}$
$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{a}{b}$
$\mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{b}{a}$

Funksionet trigonometrike të këndit 0°	
$\sin 0^\circ=\frac{0}{c}=0$	$\sin 0^\circ=0$
$\cos 0^\circ=\frac{c}{c}=1$	$\cos 0^\circ=1$
$\mathrm{tg}\,0^\circ=\frac{0}{b}=0$	$\mathrm{tg}\,0^\circ=0$
$\mathrm{ctg}\,0^\circ=\frac{b}{0}$	Nuk ekziston. Shkruhet ∞.

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Veprimtari e të nxënit në grupe

Nxënësit ndahen në grupe me nga katër veta, secilit grup i ofrohet një fletë me detyra numerike për t'i zgjidhur.

Grupi i parë:

Është dhënë $\sin x=\frac{2}{3}$. Të gjendet $\frac{\cos x+\tan x}{\cot x}$.

Grupi i dytë:

Është dhënë $\sin x=\frac{2}{3}$. Të gjendet $\frac{\cos x+\tan x}{\cot x}$.

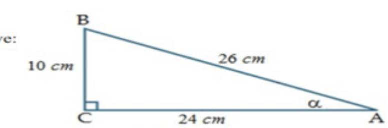
Grupi i tretë:

Për $\alpha=30^\circ$ njehso vlerën e shprehjeve:

a. $\cos 2\alpha+\sin\alpha$; **b.** $\tan 2\alpha-\tan\alpha$; **c.** $\cot\alpha+\cot 2\alpha$.

Grupi i katërt:

Sipas të dhënëve në figurë, të gjenden vlerat e funksioneve: sin, cos, tan, cot.



Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Rishikim në dyshe

Vazhdohet edhe në fazën e tretë të orës, meqë disa detyra kanë nevojë për më tepër kohë.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e njehsimit dhe zbatimit të funksioneve trigonometrike të këndeve 30°, 45° dhe 60°.

Detyrë:
(Faqe 137, detyra 7, 8, 10, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 134

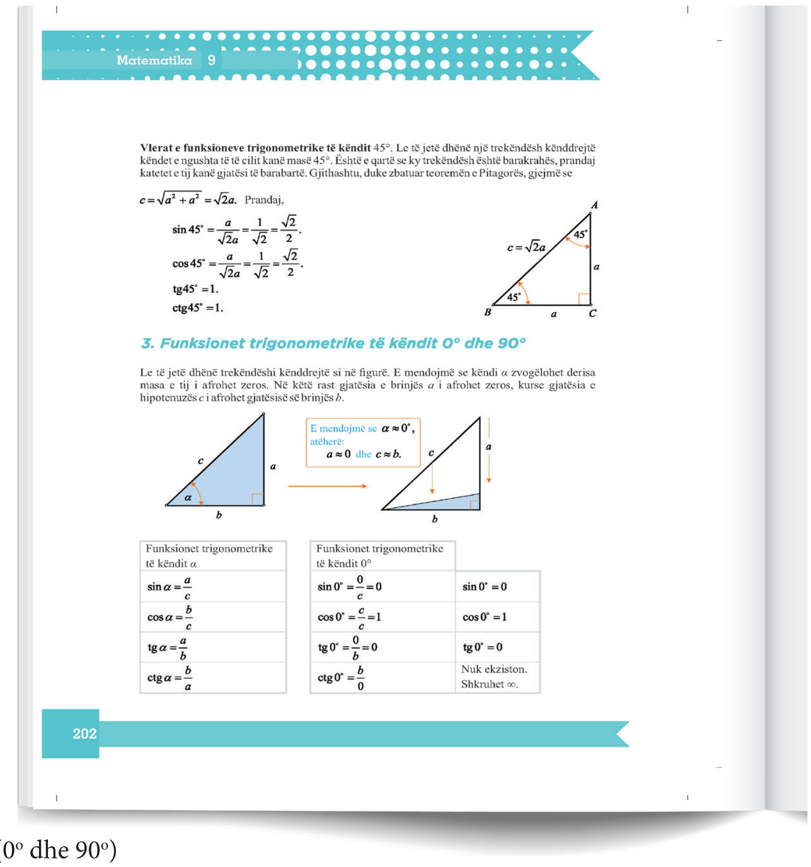
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Trigonometria në trekëndësh kënddrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Cakton funksionet trigonometrike të këndeve komplementare.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9

Vlerat e funksioneve trigonometrike të këndit 45°. Le të jetë dhënë një trekëndësh kënddrejtë këndet e ngushta të të cilit kanë masë 45°. Është e qartë se ky trekëndësh është barakrahës, prandaj katetet e tij kanë gjatësi të barabartë. Gjithashtu, duke zbatuar teoremën e Pitagorës, gjejmë se

$c=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a.$ Prandaj,

$$\sin 45^\circ=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$
$$\cos 45^\circ=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$
$$\mathrm{tg}45^\circ=1.$$
$$\mathrm{ctg}45^\circ=1.$$

3. Funksionet trigonometrike të këndit 0° dhe 90°

Le të jetë dhënë trekëndëshi kënddrejtë si në figurë. E mendojmë se këndi α zvogëlohet derisa masa e tij i afrohet zeros. Në këtë rast gjatësia e brinjës a i afrohet zeros, kurse gjatësia e hipotenuzës c i afrohet gjatësisë së brinjës b.

Funksionet trigonometrike të këndit α
$\sin\alpha=\frac{a}{c}$
$\cos\alpha=\frac{b}{c}$
$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{a}{b}$
$\mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{b}{a}$

Funksionet trigonometrike të këndit 0°	
$\sin 0^\circ=\frac{0}{c}=0$	$\sin 0^\circ=0$
$\cos 0^\circ=\frac{c}{c}=1$	$\cos 0^\circ=1$
$\mathrm{tg}\,0^\circ=\frac{0}{b}=0$	$\mathrm{tg}\,0^\circ=0$
$\mathrm{ctg}\,0^\circ=\frac{b}{0}$	Nuk ekziston. Shkruhet ∞.

202

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Funksionet trigonometrike të këndeve (0° dhe 90°)

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Cakton vlerën e funksioneve trigonometrike të këndeve 0° dhe 90°;
- Njehson funksionet trigonometrike të këndeve 0° dhe 90°.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

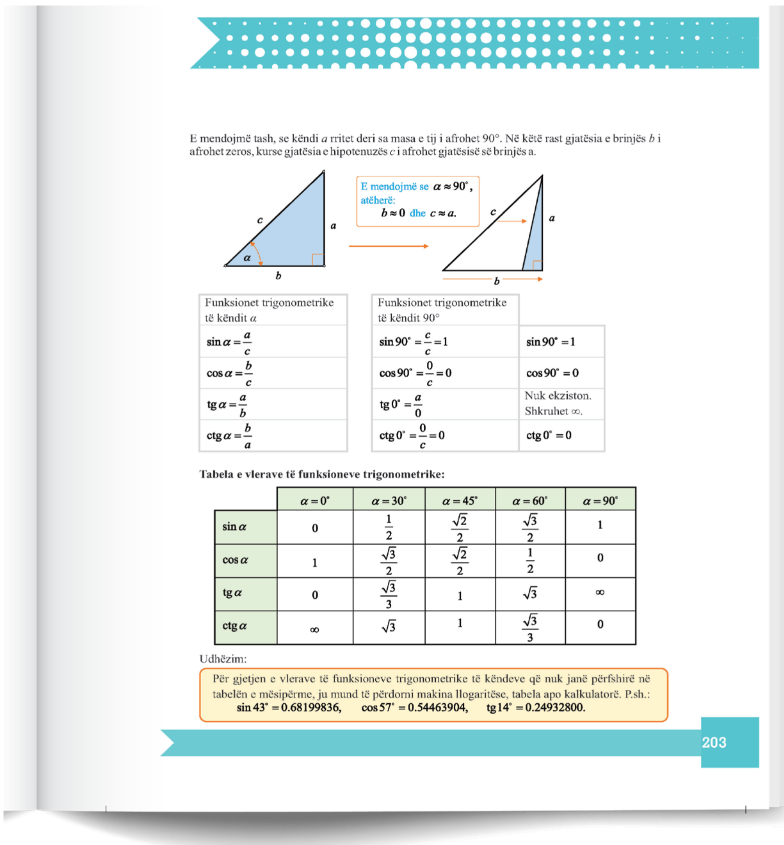
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Di/ Dua të di/ Mësova

Nxënësit e lexojnë tekstin duke pasur në mendje pyetjet që kanë ngritur në kolonën Dua të di dhe gjejnë përgjigjet. Nxënësit gjatë leximit ndeshen edhe me informacione për të cilat nuk janë ngritur pyetje, i shënojnë ato në fletoret e tyre. Kjo njësi mësimore me këtë teknikë punohet në të tria fazat.



E mendojmë tash, se këndi α rritet deri sa masa e tij i afrohet 90°. Në këtë rast gjatësia e brinjës b i afrohet zeros, kurse gjatësia e hipotenuzës c i afrohet gjatësisë së brinjës a.

Funksionet trigonometrike të këndit α
$\sin\alpha = \frac{a}{c}$
$\cos\alpha = \frac{b}{c}$
$\text{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$
$\text{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a}$

Funksionet trigonometrike të këndit 90°	
$\sin 90^\circ = \frac{c}{c} = 1$	$\sin 90^\circ = 1$
$\cos 90^\circ = \frac{0}{c} = 0$	$\cos 90^\circ = 0$
$\text{tg}\,0^\circ = \frac{a}{0}$	Nuk ekziston. Shkruhet ∞.
$\text{ctg}\,0^\circ = \frac{0}{c} = 0$	$\text{ctg}\,0^\circ = 0$

Tabela e vlerave të funksioneve trigonometrike:

	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\text{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$\text{ctg}\,\alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

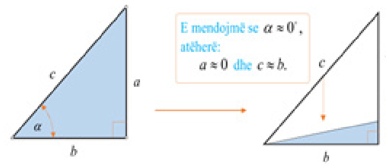
Udhëzim:

Për gjetjen e vlerave të funksioneve trigonometrike të këndeve që nuk janë përfshirë në tabelën e mësipërme, ju mund të përdorni makina llogaritëse, tabela apo kalkulatorë. P.sh.: $\sin 43^\circ = 0.68199836$, $\cos 57^\circ = 0.54463904$, $\text{tg}\,14^\circ = 0.24932800$.

203

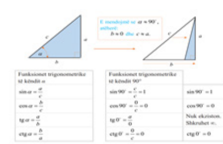
Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Di-Dua të di-Mësova më shumë



Funksionet trigonometrike të këndit α
$\sin\alpha = \frac{a}{c}$
$\cos\alpha = \frac{b}{c}$
$\text{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$
$\text{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a}$

Funksionet trigonometrike të këndit 0°	
$\sin 0^\circ = \frac{0}{c} = 0$	$\sin 0^\circ = 0$
$\cos 0^\circ = \frac{c}{c} = 1$	$\cos 0^\circ = 1$
$\text{tg}\,0^\circ = \frac{0}{b} = 0$	$\text{tg}\,0^\circ = 0$
$\text{ctg}\,0^\circ = \frac{b}{0}$	Nuk ekziston. Shkruhet ∞.

Di	Dua të di	Mësova
Funksionet trigonometrike Sin Cos Tg Cg Funksionet trigonometrike të këndeve 30°, 45° dhe 60.	Funksionet trigonometrike të këndeve 0°dhe 90°?	

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Rishikim në dyshe

Tabela e vlerave të funksioneve trigonometrike:

	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\text{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$\text{ctg}\,\alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e njehsimit dhe caktimit të funksioneve trigonometrike të këndeve 0° dhe 90°.

Detyrë:

(Njehsoni: a) sin 90° + cos 90°, b) sin 0° + cos 0°)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 135

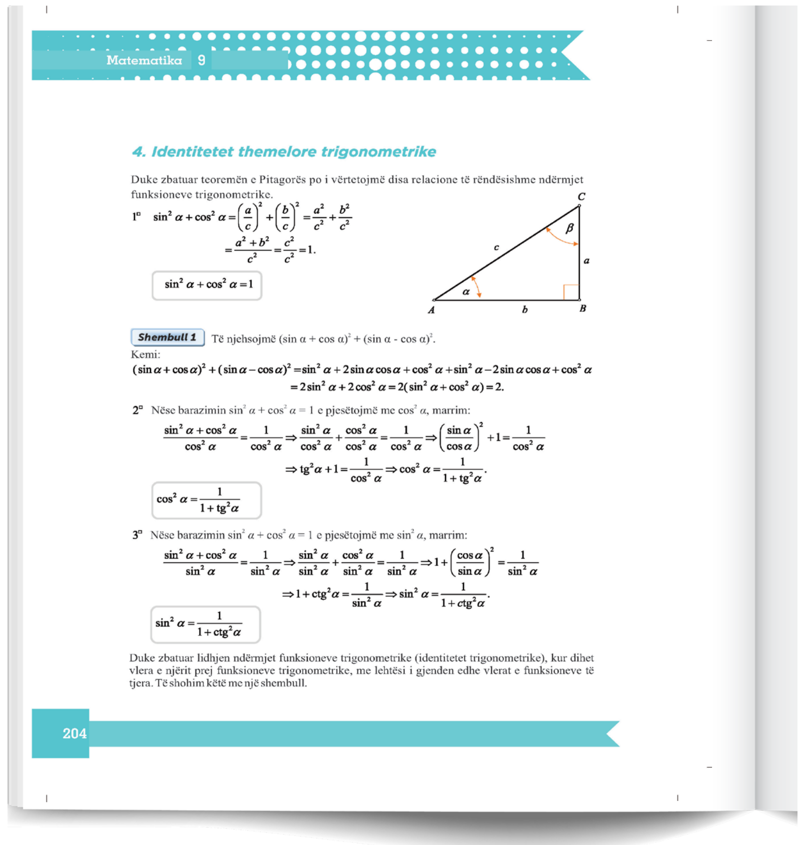
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Trigonometria në trekëndësh kënddrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Vërteton dhe zbaton identitetet themelore trigonometrike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9

4. Identitetet themelore trigonometrike

Duke zbatuar teoremën e Pitagorës po i vërtetojmë disa relacione të rëndësishme ndërmjet funksioneve trigonometrike.

1° $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=\left(\frac{a}{c}\right)^2+\left(\frac{b}{c}\right)^2=\frac{a^2}{c^2}+\frac{b^2}{c^2}=\frac{a^2+b^2}{c^2}=\frac{c^2}{c^2}=1.$

$\boxed{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1}$

Shembull 1 Të njehsojmë $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2+(\sin\alpha-\cos\alpha)^2$.

Kemi:

$$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2+(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha+\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha$$
$$=2\sin^2\alpha+2\cos^2\alpha=2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=2.$$

2° Nëse barazimin $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ e pjesëtojmë me $\cos^2\alpha$, marrim:

$$\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)^2+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$
$$\Rightarrow \mathrm{tg}^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow\cos^2\alpha=\frac{1}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}.$$

$\boxed{\cos^2\alpha=\frac{1}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}$

3° Nëse barazimin $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ e pjesëtojmë me $\sin^2\alpha$, marrim:

$$\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\frac{1}{\sin^2\alpha}\Rightarrow\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}+\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\frac{1}{\sin^2\alpha}\Rightarrow1+\left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)^2=\frac{1}{\sin^2\alpha}$$
$$\Rightarrow1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}\Rightarrow\sin^2\alpha=\frac{1}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}.$$

$\boxed{\sin^2\alpha=\frac{1}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}}$

Duke zbatuar lidhjen ndërmjet funksioneve trigonometrike (identitetet trigonometrike), kur dihet vlera e njërit prej funksioneve trigonometrike, me lehtësi i gjenden edhe vlerat e funksioneve të tjera. Të shohim këtë me një shembull.

204

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Identitetet themelore trigonometrike.
Syprina e sipërfaqes së trekëndëshit

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Vërteton identitetet themelore trigonometrike;
- Zbaton identitetet themelore trigonometrike.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

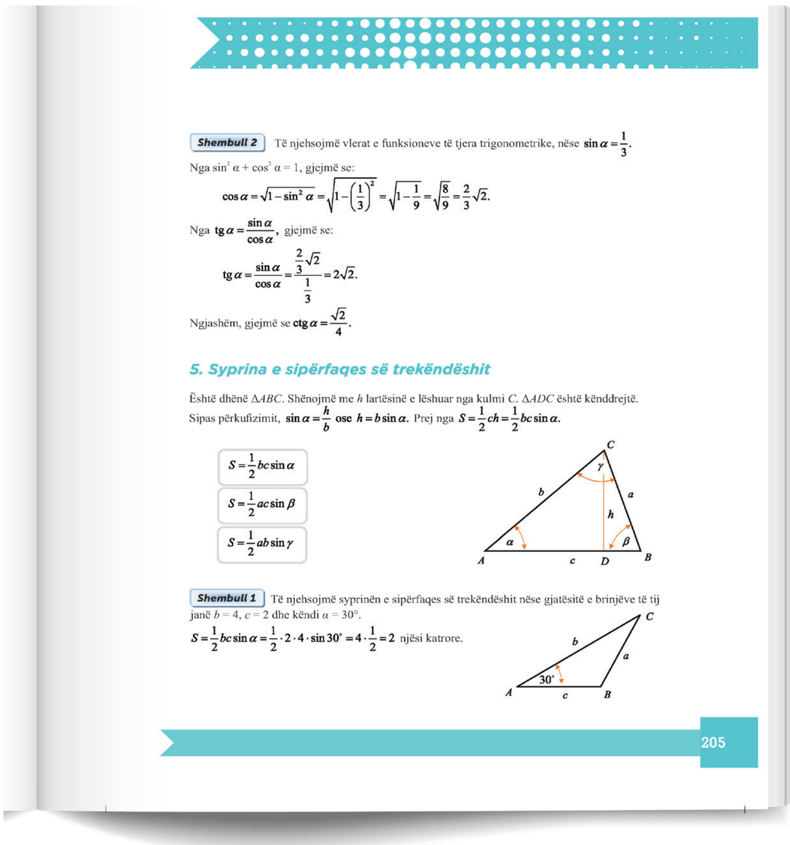
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=PRh-qkjv4rg

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit pyeten: Çka është trekëndëshi kënddrejtë? Cilat janë funksionet trigonometrike? Ç'kuptoni me fjalën/termin identitet?
Nxënësve u jepen 5-7 minuta kohë dhe përgjigjet e tyre shkruhen në tabelë.



Shembull 2 Të njehsojmë vlerat e funksioneve të tjera trigonometrike, nëse $\sin\alpha = \frac{1}{3}$.

Nga $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, gjejmë se:

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{2}.$$

Nga $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, gjejmë se:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{2}{3}\sqrt{2}}{\frac{1}{3}} = 2\sqrt{2}.$$

Ngjashëm, gjejmë se $\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

5. Syprina e sipërfaqes së trekëndëshit

Është dhënë ΔABC. Shënojmë me h lartësinë e lëshuar nga kulmi C. ΔADC është kënddrejtë.
Sipas përkufizimit, $\sin\alpha = \frac{h}{b}$ ose $h = b\sin\alpha$. Prej nga $S = \frac{1}{2}ch = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$.

$S = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$

$S = \frac{1}{2}ac\sin\beta$

$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

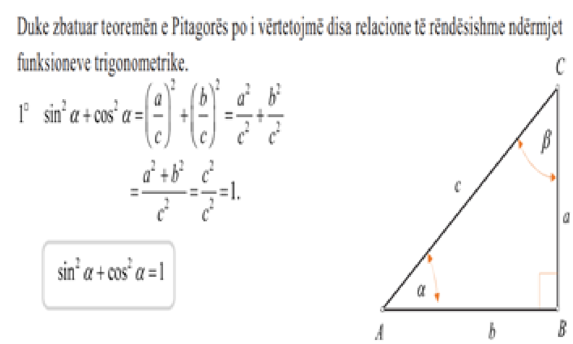
Shembull 1 Të njehsojmë syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit nëse gjatësitë e brinjëve të tij janë $b = 4$, $c = 2$ dhe këndi $\alpha = 30°$.

$S = \frac{1}{2}bc\sin\alpha = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4\cdot \sin 30° = 4\cdot\frac{1}{2} = 2$ njësi katrore.

205

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i demonstruar

Mësimdhënësi pasi shikon përgjigjet e nxënëseve e plotëson fjalën identitet. Ai tregon se termi identitet është përputhje e plotë e dy anëve të një barazimi, pavarësisht nga vlerat e elementeve të tyre, si psh. identitet trigonometrik.



Duke zbatuar teoremën e Pitagorës po i vërtetojmë disa relacione të rëndësishme ndërmjet funksioneve trigonometrike.

1° $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2}$

$= \frac{a^2+b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1.$

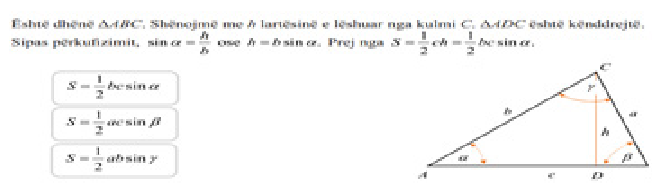
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Sh. 1. Të njehsohet (sin α + cos α) + (sin α - cos α).

$$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha-\cos\alpha)^2 = \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha + \sin^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha$$
$$= 2\sin^2\alpha + 2\cos^2\alpha = 2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = 2.$$

Duke e zbatuar lidhjen ndërmjet funksioneve trigonometrike (identitetet trigonometrike), kur dihet vlera e njërit prej funksioneve trigonometrike, me lehtësi gjenden edhe vlerat e funksioneve të tjera.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Veprimtari zbatuese njehsuese



Është dhënë ΔABC. Shënojmë me h lartësinë e lëshuar nga kulmi C. ΔADC është kënddrejtë.
Sipas përkufizimit, $\sin\alpha = \frac{h}{b}$ ose $h = b\sin\alpha$. Prej nga $S = \frac{1}{2}ch = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$.

$S = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$

$S = \frac{1}{2}ac\sin\beta$

$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

Sh. 2. Të njehsohet syprina e sipërfaqes së trekëndëshit nëse gjatësitë e brinjëve të tij, janë: b = 4, c = 2 dhe këndi α = 30°.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e vërtetimit dhe zbatimit të identiteteve themelore trigonometrike.

Detyrë:
(Faqe 210, detyra 4, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 136

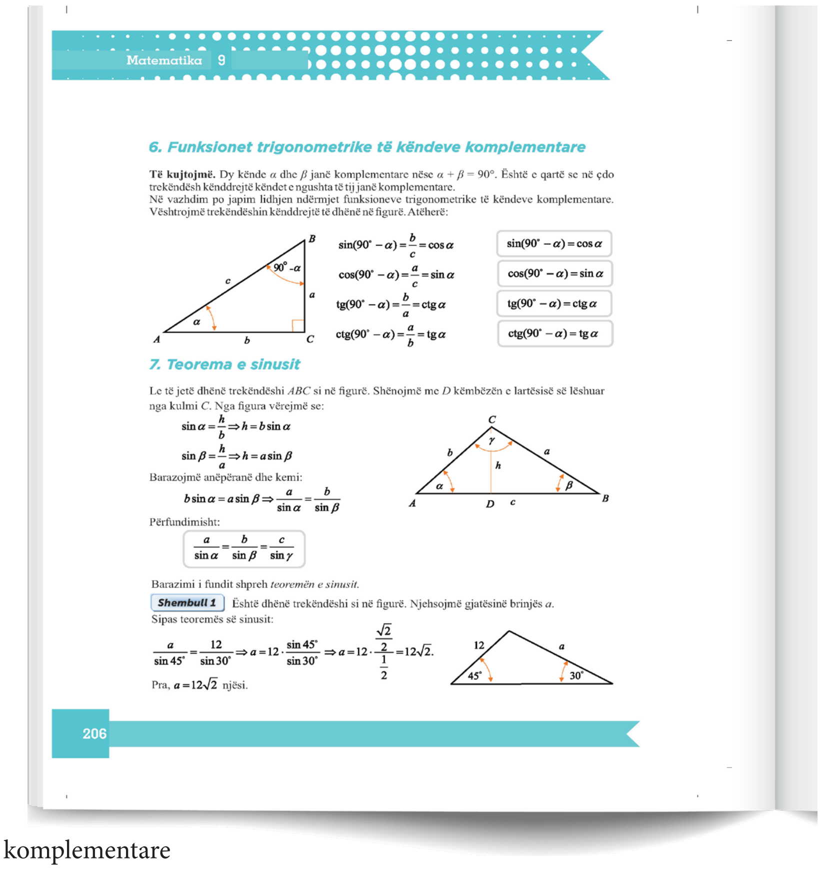
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Trigonometria në trekëndësh kënddrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Cakton funksionet trigonometrike të këndeve komplementare.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I-1, 2, 5, 6; II-1,2,4, 5, 6, 7,8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9

6. Funksionet trigonometrike të këndeve komplementare

Të kujtojmë. Dy kënde α dhe β janë komplementare nëse $\alpha + \beta = 90°$. Është e qartë se në çdo trekëndësh kënddrejtë këndet e ngushta të tij janë komplementare.
Në vazhdim po japim lidhjen ndërmjet funksioneve trigonometrike të këndeve komplementare. Vështrojmë trekëndëshin kënddrejtë të dhënë në figurë. Atëherë:

$\sin(90° - \alpha) = \frac{b}{c} = \cos\alpha$ $\quad\boxed{\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha}$

$\cos(90° - \alpha) = \frac{a}{c} = \sin\alpha$ $\quad\boxed{\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha}$

$\mathrm{tg}(90° - \alpha) = \frac{b}{a} = \mathrm{ctg}\,\alpha$ $\quad\boxed{\mathrm{tg}(90° - \alpha) = \mathrm{ctg}\,\alpha}$

$\mathrm{ctg}(90° - \alpha) = \frac{a}{b} = \mathrm{tg}\,\alpha$ $\quad\boxed{\mathrm{ctg}(90° - \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha}$

7. Teorema e sinusit

Le të jetë dhënë trekëndëshi ABC si në figurë. Shënojmë me D këmbëzën e lartësisë së lëshuar nga kulmi C. Nga figura vërejmë se:

$\sin\alpha = \frac{h}{b} \Rightarrow h = b\sin\alpha$

$\sin\beta = \frac{h}{a} \Rightarrow h = a\sin\beta$

Barazojmë anëpëranë dhe kemi:

$b\sin\alpha = a\sin\beta \Rightarrow \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$

Përfundimisht:

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}$$

Barazimi i fundit shpreh *teoremën e sinusit.*

Shembull 1 Është dhënë trekëndëshi si në figurë. Njehsojmë gjatësinë brinjës a.
Sipas teoremës së sinusit:

$\frac{a}{\sin 45°} = \frac{12}{\sin 30°} \Rightarrow a = 12 \cdot \frac{\sin 45°}{\sin 30°} \Rightarrow a = 12 \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = 12\sqrt{2}.$

Pra, $a = 12\sqrt{2}$ njësi.

206

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Funksionet trigonometrike të këndeve komplementare

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Cakton funksionet trigonometrike të këndeve komplementare;
- Njehson funksionet trigonometrike të këndeve komplementare.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

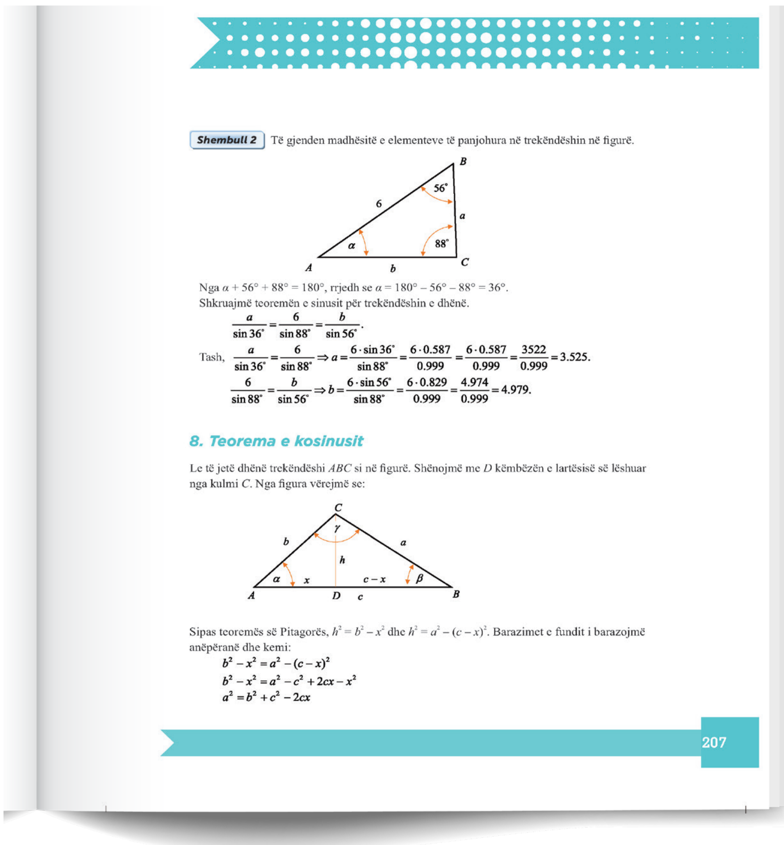
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video:
https://www.youtube.com/watch?v=wCK4JSgtTu0
https://www.youtube.com/watch?v=9-UkQZA6GMQ

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Dy kënde α dhe β janë komplementare nëse α + β = 90°. Është e qartë se në çdo trekëndësh kënddrejtë këndet e ngushta të tij janë komplementare.
$\alpha + \beta = 90°$
$\beta = 90° - \alpha$
Në vazhdim jepet lidhja ndërmjet funksioneve trigonometrike të këndeve komplementare.



Shembull 2 Të gjenden madhësitë e elementeve të panjohura në trekëndëshin në figurë.

Nga $\alpha + 56° + 88° = 180°$, rrjedh se $\alpha = 180° - 56° - 88° = 36°$.
Shkruajmë teoremën e sinusit për trekëndëshin e dhënë.

$$\frac{a}{\sin 36^\circ}=\frac{6}{\sin 88^\circ}=\frac{b}{\sin 56^\circ}.$$

Tash, $\frac{a}{\sin 36^\circ}=\frac{6}{\sin 88^\circ}\Rightarrow a=\frac{6\cdot\sin 36^\circ}{\sin 88^\circ}=\frac{6\cdot 0.587}{0.999}=\frac{6\cdot 0.587}{0.999}=\frac{3522}{0.999}=3.525.$

$$\frac{6}{\sin 88^\circ}=\frac{b}{\sin 56^\circ}\Rightarrow b=\frac{6\cdot\sin 56^\circ}{\sin 88^\circ}=\frac{6\cdot 0.829}{0.999}=\frac{4.974}{0.999}=4.979.$$

8. Teorema e kosinusit

Le të jetë dhënë trekëndëshi ABC si në figurë. Shënojmë me D këmbëzën e lartësisë së lëshuar nga kulmi C. Nga figura vërejmë se:

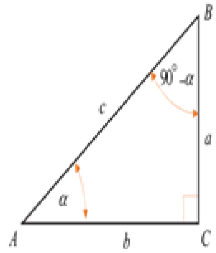
Sipas teoremës së Pitagorës, $h^2 = b^2 - x^2$ dhe $h^2 = a^2 - (c-x)^2$. Barazimet e fundit i barazojmë anëpëranë dhe kemi:

$$b^2 - x^2 = a^2 - (c-x)^2$$
$$b^2 - x^2 = a^2 - c^2 + 2cx - x^2$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2cx$$

207

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i demonstruar

Vështrohet trekëndëshi kënddrejtë i dhënë në figurë. Atëherë:



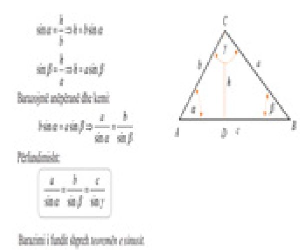
$$\sin(90^\circ-\alpha)=\frac{b}{c}=\cos\alpha \qquad \boxed{\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha}$$

$$\cos(90^\circ-\alpha)=\frac{a}{c}=\sin\alpha \qquad \boxed{\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha}$$

$$\mathrm{tg}(90^\circ-\alpha)=\frac{b}{a}=\mathrm{ctg}\,\alpha \qquad \boxed{\mathrm{tg}(90^\circ-\alpha)=\mathrm{ctg}\,\alpha}$$

$$\mathrm{ctg}(90^\circ-\alpha)=\frac{a}{b}=\mathrm{tg}\,\alpha \qquad \boxed{\mathrm{ctg}(90^\circ-\alpha)=\mathrm{tg}\,\alpha}$$

Teorema e sinusit
Le të jetë dhënë trekëndëshi ABC si në figurë. Shënohet me D këmbëza e lartësisë së lëshuar nga kulmi C. Nga figura vërehet se:



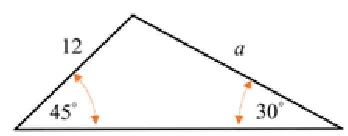
Duke iu referuar librit, gjendet edhe teorema e kosinusit.

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Veprimtari zbatuese

Sh. 1. Është dhënë trekëndëshi si në figurë. Njehsohet gjatësia e brinjës a.

Sipas teoremës së sinusit:

$$\frac{a}{\sin 45^\circ}=\frac{12}{\sin 30^\circ}\Rightarrow a=12\cdot\frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}\Rightarrow a=12\cdot\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=12\sqrt{2}.$$



Pra, $a=12\sqrt{2}$ njësi.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e caktimit dhe njehsimit të funksioneve trigonometrike të këndeve komplementare.

Detyrë:
(Faqe 207, shembull 2, faqe 208, shembulli 1, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 137

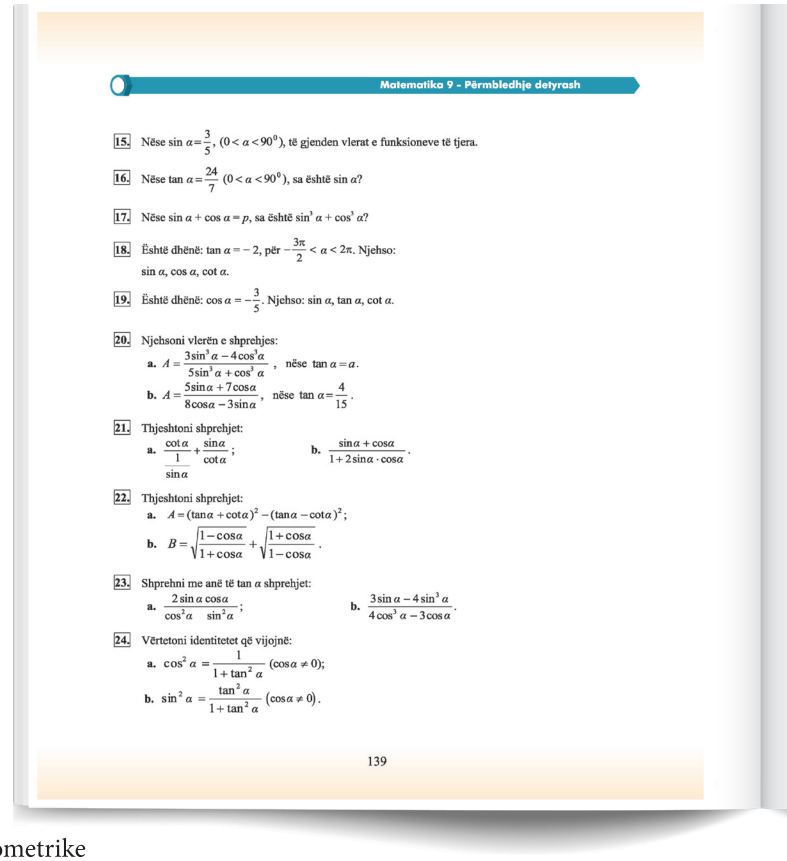
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Trigonometria në trekëndësh kënddrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Vërteton dhe zbaton identitetet themelore trigonometrike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

15. Nëse $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, $(0<\alpha<90^0)$, të gjenden vlerat e funksioneve të tjera.

16. Nëse $\tan\alpha=\frac{24}{7}$ $(0<\alpha<90^0)$, sa është $\sin\alpha$?

17. Nëse $\sin\alpha+\cos\alpha=p$, sa është $\sin^3\alpha+\cos^3\alpha$?

18. Është dhënë: $\tan\alpha=-2$, për $-\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$. Njehso: $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\cot\alpha$.

19. Është dhënë: $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$. Njehso: $\sin\alpha$, $\tan\alpha$, $\cot\alpha$.

20. Njehsoni vlerën e shprehjes:
 a. $A=\frac{3\sin^3\alpha-4\cos^3\alpha}{5\sin^3\alpha+\cos^3\alpha}$, nëse $\tan\alpha=a$.
 b. $A=\frac{5\sin\alpha+7\cos\alpha}{8\cos\alpha-3\sin\alpha}$, nëse $\tan\alpha=\frac{4}{15}$.

21. Thjeshtoni shprehjet:
 a. $\frac{\cot\alpha}{\frac{1}{\sin\alpha}}+\frac{\sin\alpha}{\cot\alpha}$; **b.** $\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{1+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$.

22. Thjeshtoni shprehjet:
 a. $A=(\tan\alpha+\cot\alpha)^2-(\tan\alpha-\cot\alpha)^2$;
 b. $B=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}+\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$.

23. Shprehni me anë të $\tan\alpha$ shprehjet:
 a. $\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha\quad\sin^2\alpha}$; **b.** $\frac{3\sin\alpha-4\sin^3\alpha}{4\cos^3\alpha-3\cos\alpha}$.

24. Vërtetoni identitetet që vijojnë:
 a. $\cos^2\alpha=\frac{1}{1+\tan^2\alpha}$ $(\cos\alpha\neq 0)$;
 b. $\sin^2\alpha=\frac{\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$ $(\cos\alpha\neq 0)$.

139

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zbatimi i identiteteve themelore trigonometrike

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Vërteton identitetet themelore trigonometrike;
- Zbaton identitetet themelore trigonometrike.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video:
https://www.youtube.com/watch?v=PRh-qkjv4rg https://www.youtube.com/watch?v=AMMZnqhq16c

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Rikujtim i njohurive

Barazimi i saktë, me dy ose më shumë shprehje që përmbajnë funksione trigonometrike quhet identitet trigonometrik.

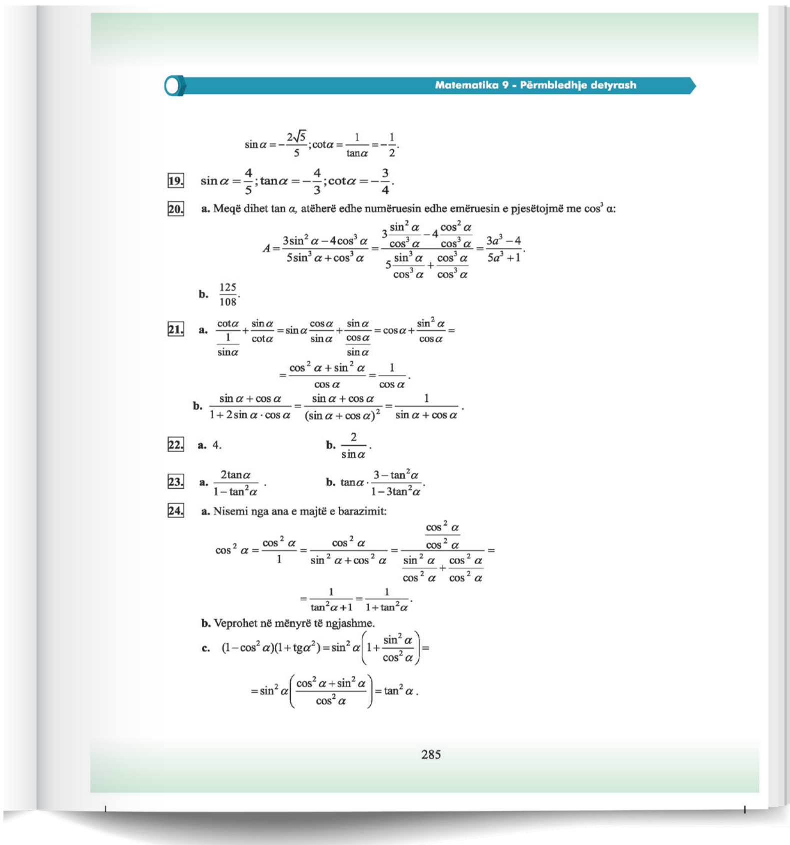
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1. \qquad (1)$$

$$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\quad(\cos\alpha\neq 0); \qquad (2)$$

$$\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha},\quad(\sin\alpha\neq 0). \qquad (3)$$

Këto quhen identitete themelore, sepse me anë të tyre vërtetohen identitetet e tjera

Për mësimdhënësin/en



$$\sin\alpha=-\frac{2\sqrt{5}}{5};\cot\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}=-\frac{1}{2}.$$

19. $\sin\alpha=\frac{4}{5};\tan\alpha=-\frac{4}{3};\cot\alpha=-\frac{3}{4}.$

20. **a.** Meqë dihet tan α, atëherë edhe numëruesin edhe emëruesin e pjesëtojmë me $\cos^3\alpha$:

$$A=\frac{3\sin^2\alpha-4\cos^3\alpha}{5\sin^3\alpha+\cos^3\alpha}=\frac{3\frac{\sin^2\alpha}{\cos^3\alpha}-4\frac{\cos^2\alpha}{\cos^3\alpha}}{5\frac{\sin^3\alpha}{\cos^3\alpha}+\frac{\cos^3\alpha}{\cos^3\alpha}}=\frac{3a^3-4}{5a^3+1}.$$

b. $\frac{125}{108}.$

21. **a.** $\frac{\cot\alpha}{\frac{1}{\sin\alpha}}+\frac{\sin\alpha}{\cot\alpha}=\sin\alpha\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}+\frac{\sin\alpha}{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}=\cos\alpha+\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}=$

$$=\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\cos\alpha}=\frac{1}{\cos\alpha}.$$

b. $\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{1+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}=\frac{1}{\sin\alpha+\cos\alpha}.$

22. **a.** 4. **b.** $\frac{2}{\sin\alpha}.$

23. **a.** $\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}.$ **b.** $\tan\alpha\cdot\frac{3-\tan^2\alpha}{1-3\tan^2\alpha}.$

24. **a.** Nisemi nga ana e majtë e barazimit:

$$\cos^2\alpha=\frac{\cos^2\alpha}{1}=\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}}{\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}}=$$

$$=\frac{1}{\tan^2\alpha+1}=\frac{1}{1+\tan^2\alpha}.$$

b. Veprohet në mënyrë të ngjashme.

c. $(1-\cos^2\alpha)(1+tg\alpha^2)=\sin^2\alpha\left(1+\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\right)=$

$$=\sin^2\alpha\left(\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\right)=\tan^2\alpha.$$

285

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Shpjegim i demonstruar

Janë këto rrjedhime:

1. $\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$
2. $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$; $\qquad\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$
3. $\sin\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$; $\qquad\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$.

Sh. 1. Njehsoni vlerën e shprehjes:

a. $A=\dfrac{3\sin^3\alpha-4\cos^3\alpha}{5\sin^3\alpha+\cos^3\alpha}$, nëse $\tan\alpha=a$.

b. $A=\dfrac{5\sin\alpha+7\cos\alpha}{8\cos\alpha-3\sin\alpha}$, nëse $\tan\alpha=\dfrac{4}{15}$.

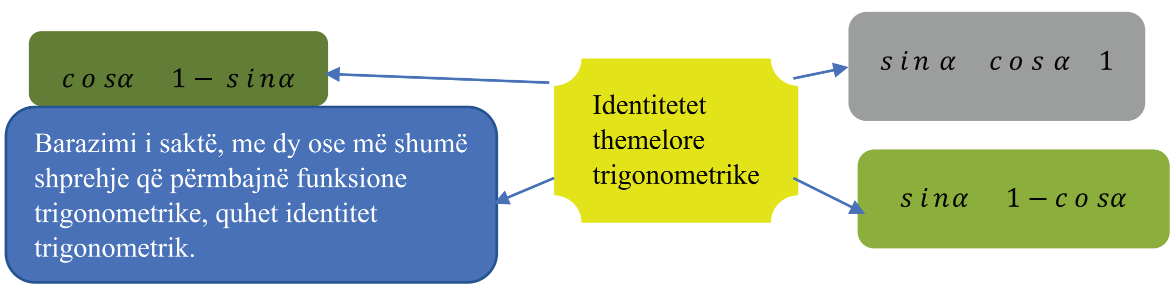
a. Meqë dihet tan α, atëherë edhe numëruesin edhe emëruesin e pjesëtojmë me cos α.

$$A=\frac{3\sin^2\alpha-4\cos^3\alpha}{5\sin^3\alpha+\cos^3\alpha}=\frac{3\frac{\sin^2\alpha}{\cos^3\alpha}-4\frac{\cos^2\alpha}{\cos^3\alpha}}{5\frac{\sin^3\alpha}{\cos^3\alpha}+\frac{\cos^3\alpha}{\cos^3\alpha}}=\frac{3a^3-4}{5a^3+1}.$$

Ngjashëm edhe nën b). Rezultati 125/108

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Harta e konceptit/ e përkufizimit



Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e vërtetimit dhe zbatimit të identikeve themelore trigonometrike.

Detyrë:

(Faqe 139, detyra 24, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Për mësimdhënësin/en

Mësimi 138

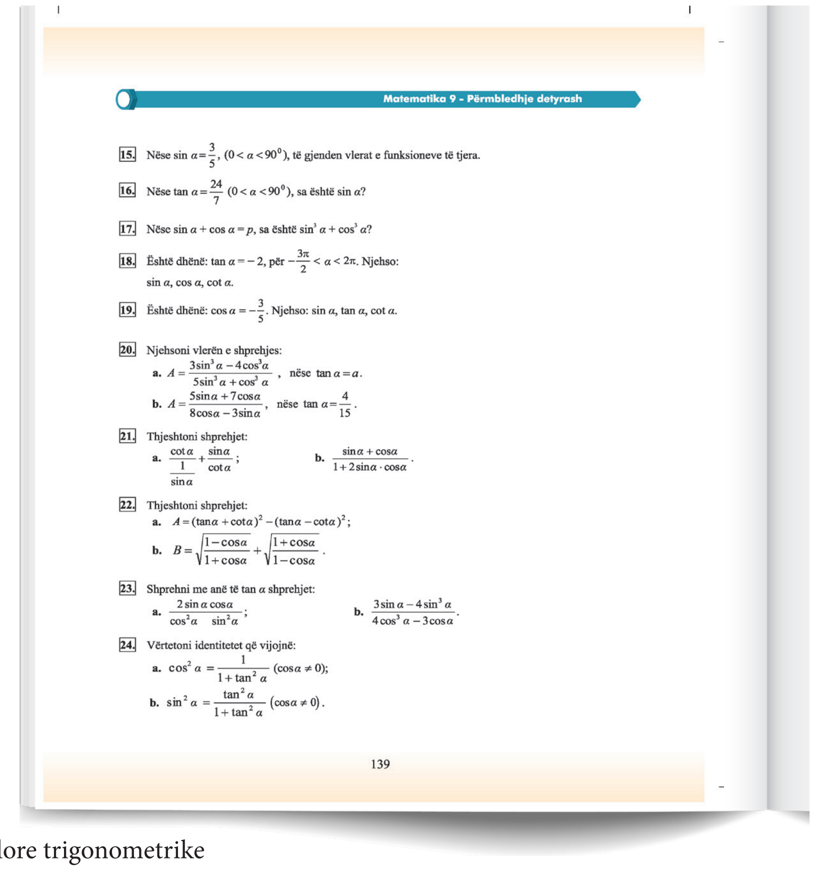
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Trigonometria në trekëndësh kënddrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Vërteton dhe zbaton identitetet themelore trigonometrike.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2 ;8. 3



Matematika 9 - Përmbledhje detyrash

15. Nëse $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, $(0<\alpha<90^0)$, të gjenden vlerat e funksioneve të tjera.

16. Nëse $\tan\alpha=\frac{24}{7}$ $(0<\alpha<90^0)$, sa është $\sin\alpha$?

17. Nëse $\sin\alpha+\cos\alpha=p$, sa është $\sin^3\alpha+\cos^3\alpha$?

18. Është dhënë: $\tan\alpha=-2$, për $-\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$. Njehso: $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\cot\alpha$.

19. Është dhënë: $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$. Njehso: $\sin\alpha$, $\tan\alpha$, $\cot\alpha$.

20. Njehsoni vlerën e shprehjes:
   a. $A=\frac{3\sin^3\alpha-4\cos^3\alpha}{5\sin^3\alpha+\cos^3\alpha}$, nëse $\tan\alpha=a$.
   b. $A=\frac{5\sin\alpha+7\cos\alpha}{8\cos\alpha-3\sin\alpha}$, nëse $\tan\alpha=\frac{4}{15}$.

21. Thjeshtoni shprehjet:
   a. $\frac{\cot\alpha}{\frac{1}{\sin\alpha}}+\frac{\sin\alpha}{\cot\alpha}$;
   b. $\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{1+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$.

22. Thjeshtoni shprehjet:
   a. $A=(\tan\alpha+\cot\alpha)^2-(\tan\alpha-\cot\alpha)^2$;
   b. $B=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}+\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$.

23. Shprehni me anë të $\tan\alpha$ shprehjet:
   a. $\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha\quad\sin^2\alpha}$;
   b. $\frac{3\sin\alpha-4\sin^3\alpha}{4\cos^3\alpha-3\cos\alpha}$.

24. Vërtetoni identitetet që vijojnë:
   a. $\cos^2\alpha=\frac{1}{1+\tan^2\alpha}$ $(\cos\alpha\neq 0)$;
   b. $\sin^2\alpha=\frac{\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$ $(\cos\alpha\neq 0)$.

139

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Zbatimi i identiteteve themelore trigonometrike

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Shpjegon identitetet themelore trigonometrike;
- Argumenton identitetet themelore trigonometrike.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

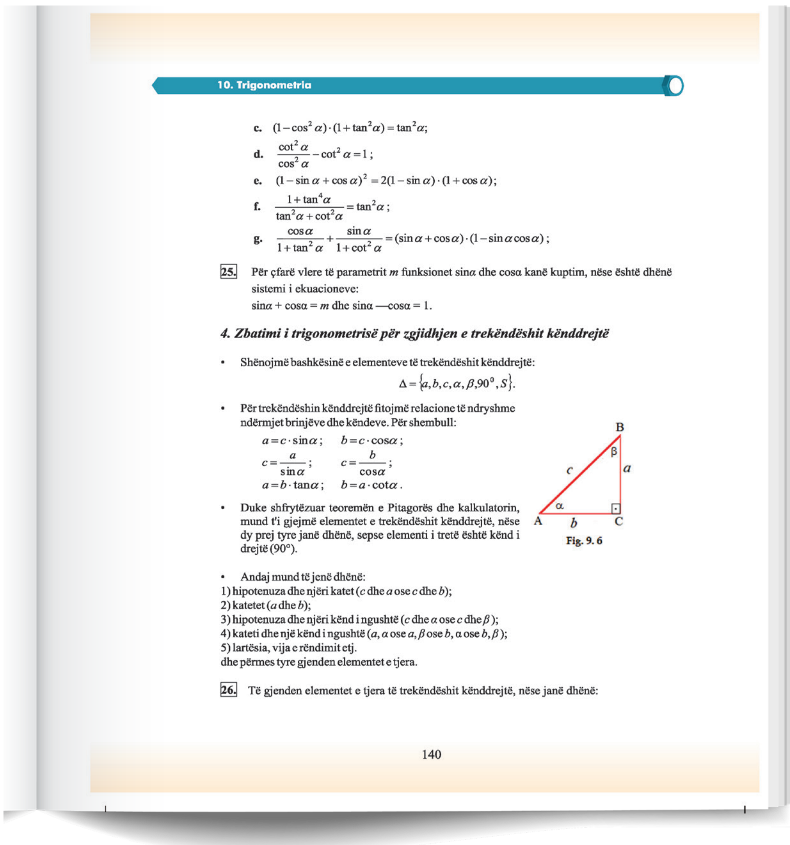
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video:
https://www.youtube.com/watch?v=PRh-qkjv4rg https://www.youtube.com/watch?v=AMMZnqhq16c

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Veprimtari e të nxënit në grupe

Mësimdhënësi/ja jep sqarime rreth aktiviteteve që do të zhvillojnë nxënësit gjatë orës mësimore: Do të ndaheni në grupe me nga katër veta. Secili grup e ka detyrën e veçantë. Anëtarët e grupit punojnë së bashku.
Puna në grup prezantohet nga një përfaqësues i grupit përmes një organizuesi grafik.


10. Trigonometria

c. $(1-\cos^2\alpha)\cdot(1+\tan^2\alpha)=\tan^2\alpha$;

d. $\frac{\cot^2\alpha}{\cos^2\alpha}-\cot^2\alpha=1$;

e. $(1-\sin\alpha+\cos\alpha)^2=2(1-\sin\alpha)\cdot(1+\cos\alpha)$;

f. $\frac{1+\tan^4\alpha}{\tan^2\alpha+\cot^2\alpha}=\tan^2\alpha$;

g. $\frac{\cos\alpha}{1+\tan^2\alpha}+\frac{\sin\alpha}{1+\cot^2\alpha}=(\sin\alpha+\cos\alpha)\cdot(1-\sin\alpha\cos\alpha)$;

25. Për çfarë vlere të parametrit m funksionet $\sin\alpha$ dhe $\cos\alpha$ kanë kuptim, nëse është dhënë sistemi i ekuacioneve:
$\sin\alpha+\cos\alpha=m$ dhe $\sin\alpha - \cos\alpha=1$.

4. Zbatimi i trigonometrisë për zgjidhjen e trekëndëshit kënddrejtë

- Shënojmë bashkësinë e elementeve të trekëndëshit kënddrejtë:

$$\Delta=\{a,b,c,\alpha,\beta,90^0,S\}.$$

- Për trekëndëshin kënddrejtë fitojmë relacione të ndryshme ndërmjet brinjëve dhe këndeve. Për shembull:

$a=c\cdot\sin\alpha$; $b=c\cdot\cos\alpha$;
$c=\frac{a}{\sin\alpha}$; $c=\frac{b}{\cos\alpha}$;
$a=b\cdot\tan\alpha$; $b=a\cdot\cot\alpha$.

Fig. 9. 6

- Duke shfrytëzuar teoremën e Pitagorës dhe kalkulatorin, mund t'i gjejmë elementet e trekëndëshit kënddrejtë, nëse dy prej tyre janë dhënë, sepse elementi i tretë është kënd i drejtë (90°).

- Andaj mund të jenë dhënë:

1) hipotenuza dhe njëri katet (c dhe a ose c dhe b);
2) katetet (a dhe b);
3) hipotenuza dhe njëri kënd i ngushtë (c dhe α ose c dhe β);
4) kateti dhe një kënd i ngushtë (a, α ose a, β ose b, α ose b, β);
5) lartësia, vija e rëndimit etj.
dhe përmes tyre gjenden elementet e tjera.

26. Të gjenden elementet e tjera të trekëndëshit kënddrejtë, nëse janë dhënë:

140

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët në bashkëpunim

Formohen grupet me nga katër anëtarë, secili grup vendos karakteristikat themelore të temës që dinë në formë të koncepteve në një organizues grafik, në fletën A1 (flipçart). Vërtetoni identitetet:

Grupi 1:

$$\cos^2\alpha=\frac{1}{1+\tan^2\alpha}\ (\cos\alpha\neq 0);$$

Grupi 2:

$$\sin^2\alpha=\frac{\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}\ (\cos\alpha\neq 0).$$

Grupi 3:

$$(1-\cos^2\alpha)\cdot(1+\tan^2\alpha)=\tan^2\alpha;$$

Grupi 4:

$$\frac{\cot^2\alpha}{\cos^2\alpha}-\cot^2\alpha=1;$$

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Turi i galerisë

Grupet i vendosin punimet në mur.
Mësimdhënësi/ja u jep leje nxënësve që t'i shikojnë ato, të diskutojnë dhe të shkruajnë komente.
Në fund grupet i marrin punimet e tyre, i krahasojnë me ato të grupeve të tjera dhe i lexojnë komentet e marra etj.

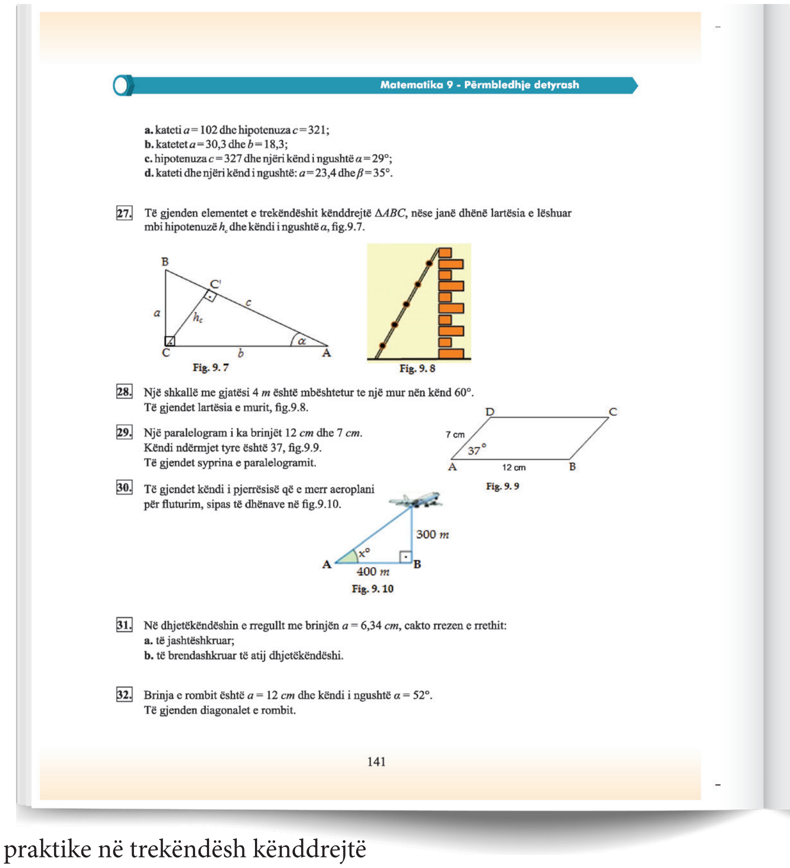
Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e shpjegimit dhe argumentimit të identikeve themelore trigonometrike.

Detyrë:
(Faqe 139, detyra 23, 25, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 139



a. kateti $a = 102$ dhe hipotenuza $c = 321$;
b. katetet $a = 30,3$ dhe $b = 18,3$;
c. hipotenuza $c = 327$ dhe njëri kënd i ngushtë $\alpha = 29°$;
d. kateti dhe njëri kënd i ngushtë: $a = 23,4$ dhe $\beta = 35°$.

27. Të gjenden elementet e trekëndëshit kënddrejtë ΔABC, nëse janë dhënë lartësia e lëshuar mbi hipotenuzë h_c dhe këndi i ngushtë α, fig.9.7.

Fig. 9. 7

Fig. 9. 8

28. Një shkallë me gjatësi 4 *m* është mbështetur te një mur nën kënd 60°.
Të gjendet lartësia e murit, fig.9.8.

29. Një paralelogram i ka brinjët 12 *cm* dhe 7 *cm*.
Këndi ndërmjet tyre është 37, fig.9.9.
Të gjendet syprina e paralelogramit.

Fig. 9. 9

30. Të gjendet këndi i pjerrësisë që e merr aeroplani për fluturim, sipas të dhënave në fig.9.10.

Fig. 9. 10

31. Në dhjetëkëndëshin e rregullt me brinjën $a = 6,34$ *cm*, cakto rrezen e rrethit:
a. të jashtëshkruar;
b. të brendashkruar të atij dhjetëkëndëshi.

32. Brinja e rombit është $a = 12$ *cm* dhe këndi i ngushtë $\alpha = 52°$.
Të gjenden diagonalet e rombit.

ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Trigonometria në trekëndësh kënddrejtë

Rezultatet e të nxënit të temës: Zbaton kuptimet elementare të trigonometrisë te detyrat problemore me trekëndësh kënddrejtë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zbatime të trigonometrisë në probleme praktike në trekëndësh kënddrejtë

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zbaton trigonometrinë në probleme praktike në trekëndësh kënddrejtë;
- Jep shembuj praktikë për trigonometrinë në trekëndësh kënddrejtë.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=OnyPZJbs2MY

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Përvijimi i të menduarit

Në fillim trajtohet shembulli 1: Një shkallë me gjatësi 4 m është mbështetur te një mur nën kënd 60°. Të gjendet lartësia e murit, fig. 9.8.

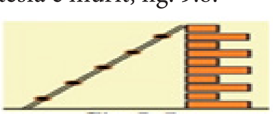
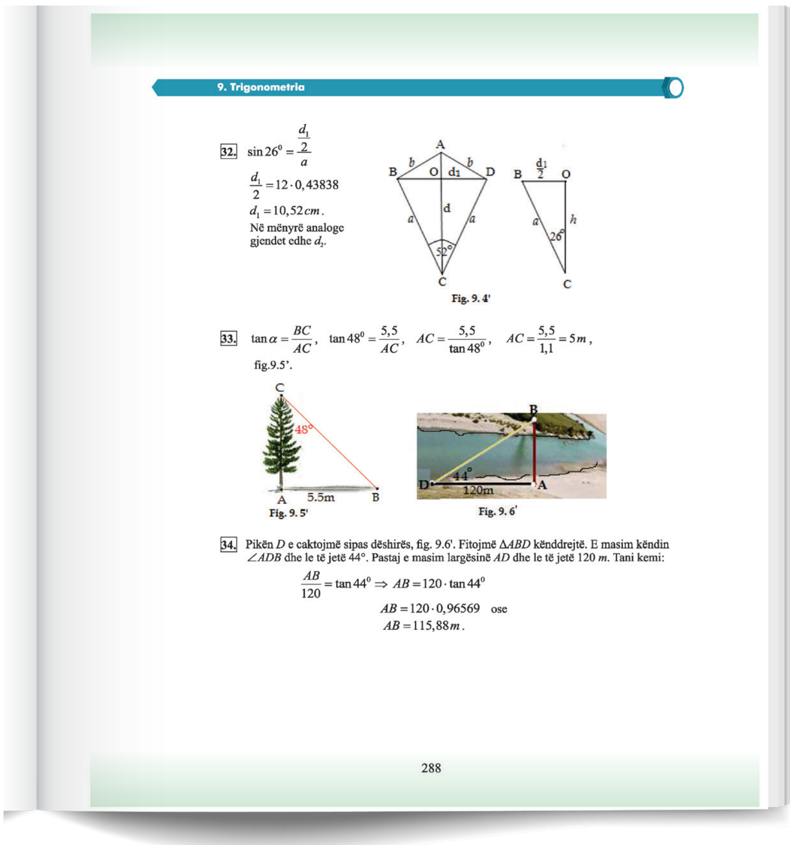


Fig. 9. 8

Pyeten nxënësit: Si mendoni se duhet zgjidhur këtë problem?


9. Trigonometria

32. $\sin 26^0 = \dfrac{\frac{d_1}{2}}{a}$

$\dfrac{d_1}{2} = 12 \cdot 0,43838$

$d_1 = 10,52\,cm$.

Në mënyrë analoge gjendet edhe d_2.

Fig. 9. 4'

33. $\tan\alpha = \dfrac{BC}{AC}$, $\tan 48^0 = \dfrac{5,5}{AC}$, $AC = \dfrac{5,5}{\tan 48^0}$, $AC = \dfrac{5,5}{1,1} = 5m$,

fig.9.5'.

Fig. 9. 5' Fig. 9. 6'

34. Pikën D e caktojmë sipas dëshirës, fig. 9.6'. Fitojmë ΔABD kënddrejtë. E masim këndin $\angle ADB$ dhe le të jetë 44°. Pastaj e masim largësinë AD dhe le të jetë 120 m. Tani kemi:

$$\frac{AB}{120} = \tan 44^0 \Rightarrow AB = 120 \cdot \tan 44^0$$

$$AB = 120 \cdot 0,96569 \quad \text{ose}$$

$$AB = 115,88\,m.$$

288

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Shpjegim i përparuar

Nxënësve u kërkohet që ta analizojnë figurën e mësipërme. Duke e zbatuar Teoremën e Pitagorës në trekëndëshin kënddrejtë gjendet se lartësia e murit përafërsisht është 3,5 m.

Sh. 2.

Të gjendet këndi i pjerrtësisë që e merr aeroplani për fluturim sipas të dhënave në fig.9.10.

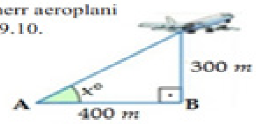


Fig. 9. 10

Përdorim funksionin tangjent:

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} \Rightarrow \tan(x^0) = \frac{300}{400} \Rightarrow \tan(x^0) = 0.75$$

$$x^0 = 36.9^0.$$

Sh. 3. Një lis bën hije me gjatësi 5,5 m, ndërsa rrezet e diellit bien nën këndin 48°. Të gjendet gjatësia e lisit.

$\tan\alpha = \dfrac{BC}{AC}$, $\tan 48^0 = \dfrac{5.5}{AC}$, $AC = \dfrac{5.5}{\tan 48^0}$, $AC = \dfrac{5.5}{1.1} = 5m$,

fig.9.5'.

Fig. 9. 5' Fig. 9. 6'

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Veprimtari e të nxënit në dyshe

Punë në çifte: Gjeni brinjën b të trekëndëshit në figurë:

Për brinjën b të trekëndëshit, kemi:

$$b = 10cm \cdot \sin 28° = 10\ cm \cdot 0.469471 = 4.69471\ cm$$

Gjithashtu,

$$b = 10cm \cdot \cos 28° = 10\ cm \cdot 0.882947 = 8.882947\ cm$$

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zbatimit dhe dhënies së shembujve praktikë për trigonometrinë në trekëndësh kënddrejtë.

Detyrë:

(Faqe 208, shembulli 2 dhe 3, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 140

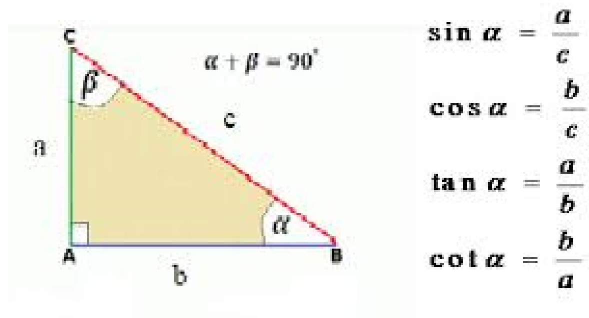
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Trigonometria

Rezultatet e të nxënit të temës: Zbaton kuptimet elementare të trigonometrisë te detyrat problemore me trekëndësh kënddrejtë.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Trigonometria

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton funksionet trigonometrike të këndeve 30°, 45°, 60° dhe 90°;
- Zbaton funksionet trigonometrike në probleme praktike në trekëndësh kënddrejtë.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

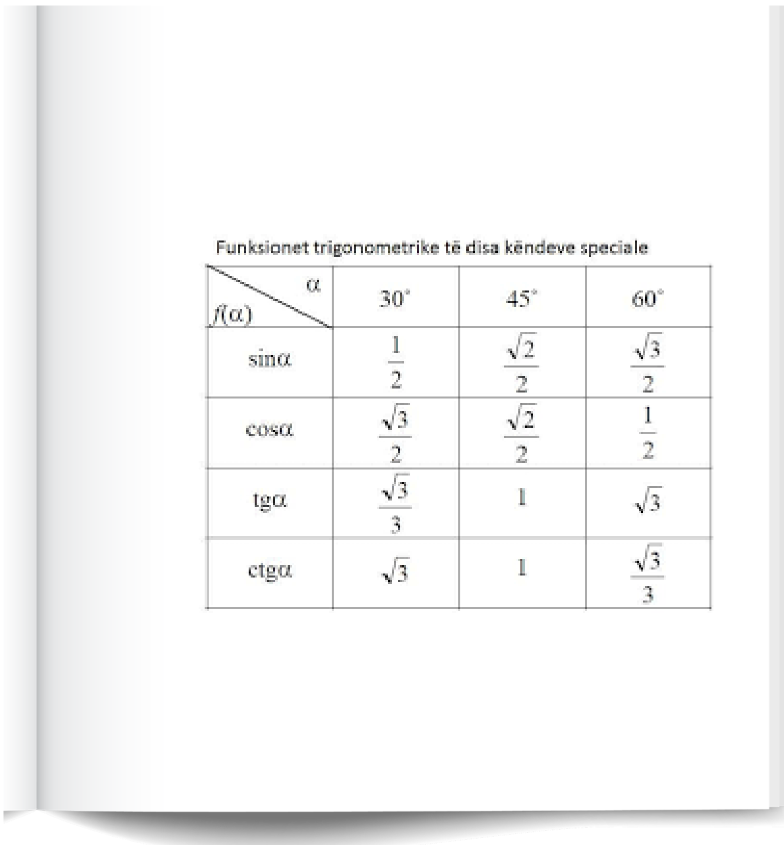
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=OnyPZJbs2MY

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Veprimtari e të nxënit në grupe

Mësimdhënësi/ ja jep sqarime rreth aktiviteteve që do të zhvillojnë nxënësit gjatë orës mësimore: Do të ndaheni në grupe me nga katër veta. Secili grup ka detyra të veçanta. Anëtarët e grupit punojnë së bashku.
Detyra e grupit prezantohet nga një përfaqësues në tabelë.



Funksionet trigonometrike të disa këndeve speciale

$f(\alpha)$ \ α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\mathrm{tg}\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\mathrm{ctg}\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Të nxënët me këmbime (grupet e ekspertëve)

Organizohen nxënësit në grupe me nga 4 nxënës, ku secili prej tyre është përgjegjës për të lexuar një pjesë. Përgatitet "fleta e ekspertit", e cila mund të ketë pyetje, detyra ose grafik që të plotësohet. Rigrupohen nxënësit të lexojnë pjesën që u është caktuar si detyrë. U kërkohet anëtarëve të grupit të analizojnë informacionin e mbledhur nga çdo anëtar, të cilin do ta bashkojnë në një përmbledhje tërësore të çështjeve kryesore. Ata diskutojnë përfundimet e tyre, më pas të gjithë nxënësit që kanë të njëjtin numër, ekspertët, raportojnë në grupet fillestare për të shpjeguar pjesët më të rëndësishme të pjesës së tyre të tekstit.

Eksperti A

Janë dhënë katetet e trekëndëshit kënddrejtë ABC: a = 5, b = 12. Sa është vlera e funksionit kosinus?

Eksperti B

Te trekëndëshi kënddrejtë janë dhënë katetet a = 2 dhe b = 3. Sa është tangjentja?

Eksperti C

Sa është vlera e shprehjes:

$$\sin^2\alpha + \frac{1}{\tan^2\alpha + 1}$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Prezantim, diskutim

Një përfaqësues nga secili grup prezanton dhe sqaron para klasës mënyrën e zgjidhjes së detyrave. Diskutohen dhe komentohen detyrat e prezantuara nga nxënësit.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përcaktimit dhe zbatimit të funksioneve trigonometrike në probleme praktike në trekëndësh kënddrejtë.

Detyrë:
(Faqe 142, detyra 34, 35, libri përmbledhje)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 141

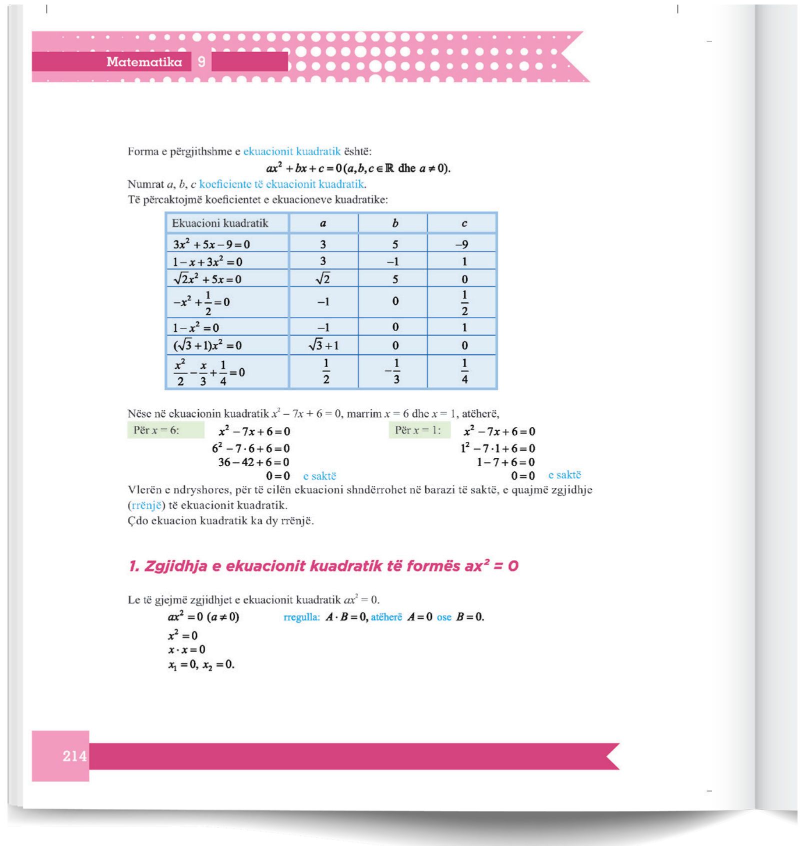
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4   **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet kuadratike

Rezultatet e të nxënit të temës: Zgjidh ekuacionet kuadratike të formës $x^2 + mx + n = 0$ (m, n∈Z) duke e zbërthyer trinomin.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3


Matematika 9

Forma e përgjithshme e ekuacionit kuadratik është:

$$ax^2 + bx + c = 0\,(a, b, c \in \mathbb{R} \text{ dhe } a \neq 0).$$

Numrat a, b, c koeficiente të ekuacionit kuadratik.
Të përcaktojmë koeficientet e ekuacioneve kuadratike:

Ekuacioni kuadratik	a	b	c
$3x^2 + 5x - 9 = 0$	3	5	–9
$1 - x + 3x^2 = 0$	3	–1	1
$\sqrt{2}x^2 + 5x = 0$	$\sqrt{2}$	5	0
$-x^2 + \frac{1}{2} = 0$	–1	0	$\frac{1}{2}$
$1 - x^2 = 0$	–1	0	1
$(\sqrt{3}+1)x^2 = 0$	$\sqrt{3}+1$	0	0
$\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} + \frac{1}{4} = 0$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Nëse në ekuacionin kuadratik $x^2 - 7x + 6 = 0$, marrim $x = 6$ dhe $x = 1$, atëherë,

Për $x = 6$:
$$x^2 - 7x + 6 = 0$$
$$6^2 - 7 \cdot 6 + 6 = 0$$
$$36 - 42 + 6 = 0$$
$$0 = 0 \quad \text{e saktë}$$

Për $x = 1$:
$$x^2 - 7x + 6 = 0$$
$$1^2 - 7 \cdot 1 + 6 = 0$$
$$1 - 7 + 6 = 0$$
$$0 = 0 \quad \text{e saktë}$$

Vlerën e ndryshores, për të cilën ekuacioni shndërrohet në barazi të saktë, e quajmë zgjidhje (rrënjë) të ekuacionit kuadratik.
Çdo ekuacion kuadratik ka dy rrënjë.

1. Zgjidhja e ekuacionit kuadratik të formës $ax^2 = 0$

Le të gjejmë zgjidhjet e ekuacionit kuadratik $ax^2 = 0$.

$ax^2 = 0 \ (a \neq 0)$ rregulla: $A \cdot B = 0$, atëherë $A = 0$ ose $B = 0$.
$x^2 = 0$
$x \cdot x = 0$
$x_1 = 0,\ x_2 = 0.$

214

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Zgjidhja e ekuacionit kuadratik

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Përcakton koeficientet e ekuacionit kuadratik;
- Përkufizon ekuacionin kuadratik;
- Zgjidh ekuacionin kuadratik.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

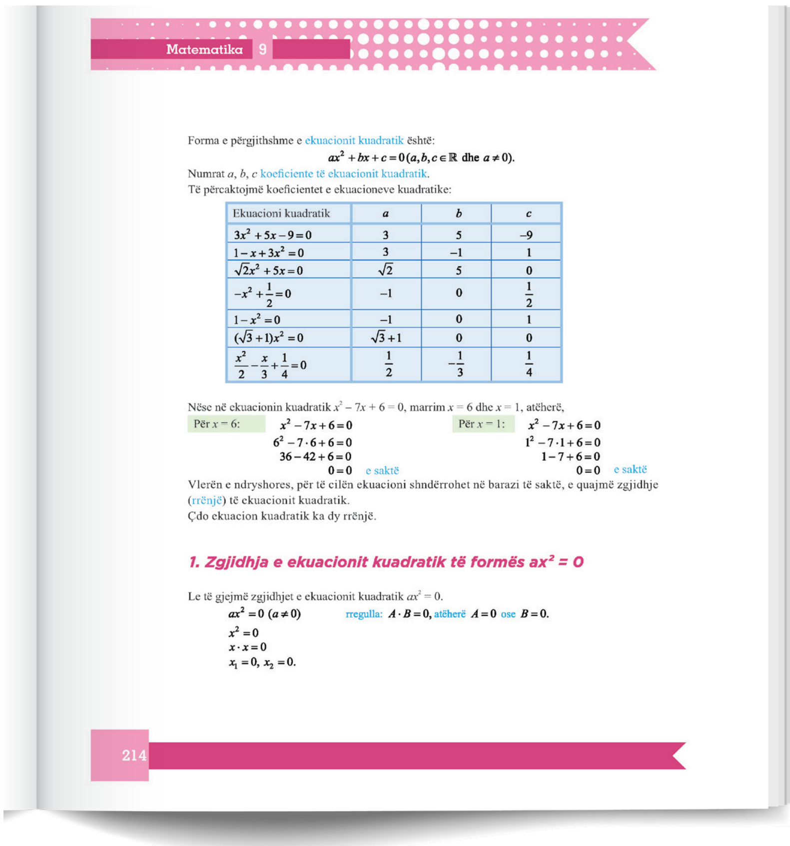
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=roH08vKQLd0
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Di-Dua të di-Mësova më shumë

Shënohet njësia mësimore në fillim të tabelës e ndarë në tri kolona: D-D-M. Kërkohet nga nxënësit të thonë atë çfarë dinë apo mendojnë se dinë për njësinë.

D – D – M Zgjidhja e ekuacionit kuadratik		
D (Di)	D (Dua të di)	M (Mësova)
- Ekuacionet lineare. - Ekuacionet lineare me dy ndryshore. - Trinomi kuadratik.	Ekuacionet kuadra-tike?	



Matematika 9

Forma e përgjithshme e ekuacionit kuadratik është:

$$ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in\mathbb{R} \text{ dhe } a\neq 0).$$

Numrat a, b, c koeficiente të ekuacionit kuadratik.
Të përcaktojmë koeficientet e ekuacioneve kuadratike:

Ekuacioni kuadratik	a	b	c
$3x^2+5x-9=0$	3	5	−9
$1-x+3x^2=0$	3	−1	1
$\sqrt{2}x^2+5x=0$	$\sqrt{2}$	5	0
$-x^2+\frac{1}{2}=0$	−1	0	$\frac{1}{2}$
$1-x^2=0$	−1	0	1
$(\sqrt{3}+1)x^2=0$	$\sqrt{3}+1$	0	0
$\frac{x^2}{2}-\frac{x}{3}+\frac{1}{4}=0$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Nëse në ekuacionin kuadratik $x^2-7x+6=0$, marrim $x=6$ dhe $x=1$, atëherë,

Për $x=6$: $x^2-7x+6=0$, $6^2-7\cdot6+6=0$, $36-42+6=0$, $0=0$ e saktë

Për $x=1$: $x^2-7x+6=0$, $1^2-7\cdot1+6=0$, $1-7+6=0$, $0=0$ e saktë

Vlerën e ndryshores, për të cilën ekuacioni shndërrohet në barazi të saktë, e quajmë zgjidhje (rrënjë) të ekuacionit kuadratik.
Çdo ekuacion kuadratik ka dy rrënjë.

1. Zgjidhja e ekuacionit kuadratik të formës $ax^2=0$

Le të gjejmë zgjidhjet e ekuacionit kuadratik $ax^2=0$.

$ax^2=0\ (a\neq0)$ rregulla: $A\cdot B=0$, atëherë $A=0$ ose $B=0$.

$x^2=0$

$x\cdot x=0$

$x_1=0,\ x_2=0.$

214

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive: Përpunimi i përmbajtjes

Di-Dua të di-Mësova më shumë

Forma e përgjithshme e ekuacionit kuadratik, është:

$$ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in\mathbb{R} \text{ dhe } a\neq 0).$$

Numrat a, b, c janë koeficiente të ekuacionit kuadratik.
Të përcaktohen koeficientet e ekuacioneve kuadratike:

Ekuacioni kuadratik	a	b	c
$3x^2+5x-9=0$	3	5	−9
$1-x+3x^2=0$	3	−1	1
$\sqrt{2}x^2+5x=0$	$\sqrt{2}$	5	0
$-x^2+\frac{1}{2}=0$	−1	0	$\frac{1}{2}$
$1-x^2=0$	−1	0	1
$(\sqrt{3}+1)x^2=0$	$\sqrt{3}+1$	0	0
$\frac{x^2}{2}-\frac{x}{3}+\frac{1}{4}=0$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Nëse në ekuacionin kuadratik $x^2-7x+6=0$, marrim $x=6$ dhe $x=1$, atëherë,

Për $x=6$: $x^2-7x+6=0$, $6^2-7\cdot6+6=0$, $36-42+6=0$, $0=0$ e saktë.

Për $x=1$: $x^2-7x+6=0$, $1^2-7\cdot1+6=0$, $1-7+6=0$, $0=0$ e saktë.

Vlerën e ndryshores, për të cilën ekuacioni shndërrohet në barazi të saktë, e quajmë zgjidhje (rrënjë) të ekuacionit kuadratik. Çdo ekuacion kuadratik ka dy rrënjë.

Përforcimi: Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit

Di-Dua të di-Mësova më shumë

D – D – M		
Ekuacionet lineare. Ekuacionet lineare me dy ndryshore. Trinomi kuadratik.	Ekuacionet kuadratike?	Vlerën e ndryshores, për të cilën ekuacioni shndërrohet në barazi të saktë, e quajmë zgjidhje (rrënjë) të ekuacionit kuadratik. Çdo ekuacion kuadratik ka dy rrënjë.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e përcaktimit të koeficienteve, përkufizimit dhe zgjidhjes së ekuacionit kuadratik.

Detyrë:
(Faqe 222, detyra 1, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore:

Mësimi 142

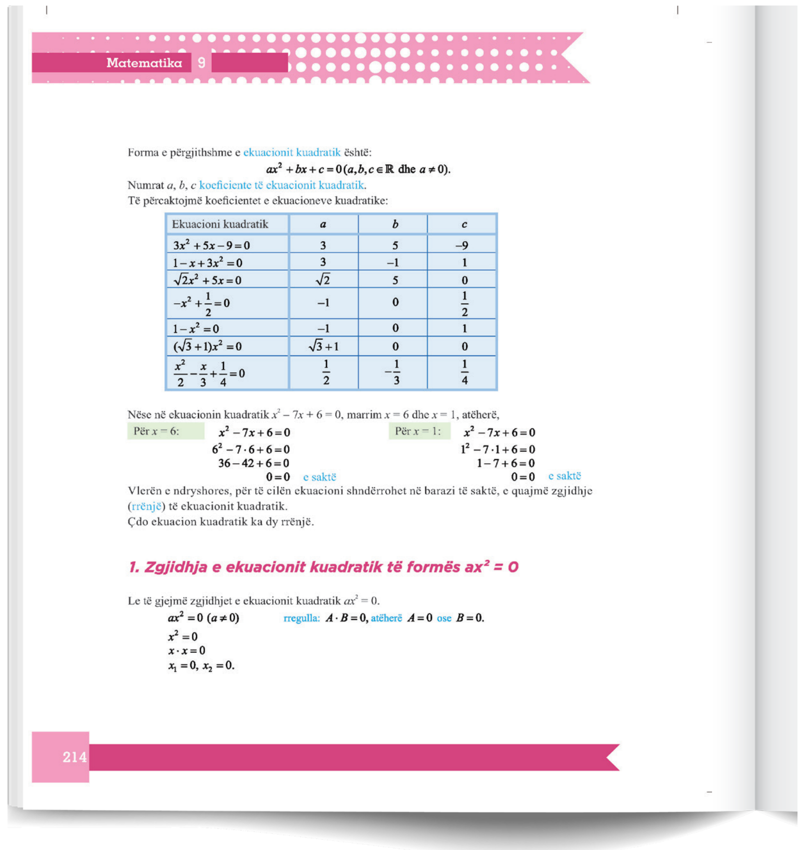
ASPEKTE TË PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: Matematikë
Lënda: Matematikë
Shkalla e kurrikulës: 4 **Klasa:** 9
Tema: Ekuacionet kuadratike

Rezultatet e të nxënit të temës: Zgjidh ekuacionet kuadratike të formës $x^2 + mx + n = 0$ (m, n∈Z) duke e zbërthyer trinomin.

Kontributi në rezultatet për kompetencat kryesore të shkallës: I- 1, 2, 5, 6; II- 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; III- 1, 3, 5, 6; IV- 4, 6

Kontributi në rezultatet e fushës së kurrikulës: 1. 1; 1. 2; 1. 5; 2. 1; 2. 2; 2. 3; 3. 1; 3. 2; 3. 3; 3. 4; 3. 7; 4. 1; 4. 2; 4. 3; 5. 1; 6. 1; 6. 2; 8. 2; 8. 3



Matematika 9

Forma e përgjithshme e ekuacionit kuadratik është:

$$ax^2 + bx + c = 0\,(a, b, c \in \mathbb{R} \text{ dhe } a \neq 0).$$

Numrat a, b, c koeficiente të ekuacionit kuadratik.

Të përcaktojmë koeficientet e ekuacioneve kuadratike:

Ekuacioni kuadratik	a	b	c
$3x^2 + 5x - 9 = 0$	3	5	−9
$1 - x + 3x^2 = 0$	3	−1	1
$\sqrt{2}x^2 + 5x = 0$	$\sqrt{2}$	5	0
$-x^2 + \frac{1}{2} = 0$	−1	0	$\frac{1}{2}$
$1 - x^2 = 0$	−1	0	1
$(\sqrt{3}+1)x^2 = 0$	$\sqrt{3}+1$	0	0
$\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} + \frac{1}{4} = 0$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Nëse në ekuacionin kuadratik $x^2 - 7x + 6 = 0$, marrim $x = 6$ dhe $x = 1$, atëherë,

Për $x = 6$:
$$x^2 - 7x + 6 = 0$$
$$6^2 - 7\cdot 6 + 6 = 0$$
$$36 - 42 + 6 = 0$$
$$0 = 0 \quad \text{e saktë}$$

Për $x = 1$:
$$x^2 - 7x + 6 = 0$$
$$1^2 - 7\cdot 1 + 6 = 0$$
$$1 - 7 + 6 = 0$$
$$0 = 0 \quad \text{e saktë}$$

Vlerën e ndryshores, për të cilën ekuacioni shndërrohet në barazi të saktë, e quajmë zgjidhje (rrënjë) të ekuacionit kuadratik.

Çdo ekuacion kuadratik ka dy rrënjë.

1. Zgjidhja e ekuacionit kuadratik të formës $ax^2 = 0$

Le të gjejmë zgjidhjet e ekuacionit kuadratik $ax^2 = 0$.

$$ax^2 = 0\ (a \neq 0) \qquad \text{rregulla: } A \cdot B = 0, \text{ atëherë } A = 0 \text{ ose } B = 0.$$
$$x^2 = 0$$
$$x \cdot x = 0$$
$$x_1 = 0,\ x_2 = 0.$$

214

ASPEKTE SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Njësia mësimore: Ushtrime: Zgjidhja e ekuacionit kuadratik

Rezultatet e të nxënit të orës mësimore:
- Zgjidh ekuacionet kuadratike të formës $ax^2 = 0$ dhe $ax^2 + bx = 0$;
- Tregon se ekuacioni kuadratik ka dy zgjidhje.

Kriteret e suksesit: Caktohen bashkë me nxënësit në klasë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, projektor, fletë, veglat gjeometrike, video: https://www.youtube.com/watch?v=roH08vKQLd0

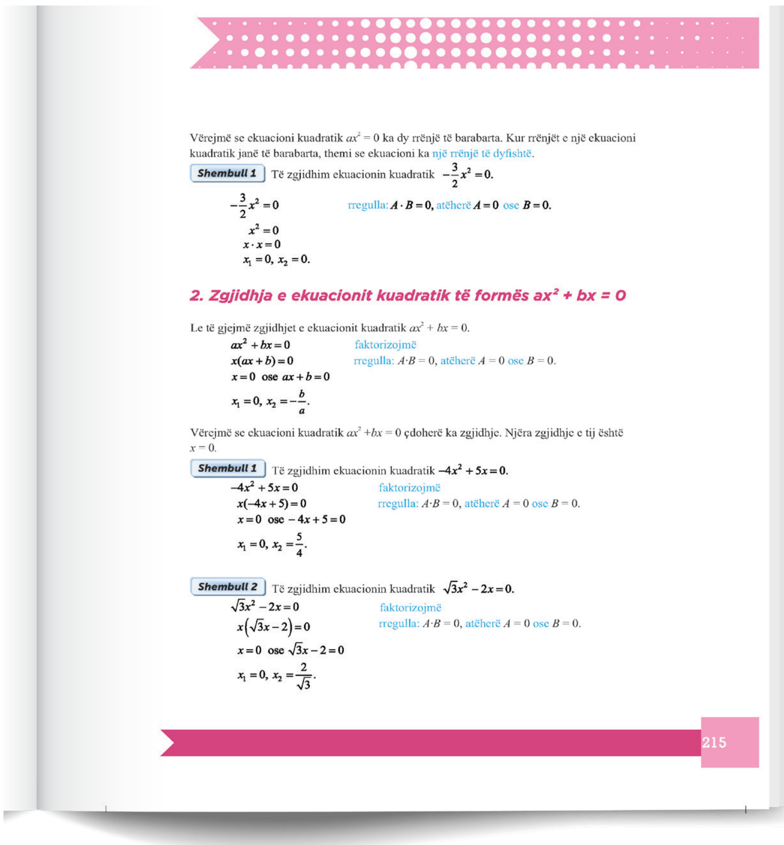
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Gjuhë shqipe, Kimi, Fizikë, TIK, Art Figurativ, Edukatë fizike.

METODOLOGJIA DHE VEPRIMTARIA ME NXËNËS

Parashikimi:
Përgatitja për të nxënët
Diskutim për njohuritë paraprake

Nxënësit pyeten:
- Si shënohet ekuacioni kuadratik i formës së përgjithshme?
- Çka paraqesin: a, b, c?
- Çka quajmë zgjidhje (rrënjë) të ekuacionit kuadratik?
- Sa rrënjë i ka ekuacioni kuadratik?

Nxënësve u jepen 5-7 minuta kohë dhe përgjigjet e tyre shkruhen në tabelë.



Vërejmë se ekuacioni kuadratik $ax^2 = 0$ ka dy rrënjë të barabarta. Kur rrënjët e një ekuacioni kuadratik janë të barabarta, themi se ekuacioni ka një rrënjë të dyfishtë.

Shembull 1 Të zgjidhim ekuacionin kuadratik $-\frac{3}{2}x^2 = 0$.

$$-\frac{3}{2}x^2 = 0 \qquad \text{rregulla: } A \cdot B = 0, \text{ atëherë } A = 0 \text{ ose } B = 0.$$
$$x^2 = 0$$
$$x \cdot x = 0$$
$$x_1 = 0,\ x_2 = 0.$$

2. Zgjidhja e ekuacionit kuadratik të formës $ax^2 + bx = 0$

Le të gjejmë zgjidhjet e ekuacionit kuadratik $ax^2 + bx = 0$.

$$ax^2 + bx = 0 \qquad \text{faktorizojmë}$$
$$x(ax + b) = 0 \qquad \text{rregulla: } A \cdot B = 0, \text{ atëherë } A = 0 \text{ ose } B = 0.$$
$$x = 0 \text{ ose } ax + b = 0$$
$$x_1 = 0,\ x_2 = -\frac{b}{a}.$$

Vërejmë se ekuacioni kuadratik $ax^2 + bx = 0$ çdoherë ka zgjidhje. Njëra zgjidhje e tij është $x = 0$.

Shembull 1 Të zgjidhim ekuacionin kuadratik $-4x^2 + 5x = 0$.

$$-4x^2 + 5x = 0 \qquad \text{faktorizojmë}$$
$$x(-4x + 5) = 0 \qquad \text{rregulla: } A \cdot B = 0, \text{ atëherë } A = 0 \text{ ose } B = 0.$$
$$x = 0 \text{ ose } -4x + 5 = 0$$
$$x_1 = 0,\ x_2 = \frac{5}{4}.$$

Shembull 2 Të zgjidhim ekuacionin kuadratik $\sqrt{3}x^2 - 2x = 0$.

$$\sqrt{3}x^2 - 2x = 0 \qquad \text{faktorizojmë}$$
$$x\left(\sqrt{3}x - 2\right) = 0 \qquad \text{rregulla: } A \cdot B = 0, \text{ atëherë } A = 0 \text{ ose } B = 0.$$
$$x = 0 \text{ ose } \sqrt{3}x - 2 = 0$$
$$x_1 = 0,\ x_2 = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

215

Ndërtimi i njohurive dhe i shkathtësive:
Përpunimi i përmbajtjes
Shpjegim i demonstruar

Mësimdhënësi e paraqet ekuacionin e formës $ax^2 = 0$

$$ax^2 = 0\ (a \neq 0) \qquad \text{rregulla: } A \cdot B = 0, \text{ atëherë } A = 0 \text{ ose } B = 0.$$
$$x^2 = 0$$
$$x \cdot x = 0$$
$$x_1 = 0,\ x_2 = 0.$$

Vërehet se ekuacioni kuadratik $ax^2 = 0$ ka dy rrënjë të barabarta. Kur rrënjët e një ekuacioni kuadratik janë të barabarta, thuhet se ekuacioni ka një rrënjë të dyfishtë.

Sh. 1. Të zgjidhet ekuacioni kuadratik:

$$-\frac{3}{2}x^2 = 0.$$

$$-\frac{3}{2}x^2 = 0 \qquad \text{rregulla: } A \cdot B = 0, \text{ atëherë } A = 0 \text{ ose } B = 0.$$
$$x^2 = 0$$
$$x \cdot x = 0$$
$$x_1 = 0,\ x_2 = 0.$$

Përforcimi:
Konsolidim dhe zbatimi i të nxënit
Veprimtari zbatuese

Zgjidhja e ekuacionit kuadratik i formës $ax^2 + bx = 0$
Le të gjenden zgjidhjet e ekuacionit kuadratik $ax^2 + bx = 0$

$$ax^2 + bx = 0 \qquad \text{faktorizojmë}$$
$$x(ax + b) = 0 \qquad \text{rregulla: } A \cdot B = 0, \text{ atëherë } A = 0 \text{ ose } B = 0.$$
$$x = 0 \quad \text{ose} \quad ax + b = 0$$
$$x_1 = 0,\ x_2 = -\frac{b}{a}.$$

Vërehet se ekuacioni kuadratik $ax^2 + bx = 0$ çdoherë ka zgjidhje. Njëra zgjidhje e tij, është: $x = 0$.

Vlerësimi i nxënësve:

Nxënësit vlerësohen për saktësinë e zgjidhjes dhe gjetjes së zgjidhjeve të ekuacionit kuadratik.

Detyrë:
(Faqe 222, detyra 2, libri bazë)

Reflektim për rrjedhën e orës mësimore: